



**HAL**  
open science

# Méthode d'optimisation de forme en dynamique rapide par approche quasi-statique

Laurent Genest, Louis Jézéquel, Frédéric Gillot, Frédéric Mercier

► **To cite this version:**

Laurent Genest, Louis Jézéquel, Frédéric Gillot, Frédéric Mercier. Méthode d'optimisation de forme en dynamique rapide par approche quasi-statique. 12e Colloque National en Calcul des Structures, CSMA, May 2015, Presqu'île de Giens, France. hal-01207188

**HAL Id: hal-01207188**

**<https://hal.science/hal-01207188>**

Submitted on 30 Sep 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Méthode d'optimisation de forme en dynamique rapide par approche quasi-statique

L. Genest<sup>1,2</sup>, L. Jézéquel<sup>1</sup>, F. Gillot<sup>1</sup> et F. Mercier<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LTDS, Ecole Centrale de Lyon, {louis.jezequel,frederic.gillot}@ec-lyon.fr

<sup>2</sup> Renault S.A.S., {laurent.genest,frederic.mercier}@renault.com

**Résumé** — Devant le nombre croissant de paramètres de forme, les constructeurs automobiles se tournent vers des méthodes d'optimisation de type gradient. Il reste cependant très difficile de déterminer un gradient pour les problèmes de dynamique non-linéaire comme la tenue au crash des véhicules, prestation grandement dimensionnante. En se basant sur l'Equivalent Static Loads Method, nous avons pu revenir à des problèmes statiques linéaires et ainsi déterminer de manière peu coûteuse une direction de descente pour les critères de crash.

**Mots clés** — Optimisation de forme, Résistance au crash, Dynamique non-linéaire, Equivalent Static Loads Method, Gradient approché.

## 1 Introduction

L'optimisation de forme consiste en la détermination de la forme optimale d'un domaine pour minimiser ou maximiser des objectifs souvent antagonistes, masse et compliance par exemple. Nous pouvons classer en trois catégories ces problèmes suivant le type de variables d'optimisation : topologiques, géométriques et paramétriques [1, 4]. L'optimisation paramétrique est souvent préférée par l'industrie car elle permet de restreindre le problème à des constituants que l'on sait concevoir. Confrontée à des objectifs de réduction de masse et des cahiers des charges de plus en plus sévères et après avoir largement optimisé épaisseur et matériau de ses pièces, l'industrie automobile se tourne vers ce dernier type d'optimisation pour élargir son espace de conception.

L'une des prestations les plus dimensionnante d'une caisse en blanc, la tenue en crash, est problématique. Même s'il reste possible de calculer une direction de descente par différences finies [6], le bruit dû à ce problème de dynamique rapide ainsi que sa non-linéarité ont fait que de telles méthodes sont inexploitées. À ces techniques coûteuses, les fabricants ont préféré l'optimisation par méta-modèles [3, 8]. Ces méthodes multi-objectifs sont d'autant plus appréciées qu'elles permettent d'intégrer les prestations statiques, vibratoires et crash lors d'une même étude [2].

Cependant, le nombre important de paramètres CAO (environ 100 paramètres de forme sur les 100 premiers millimètres du longeron) combiné à des temps de calcul d'environ 10h sur 16 processeurs pour les prestations crash rend très coûteux l'optimisation et difficile la standardisation de ce type d'étude.

Afin de pallier cette problématique, nous proposons une méthode d'optimisation de type gradient en utilisant une direction de descente issue de problèmes statiques équivalents obtenus en utilisant l'*Equivalent Static Loads Method* (E.S.L.M.) [9, 10]. Une sensibilité a été obtenue pour plusieurs critères de crash (énergie absorbée et intrusion), le calcul pour l'intrusion est décrit ci-après.

## 2 Gradient approché pour les critères en déplacement

La prestation *intrusion dans l'habitacle* consiste à minimiser le déplacement maximal d'un noeud. Le problème d'optimisation en dynamique non-linéaire mono-objectif se pose comme suit :

### Problème d'optimisation en dynamique non-linéaire

Trouver les paramètres de forme  $P = \{P_i\}$ ,  $i = 1..n$

Pour minimiser  $J_{NL}(P) = u_{NL,mesure}(t_{max}, P)$ , le déplacement maximal du noeud de mesure

Sujet à des contraintes sur les plages de variation des paramètres  $P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max}$

Où  $u_{NL,mesure}(t_{max}, P)$  est une composante de la solution  $X_{NL}(t, P)$  à  $t_{max}$  de l'équation de dynamique non-linéaire (1).

$$M(P)\ddot{X}_{NL}(t, P) + K_T[X_{NL}(t, P), P]\Delta X_{NL}(t, P) = F_{NL}(t, P), t = t_1..t_f \quad (1)$$

Avec  $M$  la matrice de masse,  $K_T$  la matrice de raideur tangente et  $F_{NL}$  le vecteur des forces extérieures.

