



**HAL**  
open science

## Modélisation de cycles d'hystérésis

Yves Bernard, Stéphane Clénet, Yassine Ouled-Amor, Eduardo Mendes,  
Mouloud Feliachi, Francis Piriou

► **To cite this version:**

Yves Bernard, Stéphane Clénet, Yassine Ouled-Amor, Eduardo Mendes, Mouloud Feliachi, et al..  
Modélisation de cycles d'hystérésis : Comparaison de différentes approches pour le modèle de Preisach.  
Revue Internationale de Génie Électrique, 2002, 5 (2), 10.3166/rige.5.359-369 . hal-01227364

**HAL Id: hal-01227364**

**<https://hal.science/hal-01227364>**

Submitted on 2 Dec 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modélisation de cycles d'hystérésis

## Comparaison de différentes approches pour le modèle de Preisach

**Yves Bernard\*** — **Stéphane Clénet\*\*** — **Yassine Ouled Amor\*\*\***  
**Frédéric Bouillault\*** — **Eduardo Mendes\***  
**Mouloud Féliachi\*\*\*** — **Francis Piriou\*\***

\* *LGEP, Supélec, Plateau du Moulon  
F-91192 Gif-sur-Yvette cedex*

\*\* *L2EP, USTL, Bât. P2  
F-59655 Villeneuve d'Ascq cedex*

\*\*\* *GE-44, LRTI, CRTT, Bd de l'Université  
BP 406 F-44602 Saint-Nazaire cedex*

**RÉSUMÉ.** Dans cet article trois approches pour représenter les cycles d'hystérésis avec le modèle de Preisach sont proposées. La première s'appuie sur une expression analytique de la fonction de distribution. La seconde décompose le plan de Preisach en domaines élémentaires. Avec la troisième approche, c'est la forme intégrale de la fonction de distribution qui est utilisée. Pour étudier ces approches, des cycles d'hystérésis de tôles à grains non orientés ont été identifiés et les résultats comparés avec l'expérience.

**ABSTRACT.** In this paper three approaches are proposed to study the hysteresis loop with Preisach's model. The first one is based on the analytical distribution function. The second decomposes the Preisach's plane in elementary domain. In the third we use the integral form of distribution function. To study and evaluate the validity of the proposed approaches some hysteresis loops of non oriented steel have been identified and the results compared with measures.

**MOTS-CLÉS :** modélisation, tôles magnétiques, hystérésis, Preisach, caractérisation expérimentale.

**KEYWORDS:** Modeling, magnetic steel, hysteresis, Preisach, experimental characterization.

# 1. Introduction

Le développement des codes de calcul, basés sur la méthode des éléments finis, permet de modéliser des systèmes électromagnétiques de plus en plus complexes. Cependant, la plupart de ces codes de calcul utilisent, pour la caractéristique des matériaux magnétiques, une courbe ne présentant pas d'hystérésis. Afin d'améliorer les performances de ces logiciels on projette aujourd'hui l'introduction du phénomène d'hystérésis.

Pour la représentation du phénomène d'hystérésis, divers modèles peuvent être envisagés [BIO 58, JIL 84, BOS 91, DEL 94]. Dans le cas des régimes lentement variables et pour une approche scalaire du phénomène, le modèle de Preisach est le plus répandu. L'utilisation de ce modèle nécessite la détermination d'une fonction de distribution. Pour caractériser cette fonction, plusieurs techniques ont été proposées. Elles s'appuient sur une forme analytique ou une technique numérique.

Dans cette communication, les auteurs proposent et comparent trois approches pour la caractérisation de la fonction de distribution. La première, analytique, s'appuie sur une fonction de Lorentz modifiée. Dans la seconde, la fonction de distribution est décomposée dans un plan de Preisach discrétisé. Enfin, la troisième approche utilise la fonction d'Everett pour représenter la forme intégrale de la fonction de distribution. Pour comparer les performances de ces trois approches, le comportement hystérétique de tôles à grains non orientées est caractérisé et modélisé. Les résultats obtenus sont comparés à l'expérience.

L'ensemble de ces travaux a été effectué dans le cadre du Groupement de recherche sûreté et disponibilité des systèmes électrotechniques (GDR-SDSE) [ALV 00].

