



**HAL**  
open science

## Usinage de formes gauches : génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante

Christophe Tournier, Emmanuel Duc

► **To cite this version:**

Christophe Tournier, Emmanuel Duc. Usinage de formes gauches : génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante. Colloque national AIP- PRIMECA, Mar 2001, La Plagne, France. hal-01223055

**HAL Id: hal-01223055**

**<https://hal.science/hal-01223055>**

Submitted on 1 Nov 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Usinage de formes gauches : génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante**

**Christophe Tournier, Emmanuel Duc**

Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée  
Ecole Normale Supérieure de Cachan  
94235 Cachan, FRANCE  
E-mail:tournier@lurpa.ens-cachan.fr

## **Résumé**

Nous présentons une méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante en fraisage à trois axes avec outil hémisphérique. Cette stratégie d'usinage est intéressante dans la mesure où elle minimise le nombre de passes pour des spécifications géométriques de défaut de forme et d'état de surface données. Notre approche s'appuie sur le concept de la surface d'usinage qui procure une représentation surfacique des trajets de l'outil et permet une modélisation exacte de la crête laissée par l'usinage. Cette approche est comparée aux méthodes usuelles développées dans la littérature selon des critères de précision et de capacité à traiter les discontinuités en courbure des surfaces. Le problème de la planification des trajectoires iso-crêtes sur une surface présentant d'importantes évolutions de courbure est abordé par la suite.

## **Abstract**

We present in this communication a method to generate constant scallop height tool paths in 3-axis milling with ball endmill. This machining strategy is interesting because it minimises the number of tool paths for a given geometrical specification of form deviation and surface roughness. Our approach is based on the concept of the machining surface which provides a surface representation of the tool paths and an exact model of the scallop generated by the tool path. This approach is confronted with the methods previously developed in the literature in term of precision and more particularly on the processing of curvature discontinuities. Then the constant scallop height tool path planning is evaluated on surfaces of great curvature variations.

## **1 Introduction**

L'obtention des pièces de formes complexes, du type moule ou matrice, en fraisage en bout par balayage nécessite la construction de trajets d'usinage successifs et leur juxtaposition en fonction d'une stratégie d'usinage. La stratégie d'usinage regroupe les choix d'une stratégie d'usinage, d'un pas de discrétisation longitudinal (tolérance de flèche) et d'un pas de discrétisation transversal (hauteur de crête). La qualité des pièces usinées et les performances du processus d'usinage sont étroitement liés au pas d'échantillonnage longitudinal, qui influe sur le défaut de forme et l'état de surface, et au pas transversal qui influe sur l'état de surface et le temps d'usinage. Optimiser le processus revient à identifier la stratégie d'usinage et les pas optimaux, qui permettent de minimiser le temps d'usinage tout en respectant les spécifications géométriques. En particulier, l'usinage à hauteur de crête constante (iso-crête) est une stratégie d'usinage qui semble proposer une amélioration du processus. Cependant, les problèmes de calcul de trajectoires et de traitement des discontinuités de surface font que cette stratégie n'est pas encore répandue industriellement. Dans la

littérature, les travaux qui traitent de la génération de trajectoires iso-crêtes dans le cadre du fraisage à trois axes avec outil hémisphérique sont ceux de Lin & Koren [6], de Sarma & Dutta [9] et de Suresh & Yang [10].

Dans cet article, nous étudions l'apport du concept de la surface d'usinage pour la génération de trajets d'usinage à hauteur de crête constante. La surface d'usinage est une représentation surfacique des trajets d'usinage [1][2]. L'approche surfacique apporte une représentation continue de la trajectoire dans les directions longitudinale et transversale, alors que les méthodes conventionnelles considèrent celle-ci au mieux sous forme de courbes (continue dans une direction) mais couramment sous forme de points (discontinue). En particulier, la modélisation continue dans la direction transversale permet de résoudre de manière exacte le calcul de la trajectoire iso-crête.

Dans la suite de l'article, le concept de la surface d'usinage est exposé ainsi que son utilisation pour générer des trajets iso-crêtes. L'approche est ensuite confrontée aux méthodes existantes et plus précisément sur son aptitude à franchir les discontinuités en courbure de surfaces.

