



HAL
open science

Une nouvelle loi de comportement homogénéisée pour des membranes en béton armé

Miquel Huguet Aguilera, Panagiotis Kotronis, Silvano Erlicher, François
Voltaire

► **To cite this version:**

Miquel Huguet Aguilera, Panagiotis Kotronis, Silvano Erlicher, François Voltaire. Une nouvelle loi de comportement homogénéisée pour des membranes en béton armé. CFM 2015, 22ème Congrès Français de Mécanique 2015, Aug 2015, Lyon, France. hal-01189104

HAL Id: hal-01189104

<https://hal.science/hal-01189104>

Submitted on 30 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une nouvelle loi de comportement homogénéisée pour des membranes en béton armé

M. HUGUET^a, P. KOTRONIS^b, S. ERLICHER^c, F. VOLDOIRE^d

a. EGIS Industries / Ecole Centrale Nantes (GeM)/Un. Nantes/CNRS
miquel.huguet-aguilera@egis.fr

b. Ecole Centrale Nantes (GeM)/Un. Nantes/CNRS
panagiotis.kotronis@ec-nantes.fr

c. EGIS Industries, silvano.erlicher@egis.fr

d. EDF R&D, francois.voldoire@edf.fr

Résumé

Une nouvelle loi de comportement pour des membranes en béton armé adaptée à des sollicitations sismiques est présentée. Elle tient compte de quatre phénomènes dissipatifs différents : l'endommagement et la fissuration du béton, le glissement relatif entre le béton et l'acier et la plasticité des aciers. Ces mécanismes sont pris en compte par moyen d'une homogénéisation analytique et le modèle est formulé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles.

Abstract

A novel constitutive model for reinforced concrete panels adapted to seismic loadings is presented. It takes into account four different dissipative phenomena: concrete damage, concrete cracking, steel-concrete slip and steel yielding. These mechanisms are taken into account by means of an analytical homogenization and the model is formulated in the framework of the thermodynamics of irreversible processes.

Mots clefs : loi de comportement, béton armé, chargement cyclique, fissuration, endommagement, glissement acier-béton

1 Introduction

L'analyse des structures en Béton Armé (BA) des installations industrielles est souvent réalisée par les bureaux d'études avec des logiciels aux Eléments Finis (EF) en adoptant l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire pour tous les éléments structurels.

Or, dans le cas particulier des bâtiments des installations nucléaires, des vérifications structurelles sous des fortes sollicitations sismiques doivent être réalisées et par conséquent une représentation du comportement non linéaire et cyclique du BA est nécessaire. En plus, le besoin de faire des calculs complexes conduit souvent à l'utilisation d'éléments finis de type poutre ou plaque.

Dans cette étude, on se concentre sur des éléments bidimensionnels en BA, puisque les voiles sont les éléments structurels principaux des structures d'installations nucléaires. Dans le logiciel aux éléments finis Code_Aster [1], on peut trouver deux lois de comportement pour des plaques en béton armé formulées à l'échelle globale.

La loi GLRC_DM [2] a été formulée d'une façon heuristique pour représenter une plaque en béton armé à comportement élasto-endommageable : l'endommagement est la seule source de non-linéarité et de dissipation d'énergie. Il est dissymétrique en traction/compression et il est découplé en effet de membrane / flexion.

La loi DHRC [3] ajoute à l'endommagement un deuxième mécanisme dissipatif : le glissement relatif entre les barres d'acier et le béton. Pour la formulation de cette loi, une homogénéisation numérique d'une plaque en béton armé avec ces deux phénomènes est réalisée. Chaque configuration (géométrique ou mécanique) de voile nécessite des centaines de calculs EF sur la cellule de base du problème (Volume Élémentaire Représentatif, VER) afin de définir les valeurs numériques de l'expression définissant la loi de comportement.