## 2. Modèle de Preisach

### 2.1. Principe

Le modèle de Preisach, qui s'appuie sur une représentation physique du phénomène d'hystérésis, considère le matériau comme formé d'un ensemble de commutateurs élémentaires. Chacun de ces commutateurs est représenté par une fonction  $\gamma(a,b)$  [BOS 91, DEL 94, ALV 00]. Comme le montre la figure 1.a, cette fonction de forme rectangulaire peut prendre la valeur  $\pm 1$  et est caractérisée par les champs de commutation  $a$  et  $b$ .

Notons,  $\pm H_{\text{sat}}$  les champs magnétiques à saturation qui conduisent à des valeurs d'aimantation  $\pm M_{\text{sat}}$ , on a alors les propriétés suivantes :

$$a \geq b \quad a \leq H_{\text{sat}} \quad b \geq -H_{\text{sat}} \quad [1]$$

## 2.2. Présentation

Ces trois inégalités permettent la construction du triangle de Preisach représenté sur la figure 1.b.

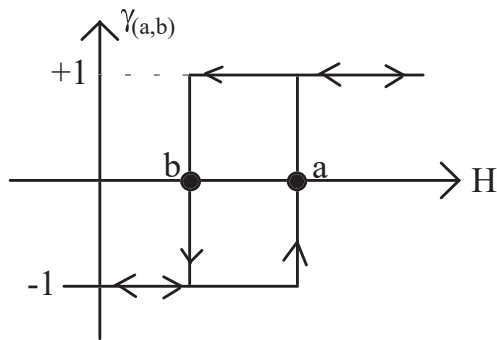


Fig. 1.a

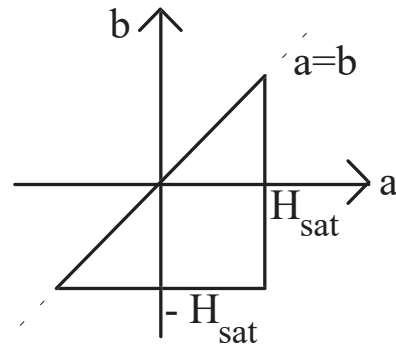
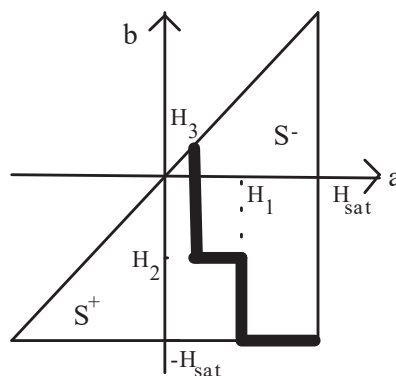


Fig. 1.b

**Figure 1.** Cycle élémentaire (Fig. 1.a) et triangle de Preisach (Fig. 1.b)

Si on considère un matériau soumis au champ  $H_{sat}$ , tous les commutateurs dans le triangle de Preisach sont dans l'état  $+1$  et l'aimantation  $M = M_{sat}$ . Inversement, si  $H = -H_{sat}$ , tous les commutateurs sont dans un état négatif et  $M = -M_{sat}$ . Dans l'état désaimanté, le triangle de Preisach se décompose en deux zones égales notées  $S^+$  et  $S^-$  séparées par la droite  $b = -a$ . Dans les zones  $S^+$  et  $S^-$  les commutateurs sont respectivement dans l'état positif et négatif. Enfin, lorsque le matériau est dans un état magnétique quelconque, les deux zones sont séparées par une ligne brisée définie par un vecteur d'histoire. On trouvera un exemple sur la figure 2 où les états magnétiques d'excitation ont été successivement :  $-H_{sat}$ ,  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$ .



**Figure 2.** Triangle de Preisach pour un état magnétique quelconque

## 2.3. Fonction de distribution de Preisach

Dans le plan de Preisach, on utilise une fonction de distribution notée  $p(a,b)$ . Elle représente la densité de commutateur susceptible de basculer. Par définition on a :

$$\iint_{T(-H_{\text{sat}}, H_{\text{sat}})} p(a, b) da db = 1 \quad [2]$$

où « T » représente l'aire du triangle de Preisach. En outre, la fonction de distribution est symétrique par rapport à la droite  $a=-b$  du plan. Connaissant son expression, l'aimantation peut être calculée à partir de la relation :

$$M(H) = M_s \left( \iint_{s^+} p(a, b) da db - \iint_{s^-} p(a, b) da db \right) \quad [3]$$

### 3. Détermination de la fonction de distribution

Pour la détermination de la fonction de distribution diverses approches sont proposées [BIO 58, BOS 91, DEL 94]. Dans la suite, nous allons étudier une forme analytique de Lorentz, la méthode des cycles centrés et une méthode basée sur la fonction d'Everett.

