Équilibres statique et dynamique de l'ascension capillaire

Jean-Paul Caltagirone

▶ **To cite this version:**

Jean-Paul Caltagirone. Équilibres statique et dynamique de l'ascension capillaire. 2015. hal-01200464

HAL Id: hal-01200464
https://hal.science/hal-01200464

Preprint submitted on 18 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Equilibres statique et dynamique de l'ascension capillaire

Jean-Paul Caltagirone

Université de Bordeaux
Institut de Mécanique et d'Ingéniérie
Département TREFLE, UMR CNRS n° 5295
16 Avenue Pey-Berland, 33607 Pessac Cedex
calta@ipb.fr

Résumé

L'ascension capillaire dans un tube rigide ou entre deux plans conduit expérimentalement à un état stable où la vitesse dans les fluides est nulle et la hauteur d'ascension donnée par la loi de Jurin. Ce problème n'est pas accessible par l'équation de Navier-Stokes qui prédit des écoulements tourbillonnaires au voisinage de la ligne triple en régime stationnaire.

La mécanique des milieux discrets dont l'équation du mouvement se réduit formellement à une décomposition de Hodge-Helmholtz introduit un potentiel scalaire, la pression, et un potentiel vectoriel, la contrainte de rotation. En présence de termes sources correspondant aux effets gravitaires et capillaires cette équation du mouvement traduit l'équilibre statique où les vitesses sont strictement nulles.

Mots clés

Mécanique des milieux discrets, décomposition de Hodge-Helmholtz discrète, équations de Navier-Stokes, interaction fluide-solide, lois de Laplace et de Jurin

Static and dynamic equilibria of capillary rise

Abstract

The capillary rise in a rigid tube or between two vertical planes leads experimentally to a stable state in the fluid velocity is zero and the final height of rise given by the Jurin law. This problem is not accessible by the Navier-Stokes equation that predicts, in steady state, the presence of vortices in the vicinity of the triple line.

Discrete Mechanics whose equation of motion is formally reduced to Hodge-Helmholtz decomposition introduces a scalar potential, the pressure, and a vector potential, the rotation accumulator. In the presence of source terms corresponding to the gravity and capillary effects this momentum equation reflects the static equilibrium where velocities are strictly zero.

Keywords

Discrete Mechanics, Discrete Hodge-Helmholtz Decomposition, Navier-Stokes equation, fluid-solid interaction, Laplace's and Jurin's laws

1 Introduction du problème physique

L'expérience de physique simple qui consiste à approcher un capillaire en verre d'une surface libre de liquide permet d'observer l'ascension du liquide dans le tube et sa stabilisation à une hauteur fixe qui dépend des propriétés du liquide et de celles du tube. Après une phase instationnaire où les forces capillaires agissent en priorité pour faire monter le liquide dans le tube celles-ci finissent par équilibrer les forces de gravité d'autant plus importantes que la hauteur du liquide est grande.

La loi de Laplace ou de Jurin [4] est établie à partir des forces de gravité $P = \pi\, r^2\, \rho\, g\, h$ et des forces capillaires $F = 2\,\pi\, r\, \gamma cos\, \theta$ où γ est la tension de surface, g la gravité, r le rayon du tube, h la hauteur d'ascension, θ l'angle de contact et ρ la masse volumique du liquide. Le résultat donne la hauteur d'ascension $h = 2\,\gamma\,/\rho\, g\, r\, cos\, \theta$. C'est une loi qui correspond à un problème de statique des fluides où l'on suppose implicitement que toutes les forces dérivent d'un potentiel scalaire. Elle doit cependant être vérifiée pour un état stable soit stationnaire et à vitesse nulle.

L'observation à long terme du phénomène ne permet pas d'observer de mouvements au voisinage de l'interface ; il semblerait que la vitesse soit nulle dans les deux fluides. Cette constatation amène à se poser la question sur les forces rémanentes qui permettent cet équilibre statique. Une réponse basée sur la physique conduit à faire valoir les forces de cohésion de la matière et les équilibres chimiques aux interfaces.

