HAL
open science

Le nombre comme mémoire de la position

Annie Cariat, Claire Margolinas

To cite this version:

Annie Cariat, Claire Margolinas. Le nombre comme mémoire de la position. Bessot, Annie; Margolinas, Claire; Le Van Tien. Des mathématiques à l'école maternelle, Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh-ville, 2015. hal-01221895

HAL Id: hal-01221895

https://hal.science/hal-01221895v1

Submitted on 28 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Le nombre comme mémoire de la position

Annie Cariat, ESPE Clermont-Auvergne et Académie de Clermont-Ferrand
annie.cariat@univ-bpclermont.fr
Claire Margolinas, Laboratoire ACTé, Clermont-Université
claire.margolinas@univ-bpclermont.fr

Éléments de contexte

Avec Floriane Wozniak (Margolinas & Wozniak, 2013), nous avons travaillé sur le nombre ordinal et nous avons recherché une situation fondamentale pour le nombre ordinal, dont nous donnerons quelques éléments.

Pour situer, dans la liste des lettres : X, T, C, M, Z, C la lettre M est la quatrième lettre de la liste, le nombre 4 est donc l'expression de la position de la lettre M dans cette liste. La situation fondamentale de l'ordinal est donc liée à la position dans une liste et nous pouvons énoncer la situation fondamentale comme : « reproduire à distance une liste composée d'objets tous identiques sauf un ».

Nous avons élaboré une ingénierie didactique pour la recherche (Margolinas & Wozniak, 2013; Margolinas & Wozniak, 2014) qui a été expérimentée en juin 2012 dans deux classes d'enseignantes très expérimentées, l'une de ces enseignantes était Annie Cariat. Cette ingénierie s'appuie sur la reproduction d'un collier modèle (figure 1).

figure 1 : un collier modèle

Dans toutes les situations mises en place, les élèves disposent d'un fil avec un nœud à une extrémité, de neuf perles identiques et d'une perle différente des autres, la séquence expérimentale s'appuie sur l'évolution des situations. Dans un premier temps, la reproduction du modèle s'effectue avec le modèle visible, puis la reproduction s'effectue alors que le modèle ne se trouve pas dans le même espace (éloignement dans l'espace), puis alors que le modèle a été vu un jour ou deux avant la reproduction (éloignement dans le temps) et enfin alors que le modèle a été vu par un élève alors que la reproduction doit être faite par un autre élève (communication à autrui), suivant un schéma de séquence classique en théorie des situations (Brousseau, 1998).

Les buts de l'ingénierie didactique pour la recherche étaient de repérer les connaissances des élèves mises en œuvre dans les situations adidactiques élaborées et analysées par les chercheurs, de manière à comprendre l'effet de ces situations adidactiques

(Margolinas, Abboud-Blanchard, Bueno-Ravel, Douek, Fluckiger, Gibel, Vandebrouck, & Wozniak, 2011). Il s'agit donc de comprendre les interactions des élèves avec le milieu, et non pas l'enseignement du professeur. Nous avons donc organisé de façon très précise les rétroactions du milieu et nous avons restreint l'action des professeurs, en leur demandant notamment une neutralité lors de la phase de conclusion des procédures et un report de l'institutionnalisation en fin de séquence. Il s'agissait d'une nécessité méthodologique, car nous avions besoin, en tant que chercheur, d'information sur l'effet des situations adidactiques avec une interférence minimum du professeur. Il ne s'agit en aucun cas d'une conviction de notre part qu'il faut enseigner de cette manière, nous ne pensons pas en effet que le professeur doit rester neutre hors de situations expérimentales pour la recherche. Cette position de neutralité n'a pas été facile à adopter pour les professeurs, d'ailleurs. Ce que nous allons vous présenter maintenant est justement comment une enseignante expérimentée : Annie Cariat, après avoir participé à l'ingénierie pour la recherche, s'est appuyée sur cette expérience vécue pour construire un enseignement concernant la position et le nombre ordinal pendant trois ans (2013, 2014, 2015), et comment les situations qu'elle a construit pour cet enseignement ont évolué.

Développements dans le cadre professionnel

Après la recherche, Annie Cariat a utilisé des situations pour construire un enseignement du nombre position, car sa participation à la recherche lui a permis de prendre conscience qu'elle l'enseignait très peu dans sa classe précédemment.