#### 3.1. Forme de Lorentz modifiée

Pour exprimer la densité de Preisach, des expressions analytiques ont été proposées. Parmi ces expressions, la plus utilisée est la forme de Lorentz. Une forme modifiée peut être envisagée, elle s'écrit :

$$p(a, b) = \frac{K\alpha^2}{\left(\alpha + \left(\frac{a}{H_c} - \beta\right)^2\right)\left(\alpha + \left(\frac{b}{H_c} + \beta\right)^2\right)} \quad [4]$$

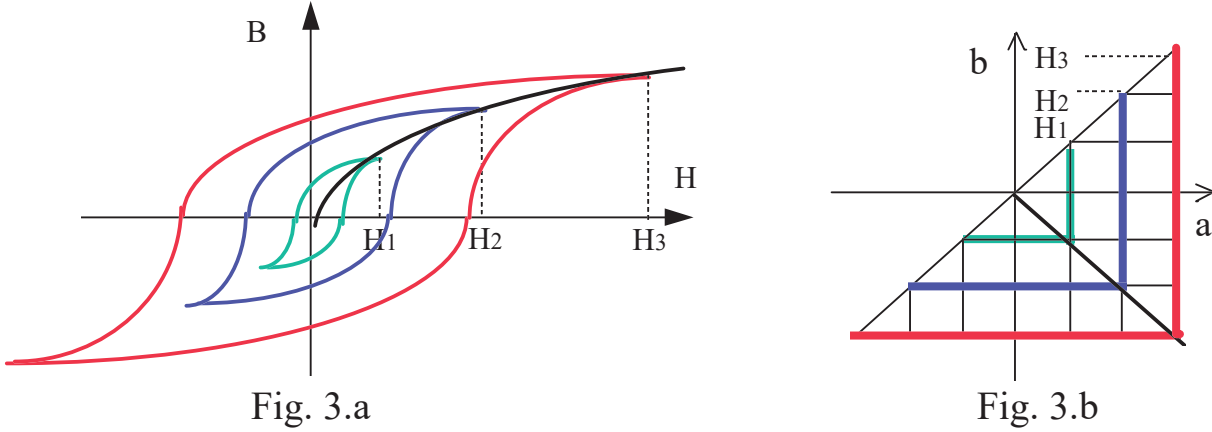
où K est une constante de normalisation et  $H_c$  le champ coercitif du matériau. En règle générale, les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement fixés à 1 et 0.5. Dans la forme modifiée, ces coefficients sont ajustés, en fonction du cycle majeur des matériaux. Le coefficient  $\alpha$  est un réel positif et pour  $\beta$  on a :  $1 \leq \beta \leq H_{\text{sat}} / H_c$ . L'utilisation de cette méthode conduit donc à la détermination de quatre paramètres.

#### 3.2. Méthode des cycles centrés

La méthode des cycles centrés est basée sur une discrétisation de la fonction de distribution. Cette discrétisation est directement liée au nombre de cycles mesurés et retenus pour la caractérisation. En effet, avec ce modèle, le plan de Preisach est décomposé en autant de « sous-plans » qu'il y a de cycles centrés. Cette décomposition permet de construire, si « n » est le nombre de cycles centrés,

$n(2n+1)$  éléments triangulaires et quadrangulaires. A titre d'exemple, la figure 3 représente 3 cycles centrés et la décomposition correspondante du plan en 21 éléments.

Connaissant les cycles et en tenant compte des symétries, on peut calculer la fonction de distribution  $p(a,b)$  dans chaque élément, par une approche successive en débutant par le plus petit « sous-plan » qui correspond au cycle de plus faible amplitude.



