



HAL
open science

Détection Multi-utilisateurs Robuste pour un système Bluetooth

Malek Messai, Frédéric Guilloud, Karine Amis Cavalec

► **To cite this version:**

Malek Messai, Frédéric Guilloud, Karine Amis Cavalec. Détection Multi-utilisateurs Robuste pour un système Bluetooth. GRETSI 2015: 25ème colloque du Groupement de Recherche en Traitement du Signal et des Images, Sep 2015, Lyon, France. hal-01202529

HAL Id: hal-01202529

<https://hal.science/hal-01202529>

Submitted on 21 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Détection Multi-utilisateurs Robuste pour un système Bluetooth

Malek MESSAI, Frédéric GUILLOUD et Karine AMIS
Département Signal et Communications de Télécom Bretagne Institut Télécom,
CNRS Lab-STICC (UMR 6285), Brest 29200, France
e-mail: Prénom.nom@telecom-bretagne.eu

Résumé – On développe un récepteur multi-utilisateurs robuste employant la technique MRF (Multiplexage par répartition de fréquence). Chaque utilisateur est un émetteur Bluetooth qui utilise la modulation par déplacement de fréquence à filtrage Gaussien (GFSK) et qui est caractérisé par une incertitude considérable de l'indice de modulation et transmis sur un canal affecté par un bruit de phase. Le récepteur proposé est conçu en adoptant une représentation simplifiée du signal GFSK binaire avec la composante principale de sa décomposition de Laurent et en se basant sur la théorie de graphe (FG) et l'algorithme somme-produit (SPA).

Abstract – We develop a robust multiuser detector for a Frequency Division Multiplexing (FDM) system where each user corresponds to a Bluetooth transmitter employing a binary Gaussian Frequency-shift keying modulation (GFSK) characterized by a significant modulation index uncertainty, and sent over a channel affected by phase noise. The proposed receiver is designed by adopting a simplified representation of a binary CPM signal with the principal component of its Laurent decomposition and is obtained by using the framework based on factor graphs and the sum-product algorithm.

1 Introduction

Le Bluetooth [1] est une norme qui est de plus en plus populaire et largement déployée pour les réseaux personnels sans fil (WPAN). La couche physique de Bluetooth emploie la modulation à déplacement de fréquence à filtre Gaussienne (GFSK), qui est une forme particulière de modulation continue de phase (CPM). Les modulations CPM sont bien connus par leur enveloppe constante qui rend ces modulations insensibles aux distorsions non linéaires et donc très intéressantes pour les communications par satellite et pour les applications à faible coût où les émetteurs sont de faible consommation. GFSK fournit un compromis favorable entre la puissance et l'efficacité de la bande passante, et présente aussi une solution pour les émetteurs à faible coût. Par conséquent l'indice de modulation est autorisé à varier dans un intervalle relativement large. Pour le Bluetooth à base débit (BR) [4] l'indice de modulation varie dans l'intervalle $[0.28, 0.35]$. Ici, on se concentre sur un système multi-utilisateurs basé sur la technique MRF où chaque utilisateur Bluetooth emploie un GFSK binaire (MRF-GFSK) où l'efficacité spectrale (SE) peut être augmentée en réduisant l'espacement entre les sous-bande adjacents, permettant ainsi un chevauchement en fréquence et par conséquent, en admettant une certaine quantité d'interférence. Cet aspect a été étudié d'un point de vue théorie d'information pour les modulations à phase continue (CPM) [2], montrant qu'une amélioration significative peut être obtenue même pour un détecteur mono-utilisateur. Le gain en terme d'efficacité spectrale peut être encore plus important quand un récepteur multi-utilisateur est adopté. Un récepteur optimal multi-utilisateur à une complexité qui augmente de façon exponentielle avec le nombre d'utilisateurs, donc un schéma de détection sous-optimal est demandé. Récemment,