Les premières modifications apportées ont été dictées par deux besoins. Un besoin pratique d'avoir un matériel plus facilement manipulable que les perles, ce qui a conduit au choix des cubes emboîtables.

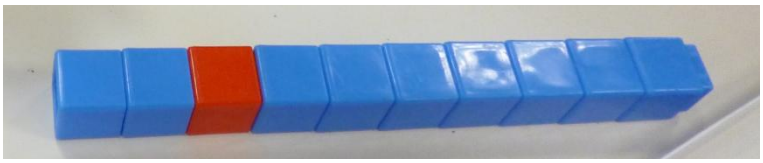

Figure 2 : un modèle réalisé avec des cubes emboîtables

La recherche d'un autre matériel a été guidé aussi par le besoin d'une origine qui n'était pas induite par la manipulation du matériel. Avec les colliers, le fil avait un nœud, qui jouait donc « naturellement » le rôle de l'origine. Au contraire, les cubes peuvent s'assembler aussi bien par le côté mâle (le « bouton », en suivant le vocabulaire employé par les élèves) ou bien par le côté femelle (le « trou », dans le vocabulaire des élèves), dans la figure 3, suivant la façon dont les cubes sont posés, on voit le « bouton » ou le « trou ».

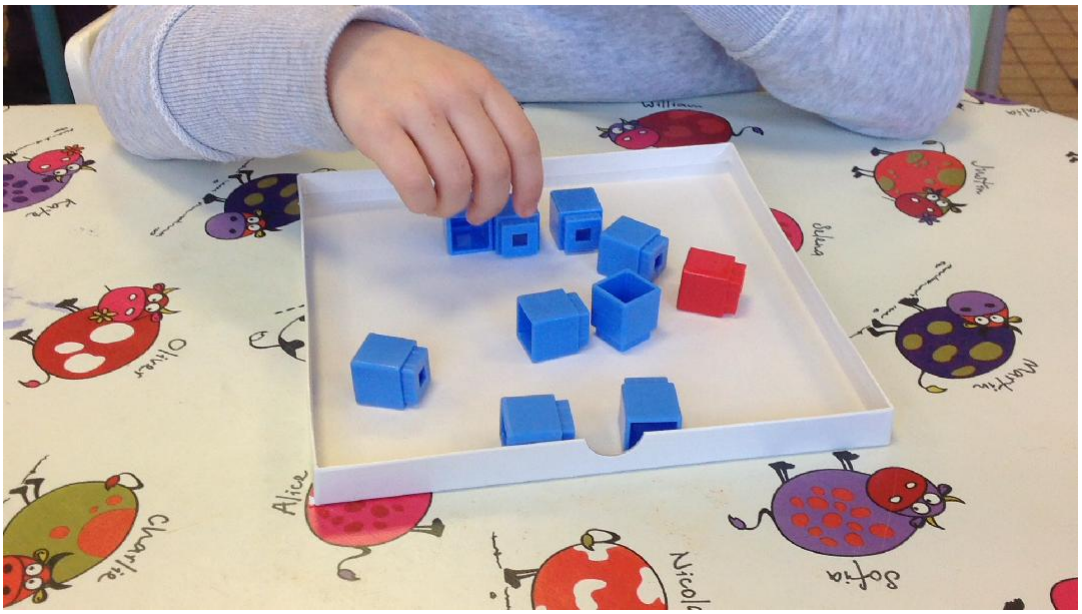

Figure 3 : le matériel proposé aux élèves pour reproduire le modèle

Par rapport à l'ingénierie didactique, Annie Cariat a conservé le nombre d'objets identiques (neuf) et l'unique objet différent. Elle a également conservé la nature et l'ordre des différentes phases des situations (action, éloignement dans l'espace, formulation à soi-même avec éloignement dans le temps, formulation à autrui), pour la première partie de sa progression.

Dans la première phase, les élèves ont à reproduire une barre identique au modèle qu'ils ont sous les yeux.