**Figure 3.** Cycles centrés (Fig. 3.a) ; décomposition correspondante du plan de Preisach (Fig. 3.b)

### 3.3. Méthode basée sur la fonction d'Everett

Cette approche est basée sur la fonction d'Everett, légèrement modifiée, qui s'exprime par la relation :

$$E(x,y) = \mu_0 M_s \iint_{T(x,y)} p(a,b) da db \quad [5]$$

où  $T(x,y)$  représente un triangle rectangle inclu dans le plan de Preisach avec  $x$  et  $y$  les coordonnées du sommet de l'angle droit et dont l'hypoténuse est confondue avec la droite  $a=b$ . Les zones  $S^+$  et  $S^-$  du plan de Preisach peuvent alors s'exprimer à l'aide d'une somme de triangles élémentaires  $T(x,y)$ . A titre d'exemple, dans le cas de la figure 2 on a :

$$S^+ = T(H_1, -H_{\text{sat}}) - T(H_1, H_2) + T(H_3, H_2) \quad [6.a]$$

$$S^- = T(H_{\text{sat}}, -H_{\text{sat}}) - T(H_1, H_{\text{sat}}) + T(H_1, H_2) - T(H_3, H_2) \quad [6.b]$$

Si on connaît l'expression de la fonction d'Everett  $E(x,y)$  dans le plan de Preisach, l'aimantation peut être calculée en additionnant ou en retranchant  $E(x,y)$  à la valeur de l'aimantation correspondant à l'avant-dernière valeur du vecteur d'histoire. Inversement, la fonction d'Everett peut être déterminée à partir de

l'aimantation déduite de cycles centrés mesurés. On construit alors un réseau de « n » courbes. Pour un point quelconque,  $E(x,y)$  est calculée par extrapolation à partir de ce réseau.

### 3.4. Synthèse

Nous avons regroupé dans le tableau 1 les différentes méthodes proposées pour déterminer la densité de Preisach ainsi que les relevés expérimentaux nécessaires.

Méthodes	Caractéristiques
Lorentz	Cycle majeur
Cycles Centrés	Cycles centrés (10 courbes sont nécessaires)
Everett	Cycles centrés (10 courbes sont nécessaires)

**Tableau 1.** *Récapitulation des méthodes*

## 4. Caractérisation et modélisation

### 4.1. Tôles étudiées

Pour la caractérisation et la modélisation des cycles d'hystérésis, nous avons choisi des tôles à grains non orientés étudiées dans le cadre du GDR SDSE [ALV 00, AHA 00]. Pour ces tôles, deux séries de caractéristiques ont été relevées. La première a porté sur une tôle découpée dans le sens du laminage et la seconde, sur une tôle découpée dans le sens transverse.

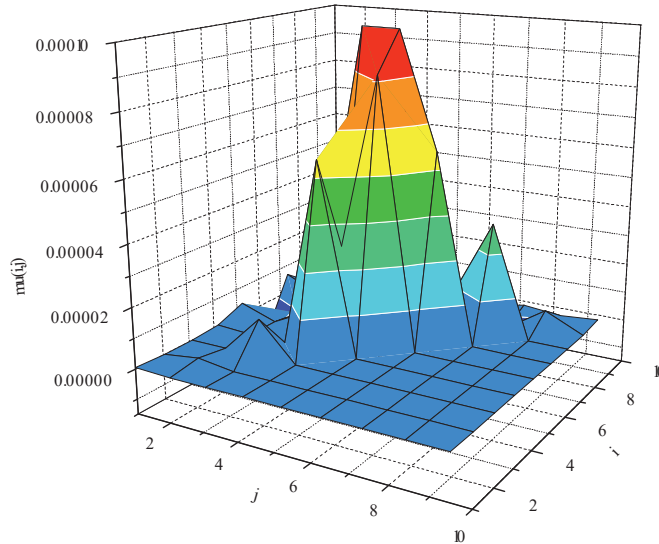
Les relevés de mesures ont été faits, avec un cadre EPSTEIN, dans trois laboratoires : LESiR, CEGELY et LEG [AHA 00]. Pour s'affranchir des phénomènes dynamiques, nous avons travaillé à la fréquence de 0,5 Hz avec des champs d'excitation de forme sinusoïdale et une valeur maximale  $H_{\max} = 1\ 000\ \text{Am}^{-1}$ .

