



**HAL**  
open science

# Sur l'âge et le vieillissement comparés de deux jumeaux (théorie de la relativité)

Bernard Guy

► **To cite this version:**

Bernard Guy. Sur l'âge et le vieillissement comparés de deux jumeaux (théorie de la relativité). 2015.  
hal-01196320

**HAL Id: hal-01196320**

**<https://hal.science/hal-01196320>**

Preprint submitted on 9 Sep 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Sur l'âge et le vieillissement comparés de deux jumeaux (théorie de la relativité)**

Bernard GUY  
Ecole des Mines de Saint-Etienne  
UMR CNRS 5600 Environnement, ville, société  
[guy@emse.fr](mailto:guy@emse.fr)

Première mise en ligne : septembre 2015

## Résumé

Plus d'un siècle après son énoncé par Langevin en 1911, le paradoxe des jumeaux continue de susciter des débats passionnés dans la communauté des physiciens. S'il en est ainsi, ce n'est pas que l'on chercherait encore les erreurs de calcul ou de raisonnement disqualifiant les uns plutôt que les autres ; ou les expériences discriminantes permettant d'attribuer un âge plutôt qu'un autre à telle entité, différent de sa jumelle, comme si cela devait être imposé par le réel. Pour nous, cette situation révèle que le problème reste mal posé. Certes, avec la théorie de la relativité, l'idée d'un temps absolu qui serait le même partout est abandonnée ; mais, en voulant lui accorder une valeur locale propre, en voulant l'attacher à telle particule de matière (à tel jumeau), *on continue d'absolutiser le temps*. Le temps n'a pas une valeur substantielle qui n'aurait besoin de rien d'autre pour être définie. Sa valeur est relationnelle : il est défini par abstraction à partir des relations mutuelles des objets les uns par rapport aux autres dans l'espace (sinon, pourquoi changerait-il avec le mouvement ? Pratiquement, mesurer le temps revient pour nous à s'accorder sur le déplacement d'un mobile étalon). Dans ce processus, des conventions arbitraires (laissées au libre arbitre) sont toujours nécessaires, et ouvrent à une pluralité d'interprétations. Nous focalisant sur le niveau conceptuel, nous ne discutons pas en détail les équations fournies par les physiciens. Sur des exemples simples, nous illustrons la variété des différences d'âge (dans un sens ou dans l'autre ; ou l'absence de différence ; rejoignant en cela les différents points de vue rencontrés) que l'on peut attribuer à des jumeaux, suivant les conventions faites pour mesurer le temps, et le type de modélisation physique adopté. Nous montrons comment le formalisme relativiste au sens large est présent dans ces situations. Les équations utilisées ne peuvent se passer d'*interprétation* mettant à jour des choix différents pour le repérage du temps. Cela ne se pose pas lorsque le temps se définit tout seul sans besoin de choisir (de montrer) un mouvement. Il convient de distinguer *âge* (en relation avec un simple repérage) et *vieillesse* (en relation avec des phénomènes à discuter dans chaque cas). Un même cadre conceptuel nous paraît pouvoir être défini, unifiant la discussion sur la relativité standard d'une part, et notre compréhension de l'espace et du temps d'autre part, et n'écartant pas le point de vue des physiciens critiques sur le sujet.

**Mots clés :** jumeaux de Langevin ; théorie de la relativité ; relativité restreinte ; relativité générale ; paradoxe ; espace ; temps ; horloge ; mouvement ; repère ; âge ; vieillissement ; effet Phileas Fogg ; interprétation ; convention arbitraire

## **Abstract**

### **Comparing age and ageing of two twins (theory of relativity)**

More than one century after his statement by Langevin in 1911, the twins paradox continues to generate heated debate in the physics community. If it is so, this is not because the physicists have not discovered yet some errors in calculation or reasoning, made by some rather than by others; nor because they have not found yet discriminant experiments for assigning an age rather than another to such entity, different from its twin, as if this were to be imposed by reality. For us, this shows that the problem is still ill-posed. Certainly, with the theory of relativity, the idea of an absolute time which would be the same everywhere is abandoned; but, wanting to give it its own local value, wanting to attach it to any particle of matter (to any twin), *we continue to absolutize time*. Time has no substantial value that would need nothing else to be defined. Its value is relational: time is set by an abstraction process, from the mutual relationships of objects to each others in space (otherwise why would it change with movement? Practically, measuring time is for us equivalent to agree on the displacement of a standard mobile). In this process, arbitrary conventions (left to free will) are still needed, and open to a plurality of interpretations. We focus on the conceptual level, and do not discuss in detail the equations provided by physicists. On simple examples, we illustrate the variety of differences in age (in one direction or the other, or the lack of difference, meeting with the different viewpoints encountered) that can be attributed to twins, depending on the agreements made to measure time, and on the physical model chosen. We show how equations of relativity at large are present in these situations. The equations cannot be used without an *interpretation*, that of the choice made for assessing time. This did not arise when time was defined by itself, without the need to choose (to show) a movement. One should distinguish between age (in relation to a simple reckoning) and aging (in relation to a plurality of phenomena that must be discussed in each case). A single conceptual frame may be defined, that unifies the discussion on both - the standard theory of relativity and - our understanding of space and time, and does not dismiss the critics made by some physicists on the subject.

**Key-words :** Langevin twins; theory of relativity; special relativity; general relativity; paradox; space; time; clock; movement; frame; age; ageing; Phileas Fogg effect; interpretation; free-will choice

## Introduction, vue d'ensemble

Enoncé dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte, le paradoxe de Langevin (1911) s'intéresse à deux jumeaux : l'un part en voyage, l'autre reste sédentaire. Le nomade revient sur ses pas et, lorsqu'ils se retrouvent, les deux frères constatent une différence d'âge : le jumeau voyageur est plus jeune que le jumeau sédentaire. La différence est d'autant plus grande que la vitesse de déplacement du jumeau voyageur s'approche de la vitesse de la lumière. Depuis sa formulation, l'explication de ce paradoxe ne fait pas consensus dans la communauté des physiciens. Certains estiment qu'il s'agit d'une conséquence naturelle de la théorie de la relativité ; d'autres y voient au contraire une réfutation de cette théorie : la symétrie totale, dans les équations de la relativité, entre les points de vue des deux jumeaux, interdit une différence d'âge<sup>1</sup>. Pour d'autres encore, chaque jumeau voit l'autre vieillir plus lentement, en un effet de parallaxe qui disparaît à l'arrêt, et ne suppose aucun désaccord avec la théorie de la relativité. Parmi ceux qui soutiennent la théorie relativiste, le détail des interprétations varie suivant que la relativité restreinte ou la relativité générale est adoptée, et, dans le cas de cette dernière, suivant le type de calcul effectué. La valeur des différences d'âge, mais aussi le sens selon lequel elles s'expriment (qui est le plus vieux ? qui est le plus jeune ?) peut changer suivant les auteurs, au contraire du constat initial de Langevin qui n'admet qu'un seul sens pour l'écart (c'est le jumeau voyageur qui vieillit moins vite).

Une multitude d'articles, de colloques, de livres, de forums de discussion ont été et sont consacrés au sujet (sans parler des récits ou films de science-fiction qui utilisent ce paradoxe) ; nous ne prétendons pas tous les connaître. Nous pensons que, si le consensus fait défaut, ce n'est pas qu'une erreur subsiste dans les équations écrites par les uns ou les autres, et qu'il faudrait découvrir. Ce n'est pas non plus qu'il manque des expériences décisives montrant quelle différence d'âge effective est imposée par la réalité. C'est, plus fondamentalement, que le problème n'est pas posé correctement, dès le début si l'on peut dire, dans la compréhension même du temps et de ses relations avec l'espace. Une nouvelle façon de voir les choses ouvre à une pluralité d'interprétations.

---

<sup>1</sup> Et de conclure que n'est pas tenable une théorie prévoyant simultanément  $A > B$  et  $A < B$ , avec des inégalités strictes (voir par exemple Dingle, 1972).

Dans le présent texte, notre objectif est de revoir ces questions selon notre façon d'appréhender les relations entre temps et espace, et notre intelligence du temps. Notre plan est le suivant. Dans la section 1, nous présentons notre compréhension des concepts d'espace et de temps, et les modifications de la théorie de la relativité que cela entraîne. Nous proposons ensuite des expériences de pensée illustrant sur des cas simples comment discuter le paradoxe dans notre propre cadre (sections 2, 3, 4 et 5). Puis nous nous plaçons dans le cadre de la relativité standard (restreinte et générale), en examinant quelques points de vue proposés dans la littérature (section 6) et consacrant ensuite une section (7) à la question de l'*interprétation*, centrale pour notre propos: les mêmes équations mathématiques peuvent correspondre à des systèmes physiques différents, et nous avons besoin de discuter ces derniers. Nous terminons par quelques éléments de discussion, reprenant les éléments principaux du point de vue proposé, et replaçant les solutions au paradoxe dans la nouvelle perspective (section 8).

Notre propos est d'abord conceptuel ; nous ne nous attardons pas sur les développements techniques, mais sur quelques points fondamentaux qui ne manquent pas d'être soulevés. La discussion du paradoxe des jumeaux conduit en effet au cœur des problèmes que pose la compréhension de la théorie de la relativité. Si le paradoxe est autant vulgarisé, c'est qu'il met en scène des êtres humains et des situations qui nous frappent davantage que s'il s'agissait de particules élémentaires. Notre premier message est de montrer que, dans le cadre d'une intelligence du temps attachée à un (ou des) déplacement(s) dans l'espace (voir plus loin), on peut construire une théorie relativiste (répondant aux exigences de la relativité et se traduisant par des équations comparables) qui accommode une dissymétrie de points de vue entre les deux jumeaux ; la question de la dissymétrie est au cœur même du paradoxe. Nous comprenons que celle-ci découle d'un simple choix de repérage pour mesurer le temps (c'est ce qui donne l'*âge*) et qu'elle peut changer de côté pour un autre repérage ; l'*âge* ne s'identifie pas au *vieillessement* qui résulte d'une multitude de facteurs à discuter dans chaque cas.

On se demandera : si nous déplaçons le problème en changeant la compréhension du temps, sommes-nous habilités à discuter ce qui en a été dit dans le cas standard ? Nous verrons qu'il y a dans le cas standard, comme dans notre approche, nécessité (plus cachée) d'une interprétation, c'est-à-dire nécessité de préciser des choix non strictement imposés par les équations mathématiques : à quel système correspondent-elles, quelle procédure de mesure du temps utilise-t-on etc. A ces questions, il peut y avoir plusieurs réponses différentes, et la

possible dissymétrie entre les jumeaux se pose là. Nous pouvons donc au total comprendre les deux points de vue (le standard et celui de notre approche) dans le même cadre conceptuel<sup>2</sup>. Notre propos suggère alors que la discussion du paradoxe des jumeaux peut se poursuivre indéfiniment, en tout cas tant que les divers protagonistes n'auront pas admis la nécessité de se mettre d'accord sur des choix non complètement dictés par la réalité, et susceptibles d'être renégoiés au cours du progrès de notre connaissance ou en fonction des cas traités.

## 1. L'espace, le temps et le mouvement

Le lecteur pourra se reporter à nos travaux, en particulier Guy (2004, 2011a et b), pour la présentation de notre compréhension des concepts d'espace, temps et mouvement, et des problèmes logiques rencontrés. Sans reprendre les choses de façon détaillée, retenons quelques traits utiles pour notre propos. En bref, le temps n'est pas un flux mystérieux qui coulerait partout et que l'on s'efforcerait d'approcher de différentes façons (à l'aide de bonnes horloges !); c'est une autre façon de voir l'espace, dans les relations changeantes des objets du monde les uns avec les autres. Il est pensé par opposition à l'espace qui exprime quant à lui des relations invariables. Ce faisant, on adopte une pensée relationnelle, seule possible pour des observateurs situés dans le monde : le temps n'est pas l'espace, l'espace n'est pas le temps. Conclusion pratique de tout cela : on peut se faire l'image du temps comme repéré par la position, dans l'espace même qui nous sert à situer les objets du monde, d'un marqueur mobile *auquel on attribue des caractéristiques constantes de mobilité*<sup>3</sup>. Pensons au mouvement apparent du soleil dans le ciel (il fait un tour par jour), ou au mouvement du photon de vitesse constante (dans ce que nous pourrions appeler une horloge à photons). Le marqueur mobile est choisi commun à toute une communauté, pour permettre le dialogue en son sein (classer les événements); on suppose que l'on peut faire un tel choix, ce qui n'est pas toujours possible<sup>4</sup>. Cette compréhension du temps<sup>5</sup> a deux conséquences importantes pour notre propos.

---

<sup>2</sup> Il repose en fin de compte sur le second postulat d'Einstein, mais selon des compréhensions, ou des interprétations, différentes. On sait que ce postulat peut être remplacé par d'autres, ce que nous ne discutons pas ici.

<sup>3</sup> On est conduit à faire cette attribution de constante mobilité pour stabiliser une pensée relationnelle qui, sans cela, continuerait à « tourner en rond » (Dujardin et Guy, 2012).

<sup>4</sup> Il s'agit ici du temps synchronisé se détachant de la multiplicité des temps locaux (voir nos travaux).

<sup>5</sup> Qui est, tout autant, on l'aura compris, une (nouvelle) compréhension de l'espace.

La première est qu'un déplacement par rapport au mobile marquant le temps va nécessairement apporter des distorsions, non symétriques pour deux repères en mouvement relatif. Cette dissymétrie n'est pas directement visible dans le cas standard où le temps est un pur scalaire non associé à un déplacement.

La seconde conséquence concerne les degrés d'arbitraire sur ce qui nous sert de marqueur pour le temps<sup>6</sup>. Cela se traduit pour nous par la variété des positionnements de son mouvement par rapport aux axes de coordonnées (qui traduisent d'autres mouvements), ainsi que par rapport à la vitesse  $v$  du mouvement relatif des deux repères.

### *Transformations de Lorentz*

Les transformations de Lorentz standard doivent être modifiées : le temps étant défini comme marqueur mobile dans l'espace, a maintenant trois composantes<sup>7</sup>. A partir d'elles, le scalaire temps « habituel », peut être aisément construit de différentes façons, comme on le fait à partir de tout mouvement. La démarche générale permettant d'écrire de telles transformations revient à se rapporter à un même marqueur mobile pour les deux repères en mouvement relatif, et lui attribuer les mêmes propriétés de mouvement. Il n'y a plus à proprement parler d'horloges d'un côté et de règles de l'autre, de positions d'un côté et de temps de l'autre ; il n'y a que des mouvements (avec un mouvement étalon), il n'y a que des trajectoires (cf. Guy, 2013b).

