



HAL
open science

Génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante en fraisage à 5 axes

Christophe Tournier, Emmanuel Duc

► **To cite this version:**

Christophe Tournier, Emmanuel Duc. Génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante en fraisage à 5 axes. Colloque nation AIP-PRIMECA, Mar 2003, La Plagne, France. hal-01223057

HAL Id: hal-01223057

<https://hal.science/hal-01223057>

Submitted on 1 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante en fraisage à 5 axes

Christophe Tournier* & Emmanuel Duc**

*Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée
Ecole Normale Supérieure de CACHAN
61 av du Pdt Wilson 94235 Cachan Cedex
christophe.tournier@lurpa.ens-cachan.fr

**Laboratoire de Recherches et Applications en Mécanique Avancée – IFMA & UBP
IFMA Campus de Clermont-Ferrand – Les Cézeaux BP 265 63175 AUBIERE Cedex
emmanuel.duc@ifma.fr

Résumé :

Cette communication présente une nouvelle méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante pour l'usinage des surfaces gauches en fraisage à 3 et 5 axes avec un outil torique. L'approche que nous utilisons est basée sur une représentation surfacique bi-paramétrée de la trajectoire d'usinage, *la surface d'usinage*. Les trajectoires sont calculées par intersection entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil, le lieu des courbes de crêtes et la surface d'usinage. L'apport de la méthode réside dans l'absence d'approximations, afin de garantir la qualité des trajectoires calculées, et dans sa généricité. Après avoir exposé la mise en équation du problème, nous proposons une application sur une surface gauche en 3 axes ainsi qu'en 5 axes.

Abstract :

This paper presents a new method to compute constant scallop height tool path on sculptured surfaces with a filleted endmill in both 3 and 5 axis milling. Our approach is based on the concept of the *machining surface*. The machining surface is a surface modelisation of the toolpaths. The method to ensure constant scallop height consists in computing the intersection curves between the envelope surface of the tool motion with either the machining surface or the scallop height offset surface. The contribution of the method lies in the absence of approximations, in order to guarantee the tool path quality, and in its generics. An implementation of the algorithms is done on a free-form surface in both 3 and 5 axis milling.

1.2 Géométrie du trajet isocrête

Considérons deux trajets adjacents suivis par un point fixe de l'outil (figure 2). Sur chaque trajet, la surface enveloppe du mouvement de l'outil engendre un sillon sur la surface brute. La crête engendrée par deux trajets successifs est donc la courbe intersection des deux surfaces enveloppes. Dans le cas d'un usinage à hauteur de crête constante, cette courbe intersection appartient à la surface S_i , la surface isocrête. S_i est la surface parallèle à la surface nominale de distance égale à la hauteur de crête h_c (voir notations en fin d'article).

Pratiquement, le problème géométrique considéré est découpé en deux problèmes successifs. Le premier consiste à trouver la courbe de crête engendrée par le premier trajet. Il s'agit de l'intersection entre la surface d'isocrête et la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Le second problème consiste à construire le trajet suivant sur la surface d'usinage à partir de la courbe de crête. Il s'agit de trouver un trajet appartenant à la surface d'usinage, tel que la surface enveloppe du mouvement de l'outil suivant sur ce trajet génère la courbe de crête précédente.

La surface enveloppe du mouvement de l'outil est la peau du volume balayé par l'outil lors de son déplacement le long du trajet. La modélisation du volume balayé est une technique utilisée dans divers domaines tels que la modélisation solide, la robotique, l'ergonomie, etc. Dans le domaine de l'usinage, on a recours à cette technique pour la détection des interférences entre l'ensemble outil et porte outil et l'ensemble pièce et porte pièce [4]. Plus généralement, on considère comme volume balayé le volume généré par le déplacement d'un objet quelconque le long d'une trajectoire quelconque avec d'éventuelles rotations. Dans certains cas l'équation de la surface enveloppe est simple. C'est le cas de la peau du volume balayé par la sphère de l'outil hémisphérique, puisqu'il s'agit de la surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil dont la génératrice est la courbe suivie par le centre de l'outil. L'extraction de l'équation de la surface enveloppe du mouvement d'un outil torique est une opération difficile, elle n'est donc pas envisagée. Par contre, nous sommes en mesure d'isoler le lieu des points du profil générateur de la surface enveloppe à chaque instant, et pour n'importe quel outil (figure 3). L'ensemble des points de l'outil appartenant au profil générateur est défini par l'équation suivante [1] :

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

avec \mathbf{V} le vecteur vitesse d'avance et \mathbf{n}_{outil} la normale à l'outil au point de l'outil considéré. Cette équation nous permettra de connaître les points générés par chaque position de l'outil et parmi ceux-ci le point de crête P .