Néanmoins, ces lois ne sont pas capables de reproduire correctement la dissipation d'énergie à cause de la non prise en compte de la plastification des barres d'acier et de l'énergie dissipée lors de l'apparition et la propagation des fissures. En plus, du fait qu'elles ne tiennent pas compte de la fissuration du béton d'une façon explicite, il est difficile de faire une estimation de l'orientation, de l'espacement et de l'ouverture des fissures. L'ouverture des fissures est cependant un paramètre limité par les codes de génie civil, comme l'Eurocode 2 [4] et le Model Code 2010 [5], et qui est parfois dimensionnant. Une bonne maîtrise de son évolution est par conséquent nécessaire.

Dans cette étude, une nouvelle loi de comportement non linéaire pour des membranes en béton armé, adaptée à des chargements cycliques et tenant compte de plusieurs phénomènes dissipatifs du BA, notamment du processus de fissuration, est développée. Pour cela, une identification des phénomènes physiques non linéaires affectant le comportement des membranes en BA est réalisée dans un premier temps. Ensuite, ces phénomènes sont pris en compte par moyen d'une homogénéisation analytique afin d'obtenir la relation non linéaire entre les efforts et déformations de membrane généralisés ; cette relation est mise sous forme de loi de comportement dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles en définissant l'énergie libre et les surfaces de charge. Enfin, la performance de la nouvelle loi de comportement est validée avec un test expérimental de traction-compression d'une poutre en BA.

2 Phénomènes dissipatifs

Le comportement non linéaire à l'échelle globale d'une plaque en béton armé est défini par l'apparition et évolution de plusieurs phénomènes physiques non linéaires dissipatifs d'énergie. Un bon modèle constitutif doit être basé sur ces mécanismes et les prendre en compte dans sa formulation. Quatre phénomènes physiques ont été identifiés et introduits dans le nouveau modèle constitutif présenté ci-dessous : l'endommagement du béton, la fissuration du béton, le glissement relatif entre les barres d'acier et le béton et la plastification des aciers.

2.1 Endommagement du béton

L'apparition et développement de microfissures dans le béton lorsqu'il est soumis à des contraintes est à l'origine de la dégradation de ses propriétés mécaniques, notamment sa raideur. Afin de modéliser

cette perte de raideur, on introduit la variable interne scalaire d'endommagement d , qui est positive et croissante, et qui affecte directement le module de Young (endommagement isotrope) du béton par moyen d'une fonction convexe et décroissante $E_c(d) = E_c \cdot \zeta(d)$. De la même façon que les lois GLRC_DM et DHRC, cette fonction est définie de forme rationnelle afin d'obtenir une réponse contrainte-déformation linéaire dans la phase d'évolution de l'endommagement lorsque le seuil du taux de restitution d'énergie k_o est constant :

$$\zeta(d) = \frac{1 + \gamma d}{1 + d} \quad (1)$$

où γ est un paramètre matériau qui représente la fraction de la raideur tangente dans la phase d'évolution de la fissuration sur la raideur initiale du béton (et au même temps la raideur sécante pour un endommagement tendant à l'infini).

2.2 Fissuration du béton

La fissuration du béton (ou macro-fissuration par opposition à la micro-fissuration causant l'endommagement) est le phénomène non linéaire le plus visible dans une structure en BA. Dans le cas des voiles, la fissuration s'établit comme une succession de fissures (ou réseau de fissures) à orientation θ_r , espacement s_r et ouverture w relativement constantes sur des larges zones, voir Figure 1.

