



HAL
open science

La démarche d'investigation en mathématiques et en SVT

Magali Hersant, Denise Orange-Ravachol

► **To cite this version:**

Magali Hersant, Denise Orange-Ravachol. La démarche d'investigation en mathématiques et en SVT. Recherches en éducation, 2015, 21, pp.95-108. hal-01217968

HAL Id: hal-01217968

<https://hal.science/hal-01217968v1>

Submitted on 11 Jul 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Recherches en éducation

21 | 2015

Les démarches d'investigation et leurs déclinaisons en mathématiques, physique, sciences de la vie et de la Terre

Démarche d'investigation et problématisation en mathématiques et en SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union

Inquiry based learning in mathematics and earth science education: from issues dividing to reasons for union

Magali Hersant et Denise Orange-Ravachol



Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/ree/7533>

DOI : 10.4000/ree.7533

ISSN : 1954-3077

Éditeur

Nantes Université

Ce document vous est fourni par Nantes Université



Référence électronique

Magali Hersant et Denise Orange-Ravachol, « Démarche d'investigation et problématisation en mathématiques et en SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union », *Recherches en éducation* [En ligne], 21 | 2015, mis en ligne le 01 janvier 2015, consulté le 11 juillet 2024. URL : <http://journals.openedition.org/ree/7533> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/ree.7533>



Le texte seul est utilisable sous licence CC BY-NC-ND 4.0. Les autres éléments (illustrations, fichiers annexes importés) sont « Tous droits réservés », sauf mention contraire.

Démarche d'investigation et problématisation en mathématiques et en SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union

Magali Hersant & Denise Orange-Ravachol¹

Résumé

En France, les programmes d'enseignement récents de mathématiques, de sciences et de technologie promeuvent l'engagement des élèves de l'école et du collège dans des démarches d'investigation contribuant à l'appropriation de compétences communes. Comment est-il possible qu'une même démarche réunisse à la fois les mathématiques et les sciences ? Notre communication montre que les différences entre les disciplines pointées par l'institution (l'expérimentation, les modalités de validation) font problème. Elle étudie la possibilité de réunir ces disciplines en considérant la construction des savoirs qu'elles opèrent comme des problématisations.

Dans l'enseignement en France (primaire ou secondaire), on assiste depuis quelques années à une volonté institutionnelle de rapprocher les mathématiques et les sciences (sciences de la vie et de la Terre, sciences physiques et chimiques, technologie). Ce rapprochement se concrétise, en particulier, dans les récents programmes d'enseignement du collège (MEN, 2008) dont l'introduction est commune à toutes ces disciplines, dans le socle commun de connaissances et de compétences (MENESR, 2006) où la compétence 3 les réunit explicitement, enfin dans une modalité pédagogique commune, la démarche d'investigation, à partir de laquelle il s'agit d'élaborer des savoirs scientifiques, de les mettre en texte et d'acquérir des compétences. Pourtant, en raison des histoires différentes de ces disciplines et des problèmes qu'elles étudient, un tel rapprochement n'a rien d'évident, comme le soulignent de nombreux auteurs, en particulier Vandebrouck, de Hosson et Robert (2010). Il est donc essentiel de se demander de quel(s) point(s) de vue et à quelles conditions il est possible de penser une démarche de construction de savoirs scientifiques qui leur serait commune. Dans cet article, nous travaillons cette question en nous focalisant sur les mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre. Nous situons notre réflexion dans le cadre théorique de la problématisation (Fabre & Orange, 1997). Après avoir rappelé d'où provient la démarche d'investigation, nous mettons en question certains de ses éléments constitutifs, présentés dans les textes de référence comme des lieux de démarcation des mathématiques et des sciences : il s'agit de la question de l'expérimentation et de celle de la validation. Puis, nous interrogeons le rapport qu'entretiennent les mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre, d'une part, avec la logique du possible et du nécessaire, d'autre part, avec celle du vrai et du faux. Cela nous permet de donner à voir une façon de considérer autrement, voire de dépasser, certaines de leurs oppositions.

1. Démarches d'investigation en mathématiques et en SVT : identification de points critiques dans les prescriptions institutionnelles

La démarche d'investigation (DI) qui figure dans les programmes français actuels d'enseignement des mathématiques et des sciences, à l'école et au collège, peut être mise en perspective de l'« *Inquiry Based Learning* » (IBL) qui s'est imposé dans les textes institutionnels

¹ Magali Hersant, professeur des universités, Centre de Recherche en Éducation de Nantes (CREN), ESPE de Nantes, Université de Nantes. Denise Orange-Ravachol, professeur des universités, Théodile-CIREL, Université Charles de Gaulle - Lille 3.

de plusieurs pays anglo-saxons et de *Inquiry-Based Science Education* (IBSE). Elle est introduite à l'école primaire en 2002 (MEN, 2002) et en 2004 dans les programmes de collège (MEN, 2004) et elle « *apparaît comme un nouveau sésame pour l'enseignement des sciences, en privilégiant la construction de savoir par l'élève, sans faire référence à un modèle pédagogique ou une théorie de l'apprentissage* » (Coquidé, Fortin & Rumelhard, 2009, p.55).

Dans les pays anglo-saxons et le nord de l'Europe, l'IBSE représente une modalité d'enseignement considérée comme motivante pour les élèves (Lane, 2007) : « *A common question asked by faculty is, "How can I motivate my students' interest and get them excited about the subject they are studying?" One way to do this is to give your students inquiry-based assignments and activities that are relevant to their lives and future careers and give them the opportunity to engage in course concepts and tasks.* »

Au niveau européen, le rapport Rocard (Rocard & al., 2007), qui fournit des recommandations pour ranimer l'enseignement des sciences en Europe, reprend et défend l'idée d'investigation en association avec l'IBSE. L'IBSE est alors présentée comme un rempart contre la désaffection des études scientifiques et mathématiques par les jeunes dans la mesure où elle permet un enseignement basé sur une approche inductive, moins abstraite et plus attrayante que l'approche déductive jusqu'alors utilisée (p.9) : « *[Dans l'approche déductive] le professeur présente les concepts, leurs implications logiques (déductives) et donne des exemples d'applications. Cette méthode est aussi désignée sous le nom de "transmission descendante". Pour fonctionner, les enfants doivent être capables de manipuler des notions abstraites, d'où la difficulté à commencer l'enseignement des sciences avant l'enseignement secondaire. Par opposition, la seconde approche a longtemps été désignée en tant qu'approche "inductive". Cette approche laisse plus de place à l'observation, à l'expérimentation et à la construction par l'enfant de ses propres connaissances sous la conduite du professeur. Cette approche est aussi qualifiée d'"approche ascendante". Au fil des années, la terminologie a évolué et les concepts se sont affinés. À l'heure actuelle, l'approche inductive est le plus souvent désignée en tant qu'enseignement des sciences basé sur la démarche d'investigation (IBSE) et porte essentiellement sur l'enseignement des sciences de la nature et de la technologie (Linn, Davis & Bell, 2004).* »

Pourtant, au regard des préconisations institutionnelles (françaises, anglo-saxonnes) et des rapports internationaux, force est de constater que la démarche d'investigation et l'*Inquiry-Based Science Education* ne sont pas totalement équivalentes.

