



**HAL**  
open science

## Minimal CRE-PGD

Pierre-Eric Allier, Ludovic Chamoin, Pierre Ladevèze

► **To cite this version:**

Pierre-Eric Allier, Ludovic Chamoin, Pierre Ladevèze. Minimal CRE-PGD. 12eme colloque national en calcul des structures, May 2015, Giens, France. hal-01216324

**HAL Id: hal-01216324**

**<https://hal.science/hal-01216324>**

Submitted on 16 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

# Minimal CRE - PGD

Proper Generalized Decomposition computational methods on a benchmark problem. AMSES (soumis)

CSMA 2015 – Pierre-Éric Allier, Ludovic Chamoin, Pierre Ladevèze

## 1 – Problématique

### Modèles numériques pour l'ingénierie

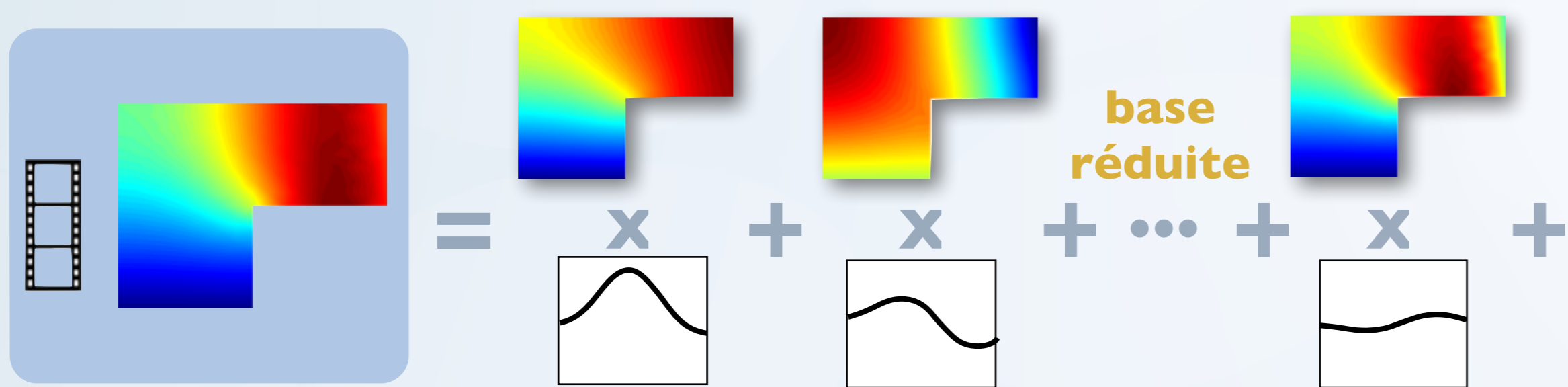
- simuler pour concevoir et arbitrer
- résolution d'EDPs avec un
  - grand nombre de ddl
  - grand nombre de paramètres
  - voir des non linéarités ...
- Approches directes impossibles du fait du temps de calcul important et de jeux de données volumineux !

## 2 – PGD : Réduction de modèles

### Principe

- capture des principales caractéristiques du comportement
- séparation de variables : approximation de la solution dans une base réduite
- non connaissance a priori de cette base réduite

$$\text{EDP: } \mathcal{L}(u(\mathbf{M}, t)) = 0 \quad \rightarrow \quad u(\mathbf{M}, t) \simeq \sum_{i=1}^m \psi_i(\mathbf{M}) \lambda_i(t)$$



- Autres méthodes : POD / RB

## 5 – Étude de faisabilité

### Problème modèle : thermique transitoire

$$\begin{cases} c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \delta(x - vt) \\ u(0, t) = u(L, t) = u(x, 0) = 0 \end{cases}$$

### Minimisation de l'indicateur d'erreur

- Vérification de l'équilibre : implique
  - que  $\sigma$  vérifie une séparation de variables

$$\sigma(\mathbf{M}, t) \simeq \sum_{i=1}^m \frac{\partial \lambda_i(t)}{\partial t} \mathbf{Z}_i(\mathbf{M})$$