La seconde question porte sur la modélisation du phénomène ; est-ce que les équations de Navier-Stokes permettent de représenter l'ensemble de l'expérience, la montée capillaire et sa stabilisation complète ? La simulation du phénomène basée sur cette équation permet de retrouver la montée capillaire mais des écoulements tourbillonnaires subsistent à grandes constantes de temps le long de la ligne triple. Même si la solution est stationnaire les vitesses au voisinage de la ligne triple sont loin d'être nulles ; elles conduisent à des forces d'inertie non négligeables. L'équation de Navier-Stokes n'est donc pas apte à appréhender l'ascension capillaire.

Ce problème est abordé dans cet article à partir de la mécanique des milieux discrets [1] qui a par ailleurs permis l'unification des formulations fluide et solide [2]. Ce dernier article discute des constantes de temps pour les fluides d'accumuler les contraintes de rotation. Généralement pour les fluides celle-ci est négligée car la réorganisation de la matière à l'échelle microscopique des milieux fluides est très faible notamment pour les milieux à faibles viscosités.

L'idée proposée ici est la possible accumulation due à la rotation de tourbillons sur de grandes constantes de temps lorsque les échelles spatiales sont faibles. Pour les solides dont les viscosités sont de plus de dix ordres de grandeurs plus importantes cette accumulation est quasi-immédiate et sa vitesse est celle de la célérité transversale des solides. Un fluide en rotation en régime stationnaire induirait une accumulation de la rotation qui réduirait en conséquence la vitesse du fluide vers zéro. L'état statique serait ainsi produit par la transformation d'un fluide newtonien en un solide élastique.

Cette hypothèse est soumise ici à un examen théorique sur la base de la décomposition de Hodge-Helmholtz d'un vecteur, ici l'accélération.

D'autres situations proches du problème posé sont appréhendés par voie théorique ou expérimentale. C'est le cas de l'ascension capillaire dans des coins formés par des plans ou des cylindres jointifs [5]. Les lois d'échelles sont différentes pour ces géométries où la hauteur d'ascension est une fonction continue du temps. Pour les capillaires de section circulaires ou des espaces définis par des plans parallèles comme ceux étudiés ici il existe une hauteur limite définie par Laplace ou Jurin.

Une littérature abondante peut être trouvée sur d'autres aspects physiques de l'ascension

capillaire par exemple pour la montée de la sève dans les végétaux ou encore sur l'imbibition dans les milieux poreux. Citons l'article [3] qui porte une attention particulière à des structures capillaires de très petites dimensions où la loi de Jurin est plus délicate à appliquer en raison de la notion même de milieu continu.

La question des mouvements tourbillonnaires observés dans des simulations pour de grandes constantes de temps utilisant l'équation de Navier-Stokes est ignorée à notre connaissance. Comme la solution suggérée ici porte sur l'utilisation d'une formulation issue de la mécanique des milieux discrets [1] le travail présenté est nécessairement original.

2 Modèle mathématique

Le problème physique posé est appréhendé à partir de la mécanique des milieux discrets [1]. Cette approche basée sur une géométrie différentielle élémentaire établit les équations de la mécanique pour les fluides et les solides de manière unifiée. Elle définit l'évolution d'un système physique comme une succession d'états d'équilibre mécanique observés entre deux temps séparés par dt, le laps de temps caractéristiques du problème. L'équilibre mécanique est lui-même défini comme l'exacte satisfaction de l'équation du mouvement à un instant donné.

Le système d'équations obtenu est composé par l'équation du mouvement et de potentiels scalaires et vectoriel qui sont actualisés dans un processus d'accumulation.

Le système d'équations déduit de la théorie des milieux discrets s'écrit :

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} - \rho\, \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = -\nabla \left(p^o - \dfrac{dt}{\chi_T} \nabla \cdot \mathbf{V} + \dfrac{1}{2} \rho\, \mathbf{V}^2 \right) + \nabla \times (\boldsymbol{\omega}^o - \mu \nabla \times \mathbf{V}) \\ p = p^o - \dfrac{dt}{\chi_T} \nabla \cdot \mathbf{V} \\ \rho = \rho^o - \rho \nabla \cdot \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^o - \mu \nabla \times \mathbf{V} \end{cases} \tag{1}$$

où p^o et $\boldsymbol{\omega}^o$ sont respectivement la pression et le potentiel vecteur d'équilibre mécanique.