un algorithme de détection multi-utilisateurs (DMU) de complexité réduite a été dérivée dans [3] basée sur la théorie de graphe (FG) et l'algorithme somme-produit (SPA). L'algorithme conçu dans [3] surpasse tous les autres algorithmes (DMU) sous-optimaux de point de vue performances et complexité à la fois. Il existe plusieurs détecteurs non cohérent robuste pour une transmission Bluetooth mais se sont limités à aux transmissions mono-utilisateur [4], [5] alors que dans le cas multi-utilisateurs un tel récepteur ne figure pas dans la littérature. Dans cet article, on considère un problème très général de la détection multi-utilisateur de signaux Bluetooth avec un indice de modulation inconnue transmis sur un canal affecté par un bruit de phase. On adopte une représentation simplifiée du signal GFSK basé sur la composante principale de sa décomposition de Laurent [6]. Ensuite On dérive la probabilité conjointe a posteriori des symboles transmis, la phase de canal, et l'indice de modulation à travers la théorie de graphe (FG) [7]. L'algorithme somme-produit (SPA) est alors préconisé de calculer les probabilités des symboles transmis a posteriori. En particulier, chaque émetteur Bluetooth est concaténé en série avec un code correcteur d'erreur à travers un dispositif d'entrelacement aléatoire, et un schéma de détection/décodage itératif. Ce papier est organisé comme suit: Après la description de modèle du système dans la section 2, on dérive un détecteur FG-multi-utilisateurs (FG-DMU) robuste basé sur la décomposition de Laurent à la section 3. Les résultats de simulations sont discutés à la section 4 et certaines conclusions sont finalement établis dans la section 5. Le nouveau récepteur multi-utilisateur pour les signaux Bluetooth qui est robuste à l'incertitude de l'indice de modulation et même en présence de bruit de phase est nommée "robuste FG-DMU".

2 Modèle de Transmission pour un Système Bluetooth Multi-utilisateurs

On considère un système de K utilisateurs Bluetooth synchrone dans lequel tous les utilisateurs transmettent à la même puissance. L'extension au cas asynchrones, éventuellement avec des puissances différentes peut être fait tel que décrit dans [3]. On suppose que chaque utilisateur transmet N bits et on note $a_n^{(k)}$ par le n -ième symbole du k -ième utilisateur qui prend sa valeur dans $\{-1, 1\}$. La séquence de symbole transmise par le k -ième utilisateur est $\mathbf{a}^{(k)} = (a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)})$. On définit $\mathbf{a}_n = (a_n^{(1)}, a_n^{(2)}, \dots, a_n^{(K)})$ et on dénote par $\mathbf{a} = (\mathbf{a}_0^T, \mathbf{a}_1^T, \dots, \mathbf{a}_{N-1}^T)$ la matrice $K \times N$ des symboles transmis. Le signal reçu peut être écrit sous la forme

$$r(t) = \sum_{k=1}^K s^{(k)}(t, \mathbf{a}^{(k)}) \exp(j2\pi f^{(k)}t) + \omega(t) \quad (1)$$

où $\omega(t)$ est un bruit blanc additif Gaussien de densité spectrale de puissance bilatérale $2N_0$, $f^{(k)}$ est la différence entre la fréquence porteuse de l'utilisateur k et la celle de référence. $s^{(k)}(t, \mathbf{a}^{(k)})$ est le signal GFSK porteur d'information de l'utilisateur k qui est donnée par

$$s(t, \mathbf{a}^{(k)}) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \exp\{j2\pi h \sum_{n=0}^{N-1} a_n^{(k)} q(t - nT)\}, \quad (2)$$