Quelle latitude avons-nous sur le choix dont nous avons parlé pour définir le temps ? Un mouvement s'effectuant le long d'une direction, alors que l'on opère dans un espace à trois dimensions, il y a une multitude de façons de choisir le mouvement de référence, à la fois par rapport à la direction des axes et par rapport au mouvement relatif des deux repères. La vitesse  $v$  de déplacement des repères est le plus souvent portée par un des axes de coordonnées (dans le cas habituel, l'axe des  $x$ ). Le mouvement du temps peut se trouver être parallèle à  $v$  ; ou perpendiculaire s'il est lui-même porté par un autre axe. Dans le cas où le mouvement relatif des repères est quelconque, on a de nouvelles configurations possibles pour le positionnement du point temps par rapport à lui. On peut enfin imaginer pour le temps des mouvements plus compliqués qui combinent deux directions d'espace en différentes portions du trajet (voir les exemples donnés plus loin).

---

<sup>6</sup> Cela ne mène pas à la confusion : nous analysons dans Guy (2014a) comment encadrer ce degré de liberté.

<sup>7</sup> Attention, nous ne disons pas qu'il y a trois temps !



Dans le cas général, on ne connaît pas les caractéristiques de l'anisotropie spatiale de la vitesse de propagation de la lumière (si c'est elle qui nous sert pour le temps), c'est à dire quelles sont les relations entre les différentes vitesses mesurées dans les différentes directions. Il est alors plus cohérent de définir le vecteur  $t$  de façon parallèle au vecteur  $v$  qui nous intéresse dans tel ou tel problème, en particulier pour définir le mouvement relatif des deux repères. On obtient alors les transformations de Lorentz modifiées, vectorielles, que nous pouvons écrire comme suit (Guy, 2010) :

$$\vec{r}' = \gamma(\vec{r} - v\hat{t}) \quad \vec{t}' = \gamma\left(\vec{t} - \frac{v}{c^2}\vec{r}\right)$$

Où  $r(x, y, z)$ ,  $r'(x', y', z')$ ,  $t(t_x, t_y, t_z)$ ,  $t'(t'_x, t'_y, t'_z)$ ,  $v(v_x, v_y, v_z)$  sont des vecteurs de modules  $r, r', t, t'$  et  $v$ . En particulier  $t^2 = t_x^2 + t_y^2 + t_z^2$ . Le paramètre  $t$  utilisé pour construire le scalaire temps, de même notation  $t$ , est maintenant un vecteur associé à un déplacement à la vitesse  $c$ . Il n'y a bien sûr pas trois temps, et les notations  $t_x, t_y$  et  $t_z$  prêtent à confusion : on construit un temps à partir des trois coordonnées de la position d'un point mobile. Les transformations de Lorentz portent sur six coordonnées élémentaires de position à partir desquelles on peut écrire ce qui concerne plus spécialement le scalaire temps.

Les équations écrites plus haut développent en :

$$x' = \gamma(x - vt_x) \quad y' = \gamma(y - vt_y) \quad z' = \gamma(z - vt_z)$$

et

$$t'_x = \gamma\left(t_x - \frac{v}{c^2}x\right) \quad t'_y = \gamma\left(t_y - \frac{v}{c^2}y\right) \quad t'_z = \gamma\left(t_z - \frac{v}{c^2}z\right)$$

Nous ne rentrons pas dans le détail de calculs qui pourraient exploiter des situations relatives variées des vecteurs  $t, v$  et des trois axes de coordonnées. Nous utiliserons les transformations de Lorentz à 1 + 1 dimensions, c'est-à-dire avec une coordonnée,  $x$ , pour l'espace et une,  $t$ , pour le temps ; il y a alors identification mathématique avec la

transformation de Lorentz standard<sup>8</sup>. On trouvera dans l'Annexe 1 quelques compléments sur ces transformations.

Dans les équations écrites à l'instant (où figure le paramètre  $t$  et ses coordonnées  $t_x$ ,  $t_y$  et  $t_z$ ), la façon de mesurer le temps (le type et l'orientation du mouvement support de sa définition) n'est pas lisible. Cette circonstance ne se présente pas au premier abord quand le temps est un simple scalaire  $t$  non relié à un mouvement, et supposé mesuré par une horloge (sur laquelle on ne s'interroge en général pas). Comme on le rediscutera plus loin, nous pouvons parler d'« interprétation » pour cette nécessité, qui se rajoute aux équations, d'indiquer comment relier le mouvement associé au temps apparaissant dans les transformations de Lorentz, avec les directions exprimées dans ces équations, tant pour les axes que pour le vecteur  $v$ . Si l'on est dans une situation d'isotropie (c'est le cas choisi en général sans qu'il soit explicité), on suppose que les mesures faites le long de telle ou telle direction peuvent se transformer le long des autres par des opérations géométriques simples (des projections, produits scalaires etc.). Si l'on est dans une situation d'anisotropie<sup>9</sup>, on doit préciser les relations entre les mesures faites le long des différents axes.

## 2. Des voyages autour de la terre avec un cadran solaire

Regardons quelques exemples simples pour comprendre qualitativement le nouveau point de vue. Dans un premier temps, ils ne sont pas strictement analogues à celui des jumeaux de Langevin historique, dans la mesure où ils ne concernent a priori pas un voyage avec un trajet retour identifié par rapport au trajet aller : il s'agit de déplacements autour de la terre, et les retrouvailles ont lieu à l'issue d'un circuit accompli toujours dans le même sens. Cela permet d'éviter la discussion sur le rebroussement du voyage pour entamer le retour, qui pose des difficultés dans le cas standard. L'intérêt de ces exemples est aussi de proposer une situation proche de l'expérience humaine, celui d'un voyage autour de la terre, et, dans ce cas, le soleil

---

<sup>8</sup> Le sens du « cours du temps » est en relation avec le sens du mouvement du mobile temps selon la direction donnée par le vecteur  $t$  ; dans notre approche le changement de  $c$  en  $-c$  affecte ce sens alors qu'il ne le change pas dans le cas standard. Suivant le choix d'horloge adopté (voir plus loin) le facteur  $\gamma(c)$  peut avoir des valeurs différentes dans telle ou telle portion de mouvement du mobile temps.

<sup>9</sup> On peut déjà remarquer que, dans le cas classique d'une horloge atomique située dans un champ gravitationnel très anisotrope, la direction du mouvement des photons qui sert pour le fonctionnement de l'horloge, doit être précisée ; c'est une façon d'avouer le caractère vectoriel du paramètre associé au temps.

est d'abord choisi comme mesure du temps (nous envisageons plus loin un repérage temporel à l'aide du mouvement d'un photon).

On s'en souvient peut-être, le héros de Jules Verne (1873), après avoir fait un tour de la terre en voyageant vers l'Est, n'a pas le même âge, compté en jours, que son jumeau (resté inconnu à ce jour !) demeuré à Londres. Parlons d'effet Phileas Fogg<sup>10</sup> (Fig. 1). Notre voyageur revient avec un âge supérieur d'un jour à ses amis, c'est à dire un peu plus vieux ; il ne s'en aperçoit pas tout de suite mais cela lui est profitable comme le lecteur l'aura retenu. Au cours de son voyage, il a simplement compté son temps en jours par l'observation du passage du soleil (c'est comme s'il transportait une horloge mobile sous la forme d'un cadran solaire portatif). Allant dans la direction opposée au soleil, il a compté un passage de plus du soleil à son midi que ses amis londoniens.

Regardons les équations relativistes que l'on peut écrire dans sa situation. Cela revient à se placer dans le cas de disques en rotation. En toute rigueur un tel déplacement doit demander de considérer plusieurs dimensions d'espace (au moins deux). Nous nous contenterons ici d'une seule, et d'une seule pour le temps. Ainsi, le voyageur, tout comme les londoniens sédentaires disent tous : le soleil fait un tour par jour, quoiqu'il arrive ; ou : un jour est marqué par le retour du soleil, que l'on soit immobile ou que l'on se déplace autour de la terre (cela correspond au second postulat de la relativité d'Einstein<sup>11</sup>). On n'a ici qu'un sens de déplacement, celui du soleil, pour le point temps. Dans le repère en mouvement tout comme dans le repère au repos on exige que la relation  $x = - ct$  entraîne la relation  $x' = - ct'$ . Le signe – est utilisé car le soleil va dans le sens négatif, opposé à celui du déplacement du voyageur. Le déplacement de Philéas est marqué par  $v$ , positif pour un voyage vers l'Est (Fig. 1 et 2), négatif pour un voyage vers l'Ouest. Dans ce cas, les formules de transformation ne sont pas celles de Lorentz, mais celles données par Elbaz (1984) :

$$x' = \gamma_1(x - vt) \quad (1.1)$$

$$t' = \gamma_1(t - vx/c^2) \quad (1.2)$$

$$\text{avec } \gamma_1 = (1 - \beta)^{-1} \text{ où } \beta = v/c \quad (1.3)$$

---

<sup>10</sup> Voir Guy, 1990.

<sup>11</sup> On objectera que, avec une montre à quartz donnant le temps universel, le voyageur comprendrait plus tôt ses possibles bévues ! Ce n'est en fait que repousser à une autre échelle le problème du postulat identique d'un mouvement constant ; ces exemples sont choisis, autant que celui des jumeaux, pour leur valeur allégorique et, espérons-le, pédagogique (voir aussi plus loin).

Appelons (1) ce groupe d'équations. Pour le point origine du repère en mouvement pour lequel  $x = vt$ , l'équation de transformation du temps donne

$$t' = \gamma_1(t - v^2t/c^2) = \gamma_1t(1 - v^2/c^2) = t(1 + \beta)$$

On voit donc que  $t' = t(1 + \beta) = t(1 + v/c)$ . Ainsi, si  $v$  est positif (voyage vers l'Est),  $t'$  est plus grand que  $t$  (le voyageur revient plus vieux) ; si  $v$  est négatif (voyage vers l'Ouest),  $t'$  est plus petit (le voyageur revient plus jeune). Dit autrement, dans un cas le temps coule plus vite dans le repère mobile que dans le repère au repos, dans l'autre cas, c'est l'inverse. On parle aussi de dilatation ou de contraction du temps. La différence de temps, soit  $t' - t$  est égale à  $t\beta$  et augmente avec la vitesse  $v$ .

On peut exprimer le résultat précédent en le comptant en jours. Le temps  $t$  pour faire un tour de la terre à la vitesse  $v$  est égal à  $\frac{2\pi R}{|v|}$  c'est-à-dire  $2\pi R/v$  si  $v$  est positif et  $-2\pi R/v$  si  $v$  est négatif. Le temps que le soleil met pour faire un tour de la terre, c'est-à-dire la durée d'un jour, est  $2\pi R/c$ .

Compté en jours, le décalage  $t' - t = t\beta$  est donc égal à  $\frac{2\pi R}{|v|} \frac{c}{2\pi R} \frac{v}{c} = \frac{v}{|v|}$

Soit  $+1$  si  $v$  est positif, et  $-1$  si  $v$  est négatif. Cela correspond à ce que nous avons dit : Phileas Fogg, voyageant vers l'Est, avec  $v$  positif, revient âgé d'un jour de plus que ses compatriotes londoniens. S'il avait fait un voyage vers l'Ouest, il serait arrivé avec un jour de moins. Le décalage temporel, calculé par les transformations de Lorentz étendues que nous avons présentées (fondées sur l'hypothèse de la constance d'un mouvement repérant le temps), correspond bien au changement de point de vue sur le mobile-temps pour un tour dans le repère terrestre. On observe la même économie que celle de la relativité classique : des équations relativistes sont présentes, dans une structure abstraite très semblable.

### *Remarques*

Ainsi qu'annoncé, il n'y a pas symétrie ou réciprocité entre les deux points de vue étudiés, celui du repère au repos et celui du repère en mouvement. Si le premier voit le temps du second dilaté par rapport au sien, le second ne voit pas le temps du premier également dilaté

par rapport à lui, mais contracté. Cela résulte du fait que, pour la transformation (1), la matrice reliant  $(x, t)^T$  à  $(x', t')^T$  n'est pas égale à son inverse, comme on peut le vérifier aisément. Pour avoir l'inverse, il faut changer  $\beta$  en  $-\beta$ . Dans le cas d'une horloge à photons d'un type qui sera précisé plus loin, et correspondant de façon formelle aux transformations de Lorentz classiques, il n'en sera pas de même ; il y aura, apparemment (mais on verra comment discuter ce point) symétrie entre les deux points de vue, la matrice de transformation étant égale à son inverse.

Dans les équations définissant les transformations de Lorentz adaptées à notre problème, on aurait pu exiger que  $x = ct$  entraîne  $x' = ct'$ , c'est-à-dire que le soleil aille de l'Ouest vers l'Est, en sens inverse de son sens habituel ; on vérifie que l'on a alors le groupe de transformation (2) :

$$x' = \gamma_2(x - vt) \quad (2.1)$$

$$t' = \gamma_2(t - vx/c^2) \quad (2.2)$$

$$\text{avec } \gamma_2 = (1 + \beta)^{-1} \text{ où } \beta = v/c \quad (2.3)$$

Si l'on change  $c$  en  $-c$ , on échange les groupes de transformation (1) et (2)). On peut voir cela comme un simple changement de convention sur le sens positif de rotation du soleil, du sens du voyage de Phileas Fogg ou de l'orientation des axes. Si on change à la fois  $v$  et  $c$  (Fig. 3), alors on ne change rien.

On voit aussi que, si le voyageur tourne autour de la terre en allant vers l'Ouest, avec une vitesse égale à celle du soleil, le temps s'arrête pour lui :  $t' = t(1 + \beta) = 0$ , car  $\beta = v/c = -1$  avec  $v = -c$ . Ce n'est pas que tout temps de tout mouvement s'arrêterait, c'est simplement que le choix du soleil comme repère n'est pas adapté pour définir le temps ; le voyageur vieillit sans changer d'âge ! De même, s'il va plus vite que la course du soleil, il arrive avant d'être parti !<sup>12</sup> Mais il n'y a rien de bizarre concrètement. Des questions analogues à celles développées ici se retrouvent dans la discussion de la synchronisation des horloges sur des disques (apparition de « multi-simultanités », voir par exemple les travaux de Rössler et al., 2002, discutés dans Guy, 2004).