Afin de discuter du comportement de milieux fluides et solides reprenons le système (1) sous une forme simplifiée où les termes d'inertie sont réintégrés dans la dérivée particulaire. Les deux potentiels scalaire p^o et vectoriel $\boldsymbol{\omega}^o$ de la quantité d'accélération sont divisés par la masse volumique pour faire apparaitre les potentiels de l'accélération $\boldsymbol{\gamma}$.

Les autres paramètres physiques peuvent s'expliciter en fonction des célérités longitudinales et transversales :

$$\begin{cases} c_L = \sqrt{\dfrac{1}{\rho\, \chi_T}} \\ c_T = \sqrt{\dfrac{\mu}{\rho}} \end{cases} \tag{2}$$

En mécanique des milieux continus la célérité longitudinale s'écrit $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\,\mu)/\rho}$ pour les solides et $c_T = \sqrt{G/\rho}$ où G est le module de cisaillement. Dans l'équation de Navier-Stokes la viscosité de compression λ pour les fluides n'a pas de sens et sa valeur donnée par la relation de Stokes $3\,\lambda + 2\,\mu = 0$ pour définir une pression mécanique ou par la condition de Clausius-Duhem $3\,\lambda + 2\,\mu \geq 0$ conduit à des incohérences physiques.

En mécanique des milieux discrets les propriétés physiques χ_T et la viscosité de rotation ou de cisaillement μ sont parfaitement mesurables en toutes situations et pour tous les milieux. Les conditions attachées à ces propriétés sont $\chi_T \geq 0$ et $\mu \geq 0$.

Le système d'équations devient :

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla\left(\pi^o - dt\, c_L^2\, \nabla\cdot\mathbf{V}\right) + \nabla\times\left(\boldsymbol{\varpi}^o - dt\, c_T^2\, \nabla\times\mathbf{V}\right) \\ \pi = \pi^o - dt\, c_L^2\, \nabla\cdot\mathbf{V} \\ \boldsymbol{\varpi} = \boldsymbol{\varpi}^o - dt\, c_T^2\, \nabla\times\mathbf{V} \\ \rho = \rho^o - dt\, \rho\, \nabla\cdot\mathbf{V} \end{cases} \tag{3}$$

avec $\pi^o = p^o/\rho$ et $\boldsymbol{\varpi}^o = \boldsymbol{\omega}^o/\rho$, les deux potentiels d'équilibre mécanique de l'accélération.

Les contraintes de pression et de rotation peuvent être calculées à tout instant respectivement sur les points et les segments de la topologie primale après relèvement des potentiels de l'accélération.

2.1 Modélisation des effets capillaires

Classiquement le terme source de force capillaire dans l'équation de Navier-Stokes s'écrit $\mathbf{F} = \gamma\,\kappa\,\mathbf{n}$ où γ est la tension de surface, κ la courbure moyenne et $\mathbf{n}$ est la normale extérieure à l'un des fluides. La force $\mathbf{f}$ par unité de masse s'écrit quant à elle :

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma}{\rho}\,\kappa\,\mathbf{n} = \sigma\,\kappa\,\mathbf{n} \tag{4}$$

où $\sigma = \gamma/\rho$. L'introduction de cette force dans l'équation de Navier-Stokes nécessite l'utilisation de la fonction Heaviside.

En mécanique des milieux discrets la normale à l'interface physique n'est plus définie dans le cadre de cette approche de géométrie différentielle. Seule intervient la normale associée à la topologie primale calculée sur chaque segment orienté de celle-ci. Ainsi on introduit une fonction de phase ξ qui vaut 0 dans un fluide et 1 dans l'autre. La force massique à introduire au sein de l'équation (3) est donc :

$$\mathbf{f} = \sigma\,\kappa\,\nabla\xi \tag{5}$$

On montre que cette forme de la force capillaire permet de retrouver la loi de Laplace exactement quelle que soit les propriétés des fluides et sans les courants parasites observés par la quasi-totalité des auteurs [6] qui cherche à les minimiser.