## 2 Le concept de la surface d'usinage

Le concept de la surface a été développé dans le but d'améliorer la qualité des surfaces usinées en associant une représentation surfacique aux trajets d'usinage. Les gains qualitatifs proviennent tout d'abord de l'intégration des contraintes fonctionnelles de conception dans la construction de la surface d'usinage de sorte que la surface usinée réponde aux contraintes du concepteur [2]. Du point de vue de la génération de trajectoires, les améliorations proviennent de la représentation surfacique et continue du trajet de l'outil, contrairement aux approches conventionnelles où le trajet est une représentation discrète. La définition de la surface d'usinage est la suivante (Fig. 1) : la surface d'usinage est une surface qui contient l'ensemble des caractéristiques géométriques nécessaires au pilotage de l'outil, telle que la surface enveloppe du mouvement de l'outil couvrant cette surface donne la forme attendue [1].

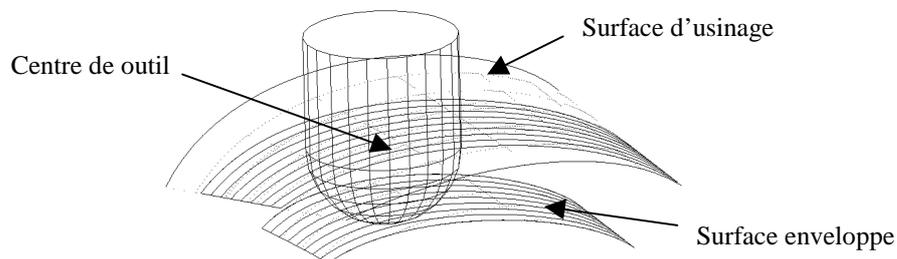


Figure 1 : Surface d'usinage et surface enveloppe

A chaque géométrie d'outil et pour chaque type d'usinage, 3 ou 5 axes, en bout ou sur le flanc, correspond une définition plus précise de la surface d'usinage [2]. Dans le cadre du fraisage à trois axes avec outil hémisphérique, la définition de la surface d'usinage correspond à la surface parallèle si le point fixe considéré est le centre de la sphère modélisant la partie active de l'outil.

La génération de trajectoires à l'aide de la surface parallèle a déjà fait l'objet de travaux [4], [11]. Parmi les problèmes rencontrés, les plus contraignants sont les problèmes de boucles [7] et de précision [3]. Le problème de boucles où d'auto intersection des surfaces parallèles provient de l'utilisation d'un outil dont le rayon est plus grand que le rayon de courbure concave de la surface. Aussi, afin de nous affranchir des problèmes de boucles, nous utilisons des outils dont le rayon est plus petit que le plus petit rayon de courbure concave de la surface à usiner. Ceci paraît cohérent dans le cadre de l'usinage de finition dans lequel nous nous plaçons pour générer des trajets iso-crêtes. Les problèmes de précision proviennent du modèle de représentation des surfaces parallèles. En effet dans la majorité des cas, il n'est pas possible de modéliser ces surfaces par une surface paramétrée de type NURBS sans approximation [10]. C'est pourquoi nous adopterons dans notre étude une représentation implicite de la surface d'usinage :

$$S_u(u, v) = S_n(u, v) + R \cdot N(u, v)$$

L'intérêt d'utiliser la surface d'usinage pour générer des trajets à hauteur de crête constante avec un outil hémisphérique vient du fait que l'on pilote directement le point centre de l'outil. En effet la distance entre le centre de l'outil et le point de crête associé est constante et égale au rayon de l'outil, alors que la distance entre le point de contact et le point de crête varie. Aussi le passage du centre de l'outil au point de crête en utilisant la surface d'usinage est direct contrairement aux méthodes usuelles pour lesquelles le point piloté est le point de contact outil surface  $C_c$ .