## 2.1 Problème statique équivalent

L'E.S.L.M. propose de définir un problème statique équivalent au problème de dynamique non-linéaire sur lequel sera réalisé l'optimisation. D'abord utilisée pour réduire le coût de l'optimisation, nous l'appliquerons au calcul d'une direction de descente. Le problème statique linéaire équivalent s'écrit ainsi :

### Problème d'optimisation statique linéaire équivalent

Trouver les paramètres de forme  $P = \{P_i\}$ ,  $i = 1..n$

Pour minimiser  $J_L(P) = u_{L,mesure}(P)$ , le déplacement maximal du noeud de mesure

Sujet à des contraintes sur les plages de variation des paramètres  $P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max}$

Où  $u_{L,mesure}(P)$  est une composante de la solution  $X_L(P)$  de l'équation de statique linéaire (2)

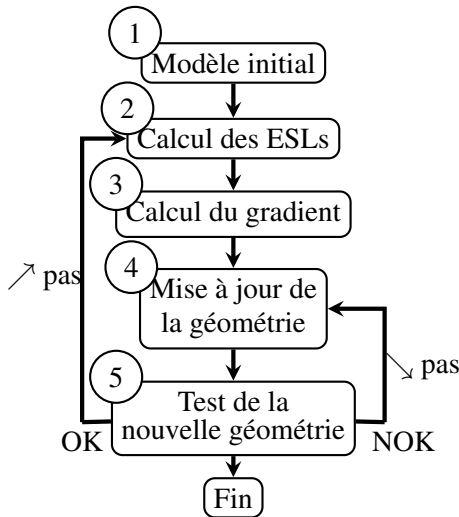
$$K_L(P)X_L(P) = f_{eq}^u \quad (2)$$

Avec  $K_L$  la matrice de raideur linéaire choisie comme la matrice de raideur initiale du problème de dynamique non-linéaire pour ce critère en déplacement et  $f_{eq}^u = K_L(P)X_{NL}(t_{max}, P)$ , le vecteur force permettant de préserver le déplacement  $X_{NL}(t_{max}, P)$  dans le problème équivalent.

La direction de descente utilisée pour  $J_{NL}(P)$  sera  $\partial_P J_L = \partial_{X_L} u_{L,mesure} \cdot \partial_Q X_L \cdot \partial_P Q$ . Où  $Q$  correspond à la position des noeuds du maillage, le terme  $\partial_P Q$  correspond au retour CAO.

## 2.2 Algorithme utilisé pour l'étude

Afin de tester la direction de descente, un algorithme a été implémenté. Il est décrit en figure 1. Le pas adaptatif permet d'effectuer un semblant de recherche linéaire sans trop de calculs.



- 1 : Création de la géométrie, maillage et lancement du calcul de Crash
- 2 : Récupération du déplacement  $X_{NL}$  à  $t_{max}$  et calcul de la force équivalente  $f_{eq}^u$
- 3 : Calcul de la sensibilité de  $J_L$  par rapport aux noeuds du maillage  $\partial_{X_L} u_{L,mesure} \cdot \partial_Q X_L$  par et calcul de la sensibilité  $\partial_P Q$  du maillage par rapport aux paramètres C.A.O.
- 4 : Mise à jour de la géométrie  $P_{k+1} = P_k - \theta \cdot \partial_P J_L$
- 5 : Maillage et lancement du calcul de Crash. On augmente ou diminue le pas  $\theta$  suivant le résultat du calcul

FIGURE 1 – Algorithme implémenté pour tester la direction de descente

La géométrie type coque mince est une surface B-spline définie au format STEP. Les paramètres de formes sont ses points de contrôle. Ceci permet d'écrire en équation (3), la sensibilité de la position du noeud  $q$  par rapport au point de contrôle  $p_{\alpha\beta}$ .

$$\partial_{p_{\alpha\beta}} q = \frac{\partial S(\mathbf{u}_q, \mathbf{v}_q)}{\partial p_{\alpha\beta}} = b_{\alpha,l}(\mathbf{u}_q) b_{\beta,m}(\mathbf{v}_q) \quad (3)$$

Avec  $S$  la surface B-spline de degré  $(l, m)$ ,  $b_{.,a}$  la fonction B-spline de degré  $a$  et  $(\mathbf{u}_q, \mathbf{v}_q)$  les coordonnées surfaciques du nœud  $q$  obtenues en minimisant la distance  $D(S, q)$  du nœud à la surface par une méthode de Newton-Raphson.