E_b est l'énergie par bit et T sa durée. La fonction $q(t)$ est une primitive d'une fonction $g(t)$ dite réponse en fréquence:

$$g(t) = \frac{1}{2T} \left(Q\left(\gamma \cdot B\left(t - \frac{T}{2}\right)\right) - Q\left(\gamma \cdot B\left(t + \frac{T}{2}\right)\right) \right), \quad (3)$$

avec $\gamma = 2\pi/\sqrt{\log(2)}$. Dans le standard Bluetooth la largeur de bande à 3 dB est spécifiée comme $BT = 0.5$ avec $T = 10^{-6}$ s, alors que l'indice de modulation varie entre 0.28 et 0.35. Dans [6], Laurent a proposé une décomposition d'un signal CPM binaire sous la forme d'une somme finie de modulations à amplitude d'impulsion (MAI). Le signal s'écrit ainsi

$$s(t, \mathbf{a}^{(k)}) = \sum_{i=0}^{2^{L-1}-1} \sum_n \alpha_{i,n}^{(k)} p_i(t - nT) \quad (4)$$

$p_i(t)$ est une impulsion de longueur finie, le nombre total des impulsions vaut 2^{L-1} . L'impulsion d'ordre 0, à savoir $p_0(t)$ qui est appelé *composante principale* contient la contribution majeure dans le signal [6]. Par conséquent, le *composante principale* peut être utilisé dans (4) afin d'avoir un très bon compromis entre la qualité de l'approximation et le nombre de composantes de signal.

$$\alpha_{0,n}^{(k)} = \alpha_{0,n-1}^{(k)} e^{j\pi h a_n^{(k)}} \quad (5)$$

Lorsque l'indice de modulation est rationnel de la forme $h = r/p$, où r et p sont deux entiers premiers entre eux, les pseudo-symboles $\{\alpha_{0,n}^{(k)}\}$ prend p valeurs [6].

3 Récepteur proposé

Dans cette section, on adopte l'algorithme proposé pour un système multi-utilisateur [3] en utilisant la représentation Laurent. En plus on considère maintenant une transmission multi-utilisateur de signaux Bluetooth où le signal de k -ième utilisateur est caractérisé par une grande incertitude de l'indice de modulation $h_e^{(k)}$ et transmis sur un canal de type satellitaire affecté par le bruit de phase. ($h_e^{(k)}$ et $h_e^{(k')}$ sont supposés indépendants pour $k \neq k'$). Ici, la théorie de graphe et l'algorithme somme-produit vont être utilisés dans un double sens: En plus de son utilisation pour la dérivation d'un récepteur multi-utilisateurs efficace avec une complexité réduite comme dans [3], il servira également pour permettre la détection dans le cas où l'indice de modulation est inconnu le canal de transmission est affecté par un bruit de phase tel que proposé pour une transmission mono-utilisateur dans [5]. Ainsi, on dérive finalement un détecteur multi-utilisateur robuste nommé "robuste FG-DMU". Dans ce cas, le signal reçu peut être exprimé comme

$$r(t) = \sum_{k=1}^K e^{j\theta^{(k)}(t)} s^{(k)}(t, \mathbf{a}^{(k)}, h + h_e^{(k)}) e^{j2\pi f^{(k)}t} + \omega(t) \quad (6)$$

avec $\theta^{(k)}(t)$ la bruit de phase affectant l'utilisateur k ($\theta^{(k)}(t)$ et $\theta^{(k')}(t)$ sont indépendants pour $k \neq k'$) introduit par le canal de transmission est modélisé par un processus de Wiener à temps continu de variance incrémentale par intervalle égal à σ_Δ^2 . On approxime le signal par sa composante principale et on exploite la caractéristique de l'impulsion de la composante principale qui dépend légèrement de l'indice de modulation [8] on peut exprimer le signal reçu en tant que

$$r(t) \simeq \sum_{k=1}^K e^{j\theta^{(k)}(t)} e^{j2\pi f^{(k)}t} \left(\sum_n \alpha_{0,n}^{(k)}(h) \alpha_{0,n}^{(k)}(h_e^{(k)}) \hat{p}_0(t - nT) \right) + \omega(t) \quad (7)$$

où on denote par $\hat{p}_0(t)$ l'impulsion de la composante principale pour la valeur nominale de l'indice de modulation h et nous avons exploité la propriété dérivé de (5), que le symbole $\alpha_{0,n}^{(k)}$ associée au signal transmis peut être exprimé comme le produit de symbole $\alpha_{0,n}^{(k)}(h)$ correspondant au signal GFSK nominal et le symbole $\alpha_{0,n}^{(k)}(h_e^{(k)})$ correspondant au signal GFSK d'indice de modulation $h_e^{(k)}$.