Si la tension de surface ne dépend pas de la température, il n'y a pas d'effet Marangoni et σ est une constante ; si la géométrie est un cercle ou une sphère la courbure moyenne κ est aussi une constante. Dans ce cas et dans ce cas seulement la force massique dérive d'un potentiel scalaire Φ et celle-ci est un vrai gradient. Dans les autres cas les mouvements capillaires se développent.

Le choix de la masse volumique est dicté par celui de la position du segment Γ d'un côté ou de l'autre de l'interface. Comme les deux points limitant le segment sont dans le même fluide la masse volumique sur le segment est forcément la même. Le paramètre $\sigma = \gamma/\rho$ reflète les effets inertiels différents de chaque côté de l'interface alors que γ, la tension de surface, est associée au couple de fluides présents de part et d'autre.

En aucun cas la masse volumique associée à ce terme ne peut être une interpolation ou une moyenne quelconque des masses volumiques des deux fluides.

Le système (3) est résolu si on cherche la solution instationnaire d'un problème aux valeurs initiales connues. C'est aussi la seule manière cohérente de rechercher la solution du problème statique dont la solution est $\mathbf{V} = 0$. En effet la remontée des potentiels p^o, ω^o et ρ^o ne peut être réalisée que si $\mathbf{V} \neq 0$. Dans le cas général il est impossible de supprimer $\nabla \cdot \mathbf{V}$ et $\nabla \times \mathbf{V}$; c'est bien ce que l'on recherche à l'issue de la résolution.

L'équation de la statique unifiée pour les fluides et les solides en présence de forces de gravité et de forces capillaires s'écrit :

$$-\nabla p^o + \nabla \times \boldsymbol{\omega}^o + \gamma\, \kappa\, \nabla \xi + \rho\, \mathbf{g} = 0 \tag{6}$$

La solution du système (3) peut toutefois être obtenue en une seule résolution du système linéaire associé. A l'issue de cette étape la vitesse est nulle à la précision machine et les potentiels sont quand même remontés aux valeurs de la statique [2].

L'équation de la statique de la mécanique des milieux discrets (3) introduit le potentiel vectoriel $\boldsymbol{\omega}^o$ indispensable pour l'accumulation des contraintes de rotation, y compris dans les fluides.

La démonstration de la nécessité de garder le terme d'accumulation des contraintes de rotation est simple. Elle repose sur la décomposition de Hodge-Helmholtz du terme source $\gamma\,\kappa\,\nabla\xi + \rho\,\mathbf{g}$. Le terme gravitaire $\rho\,\mathbf{g}$ ne dérive pas d'un potentiel scalaire, il faudrait pour cela que l'interface soit orthogonale à la gravité ce qui n'est pas le cas pour ce problème. La courbure de l'interface induite par les effets capillaires engendre des mouvements dus à la gravité. L'équation de Navier-Stokes pour le cas traité s'écrit :

$$\rho\, \boldsymbol{\gamma} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \gamma\, \kappa\, \nabla \xi + \rho\, \mathbf{g} = 0 \tag{7}$$

En régime stationnaire la composante solénoïdale du terme source est compensée par le terme d'inertie $\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}$. Si on impose $\mathbf{V} = 0$ dans cette équation on constate que seuls les effets de pression sont cumulés dans ∇p. En conclusion l'équation de Navier-Stokes conduit à maintenir indéfiniment des écoulements de rotation au voisinage de l'interface.

Au contraire l'équation discrète de la mécanique des milieux discrets fait apparaitre l'accumulateur des effets de rotation :

$$\rho\, \boldsymbol{\gamma} = -\nabla \left(p^o - \frac{dt}{\chi_T}\, \nabla \cdot \mathbf{V} \right) + \nabla \times (\boldsymbol{\omega}^o - \mu\, \nabla \times \mathbf{V}) \tag{8}$$

Les écoulements tourbillonnaires stationnaires finissent par accumuler les contraintes représentées par $\mu \nabla \times \mathbf{V}$ dans $\boldsymbol{\omega}^o$ et l'accélération devient strictement nulle $\boldsymbol{\gamma} = 0$.