---

<sup>12</sup> Comme les voyageurs de l'avion supersonique Concorde pouvaient particulièrement l'expérimenter.

### 3. Des voyages autour de la terre avec une horloge à photons

#### 3.1. Avec une horloge de « type A ».

Laissons notre cadran solaire et prenons maintenant une horloge où le temps est marqué par la position d'un photon dont le mouvement est déclaré à vitesse constante. Divers choix de mouvements sont possibles ; nous appellerons « type A » celui indiqué sur la figure 4. Un photon fait un aller et retour entre les points A et B séparés de la distance  $a/2$ . On considère que le bâti portant les points A et B est par exemple solidaire du repère mobile et se déplace à la vitesse  $v$ , perpendiculaire au mouvement du photon (un autre choix pourra être fait). On déclare, conformément au deuxième postulat de la relativité, que l'on voit le photon se déplacer à la vitesse  $c$  dans les deux repères, aussi bien pour les trajets aller que les trajets retour dans l'oscillation. Alors que, dans le repère mobile, le photon oscille sur place, vu du repère au repos, il dessine une courbe en dents de scie ; nous désignerons par  $l$  la longueur pour un aller et retour dans le repère mobile (Fig. 5). Soit  $t$  le temps d'un aller et retour compté dans le repère au repos, et  $t'$  le temps correspondant dans le repère mobile. Dans ce dernier, on a  $t' = a/c$ . Compris dans le repère au repos, le mouvement se fait encore à la même vitesse  $c$ , c'est à dire correspond à  $t = l/c$ . On a donc

$$t = l/c = (a^2 + v^2 t'^2)^{1/2}/c$$

En portant  $t' = a/c$  et en exprimant  $t'$  en fonction de  $t$ , on tire que

$$t' = t(1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (3)$$

exprimant que le temps  $t'$  dans le repère mobile est diminué par rapport au temps  $t$  dans le repère au repos (le moindre chemin est parcouru à la même vitesse). On a toujours  $t' < t$ , quel que soit le signe de  $v$  qui intervient au carré. Le jumeau revient donc toujours plus jeune, qu'il voyage vers l'Ouest ou vers l'Est. L'écart est d'autant plus important que  $v$  est grand. En faisant un développement limité de (3), on peut écrire  $t' = t - 1/2\beta^2 t + \dots$ <sup>13</sup>

---

<sup>13</sup> Cela n'a évidemment pas de sens concret d'exprimer cette différence en termes de jours (on pourrait plutôt la rapporter à l'amplitude  $a$  ou à la longueur  $l$ ).

La distance parcourue par l'origine du repère mobile est régie par  $x = vt$ . En faisant apparaître  $x$  dans la relation précédente, on obtient la transformation de Lorentz pour le temps<sup>14</sup>,  $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ , avec  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ .

Remarquons enfin que, si l'on avait défini le mouvement d'oscillation sur place du photon, non dans le repère mobile comme à l'instant, mais dans le repère fixe, les différentes conclusions obtenues quant à la différence d'âge auraient dû être inversées (le jumeau mobile serait revenu plus vieux).

### 3.2. Comparaison avec les transformations de Lorentz standard

On peut rapprocher les équations précédentes des transformations de Lorentz classiques. Dans leur structure générale, elles se comprennent également en attribuant les mêmes caractéristiques au mouvement d'un photon dans les deux repères en déplacement relatif, c'est-à-dire en exigeant d'avoir simultanément dans les deux systèmes  $x = \pm ct$  et  $x' = \pm ct'$  ; ce qui conduit au groupe de Lorentz classique (4) :

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (4.1)$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2) \quad (4.2)$$

$$\text{avec } \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \text{ où } \beta = v/c \quad (4.3)$$

En portant  $x = vt$  pour l'origine du repère en mouvement, on a  $t' = t(1 - \beta^2)^{1/2}$  équation identique à (3) vue plus haut. Nous ne discutons pas les raisons de la convergence entre les équations de la relativité standard et celles reposant sur l'utilisation de l'horloge à photons de « type A ». Elle a pu être utilisée dans la littérature pour faire comprendre la théorie de la relativité (e.g. Hofman, 1980 ; ou Berthon, 1999). Nous pensons qu'il faut y voir davantage qu'un procédé de vulgarisation : elle traduit pour nous la véritable manifestation que le temps est bien défini par le mouvement d'un mobile.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> Cela suppose avoir choisi le point où est définie l'horloge à oscillation de photon comme origine du repère mobile. On boucle la transformation de Lorentz sur ce choix, que l'on aurait pu prendre différent.

<sup>15</sup> On retrouve aussi ce type d'interprétation (points de vue sur deux trajets différents que l'on déclare de même vitesse) dans la discussion par divers auteurs de l'expérience de Michelson et Morley. Certains ont déjà pu remarquer (Gruffat, 2004) que divers types d'interprétation sont possibles ; mais contrairement au point de vue « négatif » de ces auteurs, cela ne disqualifie pas à notre sens la théorie : comme on le discute plus loin, pouvoir/devoir faire des choix arbitraires (laissés au libre arbitre) est dans l'essence même de la théorie.

### 3.3. Un voyage avec une horloge à photon de « type B »

On vérifiera que, si le mouvement d'aller et retour du photon dans l'horloge se fait dans le sens du déplacement (Fig. 6), les formules précédentes s'écrivent avec un coefficient  $\gamma_3 = (1 - \beta^2)^{-1}$  (McCarthy, 1999). En portant  $x = vt$  dans l'expression de  $t' = \gamma_3(t - vx/c^2)$  (on se place à nouveau à l'origine du repère mobile) on voit que  $t' = t$ , résultat auquel on pouvait s'attendre. Il n'y a pas d'écart d'âge. On pourrait enfin envisager d'autres horloges encore, avec des mouvements de photons différents...<sup>16</sup>

## 4. Des voyages en rebroussant chemin

Envisageons maintenant des voyages où le promeneur rebrousse chemin. Cela peut être le cas sur terre, s'il décide de rentrer avant d'avoir fait le tour ; ce peut être aussi le cas d'une migration en plein espace : le jumeau doit bien revenir sur ses pas s'il veut retrouver son frère... Divers cas se présentent alors suivant le type d'horloge adopté, c'est-à-dire suivant le mouvement définissant le point temps auquel on attribue une vitesse constante. Comme précédemment, on peut envisager deux catégories. Dans la première, le point mobile se déplace dans une seule direction ; si l'on reste sur terre, le cours apparent du soleil assure cette fonction ; si l'on quitte la terre, on choisira tel objet céleste dont la migration est régulière, au moins pendant la durée du voyage aller et retour, une comète par exemple. Dans la seconde catégorie, le point mobile effectue des oscillations « sur place » comme dans les horloges à photons.

### 4.1. Avec un point-temps mobile dans une seule direction

Il s'agit alors du soleil ou de la comète évoquée à l'instant<sup>17</sup>. On reprend les équations d'Elbaz avec des contraintes exprimant la constance du mouvement étalon selon tel ou tel sens d'une direction donnée : si  $x = + ct$ , alors  $x' = + ct'$  ; ou : si  $x = - ct$ , alors  $x' = - ct'$  (comme on l'a dit plus haut, cela revient à un choix d'orientation des axes). Soit  $T$  le temps au bout duquel le voyageur revient sur ses pas. Sa vitesse passe alors de  $v$  à  $-v$  pour le reste du voyage, c'est-à-dire pendant la durée allant de  $T$  à  $2T$ . En reprenant les raisonnements et les équations de la

---

<sup>16</sup> Dans le cas de déplacements relatifs des repères à la vitesse  $c$ , on retrouve les paradoxes énoncés plus haut à propos de voyages autour de la terre à la vitesse du soleil : le temps s'arrête etc. On conviendra que ces situations demandent simplement de changer de repérage.

<sup>17</sup> Sans chercher la vraisemblance rigoureuse : nous avons une seule dimension d'espace et le voyage se fait le long du trajet de la comète ou parallèlement à lui.



section 2 ci-dessus, on conclut que la différence d'âge est annulée, que le voyage commence dans un sens ou dans l'autre par rapport au mouvement du soleil ou de l'objet céleste repérant le temps. En effet, cette différence, soit  $\Delta t = t' - t$ , s'écrit dans un cas  $\beta T - \beta T$  (on commence par rajouter le terme  $\beta T$  puis on le soustrait), dans l'autre cas  $-\beta T + \beta T$  (on commence par soustraire le terme  $\beta T$  puis on le rajoute) ; elle est donc toujours égale à zéro et le jumeau voyageur revient avec le même âge que le jumeau sédentaire.

#### 4.2. Avec une horloge à photon de « type A »

Dans ce cas, les différences continuent de s'ajouter, malgré le changement de  $v$  en  $-v$  pour le trajet du retour. Le terme en  $\beta = v/c$  dans les équations intervient en effet au carré et est insensible au changement de signe de  $v$ . Les deux écarts de temps à l'aller et au retour s'ajoutent dans le résultat final, au lieu de se retrancher comme à l'instant. Suivant le type de mouvement adopté (selon que le mouvement oscillant sur place du photon est défini dans le repère mobile ou dans le repère fixe), le jumeau revient toujours plus jeune ou au contraire toujours plus vieux. En reprenant les équations de la section 3, on voit que l'écart d'âge total observé est égal à  $2T(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  où  $T$  est le temps du demi-voyage ; le développement limité fait plus haut donne ici :  $\Delta t = -\beta^2 T c$  est-à-dire produisant le même décalage total que pour un voyage sans rebrousser chemin ( $t$ , temps total du trajet sans rebroussement, étant compté égal à  $2T$  avec rebroussement). Pour une horloge à photon de « type B », le temps est le même pour les deux jumeaux : à l'issue du voyage, on n'observe pas de différence d'âge.

### 5. Les situations des deux jumeaux sont-elles symétriques (cas de notre approche) ?

#### 5.1. Symétrie, dissymétrie et « interprétation »

Récapitulons les résultats obtenus dans les trois parties précédentes. La réponse à la question : « y-a-t-il symétrie ou dissymétrie entre les points de vue des deux jumeaux ? » peut varier suivant le choix d'horloge et le type de voyage effectué (avec ou sans rebroussement<sup>18</sup>).

Ainsi, lors de l'utilisation d'un cadran solaire mobile dans un voyage autour de la terre, il n'y a pas à discuter : il y a toujours dissymétrie. En d'autres termes, si le jumeau fixe (qui a son propre cadran fixe) observe le jumeau mobile vieillir moins vite que lui (il voit à distance le

---

<sup>18</sup> Pour un voyage qui ne se fait pas autour de la terre, le rebroussement est impératif si l'on planifie des retrouvailles.

cadran solaire mobile de son frère et peut comparer les indications des deux instruments<sup>19</sup>), le jumeau mobile ne constate pas de contradiction : il voit bien inversement le jumeau fixe vieillir plus vite (et non moins vite s'il y avait parfaite symétrie). Suivant le sens du trajet autour de la terre, les situations s'échangent.

Si l'on se sert d'une horloge à photon « de type A », il y a par contre matière à débat<sup>20</sup>. Dans le premier cas étudié (section 3.1.), l'oscillation sur place du photon est décrite dans le repère mobile, et le jumeau fixe annonce comment il voit, de son point de vue, cette oscillation (il la voit en dents de scie ; d'où en fin de compte un temps plus long pour lui). Il y a dissymétrie des points de vue comme dans le cas du cadran solaire. De même, avec des effets inverses, si l'oscillation sur place est décrite dans le repère fixe, et que l'on demande au jumeau mobile comment il la voit (le sens de rotation autour de la terre, ou le rebroussement dans le cas d'un voyage quelconque n'altèrent pas ces conclusions).

On pourrait décider toutefois que, quand on pose la question de savoir comment l'un des deux jumeaux perçoit l'horloge de l'autre, le choix d'installer l'horloge à oscillation sur place en dépende. C'est-à-dire si l'on demande : « comment le jumeau fixe voit-il le mouvement du photon dans l'horloge de R' ? », l'horloge à oscillation sur place est installée dans le repère mobile (comme on a commencé à le faire plus haut). Et que si l'on demande « comment le jumeau mobile voit-il le mouvement du photon dans l'horloge de R ? », l'horloge à oscillation sur place est installée dans le repère fixe. Il y a alors parfaite symétrie entre les deux points de vue et il n'y a pas de différence d'âge.

Dans le cas où nous avons constaté une dissymétrie, nous avons particularisé un repère par un choix d'installation d'horloge à oscillation sur place et l'avons gardé particulier, même en inversant la question. La définition initiale du mouvement étalon, donnée de façon estimée pratique dans un premier repère, n'a pas été changée.

Nous voyons ainsi que, en attachant ou non de façon permanente la définition initiale d'un mouvement étalon à un repère, on donne un statut différent aux deux repères. Cette particularisation d'un des repères se relie à la façon de poser la question de comment l'un des deux jumeaux voit l'autre. La dissymétrie sémantique n'est pas sans portée physique. Quand on demande comment un observateur dans le repère I, voit le repère II, on particularise le repère I car c'est bien en fonction de son temps à lui, le temps de I, que l'on va exprimer le temps de l'autre, celui du repère II ; ceci s'écrit dans la relation  $t' = f(t)$  par exemple, lorsque le repère I est le repère

---

<sup>19</sup> Les deux horloges, c'est-à-dire les deux cadrans solaires, correspondent à deux points de vue différents sur le même mouvement (du soleil) ; nous y reviendrons.