Bien que la largeur de bande du signal de GFSK dans éq. (2) est infini, on suppose par la suite qu'il peut être limitée à $N_s/2T$, N_s étant un entier positif choisi de telle sorte que l'approximation soit équitable.

Ainsi, un taux d'échantillonnage produisant N_s échantillons par symbole permet d'avoir suffisamment les mêmes statistiques que le signal original à condition que le signal reçu soit pré-filtré à travers un filtre passe-bas analogique ayant une symétrie

résiduelle autour de $N_s/2T$. Sous ces hypothèses, les échantillons de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes indépendants et identiquement distribués, complexes de moyenne nulle et de variance $\xi^2 = \frac{N_0 N_s}{T}$.

Sous l'hypothèse que le bruit de phase de canal $\theta^{(k)}(t)$ varie lentement de telle sorte qu'elle peut être considérée comme constante pendant la durée de l'impulsion principale $\hat{p}_0(t)$, on définit

$$x_n^{(k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) \hat{p}_0(t - nT) e^{-j2\pi f^{(k)} t} dt \quad (8)$$

comme la sortie du filtre adapté $\hat{p}_0(t)$ échantillonné à l'instant nT . On définit aussi $\theta_n^{(k)} = \theta^{(k)}(nT)$, $\phi_n^{(k)} = \arg[\alpha_{0,n}^{(k)}(h)]$, $\delta_n^{(k)} = \arg[\alpha_{0,n}^{(k)}(h_e^{(k)})]$, et $\psi_n^{(k)} = \theta_n^{(k)} + \phi_n^{(k)} + \delta_n^{(k)}$, collectant les échantillons de $\psi_n^{(k)}$ dans le vecteur $\boldsymbol{\psi}_n = (\psi_n^{(1)}, \psi_n^{(2)}, \dots, \psi_n^{(K)})$, représentant le signal reçu dans une base orthonormée et notant par \mathbf{r} sa représentation vectorielle. Comme $\theta_n^{(k)}$ satisfait le modèle de Wiener à temps discret

$$\theta_n^{(k)} = \theta_{n-1}^{(k)} + \Delta_n^{(k)} \quad (9)$$

avec $\{\Delta_n^{(k)}\}$ une suite de variables aléatoires gaussiennes réelles, indépendantes et identiquement distribuées de moyenne nulle et de variance σ_Δ^2 et $\theta_0^{(k)}$ est uniformément distribué dans $[0, 2\pi)$. Ainsi,

$$\begin{aligned} \psi_n^{(k)} &= \theta_n^{(k)} + \phi_n^{(k)} + \delta_n^{(k)} \\ &= \theta_{n-1}^{(k)} + \Delta_n^{(k)} + \phi_{n-1}^{(k)} + \pi h a_n^{(k)} + \delta_{n-1}^{(k)} + \pi h_e^{(k)} a_n^{(k)} \\ &= \psi_{n-1}^{(k)} + \Delta_n^{(k)} + \pi h a_n^{(k)} + \pi h_e^{(k)} a_n^{(k)}. \end{aligned} \quad (10)$$

écartant les termes indépendants des symboles et des états et en tenant compte du fait qu'un signal GFSK a une enveloppe constante, la distribution conjointe $p(\mathbf{a}, \boldsymbol{\psi} | \mathbf{r})$ peut être factorisée comme suit:

$$P(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{a} | \mathbf{r}) \propto p(\mathbf{r} | \boldsymbol{\psi}, \mathbf{a}) P(\boldsymbol{\psi} | \mathbf{a}) P(\mathbf{a}) \quad (11)$$