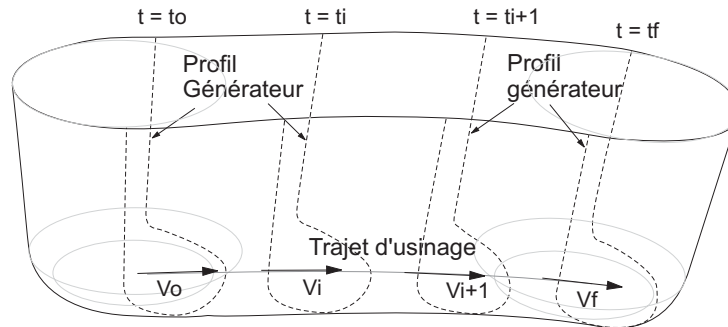


Figure 3: Profil générateur de l'outil

L'avantage de notre approche réside dans l'utilisation de la surface d'usinage qui est le lieu d'un point fixe de l'outil. Les méthodes traditionnelles de génération de trajectoires en 5 axes consistent à trouver les points de contact outil surface C_c et les orientations de l'axe de l'outil associées, tout le long d'une passe. L'inconvénient est que le point de contact C_c appartenant à l'outil change tout au long du trajet. On peut alors déterminer la courbe de crête par intersection, mais il est impossible de trouver le trajet isocrête adjacent par poseage puisqu'on ne sait pas quel point de l'outil considérer. On a donc recours à des simplifications qui altèrent la qualité du calcul [14].

2 Fraisage à 3 axes torique

Le concept de la surface d'usinage offre la possibilité d'étendre la génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 3 axes à l'outil torique. L'utilisation de ce type d'outil en fraisage à 3 axes n'est pas courante car les interférences vers l'arrière de l'outil ne peuvent être éliminées comme en fraisage à 5 axes. La seule solution est de laisser des parties non

usinées qui sont reprises avec un outil hémisphérique. Par contre, le petit rayon de la partie torique permet de réaliser de petits rayons de raccordement alors que l'on peut augmenter le rayon du corps de l'outil afin d'obtenir une plus grande rigidité ainsi qu'une meilleure couverture de la surface pour chaque trajet. Cette configuration est une première approche pour passer ensuite à la génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 5 axes avec outil torique.

2.1 Mise en équation

La construction des positions de l'outil se déroule donc en deux étapes. Lors de la première étape, il faut trouver le point de crête P associé à une position du centre de l'outil C_L initiale (figure 4).

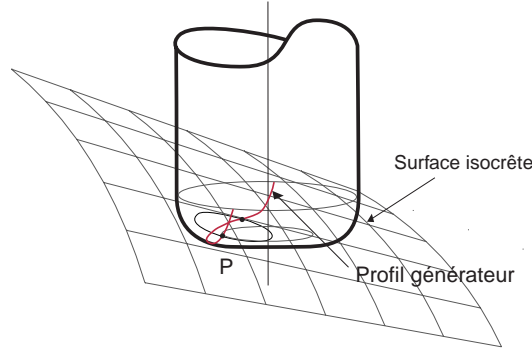


Figure 4: Détermination du point de crête P avec l'outil torique

Les conditions géométriques à respecter sont les suivantes :

P est élément de la surface isocrête :

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}_n(\xi^1, \xi^2) + h_c \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (2)$$

P est élément de la partie active de l'outil centrée sur C_L :

$$\left((C_L - \mathbf{P})_x^2 + (C_L - \mathbf{P})_y^2 + (C_L - \mathbf{P})_z^2 + R^2 - r^2 \right)^2 - 4R^2 \cdot \left((C_L - \mathbf{P})_x^2 + (C_L - \mathbf{P})_y^2 \right) = 0 \quad (3)$$

P est sur le profil générateur :

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V})_P = 0 \quad (4)$$

\mathbf{V} est la vitesse d'avance du point P considéré appartenant à l'outil.