<sup>20</sup> Ce n'est pas le cas avec une horloge de « type B » qui n'entraîne pas de différence d'âge.

fixe (temps  $t$ ) et le repère II le repère mobile (temps  $t'$ ). Mais parler du temps de l'autre (du repère II) est abusif (et c'est là que l'on voit bien la dissymétrie qui nous occupe) car, dans ce cas, alors que l'on envisage l'entière des points du repère I où l'on voit se déplacer le repère II, on n'envisage pour ce dernier qu'un seul point : son origine. C'est ce qu'on a fait dans le cas où le repère I est le repère fixe, en prenant pour le point mobile  $x' = 0$ , soit  $x = vt$ . On aurait pu choisir d'autres points, ou envisager l'ensemble des points du repère mobile. Ce choix n'est pas du tout anodin pour le sens même des écarts d'âge (nous y reviendrons) et la relation  $t' = f(t)$  écrite dans la discussion des jumeaux *n'est valable que pour un point particulier du repère II*. Le repère I mérite bien son nom de repère, alors que le repère II est réduit à une coordonnée unique. Déclarons ainsi que le repère associé à I est « dominant », celui associé à II « subordonné ». C'est la situation implicite dans le cas des jumeaux où le jumeau mobile est réduit à un point (l'origine) et non tout un repère, que l'on inverse ou non la question. Cette particularisation d'un repère a une valeur « politique » et la définition du mouvement étalon peut lui être liée.

On comprend ainsi que, de façon générale, plusieurs choix soient possibles pour les horloges. On peut décider que le mouvement étalon est d'abord décrit dans tel repère et en tel endroit et garder ces choix même si on inverse la question. Dans ce cas, il y a dissymétrie. Mais on peut proposer que, à la dissymétrie des termes de la question posée corresponde une dissymétrie des repérages des mouvements étalon pour y répondre (on se permet en somme de changer d'horloge pour répondre à chaque question). Au bout du compte les deux dissymétries s'annulent et conduisent à une parfaite symétrie entre les deux jumeaux. On fait ici apparaître la nécessité d'« interprétation » du statut des repères (distinction entre repère d'un côté et point particulier de l'autre) et du choix des horloges et leur localisation pour mesurer le temps ; en somme *il n'y a pas une façon unique de comprendre les équations*.

## 5.2. *Qu'est-ce qu'une horloge ?*

Nous avons utilisé le mot horloge à plusieurs reprises, mais, dans notre façon de raisonner, il convient de bien voir ce que nous appelons tel. On pourrait objecter en effet, sur la base de notre compréhension (alléguant qu'il n'y a que des mouvements) : il n'y a plus de temps, il n'y a donc plus d'horloge ! Mais c'est bien avec des mouvements en effet que nous avons fonctionné ; la leçon de notre propos nous conduit à donner la définition d'une horloge de la façon suivante : *une horloge est un point de vue sur un mouvement*. C'est également une façon de découper ce mouvement en morceaux en vue d'effectuer un comptage (une unité de temps est affectée à un morceau de mouvement). Le temps total est donné par l'amplitude de mouvement (ou encore l'espace) qui lui correspond. Dans ces conditions, parler de deux horloges différentes peut signifier deux choses : - soit envisager deux points de vue différents sur un même mouvement (c'est ce que nous avons fait), - soit envisager, dans leur première définition même, deux mouvements différents. On peut certes s'intéresser à des mouvements différents, cachés dans des « horloges » différentes, mais à un moment donné, la nécessité de comparer ce qui se passe dans deux repères demande de se ramener à *deux points de vue sur*

*un même mouvement* (ce que, par abus de langage, on pourra appeler la lecture de deux horloges). Sans cela, sur quelle base effectuer concrètement la comparaison ? C'est ainsi que, dans nos exemples, il n'y a de mouvement que d'un soleil, mais avec deux cadrans solaires. Il n'y a de mouvement que d'un photon, mais avec deux points de vue sur lui. Au total, il n'y a pas de temps tout seul, indépendamment du reste, il n'y a rien d'autre que des mouvements. Les formulations conduisant aux transformations de Lorentz ne contiennent d'ailleurs que les équations  $x = \pm ct$  et  $x' = \pm ct'$  pour le mouvement du même photon (qualifiant aussi bien le temps que l'espace). Ce sont les seules relations « vues » par le formalisme mathématique.

Il n'y a donc pas à comparer deux horloges qui n'auraient rien à voir, associées respectivement à chacun des deux jumeaux. Il n'y a pas deux écoulements différents du temps, chacun de son côté, *ce qui n'a pas de sens*<sup>21</sup> ; mais deux points de vue différents sur un même mouvement, s'exprimant comme un rapport de temps, celui que l'on cherche précisément (que l'on pourrait également exprimer en rapport d'espaces). Quand on dit : il y a moins de temps pour le repère mobile et davantage pour le repère fixe, on veut poser les questions isolément l'une de l'autre ; on fait comme si l'on pouvait attribuer au temps une valeur substantielle, universelle en somme dans ses propriétés de quantité, évaluées en elles-mêmes. Nous pensons au contraire que l'essence même du problème (et de la relativité) est de comparer deux points de vue sur le mouvement d'un même photon, exprimé par  $x = \pm ct$  d'un côté, et  $x' = \pm ct'$  de l'autre, sans se prononcer sur la quantité absolue des temps associés. Tout dérive de là (situations de symétrie ou de dissymétrie, etc.), suivant les choix faits.

Dans ce contexte, la définition de l'horloge correspond à l'énoncé de la façon dont on définit le mouvement de référence, et de quel point de vue, forcément particulier, on le fait ; quitte à en changer ultérieurement. La première définition du mouvement étalon est par exemple la plus pratique et peut être liée au caractère dominant ou subordonné du repère où on l'énonce. Suivant les choix faits, on pourra dire ensuite par abus de langage : « l'horloge se déplace avec le mouvement »<sup>22</sup>. Mais c'est alors dire plutôt : « la première définition du mobile étalon est donnée dans le repère en mouvement ». En parlant d'horloge fixe ou mobile, ou encore de

---

<sup>21</sup> Plus fondamentalement : il n'y a nul temps à retrouver nulle part ! Mais de multiples temps à construire à partir des mouvements qui nous sont offerts, parmi lesquels on en choisit un comme base de communication.

<sup>22</sup> Dans toutes ces expériences de pensée, on se contente de prendre au sérieux, ou à la lettre, que le temps est marqué par la position d'un point mobile quelque part. C'est dans ce sens que l'on dit que « le temps coule ». Mais il n'y a rien qui coule en tout point.

l'horloge du repère fixe ou d'horloge du repère mobile, nous restons influencés par l'ancienne façon de voir les choses (l'ancien « paradigme »). Les horloges ne se déplacent pas en transportant un temps à elle, étranger à d'autres temps, mais en déplaçant un point de vue. Mais il est vrai que, quand nous parlons du temps du repère R, nous avons tendance à choisir l'oscillation sur place dans le même repère. Lorsque l'on cherche à savoir comment l'on voit depuis R le temps de R', on va avoir tendance à imaginer que l'on regarde depuis R l'oscillation sur place dans R' ; la relation mathématique correspondante est  $t' = t(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ . Par contre, en écrivant  $t = t'(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  on va changer la définition implicite des horloges et placer l'oscillation sur place dans le repère fixe et regarder depuis le repère R' comment passe le temps de R. C'est ce changement implicite d'horloge qui sauve la contradiction entre les deux formules précédentes.

## **6. Examen de quelques points de vue de la littérature (relativité standard)**

Revenons au cas standard qui fait l'objet du paradoxe dans sa version initiale (temps marqué par un scalaire indépendant de l'espace, non par un déplacement d'un mobile dans l'espace). Comme nous l'avons suggéré au début, la littérature sur les jumeaux est extrêmement vaste. Nous ne pouvons en faire la synthèse et rouvrir le débat. Reprenons certains arguments rencontrés. Pour ce faire, nous nous appuyons sur la consultation de quelques livres et sites, en particulier : Berthon (1999), Bondi (1965), Dingle (1972), Feynmann et al. (1969), Landau et Lifshitz (1970), Rougé (2002), Taillet et al. (2013), le site Wikipedia (2015), le site Researchgate (2015). Pour simplifier (et caricaturer) la présentation, imaginons un débat entre un physicien relativiste (R) et un physicien critique (C). R et C échangent successivement les arguments R1, R2 etc. et C1, C2 etc.

R1 : Le temps passe plus lentement dans le repère mobile comme le montre l'équation reliant  $t'$  à  $t$ .

C1 : Oui, mais si l'on suit un raisonnement analogue pour le repère mobile, on verra la même chose, à savoir que le temps du repère fixe passe plus lentement lorsqu'il est vu depuis le repère mobile.

R2 : Dans l'espace de Minkovski, la ligne d'univers d'un observateur immobile (le jumeau du repère fixe) est toujours plus longue que celle d'un observateur qui effectue un déplacement.

C2 : Que se passe-t-il si l'on calcule la ligne d'univers dans le repère en mouvement ?

R3 : Ce qui est important est de remarquer que le jumeau mobile fait un aller et retour ; il passe d'un premier repère galiléen (vitesse  $v$ ) à un autre repère galiléen (vitesse  $-v$  pour le retour) et subit donc une accélération, au contraire du jumeau fixe. Il y a donc bien dissymétrie.

C3 : Sous-tendez-vous une équivalence entre l'argument de l'accélération et celui de la ligne d'univers ? Lequel choisissez-vous ?

L'argument de l'accélération pose plusieurs questions :

- n'y a-t-il pas une accélération également pour le jumeau fixe vu du repère mobile ?
- le temps de l'accélération peut être rendu aussi petit que l'on veut, et ce qui compte dans le résultat final ce sont les temps des trajets aller et retour que l'on peut quant à eux rendre aussi grands que l'on veut.
- parler de repère galiléen (et de changement de repère galiléen), n'est-ce pas sortir du cadre posé par Einstein qui disait pouvoir se passer de ces concepts ?
- ou encore : n'est-ce pas adopter un cadre de gravitation (avec des forces d'inertie) qui n'est pas celui de la relativité restreinte, mais de la relativité générale ?

R4 : Oui, pour parler d'accélération il faut se placer dans le cadre de la relativité générale. Nous pouvons calculer les effets de l'accélération en utilisant cette théorie.

C4 : Précisément, la relativité générale déclare se moquer des accélérations (elle étend le premier postulat à tous les repères, y compris accélérés), il y a donc toujours symétrie ? N'est-il pas étonnant alors que, suivant les hypothèses faites, la différence d'âge se marque dans un sens ou dans un autre ? Y-a-t-il équivalence entre les arguments des uns faisant appel à l'équivalence masse inerte = masse pesante et utilisant une formulation newtonienne de l'accélération, et ceux des autres insistant sur l'utilisation d'une métrique non-euclidienne et

des différences de trajets pour l'un ou l'autre jumeau (à la manière de l'argument R2) ? Au fond, que se passe-t-il exactement lors de l'accélération ?<sup>23</sup>

R5 : Nous pouvons vous donner un exemple pour vous faire comprendre, en utilisant la propagation d'une onde dont la fréquence varie par effet Doppler. L'on compte moins de pulsations dans le repère mobile que dans le repère fixe.

C5 : Peut-on faire le même raisonnement dans le repère mobile ? Peut-on confondre ce que l'on dit de tel phénomène physique avec ce qui concerne le cours du temps lui-même ?

R6 : Regardez l'expérience des muons relativistes produits dans la haute atmosphère ; leur trajet est plus long que ce que leur durée de vie au repos laisserait attendre.

C6 : Les muons ne font pas d'aller et retour pour revenir au même endroit, comme dans le paradoxe des jumeaux. On ne voit pas de réciprocité possible entre les deux points de vue : ce n'est pas nous qui traversons le repère des muons, ce sont les muons qui traversent notre repère<sup>24</sup>.

R7 : Regardez l'expérience des horloges embarquées dans des avions qui font le tour de la terre.

C7 : N'est-il pas étonnant que les décalages observés dépendent du sens de rotation ?

Etc. etc. Commencée il y a plus d'un siècle, la discussion continue et ne s'arrête jamais. Sur le site internet *Research Gate*, une discussion sur le paradoxe des jumeaux lancée en décembre 2013 continue au moment où nous écrivons ce texte (juin 2015) et montre un échange de

---

<sup>23</sup> A propos de relativité générale, il est intéressant de remarquer qu'Einstein lui-même, dans un article peu connu (1918), fait appel à cette théorie pour discuter le paradoxe des jumeaux. Ce travail est analysé par Unnikrishnan (2005) soulignant qu'Einstein, après avoir posé la question (reprise par Langevin) dans le cadre de la relativité restreinte, ne la discute plus dans ce cadre mais dans celui de la relativité générale : ce n'est donc pas cohérent ; cet auteur estime au total que les arguments d'Einstein ne répondent pas correctement au problème et propose comme nouveau cadre de discussion celui d'un repère privilégié lié à l'univers (continuant alors à user d'un temps substantiel et non relationnel...).

<sup>24</sup> Comme d'autres, cette expérience mérite une analyse détaillée ; comment écrit-on la désintégration ? On utilise l'équation de Schrödinger dans une petite boîte, ce qui revient à la construction d'une petite horloge : il faudrait voir comment l'écriture des phénomènes sous-jacents est altérée ou non par un transport, et comment le temps est modifié dans ces conditions ? Le résultat global semble aller dans le sens des équations standard de la relativité.

quelques 900 messages (occupant quelques cinq cents pages). De même à propos de l'article correspondant de l'encyclopédie en ligne *Wikipedia*, où les échanges lisibles dans l'archive associée se lisent sur 50 pages en police de petite taille... Nous ne donnons pas d'indication sur le ton des propos, ni sur de nombreux arguments qui débordent le problème de départ (qui repose, rappelons-le, sur la question de la symétrie ou non entre les points de vue des deux jumeaux) ; ils se rapportent à des questions comme celle de la simultanéité ou aux multiples expériences qui valident<sup>25</sup> ou non la théorie de la relativité...

## **7. Rôle de l'interprétation physique dans la discussion du paradoxe des jumeaux**

### *7.1. Interprétation*

A la lumière des développements menés plus haut selon notre approche (sections 3 à 5), reprenons maintenant la question de l'interprétation, cette fois-ci pour le cas standard (suite de la section précédente n°6). Sans rentrer dans le détail des équations ni prendre parti pour un camp ou l'autre, pouvons-nous résumer les choses en disant : si les explications lues reposent toutes sur des équations identiques (les transformations de Lorentz et ce qu'on en dérive), la variété même des explications ne montre-t-elle pas qu'il y a matière à interprétation ? C'est-à-dire : l'énoncé des relations mathématiques ne suffit pas pour connaître le système physique qui leur correspond : il y a une latitude pour la description et un lieu possible de dissymétrie. Si nous avons parlé d'interprétation pour notre approche (temps associé à un déplacement), ne sommes-nous pas justifiés d'utiliser le même mot pour le cas standard et d'étendre notre point de vue sur ce dernier ? L'observation que, dans la discussion du paradoxe des jumeaux, on ne se rapporte que modérément aux équations, en restant dans un échange « littéraire », nous encourage d'ailleurs dans cette voie.