Dans la deuxième phase, le modèle a été déplacé, pas très loin, dans l'espace de la classe. Les élèves avaient donc à se rappeler du modèle et à refaire une barre identique. Annie a introduit dès cette phase la désignation du cube différent par deux données : celle de l'origine « en partant du bouton » ou « en partant du trou » et celle du nombre ordinal, par exemple « le cube rouge est le quatrième en partant du bouton ». Cette désignation a du sens pour les élèves parce qu'elle est donnée dans une situation où elle est une connaissance utile (Conne, 1992; Laparra & Margolinas, 2010). Dans le clip vidéo 1, tourné en 2014, Annie Cariat interroge un élève au début d'une séance au sujet de la désignation de la position du cube rouge, il s'agit d'un moment d'institutionnalisation de ce qui a été appris auparavant. Quand l'élève propose « en quatrième position », Annie Cariat s'appuie sur le collectif de la classe pour indiquer qu'il manque quelque chose « en quatrième position à partir du bouton ». Elle lui demande alors de désigner la position du cube rouge en partant du trou : « septième position en partant du trou ». La désignation de la position du cube rouge est donc institutionnalisée ainsi que l'importance de l'origine dans cette désignation, dans le contexte des barres de cubes : « Annie : pour donner la position du cube qu'est-ce que je dois choisir ? Une élève : le point de départ […] Annie : je pars du trou ou je pars du bouton/ mais je le dis au début/ je choisis au début ». Cette année, en 2015, Annie Cariat institutionnalise la donnée des informations en donnant tout d'abord l'origine, de manière à mettre en valeur

l'importance de cette origine. Au lieu de dire « le cube se trouve en quatrième position à partir du bouton », comme en 2014, Annie a décidé de désigner l'origine en premier « je pars du bouton, et le cube rouge est en quatrième position ». D'une année à l'autre, il y a des évolution en fonction de l'observation des élèves et de leurs difficultés.

Dans la troisième phase, les élèves disposent d'un modèle qu'ils regardent et manipulent aussi longtemps qu'ils ont envie. Ils doivent se rappeler de ce modèle pour construire leur barre à l'identique quelques jours plus tard. Ils sont ainsi dans l'obligation d'utiliser l'écrit (Peres, 1984) pour se rappeler de cette position. Dans un premier temps, ce message a été un dessin (figure 4)

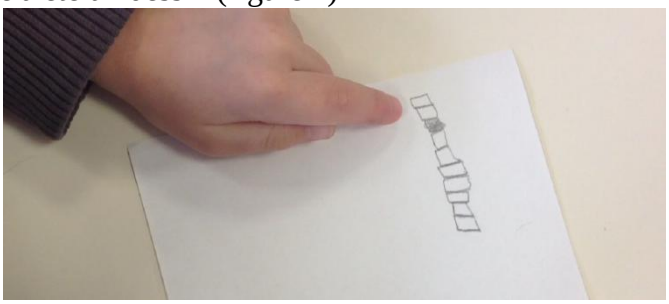

Figure 4 : Un dessin (première séance d'éloignement dans le temps)

Le travail sur ces dessins a permis de se rendre compte qu'il fallait symboliser une origine, ce qui n'était pas toujours le cas sur les premiers dessins produits, par exemple dans la figure 4, le dessin ne comporte pas d'origine visible, cependant, le cube rouge est représenté sur le dessin, en tournant la feuille, on peut obtenir représentation de la barre modèle.

Les dessins ont donc évolué vers des représentations comportant une origine (figure 5).

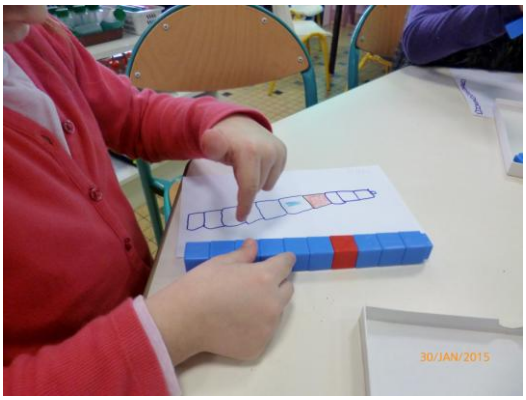

Figure 5 : un message écrit qui permet de reconstruire une barre identique au modèle

Annie Cariat a ensuite demandé aux élèves d'utiliser des nombres pour donner la position, pour faire évoluer les messages vers la désignation par l'ordinal écrit. Dans un premier temps, certains élèves utilisent une représentation qui comporte encore un dessin associé au nombre (figure 6).