Chaque terme peut être décomposée comme suit:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{a}) &= \prod_{k=1}^K \prod_{n=0}^{N-1} P(a_n^{(k)}) \\ P(\boldsymbol{\psi} | \mathbf{a}) &= \prod_{k=1}^K P(\psi_0^{(k)}) \prod_{n=0}^{N-1} P(\psi_{n+1}^{(k)} | \psi_n^{(k)}, a_n^{(k)}) \\ p(\mathbf{r} | \mathbf{a}, \boldsymbol{\psi}) &\propto \prod_{n=0}^{N-1} F_n(\boldsymbol{\psi}_n) \prod_{k=1}^K H_n^k(\psi_n^{(k)}) \end{aligned} \quad (12)$$

Avec

$$\begin{aligned} F_n(\boldsymbol{\psi}_n) &= \prod_{k=1}^{K-1} \prod_{i=k+1}^K \exp \left\{ -\frac{1}{\xi^2} \Re \left(e^{j(\psi_n^{(k)} - \psi_n^{(i)})} \right) \right\} \\ H_n^{(k)}(\psi_n^{(k)}) &= \exp \left\{ \frac{1}{\xi^2} \Re \left(x_n^{(k)} e^{-j\phi_n^{(k)}} \right) \right\} \\ P(\psi_{n+1}^{(k)} | \psi_n^{(k)}, a_n^{(k)}) &= G_n^{(k)}(\psi_{n+1}^{(k)}, \psi_n^{(k)}, a_n^{(k)}) \\ &= v(\psi_{n+1}^{(k)} - \psi_n^{(k)} - \pi h a_n^{(k)}). \end{aligned} \quad (13)$$

Par conséquent, on aura enfin

$$p(\mathbf{a}, \boldsymbol{\psi} | \mathbf{r}) \propto \left[\prod_{k=1}^K P(\psi_0^{(k)}) \right] \prod_{n=0}^{N-1} F_n'(\boldsymbol{\psi}_n) \prod_{k=1}^K H_n^{(k)}(\psi_n^{(k)}) G_n^{(k)}(\psi_{n+1}^{(k)}, \psi_n^{(k)}, a_n^{(k)}) P(a_n^{(k)}). \quad (14)$$

Dans le cas de Bluetooth BR [1], $h_e^{(k)}$ suit une distribution uniforme dans l'intervalle $[0.28 - h, 0.35 - h]$, avec un bon choix de h , $h_e^{(k)}$ peut avoir une moyenne nulle et une densité de probabilité pair, par la suite la variable aléatoire $\pi h_e^{(k)} a_n^{(k)}$ est statistiquement équivalent à $\pi h_e^{(k)}$. On suppose aussi que les variables aléatoires $y_n^{(k)} = \Delta_n^{(k)} + \pi h_e^{(k)}$ sont indépendantes. La densité de probabilité $v(y_n^{(k)})$ du variable aléatoire $y_n^{(k)}$ peut être facilement calculé à partir de informations a priori disponible au niveau du récepteur (ce est à dire, en utilisant les distributions de $\Delta_n^{(k)}$ et $h_e^{(k)}$ et le fait qu'ils sont indépendants). Par exemple, si $h_e^{(k)}$ a une distribution uniforme dans $[-\epsilon, \epsilon]$, on aura

$$v(y_n) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[Q\left(\frac{y_n - \pi\epsilon}{\sigma_\Delta}\right) - Q\left(\frac{y_n + \pi\epsilon}{\sigma_\Delta}\right) \right] \quad (15)$$

où $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$. Le graphe correspondant à (14) a des cycles de longueur quatre. On peut enlever ces courts cycles en étirant les variables $a_n^{(k)}$ et $\psi_n^{(k)}$ dans $(a_n^{(k)}, \psi_n^{(k)})$ et donc on obtient un graphe dont les plus courts cycles ont une longueur douze.