« *Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents.* » (Ibid.)

Pour Coquidé et al. (2009, p.57), la démarche d'investigation promue par les programmes français ne se limite pas à une approche inductiviste. Elle est « *plus centrée sur la démarche expérimentale et le recours à la situation – problème avec développement d'un raisonnement hypothético-déductif* » et semble donc plus restrictive que l'IBSE. Cette focalisation de la démarche d'investigation sur l'expérimental nous intéresse. Nous y trouvons une entrée pour questionner la pertinence d'en faire une démarche commune dans l'enseignement des mathématiques et des sciences, les sciences de la vie et de la Terre en particulier.

■ **L'expérience comme démarcation entre les sciences et les mathématiques**

La première démarcation, et la principale, concerne la place attribuée à l'expérience et à l'expérimentation en sciences et en mathématiques. Dans le rapport Rocard (2007, p. 9), il est en effet précisé d'emblée que l'enseignement des sciences basé sur la DI, prise comme synonyme d'IBSE, concerne essentiellement les sciences de la nature et la technologie. Voici l'opposition qui est alors faite entre d'une part, le fonctionnement des sciences et de la technologie et, d'autre part, celui des mathématiques (p.9).

<i>Sciences et technologie (DI ou IBSE)</i>	<i>Mathématiques (PLB)</i>
<p>« Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences² réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis & Bell, 2004). [...]</p> <p>L'enseignement des sciences basé sur l'investigation constitue une approche basée sur les problèmes, mais avec une dimension supplémentaire étant donné l'importance accordée à l'approche expérimentale. »</p>	<p>« En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la communauté éducative préfère parler "d'apprentissage basé sur les problèmes" (PBL) plutôt que d'IBSE. En réalité, l'enseignement des mathématiques peut facilement utiliser une approche basée sur les problèmes alors que, dans de nombreux cas, l'approche expérimentale s'avère plus difficile. »</p>

Dans l'introduction de la démarche d'investigation des programmes du collège (MEN, 2008, p.4), c'est une démarcation par l'expérimentation qui place d'un côté les mathématiques et les sciences expérimentales de l'autre.

*« Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par **l'expérimentation**³ d'un côté, par la démonstration de l'autre. »*

L'expérience, l'expérimental, l'expérimentation n'auraient donc de sens que pour les disciplines scientifiques. Cela appelle des clarifications et des discussions. Considérons d'abord les choses du point de vue des mathématiques. La conception des mathématiques qui sous-tend cette remarque correspond-elle à une conception pythagoricienne que Russel caractérise bien (cité dans Chouhan, 1999, p.20) ?

« Loin des passions humaines, loin même des faits pitoyables de la nature, les générations ont progressivement créé un cosmos ordonné, où la pensée pure peut habiter comme sa demeure naturelle, et où l'une, au moins, de nos plus nobles aspirations peut échapper au sombre exil du monde réel. [...] Les mathématiques nous entraînent [...] loin de l'humain, dans le domaine de la nécessité absolue, à laquelle obéissent non seulement le monde réel, mais tous les mondes possibles. »

On peut en douter, même si dans les programmes de mathématiques l'idée de rigueur et de raisonnement est plus présente que celle de réalité lorsqu'il est question de résolution de problème. Ainsi, dans les programmes de l'école primaire, on peut lire :

- pour le cycle des apprentissages fondamentaux : *« L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement. »* ;
- pour le cycle des approfondissements : *« La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. »*

² Surligné par nous.

³ Surligné par nous.

Est-on alors en présence d'une conception étroite de l'idée d'expérience ? Ne peut-on parler d'expérience en mathématiques qu'à partir du moment où l'on utilise un ordinateur pour calculer ou faire de la géométrie dynamique ? Que lorsqu'on réalise effectivement un découpage comme dans la situation du puzzle de Brousseau (1998) ? Faire des calculs à la main avec l'objectif de dégager une conjecture n'est-ce pas aussi réaliser une expérience ? Les propos de mathématiciens autorisent une conception plus large de l'expérience, associée systématiquement à la résolution de problèmes. Par exemple, les travaux de Polya (1958) montrent le rôle central de l'expérience et de la démarche inductive en mathématiques et des mathématiciens contemporains affirment la dimension expérimentale des mathématiques. Ainsi, D. Perrin écrit (2007, p.4) : « *la méthode expérimentale est universelle en mathématiques, qu'elles soient appliquées ou non* » et précise que l'expérience est le premier pas de cette méthode (p.8). Pourtant, lors de la diffusion des résultats de recherche, la démonstration est mise en avant alors que l'expérience reste en arrière-plan, comme l'indique J.-P. Allouche (2007) : « *Dans leurs articles les mathématiciens cachent le plus souvent leurs démarches expérimentales, comme s'il s'agissait de quelque chose d'inavouable. La tendance « bourbakisante » (du nom de cet auteur collectif de traités mathématiques quasi définitifs) consiste, lors de la rédaction d'un article de recherche pour une revue spécialisée, à taire les pistes qui n'ont pas abouti, les hésitations ou les expérimentations fécondes ou cruciales. La "bonne" manière de rédiger consiste à enchaîner linéairement les lemmes, propositions, théorèmes et corollaires. Même les intuitions sont le plus souvent tuées, voire soigneusement dissimulées. Au mieux donnera-t-on un exemple pour ses qualités pédagogiques supposées, avec la peur d'écrire ainsi des choses trop "faciles".* »

Cette image des mathématiques contribue aux oppositions entre mathématiques et sciences telles qu'elles apparaissent dans les textes institutionnels sur la DI et l'IBSE. Les ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e, 3^e du collège intitulées « raisonnement et démonstration » (MEN, 2009) adoptent un point de vue moins étriqué (ou plus ambitieux ?). Il y est en effet question d'expérimentation dans le cadre de la DI. Les exemples donnés correspondent à des expérimentations de différents types : expérimentation associée à l'usage de la calculatrice ou au tracé de figures dans le cadre d'un problème qui se conclut par un raisonnement déductif ; expérimentation avec des lancés de dés ou l'usage d'un tableur dans le cas d'un problème de probabilité résolu avec un raisonnement inductif-présomption puis déduction ; expérimentation à partir du travail sur des exemples pour la recherche de validité d'une affirmation dans le domaine de l'arithmétique.