Du point de vue de la physique des phénomènes on admet que l'ascension capillaire atteint une hauteur limite h_l et qu'à grandes constantes de temps les vitesses s'annulent complètement ce que tendent à montrer les expériences. L'accumulation des contraintes de rotation n'est observable que pour des échelles spatiales très petites à temps fini. En général, dans un fluide newtonien en écoulement cisaillé, les structures moléculaires sont détruites rapidement et l'accumulation de la rotation est négligeable.

3 Ascension capillaire entre deux plans

Le cas proposé ici est celui d'un liquide de masse volumique égale à $\rho_2 = 1000$ et de viscosité μ_2 en ascension capillaire entre deux plans dont l'angle de contact θ avec les parois verticales correspond à $cos\,\theta = 0.9$; la courbure moyenne de l'interface est ainsi égale à $\kappa = 1800$. Le milieu au-dessus du liquide est de masse volumique $\rho_1 = 1$ et de viscosité μ_1. La tension de surface $\gamma = 0.055555$ est constante.

Le domaine est plan, rectangulaire, de dimensions $[-0.0005, 0.0005] \times [0, 0.01]$ et la base de l'interface entre les deux fluides en équilibre statique est placé à $y = 0.005$. La valeur de la gravité de direction verticale descendante est choisie de manière à obtenir un déplacement de l'interface vers le haut ou le bas ou bien l'équilibre statique. La topologie primale est représentée sur la figure (1) et correspond à un maillage à base de triangles réguliers délimitant les deux milieux par une ligne de maillage. Les conditions aux limites sont associées à des parois solides verticales ($\mathbf{V} = 0$) et des parois libres horizontales où la pression est constante et égale $p = 0$. La différence de pression de part et d'autre de l'interface résultant des simulations doit être égale à $\Delta p = \gamma\, \kappa$ à l'équilibre statique.

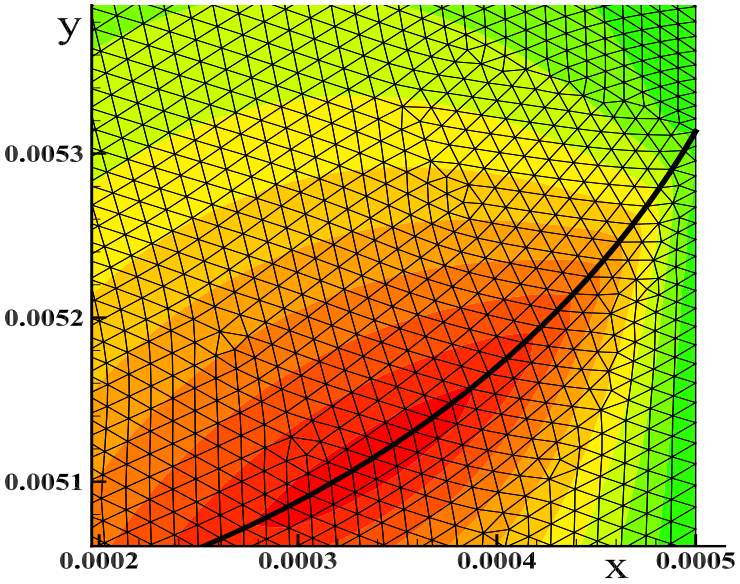

Figure 1. *Détail de la topologie primale maillée à base de triangles réguliers ; l'interface est délimitée par une ligne de maillage séparant les deux domaines fluides. La masse volumique du fluide inférieur est égale à* $\rho_2 = 1000$ *et le fluide supérieur est de masse volumique égale à* $\rho_1 = 1$. *La courbure de l'interface est égale à* $\kappa = 1800$.