Quels sont les lieux d'interprétation et de non-réciprocité dans le cas standard ?

Une première dissymétrie possible, dont nous avons parlé, tient à la signification concrète accordée respectivement aux deux repères. Dans un cas, on envisage véritablement un repère,

---

<sup>25</sup> Il faudrait mieux dire : « qui laissent la théorie non réfutée ». Au fond, on peut se demander ce que les physiciens ont gagné en allant dans cette galère, le paradoxe des jumeaux renvoyant à des expériences spéculatives, avec des réponses fragiles, alors que par ailleurs la théorie de la relativité se porte bien ? Le résultat positif observé est l'instauration d'un lieu de débat contradictoire sur les fondements de la théorie et ses implications.



c'est-à-dire un ensemble de points coordonnés, avec un temps unique (après synchronisation) ; nous parlons du repère fixe « dominant ». Alors que dans l'autre, plutôt que d'un repère complet, on ne parle que d'un point particulier : le point origine pour lequel on prend  $x = vt$  ; nous parlons du repère mobile « subordonné ». Ce choix d'un point particulier peut paraître anodin (une simple convention) mais il est crucial pour le sens du décalage d'âge que l'on va obtenir. En prenant un autre point du repère mobile, défini par exemple par  $x = vt + x_0$ , le signe de l'écart d'âge observé peut finalement varier. Pour  $x_0$  négatif et de valeur absolue suffisante, le jumeau revient plus vieux, c'est-à-dire que l'on a  $t' > t$ . Portons en effet dans  $t'$  la valeur de  $x = vt + x_0$  :

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}(vt + x_0)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{\frac{vx_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{On a } t' > t \text{ si } t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{\frac{vx_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > t, \text{ c'est-à-dire si } x_0 < \frac{c^2}{v} \left( t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right) \right)$$

La valeur de  $x_0$  est négative et dépend de  $t$ . Pour un temps  $t$  fixé à l'avance, on peut trouver un point du repère mobile pour lequel le temps  $t'$  sera de toute façon plus grand que le temps  $t$  écoulé dans le repère fixe. Application concrète : imaginons non des jumeaux, mais des triplés, un immobile, les deux autres voyageurs. Un des deux voyageurs fait le voyage en tête du vaisseau spatial fixée comme origine, l'autre en queue, suffisamment loin (on suppose que la taille du vaisseau le permet). Lorsque les deux triplés nomades retrouvent leur frère sédentaire, c'est maintenant trois âges différents que l'on va observer : l'un aura vieilli davantage que son triplé sédentaire, l'autre moins ! Comment comprendre cela dans le cas classique ? C'est difficile ! Il faut assurément en sortir et admettre que le temps n'est qu'un point de vue sur un mobile commun ; pour un point choisi dans le repère mobile cela se traduit par une relation (qui change suivant le point choisi), entre les coordonnées  $t$  et  $x$  du repère fixe.

Dans un deuxième lieu d'interprétation, on peut se demander : comment le temps est-il mesuré concrètement ? quelle horloge utilise-t-on ? Répondre aujourd'hui, c'est renvoyer au mouvement d'un photon dans une horloge atomique et, si l'on veut comparer les points de vue depuis deux repères différents, à l'adoption d'un postulat relativiste. On se retrouve alors

dans un cadre identique à celui de notre approche où nous attribuons les mêmes caractéristiques à un mouvement de référence ; cela revient à abandonner la stricte dualité des horloges au sens classique. C'est avouer qu'il n'y a pas de temps tout seul, dont l'écoulement serait plus ou moins rapide suivant les repères ; il n'y a rien de plus que des mouvements de la lumière dans les relations  $x = \pm ct$  /  $x' = \pm ct'$  que l'on écrit. L'interprétation va alors porter sur la définition du mouvement de référence (quel type de mouvement, dans quel repère donne-t-on sa première définition ?), sur le sujet de savoir si l'on change ou non de définition suivant le sens de la question posée (comment voit-on A depuis B, ou B depuis A ?). Ces lieux d'interprétation mettent en évidence le lien étroit entre l'analyse du cas standard et l'ensemble de nos propositions (qui semblaient a priori ne pas le concerner).

D'autres questions sur le paradoxe des jumeaux ne trouvent pas leur réponse directement dans les équations (cf. le troisième groupe de questions dont nous avons parlé dans l'introduction) : à quel moment voit-on la différence d'âge ? est-ce au moment des retrouvailles, ou peut-on la voir à distance lorsque le jumeau est encore en mouvement ? L'observation à distance du ralentissement de l'horloge mobile est-elle possible ? Dans notre interprétation, il convient d'exprimer ces questions de façon différente, les deux horloges représentant deux points de vue sur un même mouvement. Lors du voyage, les deux points de vue peuvent effectivement différer (et se constater comme tels à distance), mais lorsque les jumeaux se retrouvent, ils s'harmonisent à nouveau. C'est ainsi que, à son retour à Londres, Phileas Fogg et ses amis voient désormais le soleil à la même position, même si, en cours de route, Phileas aura compté un temps différent. Suivant les cas, les deux jumeaux auront pu dans l'intervalle compter des durées différentes.

C'est là une façon de discuter l'interprétation de Henri Bergson (1922) et d'adopter un point de vue qui n'est ni le sien, ni celui des physiciens relativistes à qui il s'adresse. Pour Henri Bergson, le paradoxe traduit un effet de parallaxe et ne correspond pas à un effet réel : « je suis à côté de Pierre et vois Paul distant plus petit que Pierre. Mais si je me mets à côté de Paul il retrouve sa taille normale ; et lorsque Pierre et Paul se retrouvent après avoir été séparés, ils ont la même taille. Ainsi lorsque j'envisage un repère, je l'immobilise et m'y transporte, et son temps est réel ; le repère en mouvement n'est vu qu'à distance sans que je puisse y être, et son temps est purement imaginaire ». Dans le cadre de notre compréhension, nous dirons à Henri Bergson que l'on peut considérer le repère mobile vu à distance non comme imaginaire mais doté d'un autre observateur qui a son propre point de vue (donnant

alors raison aux physiciens relativistes) ; mais on dira à ces derniers que, au retour, la différence de point de vue peut être annulée (donnant alors raison à Bergson), et, suivant les cas, une différence d'âge être observée (au contraire de ce que dit Bergson).

Nous ne reprenons pas d'autres lieux de discussion encore, qui portent sur la notion de simultanéité, sur le processus de synchronisation, sans parler de la définition des axes spatiaux, les mesures des vitesses etc. En bref, tout ceci nous invite à faire apparaître des hypothèses implicites, cachées, prises par les uns et les autres, et susceptibles de nous permettre de comprendre pourquoi ils ne sont pas d'accord. Avec le recul fourni par notre analyse, il faut, à propos des expériences diverses faites par les physiciens, faire le même travail critique. En tout cela, nous sommes dans une situation proche de celles relevant de ce que l'on appelle le pluralisme théorique (cf. Poincaré, 1902, 1905 ; ou encore Mizony, 2009).

Le lecteur voudrait-il une conclusion pour la section 6 ? Qui a raison en fin de compte ? le physicien relativiste R ou le physicien critique C ? Nous devons dire : il n'y a pas de réponse générale en faveur de l'un ou de l'autre. Il faut discuter, il faut examiner en détail tous les arguments présentés (et non seulement ceux rapportés ici mais tous ceux de la littérature !) et, dans un travail d'interprétation, examiner à quel système physique concret ils sont susceptibles de renvoyer. C'est une énorme tâche qui sort de notre propos. A titre d'illustration toutefois, montrons comment reprendre les premiers arguments R1 et C1 donnés plus haut. Ainsi on pourrait déclarer :

« Si c'est une horloge de « type A mobile » qui est utilisée, alors R a raison, C a tort ».

« Si c'est une horloge de « type A fixe », alors les deux ont tort ; R car le jumeau voyageur revient plus vieux et non plus jeune ; C car il y a dissymétrie des points de vue des jumeaux, et non (comme certes la soutient R) symétrie ».

« Si c'est une horloge de type A que l'on change de repère suivant la façon de poser la question, alors C a raison et R a tort, car il y a symétrie des deux points de vue ».

« Si c'est une horloge de type B, alors R a tort car il n'y a pas de différence d'âge ; C a raison si telle était sa conclusion, mais il a tort car il n'y a pas d'écart symétrique ».

...

On peut imaginer d'autres répartitions entre les verdicts (qui a tort ? / qui a raison ?) suivant l'utilisation d'horloges de types encore différents...

## 7.2. *Le photon étalon et le photon ordinaire : comment les distinguer ?*

A plusieurs reprises, nous venons de parler d'interprétation (quel type d'horloge ?) et de conventions (qu'est-ce qu'une horloge ?). La toute première convention est celle de se mettre d'accord sur un phénomène de propagation étalon, et sur les caractéristiques à lui attribuer. C'est par comparaison à lui que l'on évalue la vitesse de tous les autres ; c'est sur lui que l'on « boucle » la construction de nos connaissances. Pour lui, le mot vitesse n'est utilisé que par abus de langage (voir Guy, 2013). Aujourd'hui, la propagation de la lumière remplit ce rôle. On déclare pour elle  $c = \text{cste}$  dans le vide, quelle que soit la vitesse de la source. On sait toutefois que la lumière peut changer de « vitesse » : il en est ainsi lorsque le vide n'est pas parfait, ou dans les milieux condensés dits réfringents. La vitesse (on en parle à juste titre par comparaison avec la propagation dans le vide) est alors inférieure à  $c$ , le rapport à  $c$  fournissant l'indice du milieu. On décrit aussi des expériences dites de piégeage de la lumière où celle-ci est ralentie à des vitesses de quelques centimètres par seconde. On parle encore d'expériences récentes (Giovannini et al., 2015) où, dans le vide même, plusieurs lumières de caractéristiques ondulatoires différentes sont produites, qui n'ont pas tout à fait les mêmes vitesses. De nombreuses recherches sont rapportées dans la littérature sur ces thèmes<sup>26</sup>, sans oublier, et par extension, les travaux portant sur les vitesses comparées des neutrinos et des photons (les premiers peuvent-ils dépasser les seconds ?).

La question se pose de savoir comment parler de ces différentes vitesses ; comment s'accordent-elles avec le postulat de base de la physique ( $c = \text{cste}$  pour la propagation de la lumière dans le vide, quelle que soit la vitesse de la source) ? Y-a-t-il des contradictions ? Quand est-on certain que les conditions sont remplies pour parler de propagation de référence par opposition à d'autres où l'on n'aurait pas le droit ? Lorsque l'on voit un photon isolément, peut-on savoir si c'est un photon étalon se déplaçant à la « vitesse » de la lumière plutôt qu'un photon plus banal dont la vitesse serait inférieure ? Lorsque deux photons se propagent également dans le vide ne voyagent pas strictement de conserve, lequel choisit-on comme étalon ? Si c'est le plus lent, peut-on dire que la vitesse limite est dépassée ? Et d'autres questions encore...

---

<sup>26</sup> Smolin (2008) liste un certain nombre de théories qui cherchent à s'affranchir d'une façon ou d'une autre du second postulat de la relativité ; voir aussi parmi de nombreux auteurs Magueijo (2003) ou Couturier (2014).

Selon nous, la réponse à toutes ces questions fait encore intervenir le mot d'interprétation ou de « convention ». C'est pure convention de dire : voilà le photon que je prends comme étalon, dans telles ou telles conditions expérimentales. C'est à lui que je compare les comportements des autres photons. Pour ces derniers, observés dans d'autres conditions, je n'accorde pas la même valeur de référence : ils n'ont pas la qualité de « constance » que j'attribue au premier et sur laquelle je m'appuie pour les jauger. Dans la rationalité relationnelle qui est la seule en effet que je puis adopter, je ne fais que comparer des phénomènes à d'autres phénomènes en choisissant certains d'entre eux comme base « intangible » de comparaison ; je ne peux rien faire d'autre<sup>27</sup>. Un photon vu isolément ne nous renseigne pas sur sa vitesse. Cette vitesse m'est donnée par le sens que je donne à l'ensemble des conditions d'observation et de préparation. Il n'y a pas de raison extérieure à l'observateur, plutôt qu'une autre, qui m'impose sa valeur. Ce n'est que par comparaison éventuelle (si c'est le cas) avec la propagation d'autres photons décrétés étalon que je vais pouvoir parler de vitesse. Le mot décret est utilisé à dessein et a une valeur que l'on pourrait qualifier de politique, renvoyant à une autorité de décision.

### 7.3. *L'addition des vitesses*

Dire cela ouvre des perspectives dans la compréhension d'écritures non strictement en accord avec les standards de la relativité, et auxquelles certains auteurs redonnent de l'actualité à l'occasion de la discussion du paradoxe des jumeaux. Il s'agit des cas où, à la vitesse d'un photon, on rajoute ou retranche une autre vitesse, celle d'un mobile ou d'un repère, dans des expressions du type  $c + v$  ou  $c - v$ . On semble alors s'écarter du cadre relativiste et revenir au cas galiléen d'addition des vitesses. Nous pouvons évoquer par exemple les analyses galiléennes des expériences de Sagnac ou de Fizeau, ou la pratique alléguée par certains de l'utilisation de ces écritures dans la synchronisation des satellites pour le GPS (e.g. Engelhardt, 2014)<sup>28</sup>. Par extension, on peut invoquer les situations où l'on se pose la question d'additionner les vitesses des photons en des totaux qui dépassent la vitesse de la lumière<sup>29</sup>. Mais c'est jusqu'aux premiers textes d'Einstein lui-même qui sont cités (en particulier celui de 1905), où cet auteur se permet de faire apparaître  $c + v$  et  $c - v$  dans ses calculs. On peut

<sup>27</sup> On notera que, dans les expériences récentes de photons ralentis dans le vide même, on ne mesure aucune vitesse mais simplement un écart de temps ou de distance entre deux photons, traduit en quelques longueurs d'onde.

<sup>28</sup> Les relations entre relativité et GPS mériteraient une discussion spécifique.

