



**HAL**  
open science

## Une étude expérimentale et son modèle émergent de raideur du pli de papier

Clémentine Pradier, Jérôme Cavoret, David Dureisseix, Claire Jean-Mistral,  
Fabrice Ville

► **To cite this version:**

Clémentine Pradier, Jérôme Cavoret, David Dureisseix, Claire Jean-Mistral, Fabrice Ville. Une étude expérimentale et son modèle émergent de raideur du pli de papier. 22e Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-01214102

**HAL Id: hal-01214102**

**<https://hal.science/hal-01214102>**

Submitted on 9 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une étude expérimentale et son modèle émergent de raideur du pli de papier

C. PRADIER<sup>a</sup>, J. CAVORET<sup>a,b</sup>, D. DUREISSEIX<sup>b</sup>, C. JEAN-MISTRAL<sup>b</sup>,  
F. VILLE<sup>b</sup>

a. Département Génie Mécanique et Développement, INSA Lyon

b. Université de Lyon, INSA-Lyon, CNRS, LaMCoS UMR5259, France

{Jerome.Cavoret,David.Dureisseix,Claire.Jean-Mistral,Fabrice.Ville}@insa-lyon.fr

## Résumé :

*Le pliage de papier a débordé des seules applications de l'origami déployable ces dernières décades pour entrer dans le champ de l'ingénierie. Cependant, les informations sur le comportement du pli de papier sont encore parcellaires. Cette communication propose une première approche pour caractériser ce comportement, en vue de la simulation mécanique du pliage/dépliage au delà de la seule analyse cinématique de l'origami rigide. Le modèle développé ici à partir d'expériences sur le comportement monotone du pli utilise un ressort de torsion macroscopique non-linéaire réparti. Les influences de l'angle de pliage et de la longueur du pli sont extraites automatiquement d'un ensemble de données expérimentales peu structurées, en faisant apparaître à la fois un comportement déterministe et une variabilité due au procédé de pliage.*

## Abstract :

*Folding paper has for few decades extended beyond the origami deployable applications and tessellations to reach the engineering field. Nevertheless, mechanical information about paper fold behavior is still lacking. This communication proposes a first approach to characterize this behavior in order to be able to simulate the folding process from a mechanical point of view, and to go a step further the single kinematics of origami mechanisms. The model developed herein from simple experiments for the fold monotonic behavior relies on a macroscopic local hinge with a non-linear torsional spring. The influence of both the folding angle and the fold length are extracted automatically from a set of experimental values exhibiting a deterministic behavior and a variability due to the folding process.*

**Mots clefs : identification, analyse en composante principale, variabilité, latent model discovery**

## 1 Introduction

Les principaux travaux récents sur les structures assemblées à partir de plaques fines articulées concernent les panneaux déployables pour le spatial [2, 9], les structures architecturales ajustables [1, 4], ainsi que

les applications en biomécanique [8, 6, 7, 5]. Les modèles d'origami rigide (faces rigides et plis parfaits) permettent d'appréhender leur cinématique, mais pas le couplage flexion des faces / rotation des plis en faisant intervenir leurs souplesses respectives. Les modèles physiques en papier permettent aussi le prototypage de structures de taille et de matériaux différents, la difficulté étant de changer simultanément d'échelle et de matériau. Le but est ici de proposer une méthode d'extraction de modèle à partir de données brutes. Elle est illustrée sur le cas de plis rectilignes, pour un chargement monotone. Le papier utilisé est ici le Conqueror CX22<sup>TM</sup> d'Arjowiggins. Les auteurs souhaitent remercier J.-M. Baumlin (Arjowiggins Research & Development Center) pour les discussions et les informations fournies.

## 2 Essais mécaniques

Les essais classiques sur papier concernent souvent les tractions dans le plan, et exhibent des anisotropies marquées pour la rigidité (coefficient de l'ordre de 2 suivant la direction considérée), et la résistance (coefficient de l'ordre de 2 inverse du précédent). Comme pour les mesures de grammage et d'épaisseur, les dispersions de comportement sont de l'ordre de la précision de mesure, ce qui permet de conclure à un comportement déterministe, issu de la bonne maîtrise du procédé de fabrication.

**Protocole d'essai sur pli.** La réalisation d'un pré-plier de façon industrielle (essentiellement pour les emballages cartonnés) vise à contrôler la position et la procédure de pliage pour une bonne reproductibilité. Ici, un protocole de réalisation du pli est mis en place, et l'essai est réalisé en dépliant le papier, en obtenant une série d'angles d'ouverture  $\alpha$  associés à une série de couples résistant  $C$ .