Nous avons donc un système non linéaire de trois équations à trois inconnues P_x, P_y, P_z équivalent à un système non linéaire de deux équations à deux inconnues ξ^1, ξ^2 dans le domaine paramétrique de la surface nominale.

La résolution du système peut se faire avec l'algorithme de Newton, la difficulté réside alors dans la détermination d'une solution initiale qui assure la convergence. On pourra prendre comme solution initiale le point de crête précédent et cheminer sur l'intersection entre la surface isocrête (2) et le tore (3) jusqu'à ce que l'équation (4) soit vérifiée.

Une fois les points de crête déterminés, la tangente à la courbe de crête en chaque point est donnée par le produit vectoriel des normales de l'outil et de la surface isocrête au point de crête.

Lors de la deuxième étape, il s'agit de trouver la position du centre de l'outil C_L qui engendre le point de crête souhaité tout en restant tangent à la crête. Les conditions géométriques sont les suivantes :

C_L est élément de la surface d'usinage :

$$\mathbf{C}_L = \mathbf{S}_n(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2) \quad (5)$$

P est élément de la partie active de l'outil centrée sur C_L :

$$\left((C_L - P)_x^2 + (C_L - P)_y^2 + (C_L - P)_z^2 + R^2 - r^2 \right)^2 - 4R^2 \cdot \left((C_L - P)_x^2 + (C_L - P)_y^2 \right) = 0 \quad (6)$$

La normale au tore en P est perpendiculaire à la tangente à la crête T :

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{T})_P = 0 \quad (7)$$

La résolution du système avec l'algorithme de Newton pose des difficultés à cause de la détermination d'une solution initiale permettant la convergence. Nous avons donc établi la relation géométrique entre le point de crête P et le point centre outil recherché C_L afin de simplifier le problème.

Pour cela on considère un point intermédiaire K' point méridien centre de la section circulaire du tore qui engendre le point de crête P (figure 5). Les propriétés géométriques du tore sont telles que la normale \mathbf{n} au tore au point de crête passe par P et K' . La tangente à la crête T est connue et est égale au produit vectoriel des normales des surfaces en intersection, le tore et la surface isocrête. Le point K' est donc dans le plan perpendiculaire à la tangente à la courbe de crête T ainsi que sur la sphère de rayon r centrée sur P .

Le point K' centre de la section qui engendre le point de crête est donc sur un cercle centré sur P et situé dans le plan orienté par la tangente à la courbe de crête T .

Le point K' nous permet alors de déterminer la position du point centre outil C_L . En effet, le point C_L est dans le plan de base défini par (K', \mathbf{u}) , il est également dans le plan méridien défini par $(K', \mathbf{u}, \mathbf{n})$ et il est à une distance R du point K' (figure 5). Il y a alors deux points C_L possibles mais seul l'un d'entre eux assure un contact sans interférence.

A un point K' donné on peut donc associer un unique point centre outil C_L . La contrainte de tangence ou bien de non-interférence entre l'outil et la surface est assurée par la définition de la surface d'usinage qui garantit un posage tangent de l'outil.

Le système $[3 \times 3]$ défini par les équations (5), (6) et (7) peut donc se simplifier en un système $[1 \times 1]$ avec pour inconnue la position angulaire du point K' sur le cercle (P, r, T) et comme condition l'appartenance du point centre de l'outil C_L à la surface d'usinage. Ce système est alors plus facile à résoudre que le précédent.

Une fois la position du centre de l'outil C_L déterminée, la direction d'avance de l'outil est donnée par le produit vectoriel des normales de l'outil au point de contact et au point de crête P . On assure ainsi la génération de la crête souhaitée tout en restant tangent à la pièce au point de contact C_C .