### 3 La géométrie du trajet iso-crête

Ce paragraphe aborde la modélisation géométrique du problème, et la méthode de calcul que nous proposons. Considérons deux trajets adjacents  $C_i$  et  $C_{i+1}$  situés sur la surface d'usinage  $S_u$ , surface offset de magnitude  $R$ , et la surface iso-crête  $S_i$  surface offset de magnitude égale à la hauteur de crête  $hc$ . Sur chaque trajet, la surface enveloppe du mouvement de l'outil est une surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil  $R$  dont la génératrice est la courbe suivie par le centre de l'outil. La crête engendrée par les deux trajets est donc la courbe intersection des deux surfaces enveloppes. Dans le cas d'un usinage à hauteur de crête constante, cette courbe intersection appartient à la surface iso-crête  $S_i$ . Pratiquement, le problème géométrique exposé ci-dessus peut être découpé en deux problèmes successifs (Fig. 2). La première partie du problème consiste à trouver la courbe de crête  $T_i$  engendrée par le premier trajet  $C_i$ .  $T_i$  est l'intersection de la surface enveloppe associée à  $C_i$  avec la surface iso-crête  $S_i$ . Dans la seconde partie (Fig. 3), il s'agit de construire le trajet  $C_{i+1}$  sur la surface d'usinage  $S_u$  à partir de la courbe de crête. La courbe de crête  $T_i$  est l'intersection des deux surfaces enveloppes associées  $C_i$  et  $C_{i+1}$ .

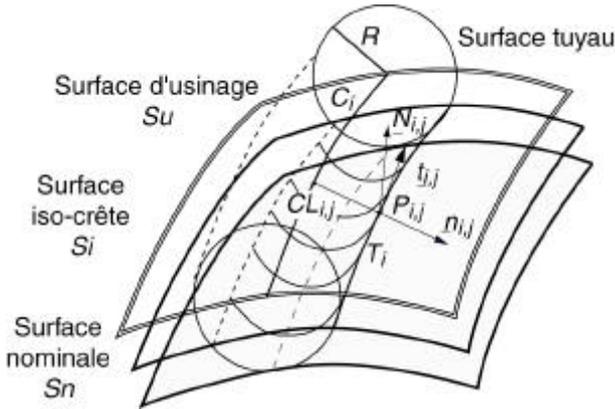


Figure 2 : construction de la courbe de crête

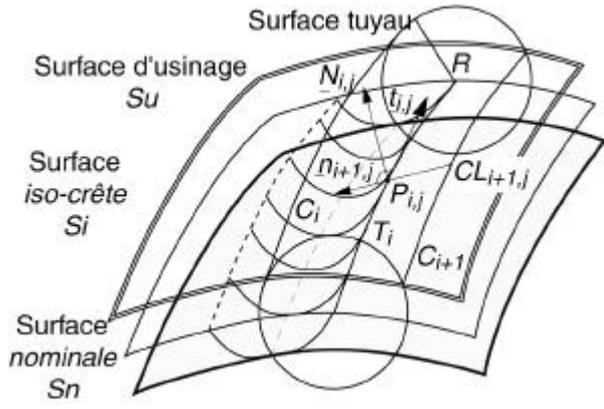


Figure 3 : construction du trajet adjacent

Nous montrons maintenant que la courbe cherchée  $C_{i+1}$  est l'intersection de la surface d'usinage avec la surface tuyau engendrée par la courbe de crête  $T_i$ .

En chaque point  $P_{i,j}$  de la courbe de crête  $T_i$ , la tangente à  $T_i$  est donnée par :

$$\mathbf{t}_{i,j} = \mathbf{n}_{i,j} \wedge \mathbf{n}_{i+1,j} \quad (1)$$

avec  $\mathbf{n}_{i,j}$  et  $\mathbf{n}_{i+1,j}$  les normales unitaires aux surfaces enveloppes au point considéré avec :

$$\mathbf{n}_{i,j} = \overrightarrow{CL_{i,j}P_{i,j}} \quad \mathbf{n}_{i+1,j} = \overrightarrow{CL_{i+1,j}P_{i,j}} \quad (2)$$

$CL_{i,j}$  et  $CL_{i+1,j}$  sont les positions outils qui ont engendré le point de crête  $P_{i,j}$ .