<sup>29</sup> Si deux photons partent dans des directions opposées, ne peut-on pas dire qu'ils sont séparés par une vitesse de  $2c$  ? on pense aussi aux expériences où un spot lumineux balayant une surface éloignée se déplace à une vitesse supérieure à celle de la lumière. Les physiciens soulignent que dans ces situations, on ne peut transmettre d'information par ce canal. Dire cela ne rajoute-t-il pas quelque chose aux équations dans une « interprétation » ?

rajouter que, dans les écritures  $1 - v^2/c^2$ , tout étudiant connaisseur de mathématiques élémentaires peut faire apparaître les expressions  $c + v$  et  $c - v$ . C'est d'ailleurs de cette façon (en combinant des déplacements à ces différentes vitesses) que, historiquement, l'on dérive les premières transformations de Lorentz.

L'examen de ces points mériterait une recherche spécifique. Il nous semble cependant dès maintenant que, dans le cadre conceptuel dans lequel nous nous plaçons, il n'est pas besoin, pour être un physicien irréprochable, de faire disparaître toute trace d'expressions de type  $c \pm v$  qui seraient tenues pour contradictoires avec le reste de la théorie. La coexistence nous paraît possible entre des propositions du type  $c = c_{ste}$  pour les photons que nous choisissons comme étalons dans telles ou telles conditions expérimentales, et des propositions où nous ajoutons ou retranchons à  $c$  une vitesse dans  $c + v$  ou  $c - v$  pour des photons qui ne jouent pas le rôle d'étalon<sup>30</sup>. Elle n'est pas interdite à penser. Le simple fait que des chercheurs comme Einstein et d'autres aient fait usage des deux formalismes est plutôt une preuve de la validité de cette co-existence, que d'erreur dans les formulations des pères fondateurs (on en parle parfois en disant qu'aujourd'hui la théorie des groupes permet une bonne présentation des choses, ce qui ne était pas possible au début). On peut supposer qu'il n'y a pas de contradiction majeure entre les deux formulations, sinon c'est tout l'édifice qu'il faudrait revoir. La constatation de la relativité de la notion de simultanéité à l'aide d'un formalisme utilisant des expressions  $c \pm v$  n'a-t-elle pas joué pour Einstein un rôle déclenchant pour réécrire les transformations de Lorentz dans sa propre compréhension ?

Ces questions demandent de bien comprendre la signification du mot repère : ce n'est pas la simple association dans l'espace de divers points ; on rajoute un traitement particulier concernant le temps, dans le processus de synchronisation : les points de vue différents sur le point mobile servant pour repérer le temps sont comme annulés en tenant compte des différentes positions des points du repère (on peut comparer à la pratique, dans un même fuseau horaire, d'annuler les différences de points de vue pourtant bien réelles par rapport au soleil marquant le temps). Par opposition, un mobile « isolé » ne représente pas cette corrélation entre points et temps ; on ne cherche pas à l'exprimer, on ne la voit pas. Phileas ne cherche pas à transporter avec lui un repère mobile ; à aucun moment il ne cherche à

---

<sup>30</sup> Cela peut-il servir pour comprendre comment appréhender la vitesse d'un photon dans un milieu réfringent qui se déplace lui-même (expériences de Fizeau ou de Sagnac) : quelle vitesse pour le photon ? on ajoute alors les vitesses de façon galiléenne car le photon étudié n'est pas un photon qui nous sert pour mesurer les distances et les temps eux-mêmes.

synchroniser quoi que ce soit (il reste à une abscisse particulière  $x' = 0$  avec un point de vue local sur le soleil ; il ne construit par de temps  $t'$  commun à une collection de points  $x'$ ). L'addition relativiste se pose lorsque l'on veut combiner des déplacements de repères « tout entiers ». C'est l'ensemble de deux collections de points synchronisés que l'on va relier alors par la formule relativiste qui intègre le postulat  $c = \text{cste}$  dans chacun des deux repères (c'est une façon de comprendre les effets de dilatation / contraction induits par les choix adoptés et la nécessité de les « assumer ».) Ainsi dans le texte d'Einstein (1905) on observe la coexistence de deux types d'expressions : - des expressions « galiléennes »  $v + c$  ou  $v - c$  écrites localement pour des trajets particuliers de la lumière à l'intérieur d'un repère donné (il n'est pas question d'autre repère ; à l'intérieur de ce repère, temps et espace ne sont pas reliés) ; - des expressions  $1 - v^2/c^2$  concernant une collection de points (c'est-à-dire l'ensemble d'un circuit combinant des trajets particuliers), en vue de donner des règles générales de comparaison des grandeurs physiques entre deux repères différents ; on s'impose alors les postulats de la relativité :  $x = \pm ct / x' = \pm ct'$  etc. et l'on cherche à relier entre eux les couples  $(x, t)$  et  $(x', t')$  dans les deux repères. Les effets relativistes et le formalisme spécifique d'addition des vitesses en sont des conséquences.

En résumé, il convient de bien faire la distinction entre ce qui sert d'étalon de mouvement et ce qui concerne un phénomène quelconque. Pour l'étalon de mouvement, le mot vitesse n'a pas de sens ; on n'utilise pas le formalisme galiléen correspondant mais le formalisme relativiste. Plutôt que de parler de vitesse de la lumière d'ailleurs, il faut dire : le mouvement de référence établit un lien de base entre temps et espace ; on s'appuie sur le même phénomène, avec le même rôle, dans différents repères. Pour un phénomène quelconque (qui n'a pas de valeur étalon) on parle de vitesse et le formalisme galiléen peut être utilisé. Le simple fait d'attribuer à tel objet ou phénomène le statut d'étalon plutôt que de phénomène banal renvoie à des expériences différentes<sup>31</sup>. Peut-on ranger dans cette catégorie des situations encore plus délicates comme celle des corrélations à distance dans l'intrication quantique ? Dans le cadre où nous situons en effet, la notion de vitesse limite, dont nous n'avons guère parlé, n'a de sens que par rapport au fonctionnement des équations et des conventions révisables que nous pouvons adopter. Il ne se passe rien de particulier lorsque  $v$

---

<sup>31</sup> Il n'y a pas équivalence entre les deux questions : combien le yard fait-il de mètres et combien le mètre fait-il de yards ; elles ne renvoient pas simplement à des expressions mathématiques inverses l'une de l'autre à expérience identique. Dans un cas, le premier est étalon et le second objet quelconque, dans l'autre les rôles sont échangés.

tend vers  $c^{32}$ . Nous verrons dans le futur si notre position « œcuménique » est tenable ou non, et jusqu'où.

#### 7.4. Leçon

Le rôle de ce que nous appelons *interprétation* paraît plus facilement saisi dans le cadre de notre approche, mais l'interprétation est bien requise partout. Au fond, le vrai paradoxe de la théorie de la relativité n'est pas celui des jumeaux, c'est celui de la coexistence d'une structure d'ensemble dont le fonctionnement a un sens, avec des difficultés logiques locales qui peuvent sembler insupportables à certains.

Structure d'ensemble : la théorie de la relativité (revisitée) apporte une compréhension de ce que sont espace, temps et mouvement dans une pensée relationnelle, ainsi qu'une compréhension de la nécessité de choix et du rôle des étalons ; elle fournit des contraintes fortes sur la forme des équations de la physique : raisonnement par paires de grandeurs et de variables dans des équations invariantes de Lorentz<sup>33</sup> (dont le modèle est donné par les équations de Maxwell : on ne connaît pas l'immobilité parfaite des points sur lesquels nous appuyons nos représentations : on écrit des équations qui supportent cette méconnaissance, voir Guy, 2014b).

Structure d'ensemble qui fonctionne, mais avec des difficultés logiques, abondamment discutées par les protagonistes du débat sur les jumeaux : symétrie des équations et dissymétrie des conclusions, affirmations ne semblant pas dériver des équations et des modèles adoptés, association possible de points de vue galiléen et relativiste etc. On aboutit au dialogue de sourds perceptible dans cet échange sans fin, les uns interdisant en somme aux autres de discuter les points de détail sous l'argument que la théorie de la relativité fonctionne de façon efficace. La solution (œcuménique !) consiste à bien voir le caractère nécessairement arbitraire de certains choix matière à discussion. Elle va jusqu'à reconnaître le rôle (à voir de façon sereine !) de la « sociologie » (discuté dans un autre contexte par Smolin, op. cit.), c'est-à-dire le rôle de certains choix institutionnels à respecter dans un but de communication dans une communauté. Ni les physiciens critiques ni les autres n'ont vu cette situation (à

---

<sup>32</sup> Au risque de nous répéter : il ne nous semble rien y avoir d'original, d'un point de vue substantiel, dans la proximité d'une vitesse à celle de la lumière ; les divergences mathématiques sont relatives à un choix d'étalon. Il faut en changer et reconstruire le système théorique sur un autre étalon. Ce point méritera une discussion spécifique.

<sup>33</sup> Nous avons parlé pour cela du degré zéro des lois physiques (Guy, 2012).



mettre en relation avec les conventions soutenant la compréhension du temps). Nous n'arrêtons donc pas la discussion sur les jumeaux. Nous montrons pourquoi elle est sans fin ! Tant que l'on n'accepte pas de voir l'accord nécessaire sur des conventions non strictement imposées par la réalité et le bouclage sur elles de la construction de notre connaissance.

## **8. Discussion : l'âge et le vieillissement**

Fondamentalement, de quelque bord qu'ils soient, les protagonistes du grand débat sur les jumeaux de Langevin ne changent pas leur compréhension du temps. S'ils ne sont pas relativistes, ils ne cherchent évidemment à réformer quoi que ce soit, désirant se passer de la relativité et retrouver un temps absolu. Mais s'ils le sont, leur attitude revient à dire : « d'accord, le temps n'est pas absolu, mais c'est encore du temps ! Il existe bel et bien, et coule différemment suivant les lieux et les vitesses de déplacement ». Ainsi, parle-t-on de temps local, de temps propre<sup>34</sup> (celui de l'un ou l'autre jumeau), continuant à attribuer au temps un caractère substantiel, c'est-à-dire des propriétés qui n'ont pas besoin de relation à autre chose pour être définies. Cela ne correspond pas à notre analyse : le temps renvoie toujours à des relations avec un ailleurs, dans la compréhension des mouvements relatifs des entités du monde les unes par rapport aux autres. La structure mathématique de base de la théorie de la relativité reste présente, mais il faut en renouveler la compréhension (à partir d'un renouvellement de notre compréhension autant de l'espace que du temps) et l'ouvrir à la pluralité des interprétations.

Du fait de cet aspect relationnel du temps, de nombreuses façons de le définir nous sont offertes. Nos décisions ne sont pas strictement imposées par la réalité et les équations que nous écrivons n'en disent pas tout. Les protagonistes du débat pensent qu'il y a derrière ces questions quelque chose de substantiel à découvrir, quitte à ce que les qualités de ce quelque chose soient plus ou moins paradoxales. Mais il n'y a rien de substantiel et, suivant des options laissées au libre arbitre, les résultats peuvent être différents ; cela n'empêche pas de construire une théorie et une pratiques cohérentes, en « bouclant » les équations et leurs interprétations avec les choix adoptés<sup>35</sup>.

---

<sup>34</sup> Nous ne disons pas que la notion de temps propre ne fonctionne pas ; elle doit être reprise et dépassée.

<sup>35</sup> C'est ce que l'on fait aujourd'hui en définissant les étalons d'espace et de temps par la vitesse de la lumière ; quel sens a alors une vitesse pour la lumière si ce n'est dans une convention, pivot de tout l'édifice (Guy, 2013) ?

### *Âge et vieillissement*

L'explication du paradoxe des jumeaux de Langevin est alors à notre portée : il peut, suivant les cas, y avoir un écart de temps entre les « horloges » associées aux deux jumeaux (celle du jumeau resté au repos, et celle du jumeau qui a fait un voyage aller et retour). Il y a alors, si l'on veut, une différence d'âge. Mais elle résulte d'une différence de point de vue entraîné par le voyage, compte tenu de la nécessaire définition d'un temps par un point mobile et de l'identité des hypothèses nécessaires pour dialoguer entre repères en mouvement relatif. Cet âge ne dit rien des vieillissements comparés des deux jumeaux, les mêmes s'ils ont vécu dans des environnements semblables. On comprend alors la différence entre l'âge, simple repérage, et le vieillissement, relatif pour l'être humain à des phénomènes physico-chimiques et biologiques influençables par une multitude de facteurs. Il n'y a pas besoin de faire de grands voyages pour « vieillir » plus ou moins que d'autres personnes de même âge. Un mode de vie, des épreuves psychologiques etc. Le forçage « solaire » (alternances artificielles de jour et de nuit) sur le cycle de vie des canards du Périgord accélère leur métabolisme (pour produire plus de foie gras) et les fait vieillir plus rapidement, à âge égal. On peut supposer que, pour les hommes aussi, le cycle nyctéméral est facteur de vieillissement : nous sommes alors invités à nuancer, par des discussions sur les vieillissements comparés, les conclusions énoncées plus haut à propos des différences d'âge pour des voyages autour de la terre<sup>36</sup> ! Suivant les phénomènes envisagés et les points de vue choisis, une grande variété de résultats est attendue et peut montrer des différences entre les écarts d'âges et les vieillissements des deux jumeaux<sup>37</sup>.

### *Remerciements*

L'auteur remercie toutes les personnes avec qui il a discuté la matière présentée ici (sans que cela signifie l'adhésion complète ni de sa part ni de ses interlocuteurs aux propos échangés dans les divers sens !). En particulier Xavier Bay pour son rôle déclenchant du présent texte, Eric Touboul pour des remarques aidant à la compréhension, et Jocelyne Lopez pour la discussion sur le GPS.

---

<sup>36</sup> Sans oublier les recherches récentes en épigénétique montrant que deux jumeaux, pourtant homozygotes, vont voir l'ensemble des facteurs qui les caractérisent (y compris ceux liés à leur vieillissement) évoluer de façon contrastée au cours de leur vie, du fait des différences, plus ou moins importantes, des environnements où ils vivent (Armelle Corpet, comm. pers.) !