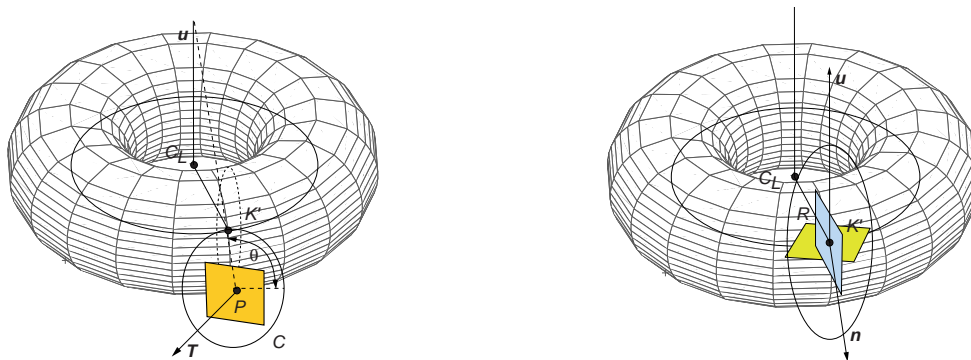


Figure 5 : Relation géométrique entre le point de crête P et le point centre outil C_L

On remarque que la mise en équation et la relation entre le point de crête et le centre outil sont applicables aux autres géométries d'outils. Ainsi pour l'outil hémisphérique le grand rayon R du tore est nul et le point K est confondu avec le point C_L . Le point C_L est alors sur l'intersection entre le cercle (P, r, T) et la surface d'usinage, ce qui est un résultat connu.

2.2 Application

La mise en oeuvre de l'algorithme a été faite avec Matlab®. La surface de test est une surface réglée basée sur un segment de droite et un arc de cercle et modélisée sous la forme d'une surface NURBS (figure 6). Cette surface exhibe des variations significatives d'orientation de la normale par rapport à la direction de l'axe outil afin de faire évoluer la largeur coupée tout au long d'une passe.

L'outil torique utilisé possède un grand rayon de 10 mm et un rayon de coin égal à $1,5\text{ mm}$, la hauteur de crête visées est de $10\text{ }\mu\text{m}$. Le trajet outil initial est la courbe isoparamétrique $\xi^1 = 0$ sur la droite.

L'allure des trajets résultants est soumise aux variations de courbure de la surface et présente un repli des trajets jusqu'à former une boucle. La boucle n'est pas représentée et ce phénomène avait été précédemment évoqué dans le cadre du fraisage à trois axes avec outil hémisphérique en stratégie isocrête. Vers le bas de la surface, l'angle entre l'axe outil et la normale à la surface est grand de sorte que la largeur coupée est plus faible et les passes plus resserrées. Vers le haut de la surface, c'est le contraire, l'angle est petit et la largeur coupée d'autant plus grande. La distance entre passes est plus grande, créant ainsi un décalage sur la rapidité de propagation des passes entre le début et la fin de la passe, ce qui génère le repliement des trajectoires jusqu'au bouclage.

Pour évaluer la hauteur des crêtes, les sillons laissés par l'outil sont construits avec la méthode du Z-buffer. On construit dans la zone qui nous intéresse un réseau de droites parallèles orientés à 45 degrés par rapport à l'axe z , ce qui permet d'avoir une répartition homogène des points d'intersection entre le réseau de droites et la surface. Ensuite, on effectue les intersections entre ce réseau de droites et les surfaces enveloppes du mouvement de l'outil, des portions de cylindres dont les axes sont les segments de droites interpolant le trajet calculé.

On peut voir que les crêtes générées par les trajets calculés sont conformes aux spécifications que l'on s'est fixées (figure 6), c'est-à-dire une hauteur de crête de $10\text{ }\mu\text{m}$.