### 3 Validité de la direction de descente

La démonstration de l'égalité des fonctions objectifs  $J_{NL}(P) = J_L(P)$  a été faite par Park [9]. Cependant, il reste à montrer que  $\partial_P J_L$  est bien une direction de descente du problème non-linéaire. En utilisant l'hypothèse de quasi-staticité et l'hypothèse de chargement quasi-proportionnel (réversibilité) [5], nous avons pu définir un module d'élasticité sécant  $E_S^e$  pour chaque élément  $e$  du modèle (cf. figure 2) et écrire l'équation (4) équivalente à l'équation (1). Ces hypothèses ont notamment été utilisées pour l'estimation des effets de l'emboutissage par approche inverse [7].

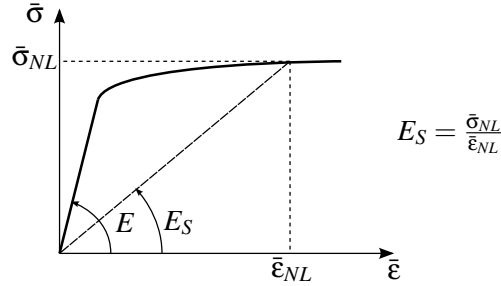


FIGURE 2 – Définition du module d'élasticité sécant  $E_S$

$$K_S(t_{max}, P)X_{NL}(t_{max}, P) = F_{tot}(t_{max}, P) \quad (4)$$

Avec  $F_{tot}$  vecteur force concernant le champ de contrainte ou de déformation à l'instant  $t_{max}$  et  $K_S$  la matrice de rigidité sécante obtenue par assemblage des matrices de rigidité sécantes élémentaires :

$$K_S(t_{max}, P) = \sum_{e=1}^{nb.elem} [T^e(P)]^T [K_S^e(t_{max}, P)]_{loc} [T^e(P)] \text{ où } [T^e] \text{ est la matrice de passage locale/globale.}$$

L'algorithme explicite d'intégration temporelle du calcul de crash étant stable, l'hypothèse de quasi-staticité est validée. Les conditions suivantes sont nécessaires à la validation de la seconde hypothèse :

- l'état initial est l'état non déformé et non écroui,
- le matériau obéit à la loi de Prandtl-Reuss,
- la loi d'écrouissage s'exprime sous la forme d'une fonction puissance,
- les directions principales du tenseur des contraintes en chaque points restent quasi-constantes,
- et les déformations élastiques sont négligeables.

En utilisant (4), il nous a été possible de démontrer que  $\langle \partial_P J_{NL}, \partial_P J_L \rangle \geq 0$ . Ainsi,  $-\partial_P J_L$  est bien une direction de descente du problème d'optimisation en dynamique non-linéaire.

### 4 Résultats

Nous avons cherché à minimiser l'écrasement d'une Crash-Box en acier d'une longueur de 150mm (cf. figure 3-a) définie par 9 paramètres de forme qui pilotent les points de contrôle de 3 esquisses pilotantes (cf. figure 3-b). La figure 4 répertorie les résultats de notre étude. La recherche linéaire effectuée à partir du modèle initial et présentée en figure 4-a montre la plage de validité du gradient approché pour la minimisation et la maximisation de la fonction objectif. Nous pouvons y voir que le problème est hautement non-linéaire et bruité. En partant de la même géométrie initiale, nous avons effectué plusieurs boucle d'optimisation afin de visualiser les effets de la répétabilité et du maillage. Ces courbes sont visibles en figure 4-b et montrent qu'une bonne qualité de modèle est exigée. L'écrasement des modèles initial et optimisé est présenté en figure 4-c.

Le résultat en forme de « château » s'explique physiquement par le fait que ce soit la forme disponible dans l'espace de conception ayant l'inertie de section la plus importante.