Prenons maintenant le point de vue des sciences de la nature. Dans leur tentative d'expliquer le monde et de se démarquer des mythes, elles accordent, selon Jacob, une large place à l'imagination tout en la mettant sous le contrôle de la critique et de l'empirie (observation, expérimentation). Voici ce qu'il écrit (1981, p.30) : « *Pour la pensée scientifique, au contraire⁴, l'imagination n'est qu'un élément du jeu. À chaque étape, il lui faut s'exposer à la critique et à l'expérience pour limiter la part du rêve dans l'image du monde qu'elle élabore.* »

Cette façon de penser le contrôle par l'expérience du fonctionnement des sciences de la nature prête cependant à discussion dès lors que nous considérons les sciences de la vie et de la Terre. Ces sciences, en effet, conjuguent une dimension fonctionnaliste et une dimension historique (Mayr, 1989/1982 ; Gould, 1991/1989). La biologie étudie le fonctionnement des êtres vivants et reconstitue leur histoire évolutive ; la géologie se préoccupe d'expliquer le fonctionnement actuel de la Terre et elle tente de reconstituer son passé. Au regard de la dimension historique de ces sciences, la mise en jeu de l'expérimentation, vue comme un processus dans lequel prennent place des expériences, trouve ses limites. Gould (1991, p.308) est formel : « *Dans de nombreux domaines – la cosmologie, la géologie, et l'évolution, entre autres –, les phénomènes naturels ne peuvent être élucidés qu'avec les outils de l'histoire. Les méthodes appropriées relèvent dans ce cas de la narration, et non pas de l'expérimentation.* »

⁴ Au contraire du mythe.

Nous devons ajouter que même au regard de la dimension fonctionnaliste des sciences de la vie et de la Terre, il est difficile d'ancrer systématiquement et uniquement l'investigation sur des expériences, en écologie par exemple. Cela tient à leurs objets d'étude (l'expérimentation sur l'homme pose des problèmes éthiques) et aux temporalités de certains phénomènes biologiques (certaines expériences auraient une durée très importante).

C'est dire, au terme de cette brève étude épistémologique, que l'expérimentation ne peut pas constituer une façon de caractériser les sciences de la vie et de la Terre. Elle ne peut pas non plus asseoir une distinction entre les mathématiques et ces sciences.

■ **Les modalités de validation comme démarcation entre les mathématiques et les sciences**

Dans la présentation de la démarche d'investigation dans les programmes du collège (MEN, 2008, p.4), il est une deuxième démarcation entre les mathématiques et les sciences qui est pointée. Elle porte sur le mode de validation des hypothèses, qui serait sous le joug de la démonstration pour les premières, et sous celui de l'expérimentation pour les secondes.

« La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation⁵, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre. »

Cet extrait appelle deux remarques. D'abord, il serait abusif de dire qu'en sciences l'expérimentation valide, au sens qu'elle rendrait vraie telle hypothèse. Comme l'indique Popper (1973), tout au plus, elle réfute. Une hypothèse ne peut être vérifiée par une expérience ou un test. Si l'hypothèse passe avec succès l'expérience, cela ne signifie pas qu'elle est vraie mais, simplement qu'elle est corroborée par l'expérience. Rien n'indique qu'un jour une autre expérience ne l'invalidera pas.

Ensuite, en mathématiques, dans certains cas, l'expérience valide la conjecture. Supposons en effet que l'on cherche à placer le plus de points possible sur les nœuds d'une grille de cinq lignes et cinq colonnes sans en aligner trois (problème « Pas trois points alignés », Hersant, 2010) et qu'au bout d'un certain temps on est convaincu qu'on peut en placer dix. La conjecture est validée dès lors que, avec les essais, on réussit à placer dix points. Exhiber un tel exemple constitue bien une démonstration mais elle est fondamentalement empirique et ne correspond pas au sens le plus souvent attribué à la démonstration au collège, le raisonnement hypothético-déductif mobilisant un théorème. Bien entendu, en mathématiques, pour montrer une proposition universelle, la corroboration par l'expérience ne suffit pas, il faut une preuve d'un autre type, comme l'indique Poincaré à propos de la preuve par récurrence (1968, p.41) : *« [...] ce que l'expérience pourrait nous apprendre, c'est que la règle est vraie pour les dix, pour les cent premiers nombres par exemple, elle ne peut atteindre la suite indéfinie des nombres, mais seulement une proportion plus ou moins longue mais toujours limitée de cette suite. »*

Ainsi, l'opposition entre une validation par l'empirie expérimentale du côté des sciences et une validation par la démonstration du côté des mathématiques n'est pas satisfaisante : elle donne à voir une approche étroite et discutable du fonctionnement des sciences et elle ne constitue pas une démarcation étanche entre les mathématiques et les sciences. Devant de tels constats et de telles difficultés d'appréhender les spécificités des démarches d'investigation dans ces disciplines, nous faisons le choix d'étudier cette question en considérant le travail des problèmes mathématiques et scientifiques scolaires avec le point de vue de la problématisation qui nous paraît mieux tenir compte des épistémologies de chacune des disciplines.

⁵ Surigné par nous.

2. L'investigation comme une problématisation : une manière de réunir les mathématiques et les sciences

■ *La problématisation et les espaces des contraintes en mathématiques et en sciences*

Le cadre théorique de la problématisation (Fabre & Orange, 1997), développé à l'origine dans le champ des sciences de la vie et de la Terre (SVT) apporte un point de vue singulier et fécond pour penser l'investigation en tant qu'enquête scientifique, qu'il s'agisse de l'enquête du chercheur ou de l'enquête des élèves. En effet, ce cadre valorise le travail des problèmes « *dans un environnement "sémantiquement riche"* » (Fabre, 2005, p.55) où l'enquête scientifique peut se déployer et produire des solutions à ces problèmes mais aussi construire les nécessités auxquelles celles-ci sont assujetties. Ce cadre fortement bachelardien conduit à envisager l'activité scientifique (Orange, 2000, 2012) comme la co-construction articulée de trois registres : le registre des modèles qui correspond aux explications construites ; le registre empirique des « faits » à expliquer ou permettant d'expliquer (issus d'observations, d'expériences ou modèles factués) et considérés comme pertinents pour le problème travaillé ; le registre explicatif c'est-à-dire les présupposés théoriques acceptés (rationalité des élèves, types d'explications reconnues par la communauté scientifique, principes structurants des disciplines notamment). Il met ainsi au coeur de l'enquête scientifique et de la construction des savoirs scientifiques la co-construction et l'articulation d'un registre empirique et d'un registre des nécessités. Ces mises en tension de registres opérationnalisent deux types de « dédoublements » que l'on retrouve à la fois chez Bachelard pour l'enquête scientifique et chez Dewey pour l'enquête de la vie quotidienne ou à l'école : d'une part, un dédoublement entre idées et faits (ou encore théorie et expérience) et, d'autre part, un dédoublement entre données et conditions de possibilité et d'impossibilité des phénomènes (Fabre, 2005).