- selon la relation entre  $\mathbf{Z}_i$  et  $\psi_i$

$$\int_{\Omega} \mathbf{Z}_i \frac{\partial w}{\partial x} + c \psi_i w \, dx = 0, \quad \forall w \, \forall i$$

### Algorithme progressif

- $u_{m-1}, \sigma_{m-1}$  connus, calcul du mode  $m$  (i.e.  $\psi_m, \lambda_m, Z_m$ )

### Algorithme point fixe

- minimisation selon  $\lambda_m$
- minimisation selon  $\psi_m$  :

Equivalent

- multiplicateurs de Lagrange (relation entre  $\psi_m$  et  $Z_m$ )
- **ou** minimisation partielle :
  - calcul de  $\psi_m$  en fixant  $Z_m$
  - calcul de  $Z_m$  à partir de  $\psi_m$  pour respecter l'équilibre

## 3 – Erreur de réduction

### Différentes stratégies PGD

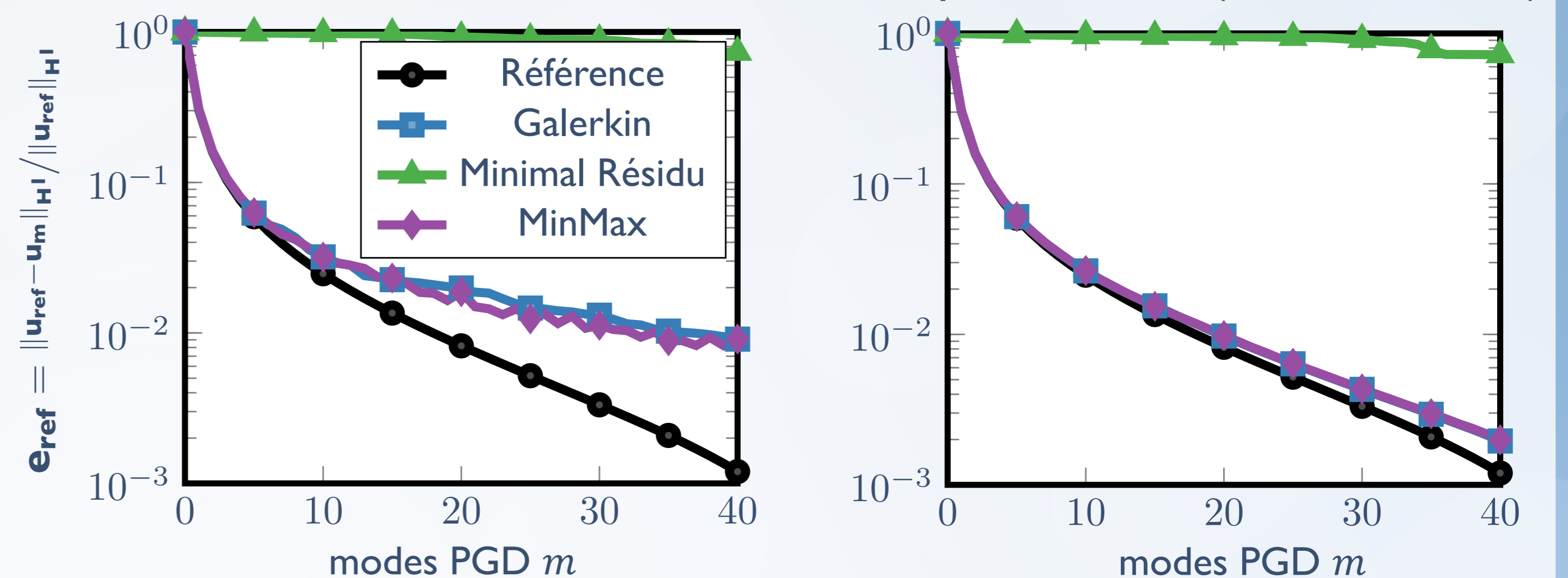
- [Ladevèze 99, Ammar 10, Nouy 10]

### Vs une solution réduite de référence

- décomposition SVD d'une solution FEM

### Mesure de l'écart

- classique



Vers un estimateur plus robuste et stable

### Minimal CRE - PGD

pilotage de l'algorithme progressif par un indicateur d'erreur de réduction immédiat plus précis