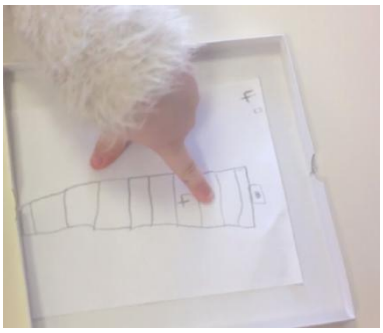

Figure 6 : urne représentation qui associe le nombre ordinal et le dessin

Dans un autre clip vidéo, nous voyons une élève qui n'a pas réussi à lire son message, ce qui a conduit à une erreur de reconstruction de la barre (figure 7).

Figure 7 : une erreur dans la reproduction du modèle

L'intervention du professeur consiste alors à s'interroger sur la nature de l'erreur : « Annie Cariat : est-ce que c'est parce que tu as mal construit ou est-ce que c'est parce que tu as fait un message qui n'est pas juste ». C'est donc le message qui est maintenant examiné (figure 8).

Figure 8 : le message

L'élève lit à nouveau son message : « il est en sixième position à partir du bouton ». Cette élève a oublié comment elle avait symbolisé le bouton, elle a donc compté le symbole comme un premier cube, ce qui a conduit à l'erreur dans la reproduction du modèle, qui est donc une erreur de lecture lié à une maladresse dans la symbolisation. La maîtresse intervient dans l'interprétation de la difficulté « Annie Cariat : c'est parce que je crois que ton dessin tu ne t'es plus rappelée/ je crois que ce qui est tout en haut c'est le bouton », elle compte alors « un, deux, trois, quatre, cinq ». La phase suivante va constituer à un travail sur l'écriture chiffrée sans le dessin.

Conclusion

Il convient d'insister sur ce travail de développement du professeur qui va reprendre tous les ans certains éléments en fonction d'une réflexion qui s'appuie sur l'observation des élèves dans l'évolution des situations. Certaines de ces évolutions sont apparemment minimes, comme celle de désigner l'origine avant toute donnée chiffrée ou bien de la donner après, cependant, ces modifications mineures peuvent avoir un impact important sur l'évolution favorable des connaissances des élèves.

Depuis 2012 (première année de l'ingénierie), nous avons conduit (avec Olivier Rivière) des évaluations en fin d'année dans la classe d'Annie Cariat. Nous présentons maintenant quelques éléments de réflexion tirés des données d'évaluation.

En 2012, à l'issue de l'ingénierie pour la recherche, les élèves ont utilisé majoritairement une écriture originale que nous avons appelée « quantité orientée » (Margolinas & Wozniak, 2014), comme dans la figure 9. L'orientation de l'écriture de gauche à droite permet de lire les quantités ordonnées : cinq (perles rouges) puis une perle différente (bleue) puis quatre perles rouges.

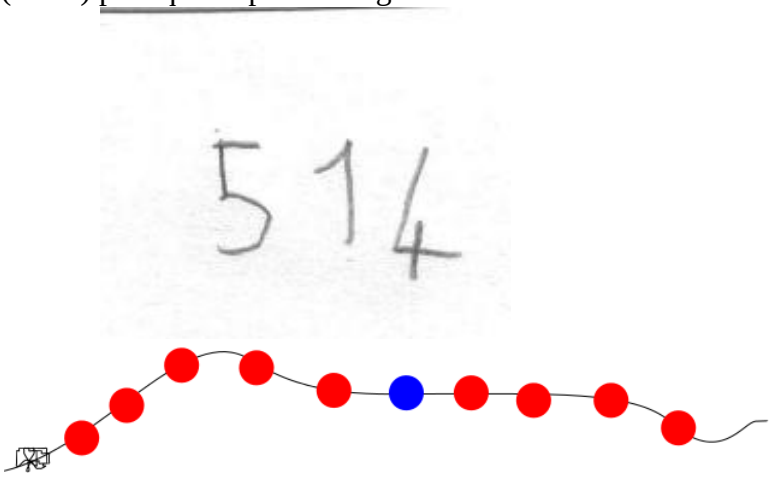

Figure 9 : écriture de la quantité orientée

Quelques élèves seulement ont utilisé spontanément une écriture ordinale, souvent en l'associant avec des cardinaux, comme dans la figure 10. Manon explique : « d'abord il y a quatre blanches, elle est en cinquième, et après il y a cinq perles blanches », elle utilise donc linguistiquement correctement les nombres cardinaux et ordinaux qui expliquent son écrit.