A un point de crête  $P_{i,j}$  on peut donc associer un point centre outil  $CL_{i+1,j}$  sur le trajet  $C_{i+1}$  avec :

$$\text{dist}(CL_{i+1,j}, P) = R \quad \mathbf{n}_{i+1,j} \cdot \mathbf{t}_{i,j} = 0 \quad (3)$$

Le trajet recherché  $C_{i+1}$ , ensemble des points  $CL_{i+1,j}$  est donc situé sur une surface tuyau de rayon  $R$  dont la génératrice est la courbe de crête  $T_i$ . Finalement, le trajet  $C_{i+1}$  est donc bien l'intersection de la surface tuyau précédente et de la surface d'usinage. De plus, on remarque que l'intersection de la surface enveloppe associée à  $T_i$  avec la surface d'usinage  $S_u$  donne en réalité deux courbes dont  $C_{i+1}$  mais également  $C_i$ , ce qui est en accord avec (1) et (2). La construction des trajets iso-crêtes peut donc être menée par des intersections successives entre des surfaces tuyaux et les surfaces  $S_u$  et  $S_i$ .

## 4 Etude comparative des différentes méthodes

### 4.1 Discrétisation de la méthode de la SU

Nous cherchons maintenant à comparer notre approche aux méthodes usuelles. Pour cela nous sommes obligés d'adapter notre approche pour nous placer dans des configurations similaires.

Les méthodes développées par Lin & Koren [6], Sarma & Dutta [9] et Suresh & Yang [10] ont en commun de planifier les trajets de l'outil dans l'espace paramétrique de la surface à usiner tout en utilisant ses deux premières formes fondamentales pour connaître les caractéristiques de la surface nominale au point considéré. Le trajet initial est échantillonné pour calculer les points du trajet suivant. Ce dernier est alors construit par interpolation des points calculés et ainsi de suite.

Afin de pouvoir comparer les performances de notre approche avec les méthodes existantes et pour ne pas laisser d'ambiguïtés sur la façon dont sont générées les intersections de surfaces, nous proposons de générer les trajets successifs point par point dans le domaine paramétrique de la surface d'usinage. Le trajet initial est donc échantillonné et en chaque point nous calculons le point de crête associé ainsi que le point correspondant du trajet adjacent consécutif. Le problème résolu précédemment est découpé en deux parties, en définissant les sphères  $S_1$  et  $S_2$  comme la partie active de l'outil (Fig. 4) :

- recherche du point  $P_{i,j}$  élément de la courbe de crête quand l'outil se trouve au point  $CL_i$  sur le trajet initial
- recherche du point  $CL_{i+1}$  du trajet suivant à l'aide du point de crête  $P_{i,j}$
- Le point  $P_{i,j}$  et le point  $CL_{i+1}$  sont donnés par :

$$P = \{S_{Sh}\} \cap \{Plane P_1\} \cap \{Sphere S_1\} \quad CL_{i+1} = \{S_{Sh}\} \cap \{Plane P_2\} \cap \{Sphere S_2\} \quad (5)$$