## 4 – Objectif du projet

### Marier deux outils

- la réduction de modèle PGD
- l'estimation d'erreur par la relation de comportement (CRE)

### Idee : minimisation de l'indicateur d'erreur

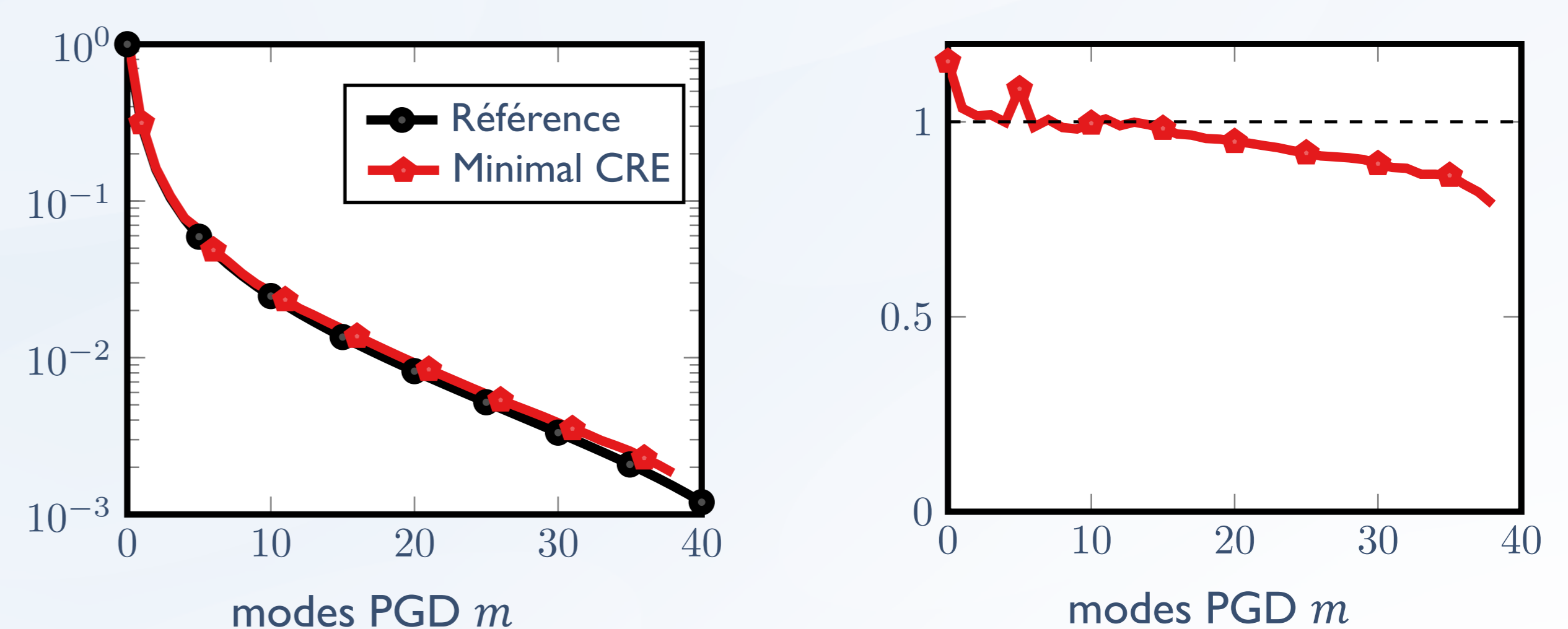
$$\operatorname{argmin}_{\mathcal{L}(u, \sigma) = 0} \|\sigma - \mathcal{K}\epsilon(u)\|_{\mathbb{E}}$$

## 6 – Premiers résultats

### stratégies PGD avec leur indicateur d'erreur propre

- estimateurs

- efficacité



## 7 – Conclusion

### Nouvelle stratégie PGD

- amélioration de la qualité de la solution PGD
- estimateur d'erreur de réduction fiable

### Futur : extension aux problèmes non-linéaires