Dans le contexte du rapprochement des mathématiques et des SVT, avec la prudence que nous incitent à avoir leur histoire et leur fonctionnement contrasté, nous proposons donc ici, à partir de l'étude de deux cas, de montrer en quoi ce processus de problématisation, c'est-à-dire le processus à l'oeuvre entre le problème perçu et la construction de nécessités contraignant les solutions de ce problème, peut constituer un point commun à une démarche de « recherche » pour les problèmes en mathématiques et en SVT.

Pour cela nous utiliserons des schémas synoptiques de type espaces de contraintes proposés par Orange (2000). Ces schémas, élaborés par les chercheuses didacticiennes que nous sommes, donnent à voir les types de registres co-construits, autrement dit ce qui se joue dans le travail d'un problème en termes de construction et de mise en tension dynamique de contraintes empiriques et théoriques, jusqu'à la mise au jour de nécessités auxquelles les solutions du problème doivent se conformer. Dans un tel processus, où des explications possibles sont explorées, des impossibilités et/ou des nécessités fonctionnelles établies, les débats avec toute leur charge argumentative sont de grande importance. Pour Orange (2000, p.72-73) en effet, un espace des contraintes émerge d'une « *mise en ordre des différents éléments problématisants qui sont apparus au cours de ce débat, d'une manière pour partie implicite des élèves. Mais si ces éléments correspondent bien à des idées et des arguments produits par ces derniers, il est clair qu'ils ont subi un filtre épistémologique, d'une part sous la conduite du débat par le maître et, d'autre part, par l'interprétation que nous avons faite de leurs propositions. Nous faisons aussi l'hypothèse que cet espace a une valeur qui dépasse le cas étudié. D'une part, car il gomme l'aspect chronologique de ce débat particulier au profit des relations logiques. D'autre part parce que, selon le principe de toute étude qualitative, nous pensons que ce cas fait sens. Et enfin parce que tout ou partie de cet espace se retrouve dans d'autres débats sur ce sujet, avec des élèves d'âge comparable.* »

Ces espaces de contraintes sont des outils à la fois pour l'analyse *a priori* ou *a posteriori* de situations de classes et pour l'analyse de recherches réalisées par des chercheurs (Hersant, 2010 ; Orange Ravachol, 2005). Voyons sur deux exemples, le premier en mathématiques (cycle des approfondissements de l'école élémentaire), le second en sciences de la Terre (classe de quatrième du collège), comment se déploie ou non ce processus de problématisation.

■ ***L'exemple de la recherche d'un problème d'optimisation au cycle des approfondissements de l'école (mathématiques, élèves de 9 à 11 ans)***

Cet exemple relate le processus de problématisation observé chez des élèves de cycle 3 à propos de la résolution d'un problème ouvert (Arsac, Germain & Mante, 1991) dans le domaine de l'optimisation discrète (Hersant & Thomas 2009 ; Hersant, 2010). Le problème intitulé « Pas trois points alignés » a été énoncé précédemment (section 2 ci-dessus). Il a été construit dans le cadre d'une ingénierie didactique visant à permettre la construction de savoirs sur la façon dont interviennent le registre empirique et le registre des modèles dans la preuve du possible et de l'impossible en mathématiques. Une étude préalable concernant la résolution de problèmes d'impossible ayant montré la prégnance de l'empirisme à ce niveau de scolarité, nous avons travaillé spécifiquement cet aspect (Hersant, 2010).

Pour clore ce problème dans le cas d'une grille de cinq lignes et cinq colonnes, il faut utiliser des éléments qui relèvent du registre empirique et des éléments qui relèvent du registre des modèles, c'est-à-dire des nécessités intrinsèques au problème. Il faut en effet, d'une part, trouver une disposition de dix points sur une grille 5x5 (il y en a plusieurs possibles) pour montrer qu'on peut placer dix points sans en aligner trois et, d'autre part, utiliser un raisonnement pour montrer qu'il est impossible de placer onze points (ou plus) sans en aligner trois.

Nous avons proposé ce problème à plusieurs reprises à des élèves avec le scénario suivant. Dans une première phase, dite d'énumération, une feuille avec plusieurs grilles de cinq lignes et cinq colonnes est donnée à chaque élève ; la consigne est la suivante : « place le plus possible de points sur les noeuds de la grille sans en avoir trois alignés ». Cette première phase vise à permettre une recherche empirique individuelle. Puis, lorsque la recherche empirique s'épuise et que les élèves n'arrivent pas à faire mieux, l'enseignant demande aux groupes d'élèves de faire une affiche avec une des meilleures solutions du groupe. Une vérification collective permet de trier les dispositions valides et celles qui ne le sont pas puis de dégager collectivement les « meilleures » productions au niveau de la classe. Il s'agit alors de faire basculer les élèves vers la recherche d'arguments qui permettent d'être sûr qu'il s'agit effectivement du mieux que l'on puisse faire (avec l'idée qu'on est sûr que jamais personne ne fera plus) ou de savoir qu'une valeur (par exemple 26 ou 11 pour une grille 5x5) est impossible. On cherche alors, bien entendu, à réduire autant que possible l'intervalle d'indétermination.

Au cours de la phase d'énumération, les élèves constituent empiriquement un ensemble de dispositions de 5, 6, 7, 8 voire 9 points sans alignement de trois points. Le fait qu'ils parviennent petit à petit à placer de plus en plus de points sur la grille en respectant les contraintes les encourage à « chercher plus », voire pour certains à penser qu'en « continuant à chercher on pourra toujours améliorer la solution » comme l'exprime un élève. Mais autour de huit cela devient difficile d'améliorer le score. Certains élèves indiquent que « ce n'est pas possible de faire mieux car on a déjà beaucoup cherché et on n'y arrive pas ». Cette conjecture est démentie dès lors qu'un élève réussit à placer neuf points sans en aligner trois. Et là, une question sur la solution se pose de nouveau.

Dans cette phase, les élèves travaillent essentiellement dans le registre empirique, ils constituent un ensemble d'éléments empiriques composé de dispositions de points sans alignement de trois points sur une grille 5x5. Certains commencent à produire des arguments pour délimiter l'espace des possibles. Ils indiquent par exemple : « c'est impossible car je n'y arrive pas ». Ce qui nous permet d'identifier, pour eux, un travail émergent dans le registre des modèles ainsi qu'une interaction entre registre des modèles et registre empirique. Au niveau du registre explicatif, nous

pouvons associer ces arguments erronés à une conception de l'impossible mathématique comme un impossible agi (c'est impossible car je n'arrive pas à le faire).