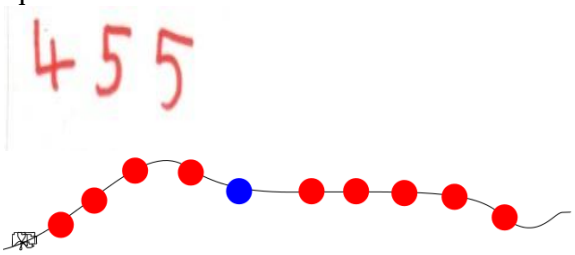

Figure 10 : écriture de Manon (2012)

En conclusion de l'ingénierie pour la recherche (2012), nous considérons que les interactions avec le milieu permettent de construire la quantité orienté, connaissance nouvelle qui rend compte de la position. Cependant, le principe de l'économie du nombre ordinal n'est

pas nécessaire dans ces situations ((Margolinas & Wozniak, 2013), seulement 7% des élèves en font usage durant l'évaluation.

En 2013, dans la classe d'Annie Cariat, suite à l'institutionnalisation de l'ordinal pour désigner des position, on constate une nette évolution, puisqu'environ 37% des élèves utilise l'ordinal pour donner la position d'une perle colorée dans un collier, matériel qu'ils n'ont jamais rencontré auparavant (puisqu'ils avaient travaillé sur des barres de cubes). Certains d'entre eux montrent par leur schéma une amorce de construction d'un repère (figure 11)

Figure 11 : 2013 : schéma similaire à un repère pour désigner la position d'une perle coloré dans un collier

L'usage du nombre ordinal se banalise au point qu'une élève, lors de l'évaluation, fait d'abord un joli dessin (qui ne sert à rien dans la situation) et écrit ensuite 6 en disant « je mets 6 pour dire que la perle est en sixième position » (figure 12).

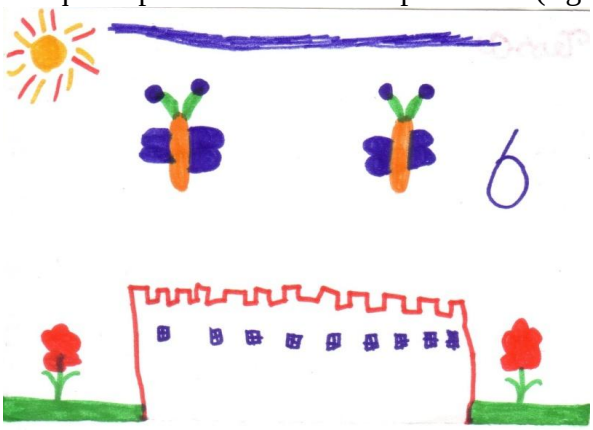

Figure 12 : le dessin de Tessa

En 2014, environ 67% des élèves utilisent l'ordinal pour désigner un cube différent dans une barre de cubes (matériel qu'ils ont utilisé toute l'année) et 56% dans le cas des perles (matériel qu'ils ne connaissaient pas). Le nombre est utilisé seul, sans représentation. Cependant, l'explicitation de l'origine reste difficile, comme dans la figure 13.

Figure 13 : deux production d'élèves qui utilisent l'ordinal pour désigner la position d'un cube dans une barre de cubes

Sans attacher trop d'importance aux résultats chiffrés, nous pouvons conclure que les évolutions qu'Annie Cariat a apporté à son enseignement produisent des résultats positifs. Cette évolution est liée, pour ce professeur, à l'observation des réponses des élèves, à la fois en classe et données par l'évaluation finale réalisée de façon plutôt standardisée par les chercheurs années après années. Cependant la conclusion principale est bien que le nombre ordinal est enseignable, au niveau de l'école maternelle, à des enfants de 5-6 ans.

Références

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(2-3), 221-270.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2010). Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. *Pratiques, 145-146*(Didactique du français (1)), 141-160. http://www.pratiques-cresef.com/p145_la1.pdf

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2013). Le nombre comme mémoire de la position : un révélateur des besoins praxélogiques des professeurs. *XVIIe école d'été de didactique des mathématiques*.

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2014). Early construction of number as position with young children: a teaching experiment. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education 46*(1), 29-44. http://dx.doi.org/10.1007/s11858-013-0554-y

Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., Vandebrouck, F., & Wozniak, F. (Eds.). (2011). *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.

Peres, J. (1984). *Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire. Construction d'un code de désignation à l'école maternelle.* Université de Bordeaux 1.