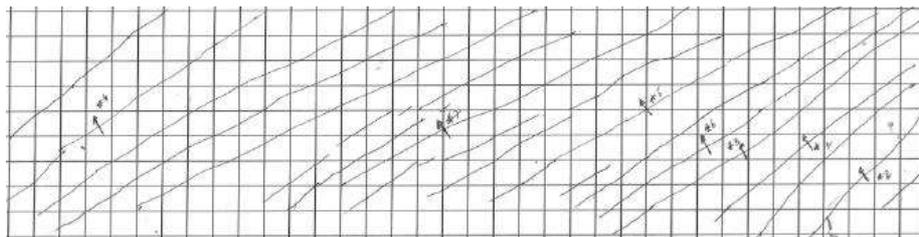


Figure 1. Voile fissuré n°3 du projet national CEOS.fr [6]

Le critère retenu d'apparition de la fissuration est le critère classique de Rankine, qui limite la première contrainte maximale du béton à sa résistance à la traction f_{ct} . Lorsque cette contrainte est atteinte, l'orientation $\theta_r \in [-\pi/2, \pi/2]$ de la fissure est définie comme la direction orthogonale à la direction de la première contrainte principale du béton et l'espacement s_r est calculé avec l'expression donnée par Vecchio et Collins [7] :

$$s_r = \left(\frac{|\sin \theta_r|}{s_{rox}} + \frac{\cos \theta_r}{s_{roy}} \right)^{-1} \quad (2)$$

où s_{rox} et s_{roy} sont les espacements théoriques dans des tirants équivalents dans les directions x and y , qui peuvent être calculés selon les formules existantes dans la littérature ou dans des codes de dimensionnement comme l'Eurocode 2 [4].

Après l'apparition de la fissuration, l'orientation et l'espacement de fissures sont supposés fixes (la loi est du type *fixed crack approach* par opposition aux lois *rotating crack approach* où les fissures tournent en fonction du chargement). En d'autres termes, on considère que la fissuration est stabilisée. Le déplacement à la fissure w évolue en fonction du chargement et a deux composantes : le déplacement normal à la fissure ou ouverture de fissure w_n et le déplacement tangentiel w_t .

Les fissures du béton peuvent transmettre des contraintes dans les directions normale et tangentielle. Dans la direction normale, on retient dans cette étude les contraintes provenant du *bridging effect*, effet gouverné par l'ouverture de fissure w_n :

$$G_n(w_n) = f_{ct} - \frac{\alpha_1 E_c}{s_r} \cdot w_n \quad (3)$$

Le paramètre α_1 , qui représente la pente post-pic du béton en traction, est obtenu avec la condition que l'énergie dissipée par ce phénomène est égale à l'énergie de fissuration $G_f = \int_0^{+\infty} G_n(w_n) dw_n$.

La décharge se produit à ouverture constante jusqu'à ce que la fissure passe en compression. A ce moment la fissure commence à se refermer jusqu'à l'ouverture de refermeture $\alpha_r \cdot w_n^{max}$ et ainsi la raideur élastique est récupérée.

Dans la direction tangentielle, les contraintes du béton à la fissure proviennent de deux phénomènes : l'engrainement du béton et les contraintes générées par l'effet goujon des barres d'acier traversant la fissure. Dans ce travail l'effet goujon est négligé et les contraintes du béton à la fissure ne sont causées que par l'engrènement du béton, qui est modélisé avec le *Contact Density Model* [8] :

$$T_{agg}(w) = \tau_{lim} \cdot \frac{\beta^2}{1 + \beta^2} \quad \beta = \frac{w_t}{w_n} \quad (4)$$

2.3 Glissement relatif entre l'acier et le béton

La discontinuité du déplacement du béton aux fissures entraîne un glissement relatif s entre les barres d'acier et le béton. Des contraintes d'adhérence τ se mobilisent à l'interface entre ces deux matériaux dès qu'un glissement relatif apparaît. Dans cette étude une loi d'adhérence linéaire $\tau(s) = -k_t \cdot s$ est retenue, avec k_t la raideur d'adhérence locale entre les barres d'acier et le béton. Entre deux fissures consécutives, la contrainte d'adhérence moyenne $\underline{\tau}^o$ (à deux composantes : adhérence dans les barres x et y) est considérée proportionnelle à la différence entre le glissement moyen acier-béton (calculé à partir du déplacement aux fissures via la matrice géométrique \mathbf{M}^{v-w}) et le glissement inélastique moyen \underline{v}^p :

$$\underline{\tau}^o = \mathbf{K}_t \cdot (\mathbf{M}^{v-w}(\theta_r) \cdot \underline{w} - \underline{v}^p) \quad (5)$$

où la matrice de raideur d'adhérence moyenne \mathbf{K}_t est calculée en fonction de la raideur locale k_t .