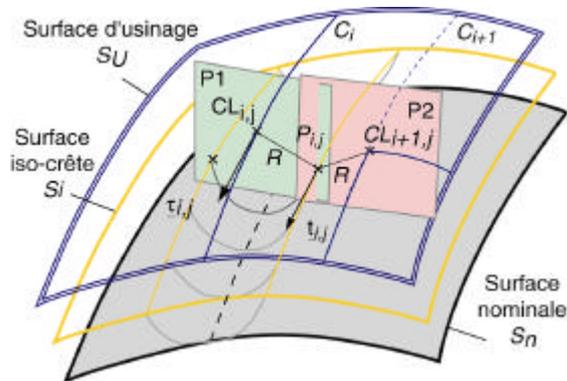


Figure 4 : Construction des points avec la surface d'usinage

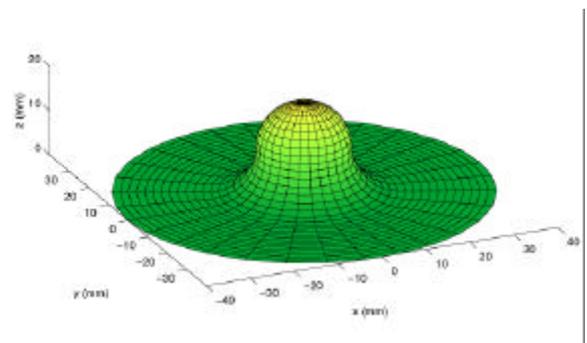


Figure 5 : Surface de test proposée

Contrairement à [6] et [10] où l'on fait l'hypothèse que le problème est plan, c'est à dire que les points  $CL_{i,j}$  et  $CL_{i+1,j}$  sont dans le plan orthogonal à  $C_i$  en  $CL_{i,j}$  la construction se fait dans deux plans différents. Le point  $P_{i,j}$  se trouve dans le plan  $P_1 (CL_{i,j}, \underline{t}_i)$  et le point  $CL_{i+1,j}$  dans le plan  $P_2 (CL_{i+1,j}, \underline{t}_{i+1})$ . En réalité, le problème est effectivement plan car les trois points  $P_{i,j}$ ,  $CL_{i,j}$  et  $CL_{i+1,j}$  sont dans le plan  $P_2$  de normale  $\underline{t}_{i,j}$  mais celui ci n'est pas connu au début de la construction.

Dans les méthodes existantes, il est nécessaire d'associer une courbe à chaque ensemble de points  $C_L$  calculés pour générer les points du trajet suivant. Ceci pour pouvoir calculer la tangente au trajet de l'outil ou à la courbe de crête nécessaire pour définir le plan d'étude. Avec la méthode de la surface d'usinage, la construction des points  $C_L$  ne nécessite pas d'associer une courbe aux points calculés pour déterminer les suivants. La tangente est donnée par le produit vectoriel des normales aux surfaces dont on étudie l'intersection. Dans le cadre de notre étude, la méthode d'association de courbe retenue est l'interpolation par courbes B-splines cubiques. On utilise un paramétrage proportionnel à la longueur de corde [8].

La comparaison est appliquée à une surface de test (Fig. 5) qui présente à la fois des portions de surfaces continues C2 et des discontinuités en courbure. Cela nous permet d'étudier la robustesse des algorithmes présentés. Après analyse, il apparaît que la principale différence entre les méthodes se situe au niveau des discontinuités en courbure. De plus, nous avons constaté que la planification de trajets iso-crête n'aboutit pas car la forme de la surface provoque des boucles sur le trajet. Ces aspects sont développés dans les paragraphes suivants.

## 4.2 Traitement des discontinuités en courbure

Nous étudions dans cette partie le passage des discontinuités en courbure. En effet, les méthodes existantes font l'hypothèse que la courbure de la surface est constante autour du point considéré. Ceci n'est pas un problème lors de l'usinage d'une surface constituée d'un seul carreau mais la plupart des pièces industrielles sont modélisées avec une multitude de carreaux raccordés si possible en courbure mais souvent en tangence. C'est par exemple le cas lorsque l'on introduit des congés de raccordement.

Nous allons donc étudier le comportement de l'algorithme proposé ainsi que ceux développés dans [9] et [10]. Pour cela, nous considérons l'usinage d'une sphère posée sur un plan avec un raccordement en tangence (Fig. 5). La surface est donc constituée d'une demi sphère (rayon 10 mm), d'une portion de tore (rayons 10 et 20 mm) et d'un plan. Elle présente deux discontinuités en courbure le long du profil. La première au raccordement entre le plan et le tore, la seconde entre le tore et la sphère. La hauteur de crête visée est de 10  $\mu\text{m}$ . La stratégie d'usinage adoptée est un usinage selon les isoparamétriques circulaires partant de l'extérieur de la surface vers le sommet de la sphère. Les discontinuités se trouvent alors bien entre deux trajets adjacents. Nous observons les sillons laissés par l'outil au niveau des deux discontinuités de courbures avec les trois méthodes de calcul de trajets. On rappelle également que pour une hauteur de crête et un rayon outil donnés, les trajets sont plus (resp. moins) espacés quand la courbure est concave (resp. convexe). Préalablement aux tests, on peut calculer la hauteur de crête maximum qu'il est possible de générer avec une approximation de la courbure. Pour cela, il suffit de simuler le pire des cas, c'est à dire le calcul d'une hauteur de crête dans un cas convexe alors que la surface est concave et vice versa (Fig. 6). Ainsi la hauteur de la crête en erreur vaut approximativement 30  $\mu\text{m}$  lors du passage du tore à la sphère.