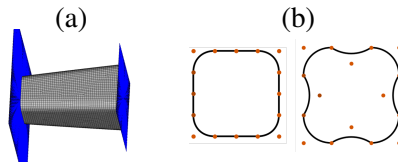


FIGURE 3 – Définition du cas test "Crash-Box" (a) et ses esquisses pilotantes (b).  
Conditions du Crash : vitesse initiale  $16\text{km.h}^{-1}$ , masse poussante : 450kg, mur rigide

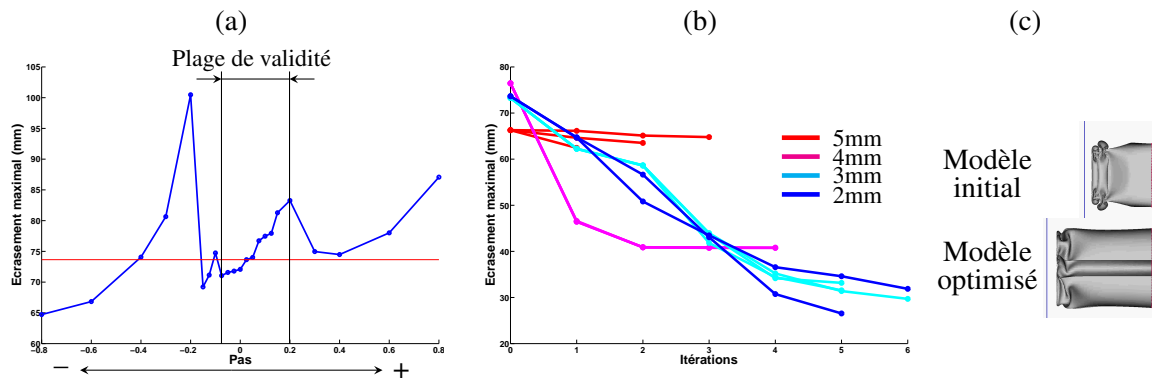


FIGURE 4 – Résultats : Recherche linéaire à partir du modèle initial (a),  
Effet de la répétabilité et du maillage sur l'optimisation (b) (maillage de 2 à 5mm),  
Écrasement du modèle initial et du modèle optimisé (c)

## 5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé une méthode type gradient permettant d'optimiser la forme d'un modèle de Crash tout en relevant la problématique du nombre de paramètres de forme. Une sensibilité pour les critères d'intrusion et d'énergie absorbée a été calculée. Il reste encore à déterminer un gradient approché pour les autres critères comme le Pulse (accélération) et l'Occupant Load Criterion (vitesse) avant d'être en capacité d'effectuer une optimisation multi-objectifs en crash par une méthode utilisant ces directions de descente.

## Références

- [1] P. Du Cauzé De Nazelle. *Paramétrage de formes surfaciques pour l'optimisation*, Thèse, Ecole Centrale de Lyon, 2013.
- [2] F. Duddeck. *Multidisciplinary optimization of car bodies*, Struct. Multidisc. Optim. 35, 375-389, 2008.
- [3] H. Fang, M. Rais-Rohani, Z. Liu and M.F. Horstemeyer. *A comparative study of metamodeling methods for multiobjective crashworthiness optimization*, Computers and Structures 83, 2121-2136, 2005.
- [4] P. Froment. *Optimisation de formes paramétriques en grande dimension*, Thèse, Ecole Centrale de Lyon, 2014.
- [5] J. Lemaitre et J.-L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, 2001.
- [6] P.O. Marklund and L. Nilsson. *Optimization of a car body component subjected to side impact*, Struct. Multidisc. Optim. 21, 383-392, 2001.
- [7] F. Mercier. *Contribution à la modélisation de l'emboutissage de tôles minces par l'approche inverse*, Thèse, Université de Technologie de Compiègne, 1998.
- [8] F. Mercier, M. Guillon and S. Maillot. *Deployment of optimization studies using Alternova : design of a hood inner panel for pedestrian safety performance*, Ingénieurs de l'automobile, 29-46, Juin 2012.
- [9] G.-J. Park. *Technical overview of the equivalent static loads method for non-linear static response structural optimization*, Struct. Multidisc. Optim. 43, 319-337, 2011.
- [10] S.-I. Yi, J.-Y. Lee and G.-J. Park. *Crashworthiness design optimization using equivalent static loads*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, 226, 2012.

Nous tenons à remercier M. Albertelli pour avoir orienté nos travaux de recherche dans cette direction.