Comme dans [3], on suppose que que l'interférence entre les utilisateurs non adjacents est négligeable. Ensuite, $F_n(\boldsymbol{\psi}_n)$ dans (13) peut être approximée par

$$F_n(\boldsymbol{\psi}_n) \simeq \prod_{k=1}^{K-1} F_n^{(k,k+1)}(\psi_n^{(k)}, \psi_n^{(k+1)}) \quad (16)$$

où

$$F_n^{(k,k+1)}(\psi_n^{(k)}, \psi_n^{(k+1)}) = \exp \left\{ -\frac{1}{\xi^2} \Re \left(e^{j(\psi_n^{(k+1)} - \psi_n^{(k)})} \right) \right\}. \quad (17)$$

Le graphe résultant est représenté sur la figure 1.

4 Résultats de Simulations

On considère la concaténation en série, à travers un entrelaceur pseudo-aléatoire de longueur de 2048 bits, avec un codeur convolutif binaire de générateur (7,5) (notation octal). La performance de taux d'erreur binaire est moyenné sur tous les utilisateurs. Un facteur de sur-échantillonnage $N_s = 10$ est considéré. On suppose que tous les utilisateurs Bluetooth transmettent à la même puissance et partagent le même format de modulation et que les canaux sont également espacés en fréquence. Pour tous les récepteurs considérés, un nombre d'itérations entre le démodulateur GFSK et le décodeur est fixé à 12.

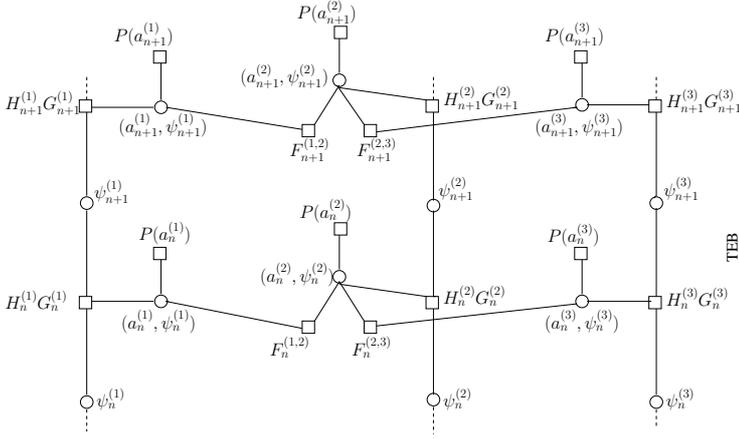


FIG. 1: Graph correspondant à (14) et résultant à partir de l'approximation (16) pour $K = 3$ utilisateurs.

Les mêmes paramètres pour le système Bluetooth (BR) comme dans [4] sont prises, une modulation GFSK avec $\beta = 0.5$ et la longueur de la réponse en fréquence est $L = 2$, tandis que l'indice de modulation h peut varier entre 0,28 et 0,35. On fixe le nombre d'utilisateurs à $K = 3$ et on considère les deux cas: $F = 0.4$ et $F = 0.6$. Les performances de FG-DMU [3] sont tracées avec le nominal indice de modulation $h = 1/3$, tandis que pour l'algorithme proposé "robuste FG-DMU" on suppose $h = 0,35$ qui est supposé à la réception prend aléatoirement et uniformément sa valeur dans l'intervalle $[0, 28, 0, 35]$. D'après la Figure 2, dans la présence seulement d'erreur d'indice de modulation l'algorithme proposé accompli une détection avec une perte de 0.7 dB (respectivement 1.15 dB) par rapport à l'algorithme FG-MUD pour $F = 0.6$ (respectivement $F = 0.4$) pour un TER = 10^{-3} . Dans la présence d'un bruit de phase d'un écart type $\sigma_\Delta = 5$ degré en plus de décalage de l'erreur de l'indice de modulation, on observe une dégradation de 1.9 dB (respectivement 2.5 dB), par rapport à FG-MUD, pour $F = 0.6$ (respectivement $F = 0.4$) pour un TER = 10^{-3} .