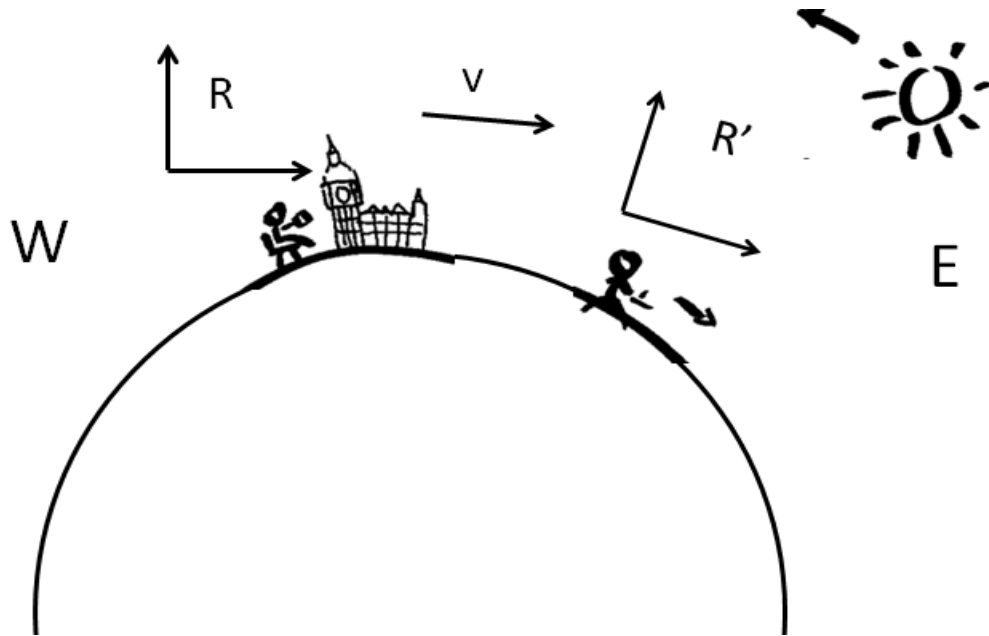
<sup>37</sup> La proximité de la vitesse du voyage à  $c$  n'y changerait sans doute rien ?

## Références bibliographiques

- Bergson H. (1922) *Durée et simultanéité*, à propos de la théorie d'Einstein, Félix Alcan. Presses Universitaires de France, 1968, 216 p.
- Berthon M.-E. (1999) *Comprendre la relativité*, Editions Tec et Doc, 210 p.
- Bondi H. (1965) *Relativity and common sense, a new approach to Einstein*, Heinemann, London, 180 p.
- Couturier C. (2014) *Invariance de Lorentz et gravité quantique: contraintes avec des sources extragalactiques variables observées par H.E.S.S. et Fermi-LAT*. Thèse Doct. Univ. P. et M. Curie, 130 p.
- Dingle H. (1972) *Science at the crossroads*, Martin Brian and O'Keeffe, London, 249 p.
- Dujardin Ph. et Guy B. (2012) *Vers une pensée de la relation. Echanges entre un politologue et un physicien. Actes des 2<sup>e</sup> Ateliers sur la contradiction*, B. Guy (coordination), Presses des Mines, Paris, 77-87.
- Elbaz (1984) *L'onde stationnaire et la transformation de Lorentz*, C.R.Acad.Sc. Paris, 298, II, 13, 543-546.
- Einstein A. (1905) *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement*, *Annalen der Physik*, XVII, traduction française (M. Solovine) dans : Einstein A., *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, Gauthier Villars, 1972, 1-57.
- Einstein A. (1918) *Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie*, *Die Naturwissenschaften*, 6, 697-702.
- Engelhardt W. (2014) *Classical and relativistic derivation of the Sagnac effect*, <http://arxiv.org/abs/1404.4075>.
- Feynman R.P.F., Leighton R.B. & Sands M. (1969) *Cours de physique de Feynman*, tome I, 1<sup>o</sup> partie, traitant surtout de la mécanique, du rayonnement et de la chaleur, version française de Delacote G. et Bloch M., Addison Publishing company.
- Franco J.A. (2006) *Vectorial Lorentz transformations*, *Electronic Journal of Theoretical Physics*, 9, 35-64.
- Giovannini D., Romero J., Potoček V., Ferenczi G., Speirits F., Barnett S.M., Faccio D., Miles J. Padgett M.J. (2015) *Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light*, *Science*, 347, 6224, 857-860.
- Gruffat J.J. (2004) *Fondements d'une théorie newtonienne des mouvements relatifs*, Editions EPU, 112 p.
- Guy B. (1990) *L'espace, le temps et la matière sont-ils pensables séparément*, Ecole des Mines de Saint-Etienne, inédit, 20 p.
- Guy B. (2004) *L'éclair et le tonnerre, promenades entre l'espace et le temps (à propos de la théorie de la relativité)*, Editions EPU, Paris, 224 p.
- Guy B. (2010) *Les relations<sup>38</sup> de Lorentz et le temps : proposition d'utilisation d'un paramètre tri-dimensionnel défini par un déplacement. La question du temps en physique.*  
<http://archive.org/details/LesRelationsDeLorentzEtLeTempspropositionDutilisationDun>
- Guy B. (2011a) *Penser ensemble le temps et l'espace*, *Philosophia Scientiae*, 15, 3, 91-113.
- Guy B. (2011b) *Time and space are of the same stuff*, HAL : <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00651429/>
- Guy B. (2012) *Degré zéro des lois physiques, considérations heuristiques*, HAL : <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00723183>
- Guy B. (2013a) *Sur la « vitesse » de la lumière et sa mesure : disparition des étalons d'espace et de temps ; l'étalon de mouvement ;* <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00814874/>; et communication au 22<sup>e</sup> Congrès général de la société française de physique, Marseille, Juillet 2013 (P082).
- Guy B. (2013b) *Relier la mécanique quantique et la relativité générale ? Réflexions et propositions.* <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00872968>.
- Guy B. (2014a) *Pour un nouveau paradigme. La dichotomie conceptuelle entre espace et temps est (devenue) un obstacle aux progrès de la pensée. Commençons par le mouvement !* <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-0106176>
- Guy B. (2014b) *Pour un principe d'a-certitude en physique*, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-0106273>.
- Hoffman B. (1980) *Histoire d'une grande idée, la relativité*, Belin, Paris.
- Landau L. et Lifchitz E. (1970) *Théorie des champs*, MIR, Moscou, 494 p.
- Langevin P. (1911) *L'évolution de l'espace et du temps*, *Scientia*, 10, 31-54.
- Magueijo J. (2003) *Plus vite que la lumière*, Dunod, 324 p.
- McCarthy (1999) *The classical / newtonian derivation of Lorentzian equations for sound and other media processes*, *J.New Energy*, 3, 4, 54-61.
- Mizony M. (2009) *Sur le pluralisme théorique, de Kant à Poincaré*, Actes des 1ers Ateliers sur la contradiction, B. Guy (coordination), Presses des Mines, Paris, 93-100.
- Poincaré H. (1902) *La science et l'hypothèse*, Flammarion.
- Poincaré H. (1905) *La valeur de la science*, Flammarion.
- Research Gate (2015) : site consulté au premier trimestre 2015
- Rössler O.E., Frölich D., Kleiner N. and Müller F.J. (2002) *Nonunique simultaneity on isochrones of the rotating disk: a timelooop in special relativity?* *J. New Energy*, 7.

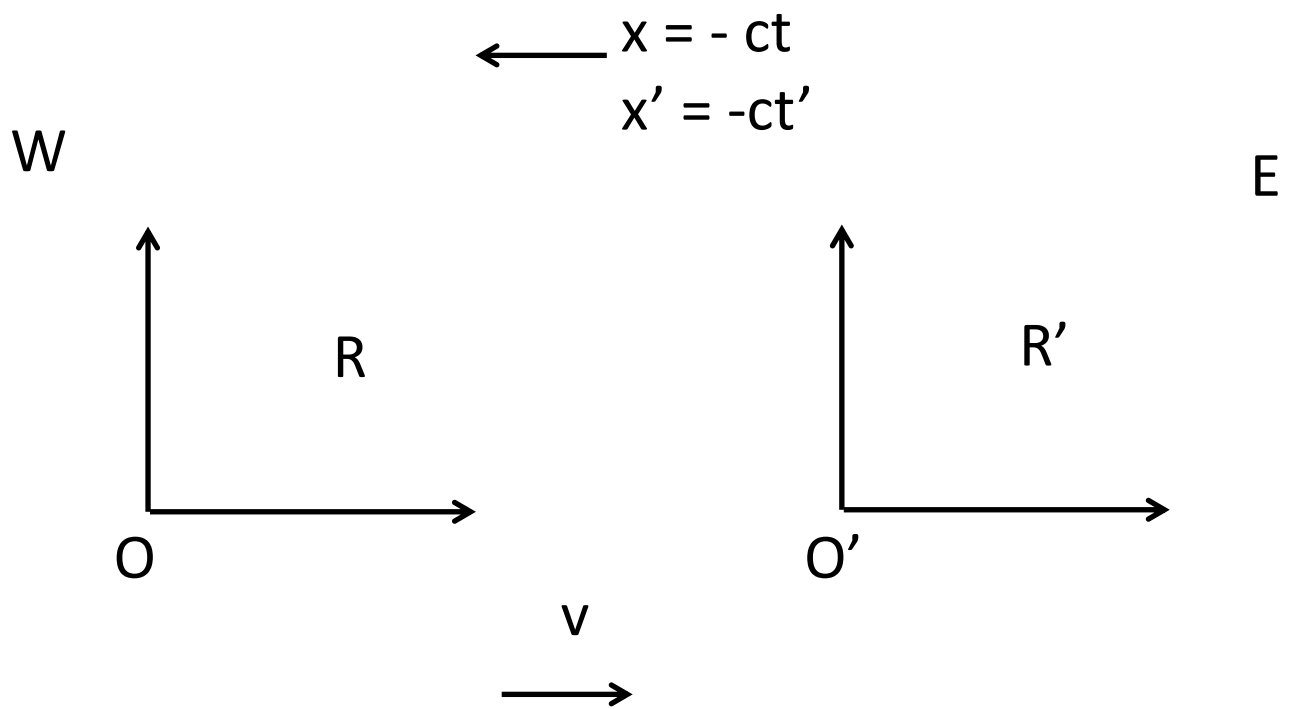
<sup>38</sup> Il eût été préférable de parler de *transformations* de Lorentz, en accord avec l'usage.

- Rougé A. (2002) Introduction à la relativité, Les éditions de l'Ecole polytechnique, 180 p.
- Smolin L. (2008) The trouble with physics : the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next, Penguin Books.
- Taillet R., Villain L., Febvre P. (2013) Dictionnaire de physique, De Boeck, 900 p.
- Unnikrishnan C.S. (2005) On Einstein's resolution of the twin clock paradox, *Current science*, 89, 12, 2009-2015.
- Verne Jules (1873) Le tour du monde en quatre-vingt jours, série *Les Voyages extraordinaires*, J. Hetzel, Paris.
- Wikipedia (2015) Site consulté au premier trimestre 2015.
- Ziino G. (1979a) On the theoretical reliability of a three-temporal Lorentz transformation, *Lett. Nuovo Cimento*, 24, 6, 171-174.
- Ziino G. (1979b) On the possibility of a three-temporal Lorentz transformation, *Phys. Lett.*, 70A, 2, 87-88.



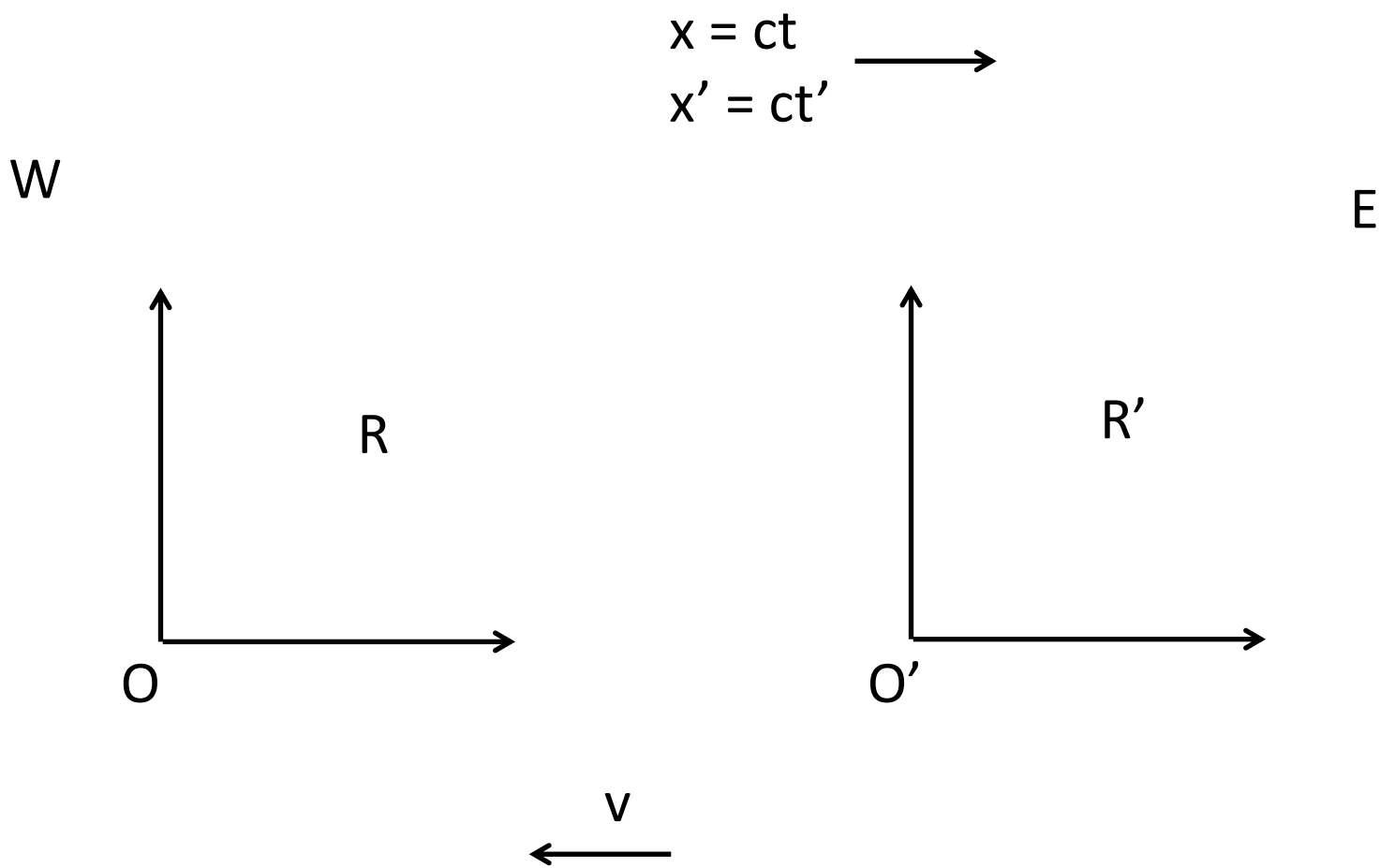
**Figure 1**

« Effet Phileas Fogg » : le héros de Jules Verne tourne autour de la terre et compte ses jours de voyage, tout comme ses amis restés à Londres, grâce à la course du soleil. Tous font la même hypothèse de constance de la vitesse du soleil en fonction du temps (1 jour entre deux retours à la même position, c'est le soleil qui permet de définir le temps et le mesurer), bien que Phileas Fogg se déplace par rapport à ses amis. On a là la structure abstraite de la théorie de la relativité qui conduit à des transformations de type Lorentz différentes suivant le choix du mouvement du mobile auquel tout le monde se réfère. On positionne sur cette figure les repères des deux jumeaux : repère R (jumeau fixe stationné à Londres) et R' associé au jumeau mobile à la vitesse  $v$  (ici de l'Ouest vers l'Est). Les points cardinaux Est et Ouest sont indiqués (on voit la terre par en dessous) ; on indique la course du soleil de l'Est vers l'Ouest.