La méthodologie numérique, la méthode DOC (Discrete Operators Calculus), correspond à l'extension du maillage MAC (Marker And Cell) pour des maillages polyédriques quelconques. Plus précisément la méthode DOC est la transcription numérique de la mécanique des milieux discrets (DM) [1]. La technique numérique ne sera pas décrite ici en détail. Le mouvement de l'interface est appréhendé par une méthode ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) ; dans le cas où les mouvements relatifs entre les fluides et les parois ne sont pas excessifs le remaillage n'induit que la modification des métriques à chaque itération. Le calcul de la courbure est réalisé à partir d'opérateurs utilisant les points situés sur l'interface pour obtenir des valeurs de celle-ci proche de l'erreur machine. En mécanique des milieux discrets les milieux sont complètement séparés et leurs propriétés sont bien définies ; aucune moyenne ou interpolation sur ces quantités ne vient altérer les résultats des simulations.

Dans le cas présent la simulation directe des mouvements de l'interface au cours de l'ascension capillaire n'est pas l'objectif qui est centré sur la compréhension des mécanismes qui conduisent à l'équilibre statique.

En modifiant la valeur de la gravité en laissant les autres paramètres constants il est possible de calculer l'évolution de la position de l'interface et sa forme. En effet les forces capillaires appliquées à une surface plane engendrent une montée capillaire sur les parois alors que le reste

de l'interface reste plane. D'ailleurs en présence de la gravité l'interface ne correspond pas tout à fait à un cercle mais pour des distances très inférieures à la longueur capillaire la forme de celle-ci s'en rapproche sensiblement.

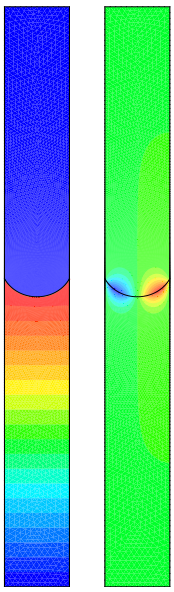

Figure 2. *Equilibre mécanique statique défini par les deux potentiels scalaire p^o (à gauche) et vectoriel $\boldsymbol{\omega}^o$ (à droite).*

Lorsque la gravité est inférieure à la valeur correspondante à l'équilibre statique les forces capillaires sont dominantes et le fluide le plus lourd est entrainé vers le haut près des parois. Ces mêmes forces agissent ensuite pour redonner une forme proche du cercle et une courbure égale à $\kappa = 1/R$ où R est le rayon de courbure. Des mouvements instationnaires tourbillonnaires sont induits par l'ensemble des phénomènes physiques présents dans le problème.

Au contraire lorsque la gravité est plus importante, les forces associées tirent l'interface vers le bas jusqu'à atteindre l'équilibre statique en des temps plus ou moins importants qui dépendent des échanges entre inertie et forces de viscosité.

La figure (2) montre le résultat obtenu pour l'équilibre statique ; la vitesse est nulle dans tout le domaine à la précision machine et les deux champs de contrainte de pression p^o et de rotation $\boldsymbol{\omega}^o$ définissent à eux seuls cet équilibre mécanique. Celui-ci est défini par l'équation :

$$-\nabla p^o + \nabla \times \omega^o + \rho\, \mathbf{g} + \sigma\, \kappa\, \nabla \xi = 0 \tag{9}$$

On observe que les conditions aux limites du problème sont bien satisfaites notamment que le haut et le bas de la cavité sont bien à la même pression et que le saut de pression à l'interface correspond à la valeur exacte $\Delta p = 100$. La valeur de la gravité utilisée pour la situation statique est égale à $g = 19.636112$. On remarque par ailleurs que la hauteur du ménisque h_l à considérer pour retrouver la loi de Jurin n'est pas la hauteur minimale du ménisque sur l'axe mais la valeur moyenne soit $h_l = 5.092657\, 10^{-3}$.

Une vision plus locale au voisinage de l'interface est donnée sur la figure (3). Les valeurs maximales du potentiel vectoriel sont de $\boldsymbol{\omega}^o \pm 0.984$ alors que la pression varie dans la gamme $p^o = [0, 100]$. Dès lors que la vitesse est strictement nulle il n'y a plus de différence entre un fluide en équilibre statique et un solide. Ces champs définissent aussi l'équilibre mécanique d'un solide soumis aux mêmes conditions aux limites que ceux du problème fluide étudié.