5 Conclusions

Dans cet article, on a dérivé un récepteur robuste multi-utilisateurs pour un système Bluetooth. Chaque signal GFSK est généré par un émetteur Bluetooth, ce qui conduit à une erreur d'indice de modulation, et transmis sur un canal affecté par le bruit de phase. Le récepteur proposé a été dérivée en se basant sur la représentation de Laurent d'un signal GFSK où seule la composante principale a été envisagée. Détection dans la présence d'un indice de modulation inconnu et un bruit de phase variant dans le temps est effectuée à l'aide de l'algorithme somme-produit en travaillant sur un graphe bien définie. Performances en termes de TEB sont comparés au détecteur FG-DMU où ç'a été démontré qu'une bonne performance est obtenu même en présence d'un bruit de phase et une incertitude significative d'indice de modulation.

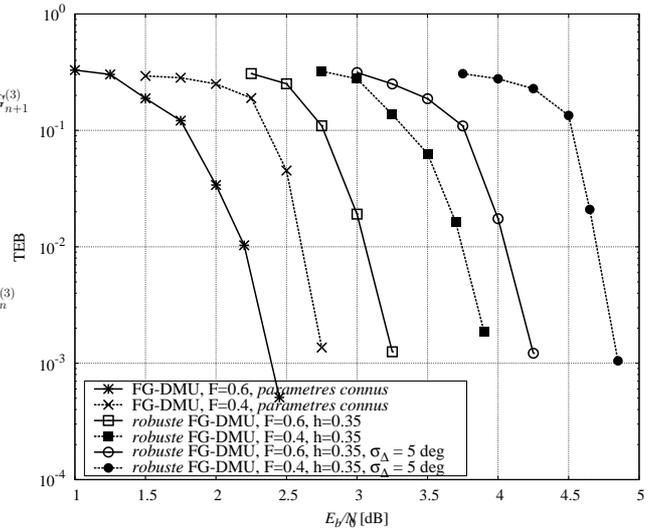


FIG. 2: Concaténation en série avec un CC (5,7) à travers un entrelaceur pseudo-aléatoire de longueur 2048 bits pour une transmission Bluetooth avec $h = 1/3$, pour $K = 3$ utilisateurs avec deux différents espacement $F = 0,6$ (courbes en trait plein) et $F = 0,4$ (courbes en pointillés)

References

- [1] Bluetooth Special Interest Group document, <http://www.bluetooth.com/>, Dec. 2010, Specification of the Bluetooth System.
- [2] A. Barbieri, D. Fertonani, and G. Colavolpe, "Spectrally-efficient continuous phase modulations," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, pp. 1564–1572, Mar. 2009.
- [3] A. Piemontese and G. Colavolpe, "A novel graph-based suboptimal multiuser detector for FDM-CPM transmissions," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, pp. 2812–2819, Sep. 2010.
- [4] L. Lampe, R. Schober, and M. Jain, "Noncoherent sequence detection receiver for Bluetooth systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 23, no. 9, Sep. 2005.
- [5] M. Messai, G. Colavolpe, K. Amis, and F. Guilloud, "Robust detection of binary CPMs with unknown modulation index," *IEEE Commun. Letters*, vol. 19, no. 3, pp. 339–342, March 2015.
- [6] P. A. Laurent, "Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (AMP)," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 34, pp. 150–160, Feb. 1986.
- [7] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 498–519, Feb. 2001.
- [8] D. Xu and Y. Zhang, "Estimation of the modulation index of CPM signals based on Laurent's decomposition," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 12, pp. 6268–6280, Dec. 2013.