Dans la suite du travail, il s'agit d'amener les élèves à produire des nécessités pertinentes et valables du point de vue des mathématiques. Pour cela, l'enseignant écrit au tableau les nombres de 1 à 26 au moins. Il entoure ceux qui correspondent aux possibles empiriques issus de l'énumération : « je suis sûr qu'on peut placer sept points sur cette grille sans en aligner trois car un élève de la classe l'a fait ». Puis, il ouvre la voie à la construction de nécessités d'un autre type en indiquant quelque chose de la forme : « Je suis sûr qu'on ne peut pas en placer vingt-six car il n'y a que vingt-cinq points sur la grille. » Enfin il pose la question de ce dont on est sûr qu'il est impossible de faire, de façon à amener les élèves à produire des preuves d'impossibilité. Ainsi les élèves se posent, par exemple, la question : « peut-on placer douze points sans en aligner trois ? ». On peut, si besoin, proposer aux élèves d'indiquer en face de chaque ligne de la grille le nombre de points qu'il va y placer pour en avoir douze au total. Les élèves se confrontent alors à l'impossibilité de faire douze avec une addition de cinq termes inférieurs ou égaux à deux. De cette façon, ils construisent l'impossibilité apodictique de faire douze mais aussi la nécessité fondamentale de ce problème : sur chaque ligne, on peut placer 0, 1 ou 2 points, pas plus.

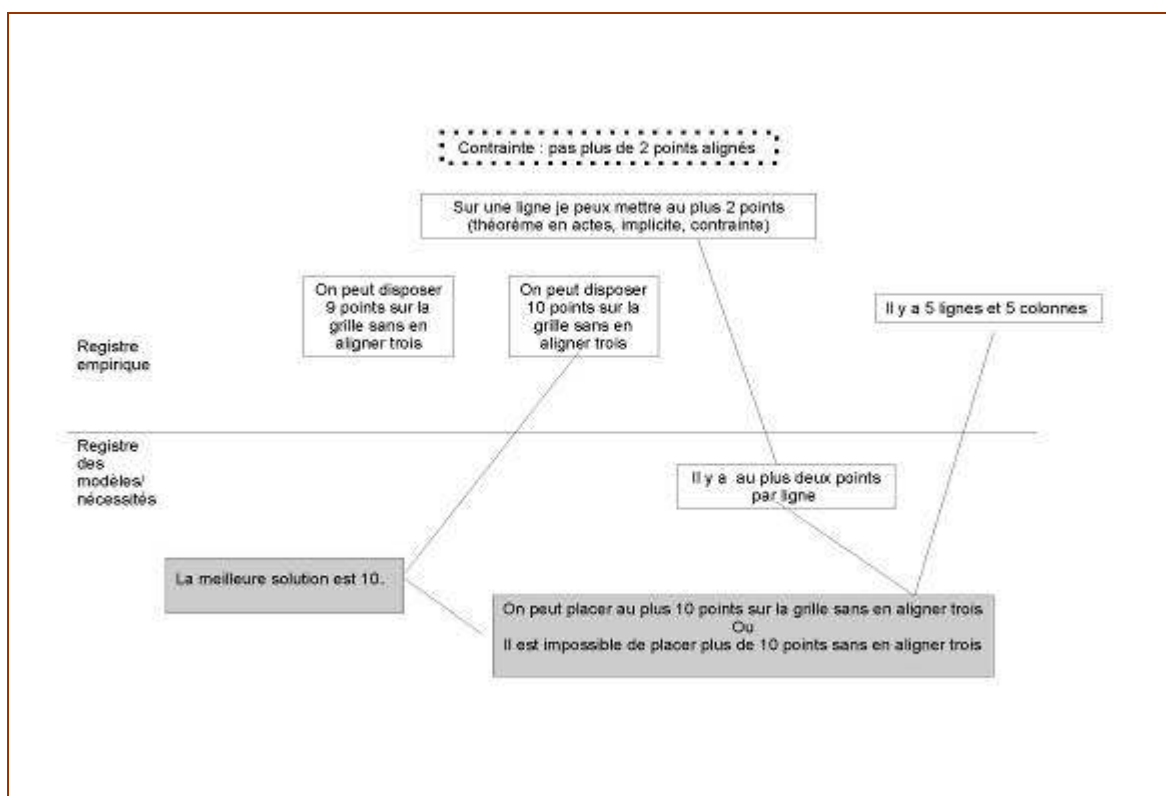
L'extrait suivant observé dans une classe de CE2 (neuf ans) illustre ce travail de construction de nécessité mathématique. En particulier, si les premières interactions relèvent plutôt du registre empirique, le tour de parole 10 marque l'entrée, pour l'élève E, dans le registre des modèles :

- P : en fait, vous ne savez pas vraiment. Il y en a qui sentent, il y en a qui disent que non.
H : on peut en mettre une ou deux de plus que 9 ou une seule.
P : tu penses ? et pourquoi ?
H : parce que, parce que dès que que... ben, je sais pas moi, je pense qu'on peut en mettre heu, je pense que le maximum qu'on peut en mettre 2 ou...
P : toi, tu penses que le maximum qu'on peut en mettre c'est deux de plus ? Donc ça ferait 11.
E : moi, le maximum, je pense que c'est 10.
P : pourquoi ?
E : parce que 11, ça ferait *inaud* trop de... y'aura... 3 points alignés.
P : c'est-à-dire, explique moi ça un peu plus.
E : ben, euh si on a un onzième, ben, on pourrait pas le mettre dans la grille... ça ferait trop aligné.
...
P : tu me dis qu'on ne pourrait pas en mettre 11 parce que ça ferait trop dans la grille, après tu me dis, ça ferait trop aligné, c'est-à-dire ? Est-ce que tu peux m'expliquer ça un peu plus ? *L et d'autres lèvent la main.*
L : moi je sais.
P : attends, on va le laisser parler et puis après tu auras la parole.
E : on aurait trois points alignés sur la même ligne.
P. V : obligatoirement ?
E : oui.
L (interrogée par P) : il y en a au moins deux sur chaque ligne donc si on en met un dernier, ben, ça en fera trois et puis on pourra pas.
P : alors toi tu dis, redis. Est-ce que tu peux me redire que je comprenne bien et que les autres puissent entendre bien comme il faut aussi, parce que A elle est au fond, elle n'arrive pas à entendre.
L : ben, 9 là, on en aura deux sur la ligne alors si on en rajoute un ben ça fera trois et puis trois points alignés ça n'ira pas.

À l'issue de cet épisode, le problème est alors pratiquement résolu. En effet, les élèves savent qu'on peut faire neuf, qu'il est impossible de faire onze, reste donc le cas de dix : si quelqu'un réussit à placer dix points sans en aligner, la solution est dix, sinon on ne sait pas.