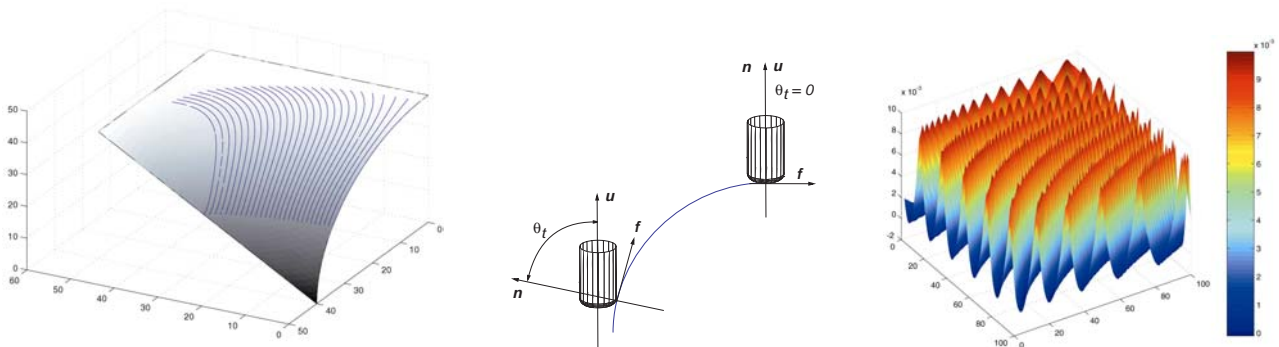


Figure 6: Trajectoires isocrêtes avec un outil torique

3 Fraisage à 5 axes torique

Nous rappelons tout d'abord que l'usinage à 5 axes avec un outil torique permet d'obtenir des largeurs coupées différentes selon l'orientation de l'axe de l'outil choisie. En effet, le rayon du profil effectif de coupe est une ellipse dont les caractéristiques évoluent avec les angles d'inclinaison et de pivotement [7]. Afin d'être le plus productif possible, la stratégie isocrête doit être couplée avec des angles d'orientation d'outil minimum. Ainsi la largeur de matière coupée est maximum.

La génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 5 axes avec un outil torique repose sur le même modèle que celui proposé pour le fraisage à 3 axes avec le même outil. Il est cependant plus complexe à cause de la relation de dépendance entre l'orientation de l'axe de l'outil et la direction d'avance de l'outil inconnue. En effet en fraisage à 5 axes, l'orientation de l'outil est donnée dans une base locale au point de contact constituée des vecteurs $(\mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ où \mathbf{f} est le vecteur vitesse d'avance, \mathbf{n} la normale à la surface et \mathbf{t} le vecteur formant un trièdre direct. Nous ne pouvons donc pas faire usage de la surface d'orientation puisqu'elle n'est pas définie lorsque la direction d'usinage n'est pas connue. Nous appuierons donc notre modèle sur la surface de guidage, lieu du point K . La surface d'orientation n'est définie qu'à la fin de la génération des trajets de l'outil.

3.1 Mise en équation

Tout comme pour les autres géométries d'outil, la détermination des positions de l'outil se décompose en deux étapes qui sont la détermination des points de crête P puis des positions du centre de l'outil C_L .

Le système d'équations de la première étape est identique à celui utilisé dans le cadre de l'usinage à 3 axes avec un outil torique (2)(3)(4). Cependant, il est nécessaire de connaître la vitesse du point de l'outil qui coïncide avec P afin de vérifier la troisième condition (4).

Aussi la vitesse d'un point M quelconque de l'outil est donnée par :

$$V_M = V_K + MK \wedge \Omega_{outil/surface} \quad (9)$$

Nous devons donc déterminer le vecteur de rotation instantanée $\Omega_{outil/surface}$ du mouvement de l'outil sur la surface. Dans le cas d'un usinage à 3 axes, celui-ci est nul car la direction de l'axe de l'outil est constante. Dans le cas d'un usinage à 5 axes, l'outil est orienté dans le repère local lié au point piloté K sur la surface de guidage. Soit R_0 le repère associé à la surface d'usinage et R_l le repère local. Le vecteur de rotation instantanée recherché s'écrit :

$$\Omega_{outil/R_0} = \Omega_{outil/R_l} + \Omega_{R_l/R_0} \quad (10)$$

Seuls les angles de rotation en chaque position de l'outil sont connus (inclinaison θ_l et pivotement θ_n). Pour obtenir le vecteur de rotation instantanée Ω_{R_l/R_0} , on utilise la formule suivante dont la démonstration est décrite en annexe :

$$\Omega_{R_l/R_0} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{f} \wedge \frac{d\mathbf{f}}{dt} + \mathbf{n} \wedge \frac{d\mathbf{n}}{dt} + \mathbf{t} \wedge \frac{d\mathbf{t}}{dt} \right) \quad (11)$$

avec $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ le repère orthonormé associé à l'outil.