### 4.2. Caractérisation

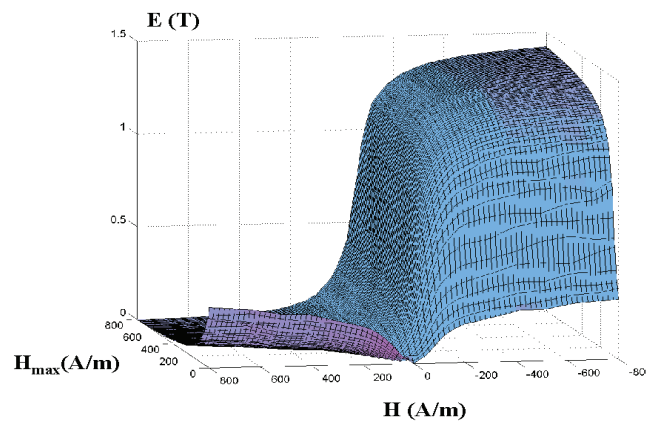
Les trois méthodes décrites précédemment ont été utilisées pour caractériser les tôles dans le sens longitudinal et transversal. Les valeurs des coefficients nécessaires pour l'expression analytique de Lorentz sont rassemblées dans le tableau 2. Sur la figure 4, nous avons représenté la fonction de distribution obtenue avec la méthode des cycles centrés. Cette courbe a été obtenue avec 10 cycles centrés et correspond à des tôles découpées dans le sens transverse. La figure 5 représente la fonction d'Everett pour les tôles découpées dans le sens transversal.

	K	$H_c$ A/m	$\alpha$	$\beta$
Sens Long.	$5,67 \cdot 10^6$	55	0.02	1
Sens Trans.	$0,12 \cdot 10^6$	58	1	1

**Tableau 2.** Coefficients de la fonction de Lorentz



**Figure 4.** Pour les tôles découpées dans le sens transverse, fonction de distribution  $p(a,b)$  obtenue avec la technique des cycles centrés



**Figure 5.** Pour les tôles découpées dans le sens transversal, forme intégrale de la fonction  $p(a,b)$  obtenue avec la méthode d'Everett

### 4.3. Modélisation

Après la caractérisation de la fonction de distribution (Lorentz, cycles centrés), ou de sa forme intégrale (Everett), nous avons utilisé les trois approches proposées pour la représentation des cycles d'hystérésis.



Dans un premier temps, nous présentons les résultats obtenus en comparant des cycles appris avec des cycles modélisés. Dans le cas des tôles découpées dans le sens longitudinal, la figure 6 montre les résultats avec la forme analytique de Lorentz (figure 6.a), la technique des cycles centrés (figure 6.b) et la méthode d'Everett (figure 6.c). Sur ces différentes courbes, on peut noter que les modèles proposés donnent des résultats tout à fait satisfaisants. Des tests identiques ont été effectués pour les tôles découpées dans le sens transversal. (A titre d'exemple, nous présentons, sur la figure 7, les résultats obtenus avec la fonction d'Everett pour  $H_{\max} = 150 \text{ A/m}$ .)