Pour comparer les méthodes, les sillons laissés par l'outil sont construits avec la méthode du Z-buffer. On construit dans la zone qui nous intéresse un réseau de droites parallèles orientés à 45 degrés par rapport à l'axe z, ce qui permet d'avoir une répartition homogène des points d'intersection entre le réseau de droites et la surface. Comme le pas de la grille du réseau est de 25  $\mu\text{m}$ , une crête est représentée par un minimum de 20 points. Ensuite, on effectue les intersections entre ce réseau de droites et les surfaces enveloppes du mouvement de l'outil, des portions de cylindres dont les axes sont les segments de droites interpolant le trajet calculé.

Les résultats montrent que les méthodes de [9] (Fig. 8) et [10] (Fig. 9) génèrent des crêtes anormales au passage des discontinuités, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de la surface d'usinage (Fig. 7). Lors du passage du tore à la sphère, la crête est plus haute que les autres au passage de la discontinuité. La distance entre passes est calculée comme si la courbure était concave (tore) alors qu'elle est convexe (sphère). A distance entre passes constante, la hauteur de la

crête est donc plus grande sur la sphère que sur le tore. Les crêtes sont plus basses que la valeur maximum car il faudrait que le trajet précédant la discontinuité soit infiniment proche de celle-ci pour retrouver la valeur maximum, ce qui dépend de la position du trajet initial.

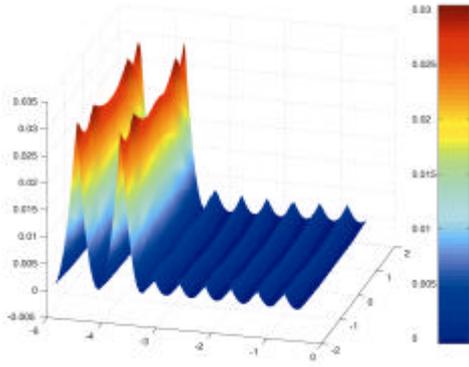


Figure 6 : Erreur maximum possible

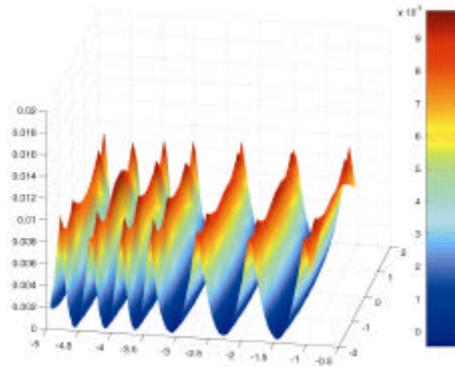


Figure 7 : méthode de la surface d'usinage

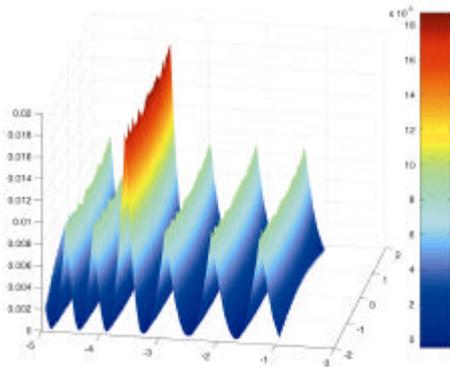


Figure 8 : méthode de Sarma & Dutta [9]

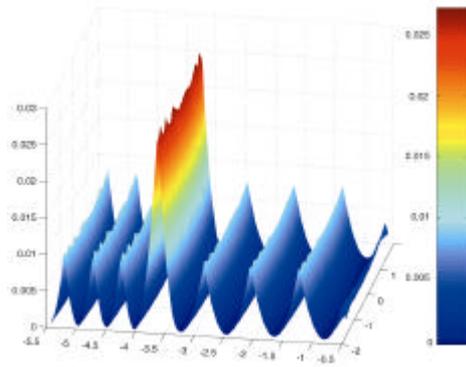


Figure 9 : méthode de Suresh & Yang [10]

Les résultats expérimentaux confirment nos hypothèses sur l'influence des approximations de la courbure dans les méthodes de [9] et [10]. Approcher une surface par sa sphère osculatrice lors du calcul des positions iso-crêtes de l'outil ne permet pas le franchissement des discontinuités en courbure. Ainsi il apparaîtra des marques sur les moules et matrices contenant de nombreux congés de raccordement. La méthode de la surface d'usinage quant à elle réussit parfaitement le franchissement des discontinuités en laissant une crête conforme aux spécifications.