Quand au vecteur de rotation instantanée Ω_{outil/R_l} , il est défini par :

$$\Omega_{outil/R_l} = \dot{\theta}_l \cdot \mathbf{t} + \dot{\theta}_n \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

avec θ_l l'angle d'inclinaison et θ_n l'angle de pivotement.

En ce qui concerne la deuxième étape, le système est différent de celui utilisé en fraisage à 3 axes car nous ne connaissons pas la surface d'orientation, lieu du centre de l'outil, mais la surface de guidage lieu du point piloté K . D'autre part, la direction d'avance de l'outil étant inconnue, nous ne pouvons pas établir la mise en position de l'outil pour évaluer les équations (6) et (7) qui définissent la position de l'outil.

Nous introduisons donc une nouvelle équation qui assure que le point de crête est situé sur le profil générateur de l'outil lors de son déplacement.

Le nouveau système d'équation est le suivant :

le point piloté K est élément de la surface de guidage

$$\mathbf{K} = \mathbf{S}_n(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (13)$$

le point de crête P est élément de la partie active de l'outil centrée sur C_L

$$\left((C_L - \mathbf{P})_x^2 + (C_L - \mathbf{P})_y^2 + (C_L - \mathbf{P})_z^2 + R^2 - r^2 \right)^2 - 4R^2 \cdot \left((C_L - \mathbf{P})_x^2 + (C_L - \mathbf{P})_y^2 \right) = 0 \quad (14)$$

la normale au tore en P est perpendiculaire à la tangente à la crête

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{T})_P = 0 \quad (15)$$

le point de crête P est sur le profil générateur de l'outil

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V})_P = 0 \quad (16)$$

Nous avons donc un système $[4 \times 4]$ qui, s'il est résolu dans l'espace paramétrique, devient un système $[3 \times 3]$ dont les inconnues sont les coordonnées paramétriques du point piloté K ainsi que sa direction d'avance. Celle-ci est paramétrée par un angle dans le plan tangent à la surface de guidage au point piloté K et repéré par les deux vecteurs χ^1 et χ^2 définis par :

$$\chi^\alpha = \frac{\partial \mathbf{S}_n}{\partial \xi^\alpha} + r \cdot \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \xi^\alpha} \quad (17)$$

En usinage à 3 axes, la direction d'avance résulte d'une condition de bi-tangence de l'outil sur la surface et sur la crête. En usinage à 5 axes, la direction d'avance doit permettre de respecter ces deux contraintes tout en tenant compte de l'évolution de la surface et donc du vecteur de rotation instantanée $\Omega_{R1/R0}$.

3.2 Application

Nous avons appliqué la méthode avec deux angles d'inclinaison différents sur la surface utilisée pour le cas du 3 axes torique. Avec un angle d'inclinaison de 1 degré, les crêtes générées sont conformes aux spécifications mais on constate l'apparition d'interférences entre l'outil et la pièce dans la zone concave de la pièce (figure 7). On peut faire disparaître ces interférences en modifiant les angles d'inclinaison et de pivotement de l'outil. Ainsi, avec un angle d'inclinaison de 2 degrés, les interférences ont disparu mais les trajets sont plus resserrés.

Les angles d'orientation étant constants, le rayon effectif est constant et la partie active de l'outil peut être approchée par une sphère de rayon R_{eff} . Aussi l'allure et la répartition des trajets de l'outil sont similaires au cas de l'outil hémisphérique.