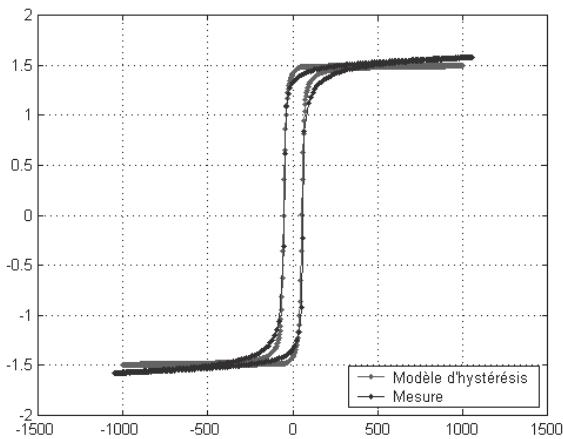


Fig. 6a

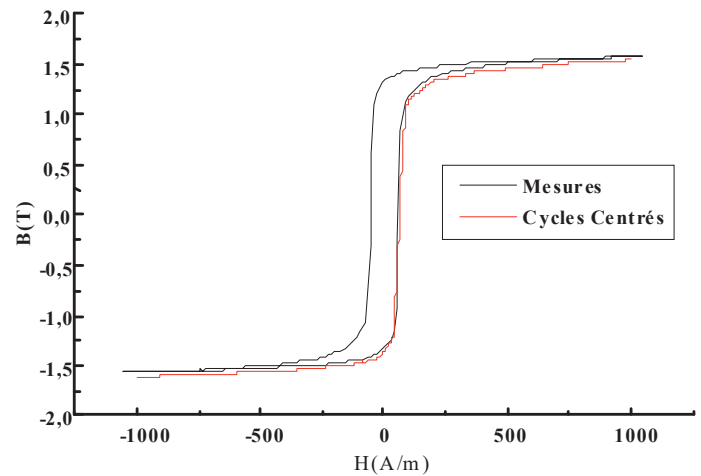


Fig. 6b

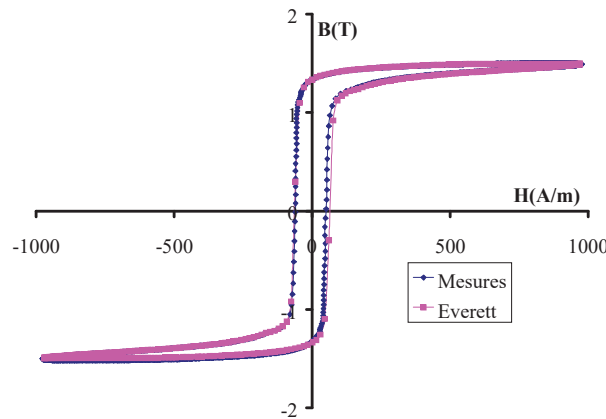
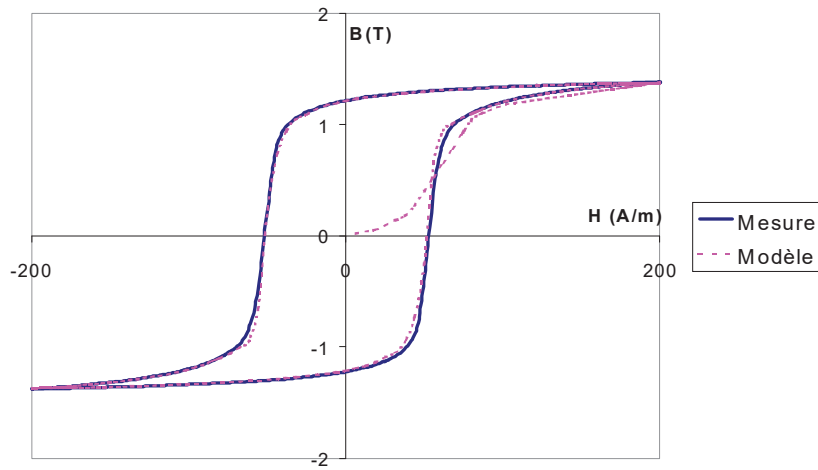


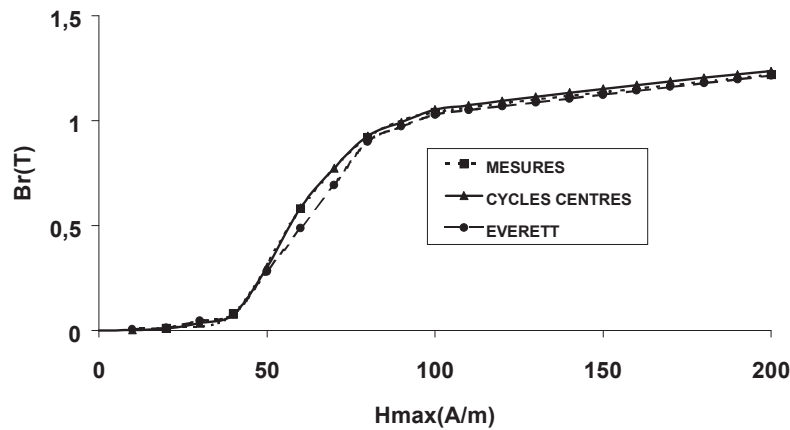
Fig. 6c.