## 5 Apparition de boucles dans les trajets

Lors de la génération des trajectoires successives de l'outil en trois axes avec un outil hémisphérique, le rayon de courbure de la trajectoire de l'outil évolue et peut devenir plus petite que le rayon de l'outil. Dans ce cas, la surface tuyau associée au trajet de l'outil est dégénérée car elle s'auto-intersecte (Fig. 10). Les trajets résultants présentent donc des boucles qui interdisent le recours à cette stratégie d'usinage (Fig. 11). Si on utilise malgré cela une telle stratégie, alors l'outil passe plusieurs fois au même endroit et la suppression des boucles fait apparaître des discontinuités en tangence sur les trajets.

Après avoir étudié l'évolution de l'allure des trajets sur la surface de test (Fig. 5) en fonction de paramètres de hauteur de crête, du rayon outil et du trajet initial, on constate que c'est l'orientation du vecteur normal à la surface dans la direction du trajet d'usinage qui est la source du bouclage des trajets. En effet, les plans de coupe dans lesquels sont calculés les points du trajet suivant sont orientés par la tangente au trajet de l'outil. Cette tangente est donnée par le produit vectoriel de la normale à la surface avec la normale à la surface tuyau courante. Tant que les trajets sont construits sur la partie plane, le produit vectoriel considéré donne toujours un vecteur dirigé dans la même direction.

Ceci explique le comportement des points des trajets sur la surface plane, ainsi que le comportement du point qui passe par le sommet de la sphère (Fig. 11). Lorsque le point à déterminer se trouve sur le tore, la normale à la surface présente trois composantes non nulles. La tangente au trajet outil est alors quelconque.

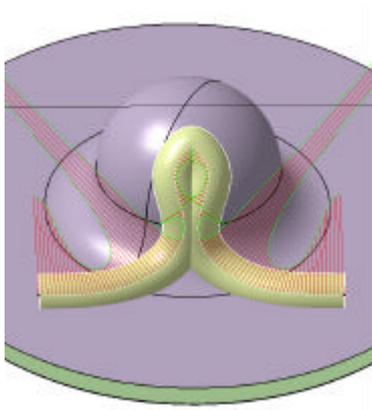


Figure 10 : Surface tuyau dégénérée

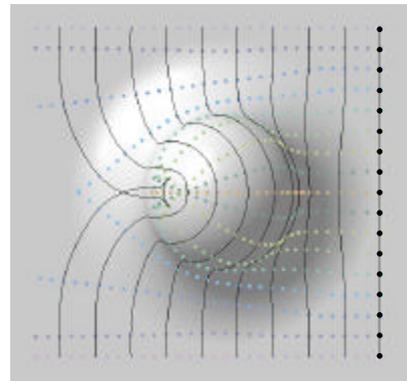


Figure 11 : Apparition de boucles

L'apparition des boucles est un phénomène produit par les surfaces à forte variation de courbure. Pour contourner ce problème, on propose de dégrader la stratégie iso-crête en une stratégie dans laquelle les points d'échantillonnage des trajets restent dans des plans parallèles. Par conséquent la hauteur de crête n'est plus constante. Cette stratégie se situe alors entre la stratégie en plans parallèles qui présente des resserrement de passes importants mais garanti la complétude du calcul du trajet et la stratégie à hauteur de crête constante qui génère des boucles. La figure 12 présente l'évolution du calcul à un instant donné ; alors que la stratégie iso-crête, représentée sur la partie haute de l'image, génère des boucles, la nouvelle stratégie présente une couverture quasi identique et aucune boucle. Avec cette nouvelle stratégie, la construction des points adjacents est plane comme dans la méthode de Suresh & Yang mais le plan de construction n'est plus perpendiculaire au trajet.