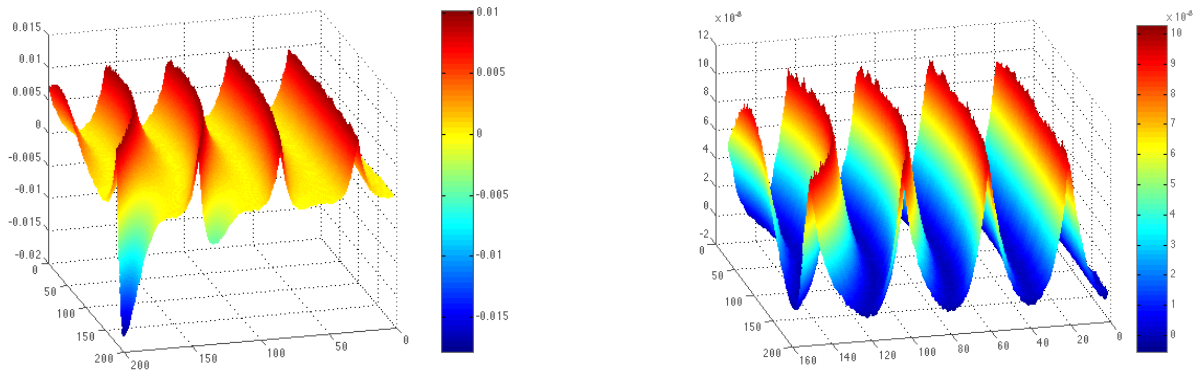


Figure 7: Crêtes résultantes en fraisage à 5 axes

4 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante basée sur le concept de la surface d'usinage pour le fraisage à 3 et 5 axes avec un outil torique. Le concept de la surface d'usinage nous permet d'utiliser différentes géométries d'outil tout en conservant la même formulation mathématique. Ainsi le modèle développé pour l'outil torique en fraisage à 3 axes s'applique pour l'outil hémisphérique et permet par extension de passer à l'usinage à 5 axes sans difficultés. Cependant, il ne s'applique pas pour l'outil cylindrique à cause de la discontinuité en tangence causée par l'arête vive.

La mise en oeuvre de la méthode en fraisage à 3 et 5 axes a permis d'obtenir des crêtes de hauteur constante. La méthode est donc viable pour le calcul des trajectoires isocrêtes. Néanmoins, le calcul effectif est conditionné par la géométrie de la surface. Nous avons montré que la forme des trajets générés par la stratégie isocrête est sujette aux variations de courbures des surfaces usinées, ce qui peut empêcher l'aboutissement du calcul [14]. C'est pourquoi nous développons une autre stratégie d'usinage à 5 axes qui consiste à guider l'outil selon des plans parallèles, et à modifier l'inclinaison de l'outil afin de générer des crêtes de hauteur constante. Ainsi, en imposant la direction de guidage de l'outil, nous empêchons l'apparition de boucles.

Annexe : vecteur de rotation instantanée

Soit un solide S attaché à un repère $R_I = \{O_I, x_I, y_I, z_I\}$ en mouvement dans un repère $R_0 = \{O, x_0, y_0, z_0\}$. Les vecteurs de base de R_I sont normés et orthogonaux. Soit $\boldsymbol{\Omega}$ le vecteur rotation de S ou de R_I par rapport à R_0 . La formule du repère mobile nous permet d'écrire :

$$\left(\frac{dx_I}{dt}\right)_{R_0} = \boldsymbol{\Omega} \wedge x_I \quad \left(\frac{dy_I}{dt}\right)_{R_0} = \boldsymbol{\Omega} \wedge y_I \quad \left(\frac{dz_I}{dt}\right)_{R_0} = \boldsymbol{\Omega} \wedge z_I \quad (18)$$

En multipliant chaque terme par le vecteur de base considéré on écrit :

$$x_I \wedge \frac{dx_I}{dt} + y_I \wedge \frac{dy_I}{dt} + z_I \wedge \frac{dz_I}{dt} = x_I \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge x_I) + y_I \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge y_I) + z_I \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge z_I) \quad (19)$$

En utilisant la réduction des doubles produits vectoriels :

$$A \wedge (B \wedge C) = B \cdot (A \cdot C) - C \cdot (A \cdot B) \quad (20)$$

on obtient :

$$x_I \wedge \frac{dx_I}{dt} + y_I \wedge \frac{dy_I}{dt} + z_I \wedge \frac{dz_I}{dt} = \boldsymbol{\Omega} - x_I \cdot (\boldsymbol{\Omega} \cdot x_I) + \boldsymbol{\Omega} - y_I \cdot (\boldsymbol{\Omega} \cdot y_I) + \boldsymbol{\Omega} - z_I \cdot (\boldsymbol{\Omega} \cdot z_I) \quad (21)$$

et en regroupant les termes :

$$x_I \wedge \frac{dx_I}{dt} + y_I \wedge \frac{dy_I}{dt} + z_I \wedge \frac{dz_I}{dt} = 3\boldsymbol{\Omega} - (\boldsymbol{\Omega} \cdot x_I + \boldsymbol{\Omega} \cdot y_I + \boldsymbol{\Omega} \cdot z_I) = 2\boldsymbol{\Omega} \quad (22)$$

finalement :