**Figure 6.** Comparaison cycles appris et restitués sens longitudinal,  $H_{\max} = 1000 \text{ A/m}$  ; Lorentz Fig. 6a ; cycles centrés Fig. 6b ; Everett Fig. 6c

Dans un deuxième temps, afin d'évaluer la qualité des approches proposées, nous avons tracé des familles de cycles centrés et comparé diverses grandeurs caractéristiques à l'expérience. Sur la figure 8, nous avons représenté, pour les tôles découpées dans le sens longitudinal, l'évolution de  $B_r$  en fonction du champ  $H_{\max}$ , obtenue avec la technique des cycles centrés et celle d'Everett. La comparaison modèles/expérience montre la validité des approches proposées.



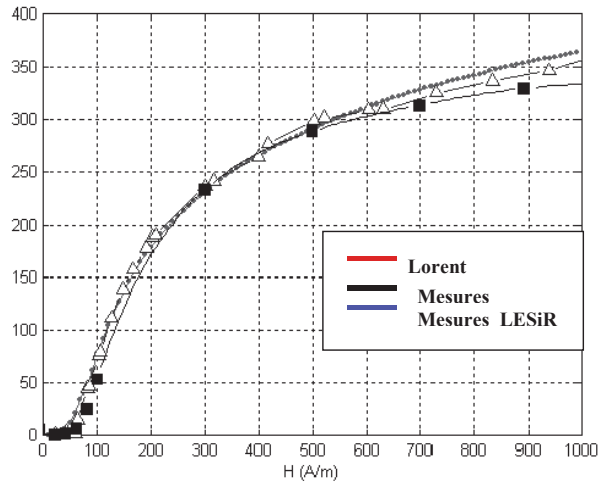
**Figure 7.** Comparaison cycles appris et restitués avec la méthode d'Everett, sens transversal,  $H_{max}=200A/m$



**Figure 8.** Comparaison modèles expérience, pour la caractéristique  $B_r(H_{max})$  dans le cas des tôles découpées dans le sens longitudinal

Des comparaisons ont également été effectuées sur le calcul des pertes par hystérésis. Sur la figure 9, nous présentons l'évolution des pertes en fonction du champ  $H_{max}$ . Les calculs qui concernent des tôles découpées dans le sens transversal ont été faits avec la forme analytique de Lorentz et sont comparés avec des mesures effectuées au LEG et au LESiR [AHA 00].

Enfin, pour tester la robustesse des modèles, qui sont caractérisés par le cycle majeur (Lorentz) ou des cycles centrés (technique des cycles centrés et méthode Everett), nous avons calculé la réponse aux courbes de renversement de Mayergoyz [BOS 91]. On trouvera figure 10, les résultats obtenus pour les tôles découpées dans le sens transversal lorsque le champ d'excitation  $H_{max}=300 A/m$ .



**Figure 9.** Comparaison modèle (Lorentz) expérience, pour la caractéristique des pertes en fonction du champ  $H_{max}$  dans le cas des tôles découpées dans le sens transversal