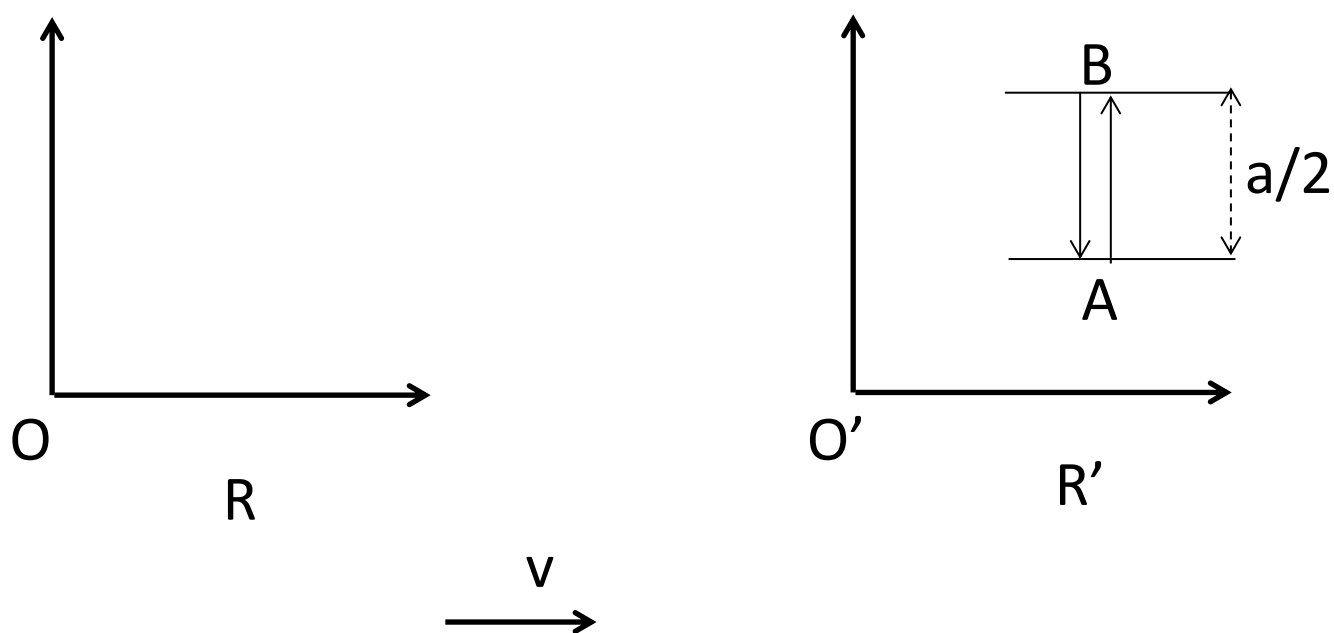
**Figure 2**

Reprise de la figure précédente. Situation relative des deux repères R (fixe) et R' mobile à la vitesse  $v$  dans le sens positif (correspondant à un déplacement vers l'Est). Le repère mobile étalon quant à lui se déplace à la vitesse  $c$  dans les deux repères et va dans le sens négatif de l'Est vers l'Ouest.



**Figure 3**

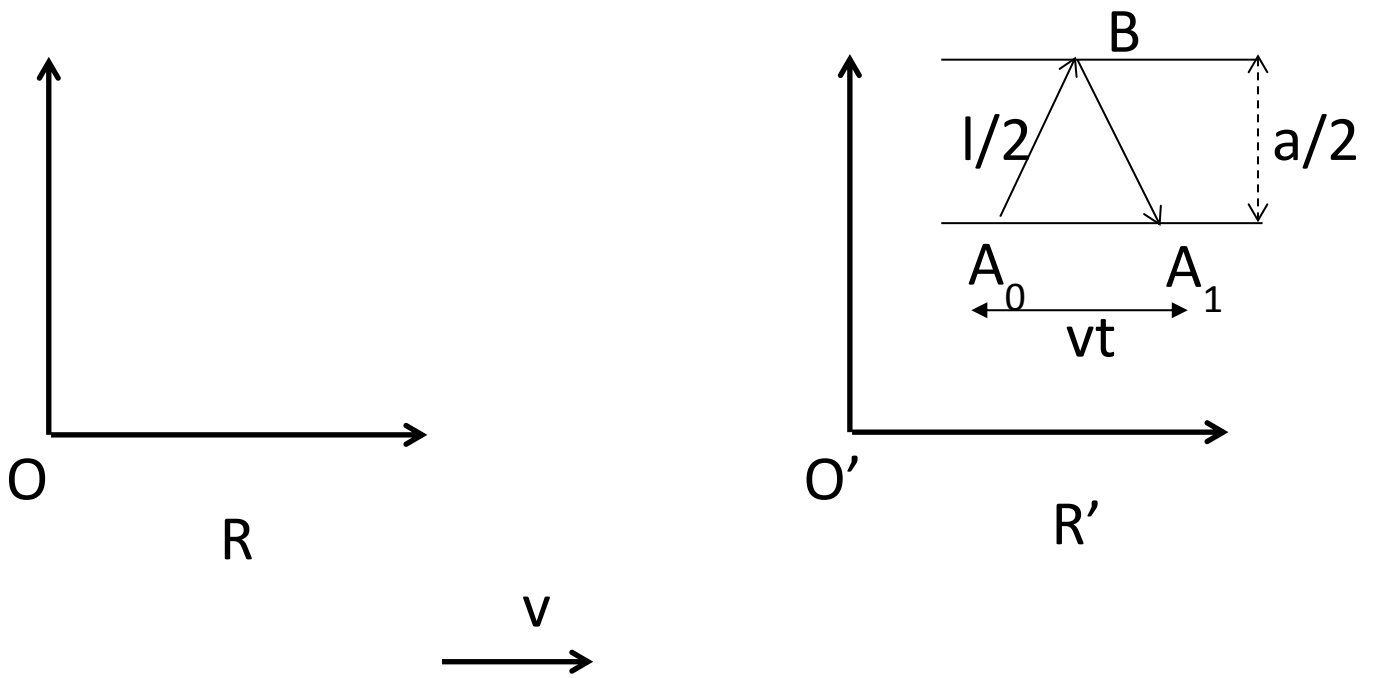
On peut changer les conventions de déplacement à la fois des repères et du mobile-temps. Le rapport  $v/c$  reste alors constant (le cas où  $v$  et  $c$  sont tous deux négatifs n'est pas représenté).



**Figure 4**

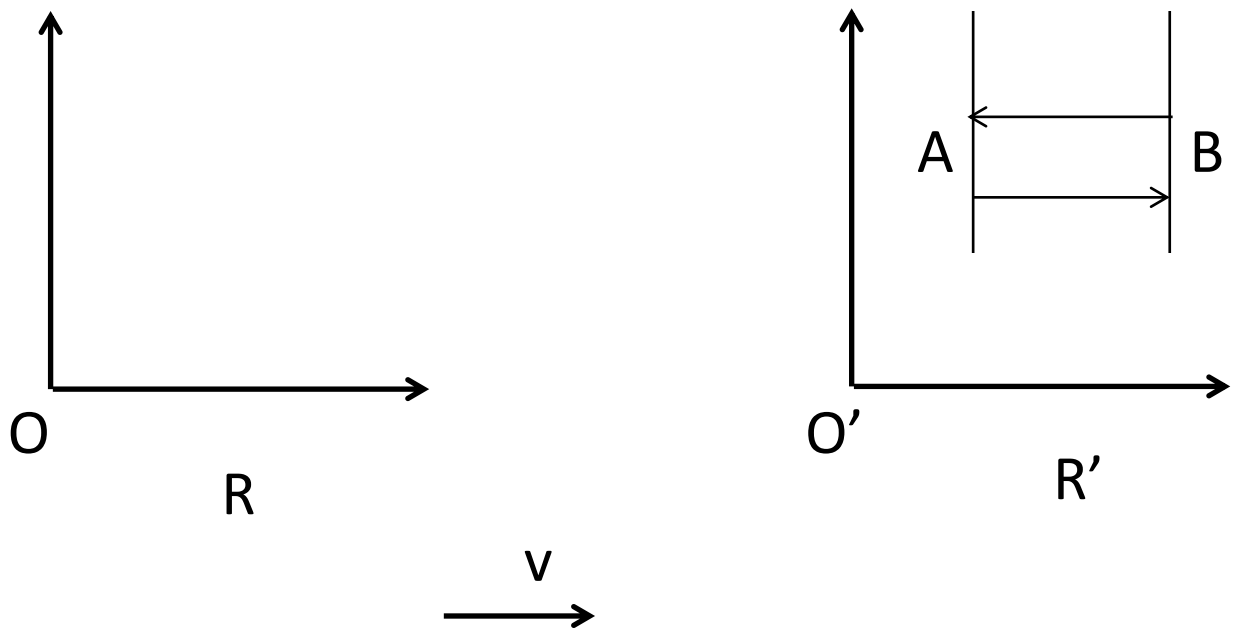
Dans le repère mobile, le photon effectue un aller et retour entre le point A et le point B situé à une distance égale à  $a/2$  (« horloge de type A mobile »).





**Figure 5**

Depuis le repère au repos, le trajet du photon précédent est vu selon la succession  $A_0BA_1$ , avec  $A_0A_1 = vt$ . On pose la longueur  $A_0B = BA_1 = l/2$  (« horloge de type A mobile »).



**Figure 6**

Horloge de type B mobile. Aller et retour du photon entre A et B dans le repère mobile parallèlement à  $v$ .

## Annexe 1

### Transformations vectorielles de Lorentz

Les transformations de Lorentz modifiées ont été données plus haut ; rappelons-les (Guy, 2010, d'où est extraite cette annexe) :

$$\vec{r}' = \gamma(\vec{r} - v\vec{t}) \quad \vec{t}' = \gamma\left(\vec{t} - \frac{v}{c^2}\vec{r}\right)$$

Ce qui se développe en :

$$x' = \gamma(x - vt_x) \quad y' = \gamma(y - vt_y) \quad z' = \gamma(z - vt_z)$$

et

$$t'_x = \gamma\left(t_x - \frac{v}{c^2}x\right) \quad t'_y = \gamma\left(t_y - \frac{v}{c^2}y\right) \quad t'_z = \gamma\left(t_z - \frac{v}{c^2}z\right)$$

Avec  $t^2 = t_x^2 + t_y^2 + t_z^2$  et  $v(v_x, v_y, v_z)$  de module  $v$ .

#### Remarques

1) Les relations précédentes sont semblables à celles des transformations spéciales pour les couples  $(x, t)$  et  $(x', t')$  (en ne tenant pas compte des conditions  $y = y', z = z'$ ) mais avec des vecteurs. Dans le facteur  $\gamma$ ,  $v$  intervient par son module qui est un scalaire. Ce scalaire intervient dans les facteurs  $vt$  et  $vr$  des transformations de Lorentz. Dans les transformations individuelles, on aurait éventuellement pu attendre des formulations contenant des termes du type  $v_x t_x$  ou  $v_x r_x$  par exemple, mais elles ne sont pas conformes à notre définition du temps comme déplacement parallèlement à  $v$ . Les vecteurs envisagés ici sont  $vt$  et  $vr$  le long de la direction  $r$  ou  $v$ , et se projettent en  $vt_x$  égal à  $v_x t$ , ou en  $vr_x$  égal à  $v_x r$ , du fait de l'égalité  $r_x/r = v_x/v = t_x/t$  ( $r_x$  est ici égal à  $x$ ).

Les vecteurs quelconques reliés par les transformations n'ont pas besoin d'être parallèles à la direction commune  $t, v$ . Celle-ci intervient pour donner sens aux étalons de mesure des distances et des temps utiles pour donner leurs valeurs numériques aux composantes de tous les vecteurs  $(x, y, z, t_x, t_y, t_z)$ .

2) Dans le cas où  $v$  est parallèle à  $Ox$ , on a  $t = t_x, t_y = t_z = 0$  mais on n'a pas  $y' = y, z' = z$ , mais  $y' = \gamma y$  et  $z' = \gamma z$ . Ce qui exprime en bref le fait que les mesures le long des axes d'espace sont concernées par le temps... Pour ce qui regarde les nouvelles composantes du temps, on a également

$$t'_x = \gamma\left(t_x - \frac{v}{c^2}x\right) \quad t'_y = -\gamma\frac{v}{c^2}y \quad t'_z = -\gamma\frac{v}{c^2}z$$

3) Franco (2006) a écrit des formules identiques à celles données ci-dessus. Si, pour parler du déplacement temporel, on envisage trois déplacements (que l'on pourra relier après-coup) le long des trois axes (au lieu d'en envisager un seul projeté selon les trois axes comme on vient de le faire), on écrit des transformations de Lorentz un peu différentes (voir Ziino, 1979 a et b ; Guy, 2004). L'adoption d'un déplacement unique projeté suivant les trois axes nous paraît plus conforme à la pratique.