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2} \left(x_I \wedge \frac{dx_I}{dt} + y_I \wedge \frac{dy_I}{dt} + z_I \wedge \frac{dz_I}{dt} \right) \quad (23)$$

Références bibliographiques

- [1] C.J. Chiou, Y.S. Lee, A shape-generating approach for multi-axis machining G-buffer models, *Computer-Aided Design*, vol. 31, p. 761–776, 1999.
- [2] B. Choi, R. Jerard, *Sculptured Surface Machining - Theory and Applications*, *Kluwer Academic Publishers*, 1998.
- [3] E. Duc, C. Lartigue, C. Tournier, P. Bourdet, A new concept for the design and the manufacturing of free-form surfaces: the machining surface, *Annals of the CIRP*, vol. 48/1, pp. 103-106, 1999.
- [4] J-Y Hascoet, *Optimisation du Processus de Fabrication en Ingénierie Concourante*, Thèse d'Habilitation, Ecole Centrale de Nantes, 1998.
- [5] C. Lartigue, E. Duc, C. Tournier, Machining of free-form surfaces and geometrical specifications, *IMechE Journal of Engineering Manufacture*, vol. 213, pp.21-27, 1999.
- [6] Y.S. Lee, Non isoparametric tool path planning by machining strip evaluation for 5-axis sculptured surface machining, *Computer-Aided Design*, vol. 30, no. 7, p. 559-570, 1998.
- [7] Y.S. Lee, Admissible tool orientation control of gouging avoidance for 5-axis complex surface machining, *Computer-Aided Design*, vol. 29, no. 7, p. 507-521, 1997.
- [8] R-S. Lin, Y. Koren, Efficient tool-path planning for machining free-form surfaces *Journal of Engineering for Industry*, vol. 118, February 1996.
- [9] C-C. Lo, Efficient Cutter-path planning for five-axis surface machining with flat-end cutter, *Computer-Aided Design*, vol. 31, no. 9, p.557-566, 1999.
- [10] R. Sarma, D. Dutta, The Geometry and Generation of NC Tool Paths, *Journal of Mechanical Design*, vol. 119, 1997.
- [11] K. Suresh, D.C.H. Yang, Constant scallop-height machining of free-form surfaces, *Journal of Engineering for Industry*, vol. 116, May 1994.
- [12] C. Tournier, E. Duc, A surface based approach for constant scallop height tool path generation, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 19, pp. 318-324, 2002.
- [13] C. Tournier, E. Duc, C. Lartigue, A.Contri, The concept of the machining surface in 5-axis milling of free-form surfaces, *Conférence conjointe IDMME'2000 - Forum SCGM 2000 Montréal*, 17-19 mai 2000.
- [14] C. Tournier, *Contribution à la conception des formes complexes : la surface d'usinage en fraisage à 5axes isocrêtes*, Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, Décembre 2001

Notations

S_n : surface nominale

S_i : surface isocrête

R : rayon principal de l'outil (mm)

r : rayon de coin de l'outil (mm)

hc : hauteur de crête (μm)

C_L : point centre de l'outil

C_C : point de contact entre l'outil et la surface nominale S_n

P : point de crête

K : point piloté sur la surface d'usinage

T : tangente à la courbe de crête

\mathbf{n} : vecteur normal à la surface unitaire

\mathbf{f} : vecteur tangent à la trajectoire suivie par le point piloté de l'outil

\mathbf{t} : vecteur bitangent tel que $(\mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ forme un trièdre direct

\mathbf{u} : vecteur directeur de l'axe outil

\mathbf{v} : vecteur radial

θ_t : angle d'inclinaison

θ_n : angle de pivotement

(ξ^1, ξ^2) : paramètres de la surface nominale