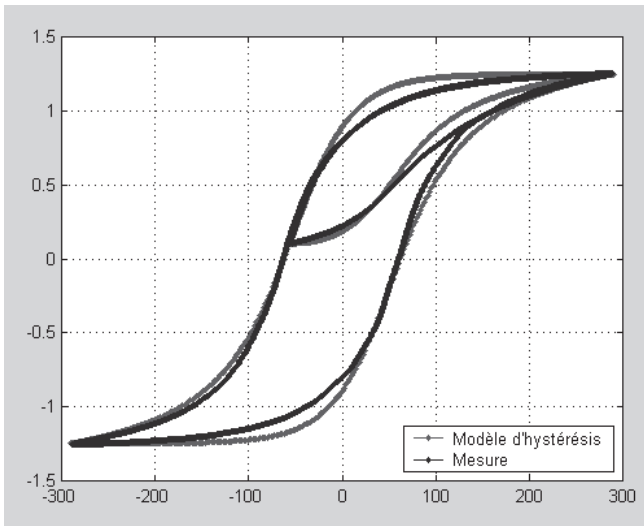


Fig. 10a

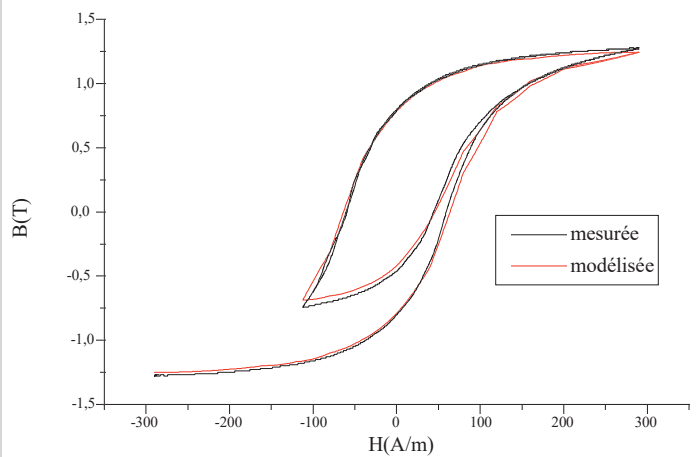


Fig. 10b

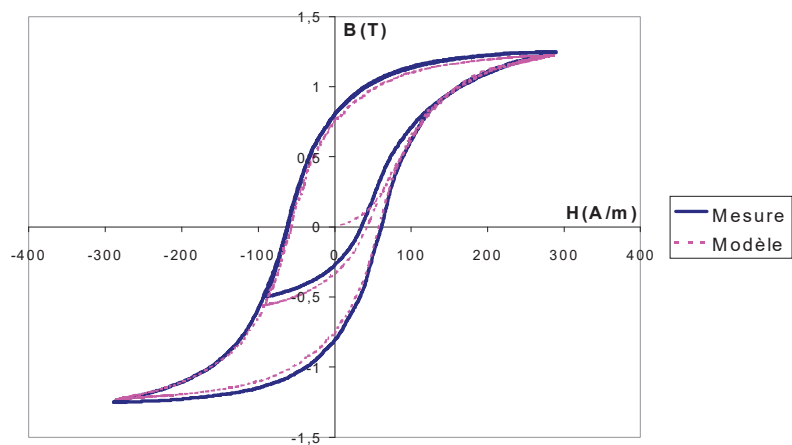


Fig. 10c

**Figure 10.** Courbes de renversement, comparaison calcul expérience ; forme de Lorentz (Fig. 10a) ; cycles centrés (Fig. 10b) ; méthode d'Everett (Fig. 10c)

## 5. Conclusion

Dans cette communication, trois approches basées sur le modèle de Preisach, ont été utilisées pour caractériser et représenter des cycles d'hystérésis. La forme de Lorentz qui donne une expression analytique de la fonction de distribution  $p(a,b)$ , la technique des cycles centrés discrétise  $p(a,b)$  dans le plan de Preisach et la méthode d'Everett qui donne directement la forme intégrale de  $p(a,b)$ . Des tests ont tout d'abord été effectués afin de restituer les cycles appris. Les résultats obtenus sont dans ce cas tout à fait satisfaisants. Ensuite, des grandeurs caractéristiques telles que l'induction rémanente et les pertes par hystérésis ont été testées avec succès. Enfin, les courbes de renversement de Mayergoyz ont été reproduites avec une bonne précision.

## 6. Bibliographie

- [AHA 00] AHAMADA B., ALVES F., , CHEVALLIER T., DARCES M., LÉBOUC A., MASSON J. P., « Actions concertées sur la caractérisation de l'hystérésis magnétique », Colloque *MGE-2000*, Lille, p. 113-116, 2000.
- [ALV 00] ALVES F. *et al*, « Caractérisation et modélisation du phénomène d'hystérésis pour une implantation dans un code de calcul éléments finis », *GDR, Sécurité et Disponibilité des Systèmes Electrotechniques*, Lyon, janvier 2000.
- [BIO 58] BIORCI G., PESCETTI D., « Analytical Theory of the behaviour of ferromagnetic materials », *Il Nuovo Cimento*, vol. 7, n° 6, p. 829-842, 1958.
- [BOS 91] BOSSAVIT A., EMSON C., MAYERGOYZ I. D., *Méthodes numériques en électromagnétisme : Géométrie différentielles, éléments finis, modèles d'hystérésis*, Editions Eyrolles, 1991.
- [DEL 94] DELINCE F., Modélisation des régimes transitoires dans les systèmes comportant des matériaux magnétiques non linéaires et hystérétiques, Thèse de Docteur en Sciences appliquées, Liège, 1994.
- [JIL 84] JILES D.C., ATHERTON D.L., « Theory of ferromagnetic hysteresis », *Journal of Applied Physics*, n° 55, p. 2115-2120, 1984.