**Résultats d'essai.** Les résultats présentent une importante dispersion, qui est considérée ici comme une part intrinsèque du modèle et doit être identifiée aussi à ce titre. L'influence de la longueur  $L$  du pli est visible, mais celle de l'orientation est clairement moins marquée.

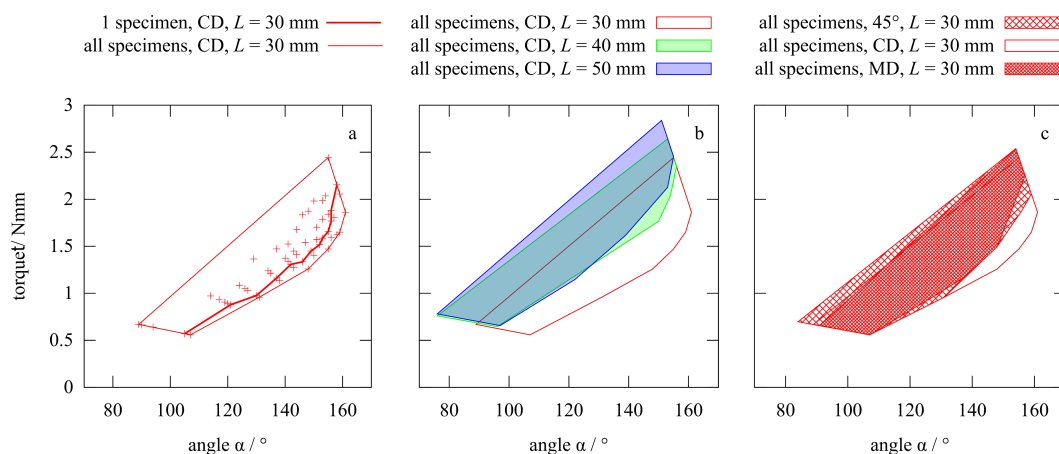


FIGURE 1 – Résultats d'essai : couple en fonction de l'angle et de la longueur, (a : courbe expérimentale et enveloppe convexe des points de mesures pour tous les spécimens de mêmes longueur et orientation ; b : pour une même orientation ; c : pour une même longueur.

### 3 Identification du modèle

On s'attend à obtenir une évolution du couple de la forme  $C(\alpha, L) = k(\alpha)f(L) + \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  étant une variable aléatoire prenant en compte l'imparfaite maîtrise du procédé conduisant à une variabilité (dont on cherche la fonction de répartition par exemple). Les fonctions  $k$  et  $f$  sont a priori inconnues, la linéarité vis-à-vis de la longueur de pli devant correspondre à une validation des essais, traduisant la localité du comportement (répartition uniforme d'un couple linéique le long du pli).

**Utilisation des données brutes d'une orientation.** Les données faiblement structurées consiste en la donnée de couples  $(\alpha_{ji}, C_{ji})$ ,  $i = 1 \dots m_j$  pour un groupe de spécimens de même longueur  $L_j$  ( $j = 1 \dots n_L$ ). Le résidu par rapport au modèle déterministe cherché est la variabilité  $\varepsilon_{ji} = C_{ji} - N(\alpha_{ji})\kappa f_j$ ,  $N(\alpha)$  est la matrice des fonctions de forme EF qui représente la fonction  $k$  (une fois que l'espace de variation de  $\alpha$  est discrétisé), et  $\kappa$  est le vecteur colonne des inconnues nodales. Le nombre de nœuds de discrétisation,  $n_\alpha$ , est un paramètre utilisateur de la méthode.

**Minimisation du résidu.** Un problème d'optimisation associé à la minimisation du résidu, qu'on peut appliquer de façon récursive pour déterminer des couples de correction  $(k_s, f_s)$ ,  $s = 1, 2, \dots$  conduit à une généralisation de la décomposition en valeurs singulières (svd).

Pour la seule orientation transverse, les amplitudes relatives des corrections successives sont (pour un choix a priori  $n_\alpha = 5$ ) :  $\sigma_2/\sigma_1 \approx 2,6\%$  et  $\sigma_3/\sigma_2 \approx 23\%$ , la décroissance rapide validant le modèle à variables séparées. Le premier mode pour la fonction  $f_1(L)$  conduit à une fonction linéaire, avec une erreur RMS de linéarité d'environ 3,4%, permettant de valider la localité du modèle identifié.