On peut résumer sous la forme de l'espace de contraintes suivant le cheminement des raisonnements des élèves au cours de la recherche/résolution de ce problème (figure 1). Cette représentation traduit bien que, dans ces problèmes, la preuve et les nécessités mathématiques se dégagent d'une tension entre le registre empirique et le registre des modèles.

Figure 1 - Espace des contraintes pour le problème « Pas trois points alignés »



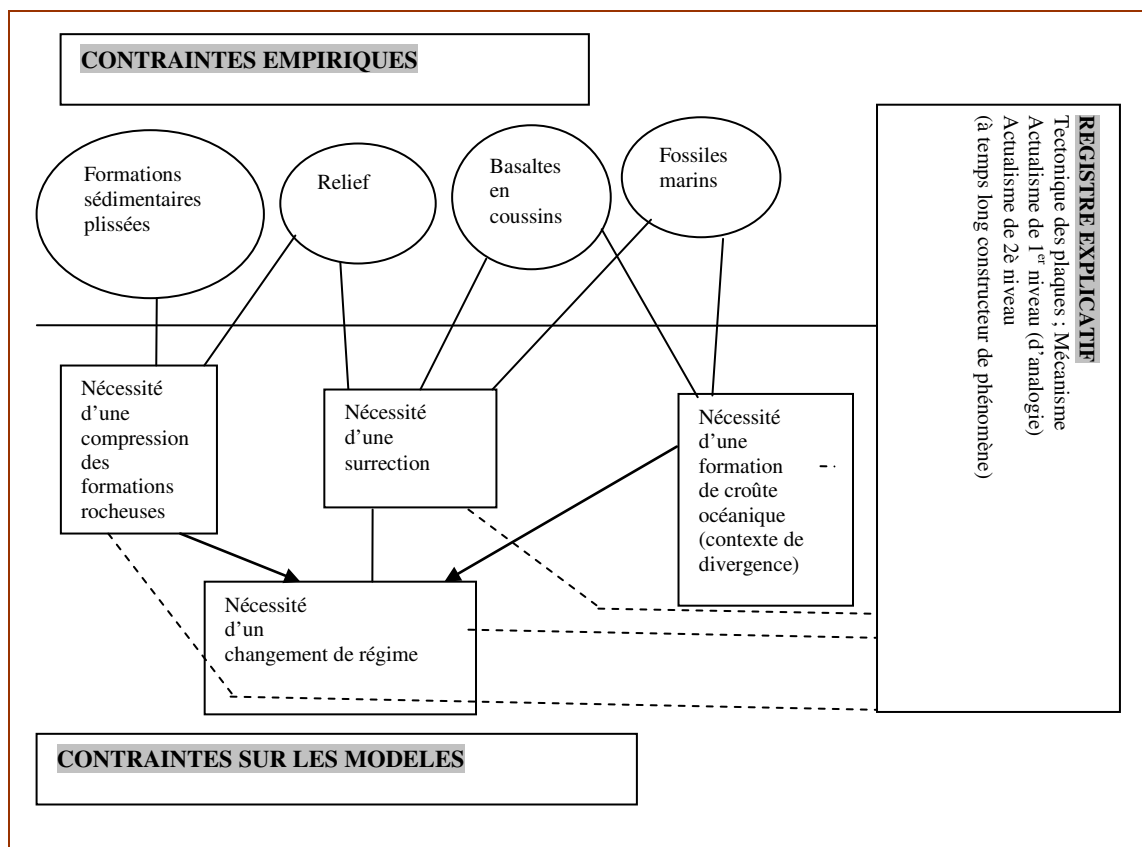
■ **L'exemple de la formation d'une chaîne de montagnes en 4^e (sciences de la Terre, élèves de 13-14 ans)**

Le problème historique de la formation d'une chaîne de montagnes de collision (la chaîne alpine, la chaîne himalayenne) est travaillé en classe de quatrième (élèves de 13-14 ans) et en classe de terminale scientifique (élèves de 17-18 ans). C'est au niveau quatrième que nous le prenons ici en compte, avec vingt-cinq élèves ayant en charge d'expliquer comment s'est formée une chaîne de montagnes telle que l'Himalaya, et devant fournir, individuellement puis en groupe, une réponse sous la forme d'un texte et de schémas qu'ils confronteront ensuite à celles des autres de la classe.

Les programmes de SVT de ce niveau (MEN, 2008, p.25) demandent que les élèves s'inscrivent dans le cadre de la théorie de la tectonique des plaques et apprennent que « *la collision des continents engendre des déformations et aboutit à la formation de chaînes de montagnes* ». Les ressources pour la mise en œuvre des programmes font référence aux méthodes du géologue, dont l'usage de l'actualisme réduit à ses aspects analogiques, c'est-à-dire à son niveau peu élaboré (Orange Ravachol, 2003).

En référence aux travaux des géologues, aux intentions de l'enseignant et aux documents qu'il prévoit d'utiliser, l'espace des contraintes dont les élèves pourraient s'emparer devrait s'apparenter à celui que nous présentons dans la figure 2 (Orange Ravachol, 2010). Il s'agit de construire la nécessité de plusieurs phénomènes (la formation de roches magmatiques dans un contexte océanique de divergence de plaques, la compression de formations rocheuses et la surrection de reliefs dans un contexte de convergence de plaques) et celle d'un changement de régime des mouvements des plaques.

Figure 2 - Espace des contraintes envisageable au niveau quatrième (13-14 ans) pour le problème de la formation d'une chaîne de montagnes intracontinentale



Cette problématisation est complexe parce qu'elle construit la nécessité de phénomènes dont les temporalités dépassent largement le temps humain et qu'il paraît difficile de l'adosser à de l'expérimentation. Le risque est alors grand chez les élèves, et chez les enseignants, de cantonner l'explication à une petite histoire faite d'épisodes contingents (ils pourraient être autres) et s'enchaînant dans un syncrétisme de temps et de causalité (pensons notamment à la conjonction de coordination « et » qui peut signifier à la fois « puis » et « donc »). La mobilisation du principe de l'actualisme est déterminante pour le contrer. Ce principe repose sur l'idée « *que les causes qui ont agi au long de l'histoire de la Terre ne diffèrent point essentiellement des causes géologiques actuelles*⁶ (érosion, transport, sédimentation, métamorphisme, volcanisme, plissement et soulèvement des montagnes) » (Gohau, 1997, p.140). Il assure un rôle structurant (Orange Ravachol & Beorchia, 2007, 2011) dans la co-construction des contraintes et permet ainsi la construction d'un savoir scientifique raisonné.