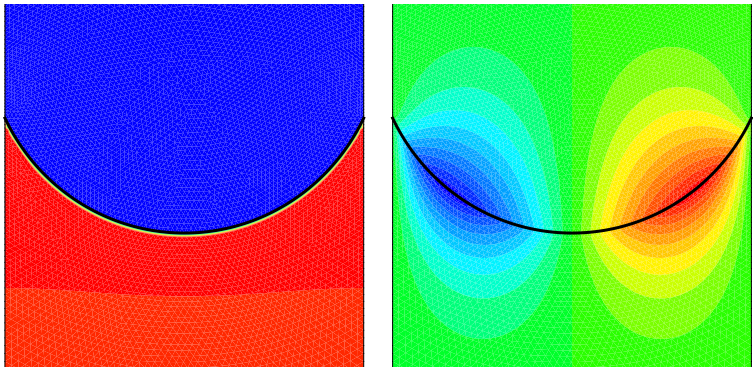

Figure 3. *Vue locale au voisinage de l'interface des deux potentiels scalaire p^o et vectoriel $\boldsymbol{\omega}^o$. Les valeurs maximales du potentiel vectoriel sont de $\boldsymbol{\omega}^o \pm 0.984$ alors que la pression varie dans la gamme $p^o = [0, 100]$. La vitesse est strictement nulle.*

On remarque que sous l'interface la pression est maximale et respecte exactement la loi de Laplace. Celle-ci décroit vers le bas de la cavité pour atteindre une pression nulle imposée par le problème physique.

4 Conclusions

L'équation de Navier-Stokes ne permet pas de représenter certains écoulements qui se transforment en états d'équilibres statiques comme le phénomène d'ascension capillaire. L'absence d'accumulateur des effets de rotation/cisaillement dans cette équation inhibe le processus de la transformation des énergies de pression et de rotation. La décomposition de Hodge-Helmholtz n'est pas complète et les termes d'inertie continuent à porter à long terme la composante solénoïdale des termes sources y compris en régime stationnaire.

L'équation du mouvement issue de la mécanique des milieux discrets se présente comme une décomposition formelle de Hodge-Helmholtz où les effets de pression et les effets de rotation sont *de facto* séparés. L'accélération nulle nécessite que les effets inertiels soient aussi nuls, donc la vitesse doit être nulle ; l'équilibre mécanique est ainsi portée par les seuls accumulateurs de pression p^o et de rotation $\boldsymbol{\omega}^o$. Comme les termes sources correspondant aux effets capillaires et gravitaires n'ont aucune raison de dériver d'un seul potentiel scalaire, il est nécessaire de maintenir l'accumulateur des effets de rotation.

L'équation (6) permet de calculer l'équilibre statique en donnant une accélération strictement nulle $\boldsymbol{\gamma} = 0$. Les potentiels p^o et $\boldsymbol{\omega}^o$ équilibrent ainsi les termes des effets capillaires et gravitaires.

L'équation du mouvement de la mécanique des milieux discrets permet de simuler à la fois la dynamique de l'ascension capillaire et le comportement à grandes constantes de temps pour retrouver la loi statique de Laplace ou de Jurin.

Références

[1] J-P. Caltagirone. *Discrete Mechanics*. ISTE, John Wiley & Sons, London, 2015.

[2] J-P. Caltagirone. Quelles différences entre un fluide et un solide ? *Hal*, https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01187052, 2015.

[3] F. Caupin, Cole M.W., Balibar S., and Treiner J. Absolute limit for the capillary rise of a fluid. *EPL Journal, doi : 10.1209/0295-5075/82/56004*, 82 :56004/p1–p6, 2008.

[4] E. Guyon, J-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. Editions du CNRS, Paris, 1991.

[5] A. Ponomarenko, D. Quéré, and C. Clanet. A universal law for capillary rise in corners, doi :10.1017/s0022112010005276. *J. Fluid Mech.*, 666 :146–154, 2011.

[6] R. Scardovelli and S. Zaleski. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow. *Annual Review Fluid Mech.*, 31 :567, 1999.