**Caractérisation de la variabilité.** Une fois le modèle déterministe validé, l'analyse du résidu de minimisation  $\varepsilon$  permet d'identifier sa fonction de répartition probabiliste. Le paramètre utilisateur  $n_\alpha$  est alors un filtre hiérarchique, permettant de raffiner progressivement la représentation de la fonction  $k_1(\alpha)$ . Il permet de séparer la part déterministe de la part probabiliste de la réponse. Un critère de convergence et de régularité permet de décider du choix de la valeur à prendre. Le problème d'optimisation conduisant au meilleur modèle déterministe conduit à une moyenne de la variabilité  $\varepsilon$  nulle, et correspond à une minimisation de l'écart type de cette variable aléatoire.

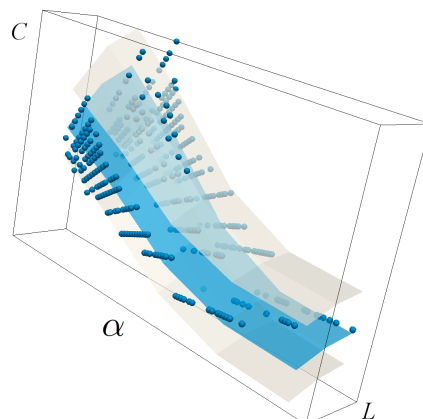


FIGURE 2 – Identification du modèle : points expérimentaux, surface déterministe du modèle et enveloppes avec un niveau de fiabilité de 90%.

## Conclusions

Cette communication vise à présenter une démarche de recherche de modèle numérique émergeant de données brutes expérimentales et peu structurées. Avec peu d'hypothèses formulées a priori, la démarche permet de vérifier la validité et la pertinence de la forme du modèle (ici, la séparation de variables, la localité du comportement, la part déterministe). Cette démarche est mise en œuvre et illustrée sur le cas de l'identification du comportement mécanique macroscopique du pli de papier sous chargement monotone. Le modèle est phénoménologique et ne prend pas en compte la complexité microscopique du procédé de pliage [3] ; il est cependant adapté pour tenir compte de la faible dépendance du comportement à l'orientation du pli. La localité du comportement permet aussi d'envisager son utilisation dans un cas plus complexe de pli courbe ou la rigidité des faces en flexion doit aussi être prise en compte, tant que la tension longitudinale dans le pli a une influence faible.

**Remerciements.** Les auteurs souhaitent remercier *Arjowiggins Creative Papers* pour l'utilisation du papier Conqueror CX22 120g/m<sup>2</sup>. Nous sommes particulièrement reconnaissants à J.-M. Baumlin, du *Research and Development Center*, de son intérêt pour ces travaux, et pour les informations fournies.

## Références

- [1] H. Buri and Y. Weinand. ORIGAMI – Folded Plate Structures, Architecture. In *10th World Conference on Timber Engineering (WCTE)*, Miyazaki, Japan, 2008. 8 pages.
- [2] Y. Chen and Z. You. Square deployable frames for space applications. Part 2 : Realization. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, 221(1) :37–45, 2007.
- [3] A. Giampieri, U. Perego, and R. Borsari. A constitutive model for the mechanical response of the folding of creased paperboard. *International Journal of Solids and Structures*, 48 :2275–2287, 2011.
- [4] F. Gioia, D. Dureisseix, R. Motro, and B. Maurin. Design and analysis of a foldable/unfoldable corrugated architectural curved envelop. *Journal of Mechanical Design*, 134(3) :031003(1–12), 2012.
- [5] H. Kobayashi, B. Kresling, and J. F. Vincent. The geometry of unfolding tree leaves. *Proceedings of the Royal Society London B*, 265 :147–154, 1998.
- [6] K. Kuribayashi, K. Tsuchiya, Z. You, D. Tomus, M. Umemoto, T. Ito, and M. Sasaki. Self-deployable origami stent grafts as a biomedical application of Ni-rich TiNi shape memory alloy foil. *Materials Science and Engineering : A*, 419(1-2) :131–137, 2006.
- [7] J. F. V. Vincent. Deployable structures in nature : Potential for biomimicking. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 214(1) :1–10, 2000.
- [8] Z. You and K. Kuribayashi. Expandable tubes with negative Poisson's ratio and their application in medicine. In R. Lang, editor, *Origami 4*, pages 117–127. A K Peters / CRC Press, 2009.
- [9] S. A. Zirbel, R. J. Lang, M. W. Thomson, D. A. Sigel, P. E. Walkemeyer, B. P. Trease, S. P. Magleby, and L. L. Howell. Accommodating thickness in origami-based deployable arrays. *Journal of Mechanical Design*, 135 :111005(1–11), 2013.