L'engagement des élèves dans une telle problématisation ne va pas de soi. Prenons les vingt-cinq élèves de quatrième (13-14 ans) auxquels nous nous intéressons. Avant enseignement, et sans que l'actualisme ait vraiment été mobilisé auparavant, ils proposent tous une réponse mettant en jeu la rencontre et l'affrontement de plaques tectoniques, et ils se cantonnent à l'explication des reliefs, qui font figure de traces à expliquer, en mobilisant un cadre de dynamique de plaques peu contraignant, sans faire appel à des traces plus élaborées (structures tectoniques, par exemple des plis et des failles), et sans poser de contraintes temporelles. Ils sont dans le registre d'une mise en histoire (*storytelling*) et d'un catastrophisme naïf (une surrection « facile » de reliefs). L'extrait suivant, où s'enchaînent la proposition d'explication d'un groupe de ces élèves et des interventions du professeur, montre qu'élèves et professeur s'inscrivent dans un tel registre :

⁶ « actuelle » est ici pris dans sa signification française.

306. P. Donc quelle est cette ... hypothèse par rapport à la formation des montagnes ?
307. Élève (groupe 1). Les plaques se poussent et ça monte
308. P. Les plaques se rapprochent et puis G. ?
309. G. (autre élève du groupe 1) Ça monte.
310. P. Ça monte, ça se soulève. Hypothèse : Soulèvement, alors soulèvement de quoi exactement ?
311. Élève (groupe 1). De la croûte continentale.
312. P. De la croûte continentale. Y a soulèvement de la croûte continentale ! OK ?
Donc première hypothèse : Ça se rapproche, ça se rencontre et il y a soulèvement de la croûte continentale. Merci ! On va voir si on retrouve des modèles qui lui ressemblent.

Ce court épisode montre combien le fonctionnement de la classe se démarque d'une construction de contraintes et de nécessités. C'est plus la solution qui oriente que l'identification et la mise en tension de contraintes empiriques et théoriques caractéristiques d'une problématisation, de plus avec un shuntage de certains processus (la formation de croûte océanique et la bascule d'un régime de divergence à un régime de convergence de plaques) et le maintien dans le temps de l'anecdote, alors qu'il faudrait construire la nécessité d'un temps long constructeur de compression et de surrection montagneuse.

■ ***Un premier point de convergence :
l'investigation et la construction de raisons***

Il paraît donc possible de réunir les mathématiques, ou tout au moins une partie des mathématiques⁷, et les sciences de la Terre en assimilant leurs démarches à des problématisations lors desquelles se co-construisent ou peuvent se co-construire des contraintes et des nécessités contraignant la ou les solutions des problèmes. L'investigation contribue non seulement à la production d'une réponse, elle permet de dégager ce qui fait que cette réponse est telle et pas autre. Le savoir mathématique comme le savoir scientifique gagne en apodicticité.

■ ***Un autre point de convergence, masqué :
la relativité de la vérité***

Revenons sur les deux exemples proposés pour tenter d'aller plus avant dans notre réflexion. Concevoir les démarches d'investigation comme des problématisations positionne sur le possible, l'impossible et le nécessaire. Qu'en est-il alors de ce qui relève de la validité du résultat obtenu ?

Dans le cas du problème de mathématiques, deux propriétés sont indispensables pour conclure : trois points appartenant à une même droite sont alignés, deux points sont toujours alignés. La première est une forme de tautologie, la seconde renvoie à l'axiome des « deux points » de la géométrie euclidienne (par deux points distincts il passe une et une seule droite). Ces éléments restent, le plus souvent, implicites dans la conclusion du problème dans les classes : il y a un accord tacite sur des conventions partagées au sein de la classe. La plupart des élèves considèrent ces conventions comme des vérités inébranlables dans la mesure où elles sont cohérentes avec leur expérience, même si, vraisemblablement, certains élèves questionnent ces aspects. C'est le cas, par exemple, d'un élève de CM2 qui s'étonne à voix haute à la fin de la séquence : « alors, ça veut dire que deux points sont toujours alignés, même s'il y a en un sur la Terre et un sur la Lune ! » Pourtant, comme l'indique Bourbaki (1969, p.27) à propos des géométries non euclidiennes, il s'agit (seulement) de « vérités mathématiques »⁸ et en ce sens elles ont une sorte de relativité et dépendent de la théorie dans laquelle on se place.

En SVT, nous étudions depuis déjà quelque temps les relations qu'entretient la problématisation, qu'elle soit fonctionnaliste ou historique, avec le faux et le vrai (Orange Ravachol, 2008). À première vue, pour le problème de la formation d'une chaîne de montagnes par exemple, le vrai

⁷ Par exemple, un des aspects de l'enseignement des mathématiques concerne l'apprentissage de conventions et apparaît plus éloigné des questions de problématisation.

⁸ « aucun des auteurs précédents ne semble mettre en doute que, même si une "géométrie" ne correspond pas à la réalité expérimentale, ses théorèmes n'en continuent pas moins à être des "vérités mathématiques" ».

et le rendre vrai (la vérification) n'y prennent pas de sens, le fonctionnement du monde naturel reposant avant tout sur un monde explicatif possible situé théoriquement (dans l'exemple étudié, il s'agit de la tectonique des plaques). Mais à y regarder de plus près, ils reviennent d'une autre manière. Le vrai porterait fondamentalement sur les principes qui structurent la construction de nécessités auxquelles sont assujetties les solutions (les modèles explicatifs) recherchées, ce que nous appelons des principes structurants (Orange Ravachol & Beorchia, 2007, 2011). Une fois les nécessités construites, elles sont, elles aussi, tenues pour vraies. Les solutions sont donc doublement soumises : elles sont sous le joug des nécessités mais aussi sous celui de l'empirie. Si elles n'y répondent pas, elles sont réfutées. À ce jour, le modèle de la collision continentale expliquant l'édification d'une chaîne montagneuse tient encore.

À travers ces deux exemples, nous avons cherché à mettre en évidence que le terme « vérité » ne prend pas tout à fait la même signification en mathématiques et en SVT. Cependant, dans les deux disciplines, une certaine relativité est associée à la vérité. La démarche d'investigation telle qu'elle est présentée dans les différents documents institutionnels ne tient nullement compte de cet aspect.