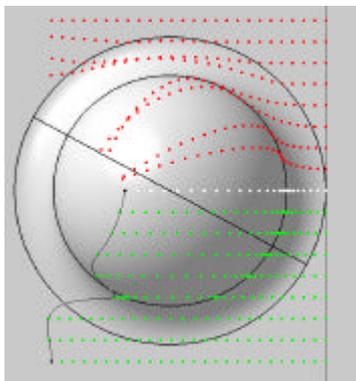


Figure 12 : génération de trajets pseudo iso-crêtes

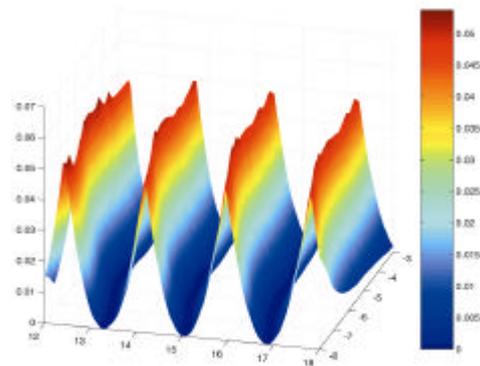


Figure 13 : crête résultante

D'autres essais montrent que la couverture de la surface reste supérieure à une stratégie d'usinage par plan parallèles. Les relevés montrent une hauteur de crête en erreur de 10 % (Fig. 13). Cependant, nous n'avons pas encore établi de modèle permettant de prévoir la hauteur de crête résultante avec cette nouvelle approche.

## 6 Conclusion

Le concept de la surface d'usinage nous permet d'adopter une nouvelle méthode de construction des trajets à hauteur de crête constante qui montre certains avantages dus à la connaissance exacte des tenseurs métriques et de courbures en chaque point du trajet de l'outil appartenant à la surface d'usinage. Les calculs sont donc plus précis et la méthode se révèle plus apte à traiter des discontinuités en courbure. Cependant la méthode présente un temps de calcul plus long.

Suite à ces travaux, nous constatons que la génération de trajectoires iso-crête sur des surfaces à forte évolution de courbure pose un problème de planification. Toutes les méthodes évaluées génèrent des trajets en auto-intersection lorsqu'ils présentent un rayon de courbure inférieur au rayon de l'outil. La recherche d'une approche qui minimise l'erreur sur la hauteur de crête et élimine les boucles devient un de nos objectifs.

## 7 Références

- [1] **Duc E.**, *Usinages des formes gauches, contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage*, Thèse de Doctorat ENS Cachan, 1998.
- [2] **Duc E., Lartigue C., Tournier C., Bourdet P.**, *A new concept for the design and the manufacturing of free-form surfaces : the machining surface*, Annals of the CIRP, vol 48/1, pp 103,106, 1999.
- [3] **Farouki R.T.**, *The approximation of non-degenerate offset surfaces*, Computer Aided Geometric Design, Vol 3, pp15-43, 1986
- [4] **Kim K.I., Kim K.**, *A new machine strategy for sculptured surfaces using offset surface*, International Journal of Production Research, Vol 33, No 6, 1995.
- [5] **Lartigue C., Duc E., Tournier C.**, *Machining of free-form surfaces and geometrical specifications*, ImechE Journal of Engineering Manufacture, Vol 213, 1999.
- [6] **Lin R-S., Koren Y.**, *Efficient tool-path planning for machining free-form surfaces* Journal of Engineering for Industry, vol. 118, february 1996.
- [7] **Maekawa T., Cho W., Patrikalakis N.M.**, *Computation of self intersections of offsets of Bezier Surface Patches*, Journal of Mechanical Design, Vol 119, June 1997.
- [8] **Piegl L., Tiller W.**, *The Nurbs Book*, Springer 1997.
- [9] **Sarma R., Dutta D.**, *The Geometry and Generation of NC Tool Paths*, Journal of Mechanical Design, vol. 119, 1997.
- [10] **Suresh K., Yang D.C.H.**, *Constant scallop-height machining of free-form surfaces*, Journal of Engineering for Industry, vol 116, May 1994.
- [11] **Tang K., Cheng C.C., Dayan Y.**, *Offsetting surface boundaries and 3-axis gouge free surface machining*, Computer Aided Design, Vol 27, No 12 : 915-927, 1995.