Conclusion

Nous avons engagé une étude critique des démarcations entre les mathématiques et les SVT en questionnant les démarches d'investigation auxquelles elles recourent. Pour effectuer cette étude, nous avons adopté un point de vue épistémologique et nous avons envisagé la question de l'investigation comme enquête avec le cadre de la problématisation, qui privilégie davantage le possible, l'impossible et le nécessaire que le vrai et le faux. Ainsi, lorsque nous avons étudié le travail de problèmes, par des élèves en classe, nous l'avons moins envisagé du point de vue de « l'investigation » telle qu'elle est présentée dans les documents institutionnels que de l'enquête scientifique. En nous basant sur deux exemples, nous avons montré que l'expérience et les modalités de validation ne peuvent pas constituer, à nos yeux, des points d'appui indiscutables pour distinguer la DI en mathématiques et en SVT. Nos analyses, fortement ancrées épistémologiquement, nous ont permis d'identifier un point de convergence entre les deux disciplines. Il s'agit de la relativité de la vérité, non mentionnée dans les textes institutionnels, et peu questionnée par les enseignants. Cela nous conduit à revenir à la démarche d'investigation et à placer à un niveau plus élaboré la réflexion sur son fonctionnement et ses apports.

Bibliographie

ALLOUCHE J.-P. (2007), *La recherche expérimentale en mathématiques*, <http://www.lri.fr/~allouche/experimental.html>, consulté le 5 décembre 2013.

ARSAC G., GERMAIN G. & MANTE M. (1991), *Problèmes ouverts et situations-problèmes*, Lyon, IREM de Lyon.

BOURBAKI N. (1969), *Éléments d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann, Collection « Histoire de la pensée ».

BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*, Grenoble, La pensée sauvage.

CHOUCHAN N. (1999), *Les mathématiques*, Paris, Corpus Flammarion.

COQUIDE M., FORTIN C. & RUMELHARD G. (2009), « L'investigation : fondements et démarches, intérêts et limites », *ASTER*, n°49, p.51-78.

GOULD S.J. (1991/1989), *La vie est belle. Les surprises de l'évolution*, Paris, Seuil.

FABRE M. (2005), « Deux sources de l'épistémologie des problèmes : Dewey et Bachelard », *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle*, volume 38(3), p.53-67.

FABRE M. & ORANGE C. (1997), « Construction des problèmes et franchissements d'obstacles », *ASTER*, n°24, p.37-57, <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/8550>, consulté le 5 décembre 2013.

GOHAU G. (1997), « Naissance de la méthode "actualiste" en géologie », *De la géologie à son histoire*, G. Gohau (dir), CTHS, p.139-149.

HERSANT M. (2010), *Empirisme et rationalité au cycle 3 : vers la preuve en mathématiques*, Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes, <https://sites.google.com/site/magalihersant/publications/habilitation-a-diriger-des-recherches>, consulté le 5 décembre 2013.

HERSANT M. & THOMAS Y. (2009), « Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas des problèmes d'optimisation au cycle 3 », *Actes du 35^e colloque de la Copirelem*, Bordeaux, IREM de Bordeaux.

JACOB F. (1981), *Le jeu des possibles*, Paris, Librairie Fayard.

LANE (2007), *Inquiry Based Learning*, <http://www.schreyerinsitute.psu.edu/pdf/ibl.pdf>

LINN M.C., DAVIS E.A. & BELL P. (2004), « Inquiry and Technology », *Internet Environments for Science Education*, M.C. Linn, E.A. Davis & P. Bell (éd.), Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, p.3-28.

MAYR E. (1989/1982), *Histoire de la biologie*, Paris, Éditions Fayard.

ORANGE C. (2012), *Enseigner les sciences. Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe*, De Boeck.

ORANGE C. (2000), *Idées et raisons*, Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes.

ORANGE RAVACHOL D. (2010), « Efforts de problématisation et choix en situation : cas d'enseignants expérimentés et moins expérimentés », *Expérience et problématisation en éducation*, Fabre, Dias de Carvalho & Lhoste (éd.), Porto, Edições Afrontamento, p.135-155.

ORANGE RAVACHOL D. (2008), « La problématisation et le vrai en classe de sciences », *Actes du 5^e Colloque international du Réseau Problema*, Rhodes (Grèce), 12-14 juin 2008.

ORANGE RAVACHOL D. (2005), « Problématisation fonctionnaliste et problématisation historique en Sciences de la Terre chez les chercheurs et chez les lycéens », *ASTER*, n°40, p.177-204, <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/8571>

ORANGE RAVACHOL D. (2003), *Utilisations du temps et explications en Sciences de la Terre par les élèves de lycée : étude dans quelques problèmes géologiques*, Thèse de doctorat, Université de Nantes, http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=1ufqci48pj022jvrqfj2jj6nd1&view_this_doc=tel-00480254&version=1, consulté le 5 décembre 2013.

ORANGE RAVACHOL D. & BEORCHIA F. (2011), « Principes structurants et construction de savoirs en sciences de la vie et de la Terre », *Education et Didactique*, volume 5, n°1, p.7-28.

ORANGE RAVACHOL D. & BEORCHIA F. (2007), « Principes structurants et savoirs en sciences de la vie et de la Terre », Actes du Congrès de l'AREF, Strasbourg, 29 août- 1^{er} septembre 2007, http://www.congresintaref.org/actes_pdf/AREF2007_Denise_ORANGE_RAVACHOL_385.pdf, consulté le 5 décembre 2013.

PERRIN D. (2007), « L'expérimentation en mathématiques », *Actes du 33^e colloque de la Copirelem*, Dourdan, p.37-72, http://www.math.u-psud.fr/~perrin/Conferences/L_experimentation_en_maths/PetitxDP.pdf

POINCARÉ H. (1968), *La science et l'hypothèse*, Paris, Champs, Flammarion.

POLYA G. (1958), *Les mathématiques et le raisonnement « plausible »*, Paris, Gautier-Villard.

POPPER K.R. (1973), *La logique de la découverte scientifique*, Payot, Paris.

ROCARD M., CSERMELY P., JORDE D., LENZEN D., WALBERG-HENRIKSSON H., HEMMO V. (2007), *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*, Union

Européenne, http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf, consulté le 5 décembre 2013.

VANDEBROUCK F., de HOSSON C. & ROBERT A. (2010), « Experimental devices in mathematics and physics standard in lower and upper secondary school, and their consequences on teacher's practices », *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Lyon, 2009, <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/cerme6.pdf>, consulté le 5 décembre 2013.

MEN (2009), *Ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e, et 3^e du collège : raisonnement et démonstration*, http://media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf, consulté le 5 décembre 2013.

MEN (2008), « Programmes des enseignements de mathématiques, de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre, de technologie pour les classes de sixième, de cinquième, de quatrième et de troisième du collège », *Bulletin officiel spécial n°6 du 28 août 2008*, <http://www.education.gouv.fr/cid22120/mene0817023a.html>, consulté le 5 décembre 2013.

MENESR (2006), *Le socle commun de connaissances et de compétences*, <http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-de-connaissances-et-de-competences.html>, consulté le 5 décembre 2013.

MEN (2004), « Programmes des collèges, Sciences de la vie et de la Terre », *BOEN, Hors série n°5*, 9 septembre 2004.

MEN (2002), *Documents d'accompagnement des programmes de mathématiques de l'école primaire*.