Les contraintes d'adhérence entre l'acier et le béton sont à l'origine de l'effet de *tension stiffening*, le phénomène qui traduit le fait qu'une partie des efforts portés par les barres d'acier au droit d'une fissure est transmis (par moyen des contraintes d'adhérence) au béton compris entre deux fissures consécutives. La réponse d'une structure en BA est donc plus raide que celle obtenue en faisant l'hypothèse (classique dans le génie civil) que la contribution du béton soumis à la traction est négligeable.

2.4 Plastification des aciers

Pour des fortes sollicitations, les barres d'acier dans un voile en BA peuvent atteindre leur limite élastique et subir des déformations plastiques (permanentes). Les contraintes maximales dans l'acier sont localisées au droit des fissures en raison du *tension stiffening* ; par conséquent, la plastification des aciers y est localisée. Une loi élasto-plastique sans écrouissage est utilisée pour modéliser ce phénomène. On introduit la variable $\underline{\varepsilon}^{ps} = (\varepsilon_x^{ps}, \varepsilon_y^{ps})$ contenant les déformations plastiques des barres d'acier x et y .

3 Formulation de la loi de comportement

La nouvelle loi de comportement est formulée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Les variables internes définies précédemment d , \underline{w} , \underline{v}^p et $\underline{\varepsilon}^{ps}$ définissent la mémoire de l'état de la membrane. Afin de prendre en compte les différents phénomènes dissipatifs, une homogénéisation analytique est réalisée, et elle est présentée ci-dessous.

3.1 Homogénéisation analytique

La formulation de la loi de comportement est basée sur une homogénéisation analytique du comportement de la structure.

Après la définition du Volume Élémentaire Représentatif (VER) du problème, l'homogénéisation se fait selon les trois étapes suivantes (voir Figure 2):

- Localisation des contraintes globales σ^o afin d'obtenir les champs locaux de contraintes σ^c , σ^{sx} et σ^{sy} pour le béton, aciers x et aciers y respectivement.
- Obtention des champs locaux de déformation ε^c , ε^{sx} et ε^{sy} à partir des champs de contraintes par moyen des lois de comportement locales (élasto-endommageable pour le béton et élastique pour l'acier, la plastification ne se développant qu'aux fissures, les bords du VER).
- Application de la compatibilité des moyennes des déformations et mise en relation avec la déformation généralisée ε^o .

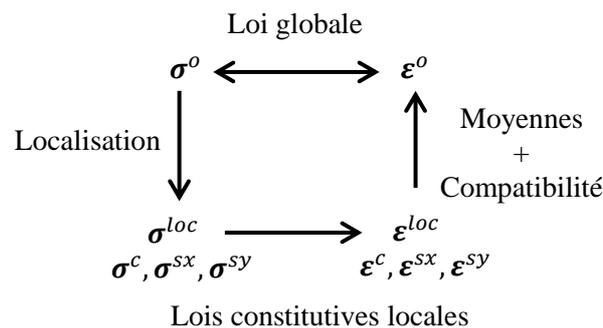


Figure 2. Schéma de la procédure d'homogénéisation

Pour plus de détails concernant la procédure d'homogénéisation analytique, voir [9].

3.1.1. Le Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Le VER est défini comme le plus petit volume capable de reproduire la réponse à l'échelle globale de l'élément ou matériau étudié et qui est répété dans l'espace. Une membrane en béton armé fissurée (voir par exemple le voile de la Figure 1) peut être interprétée comme la succession de bielles en béton armé séparées par des fissures consécutives de largeur et orientation moyennes s_r et θ_r , voir Figure 3.

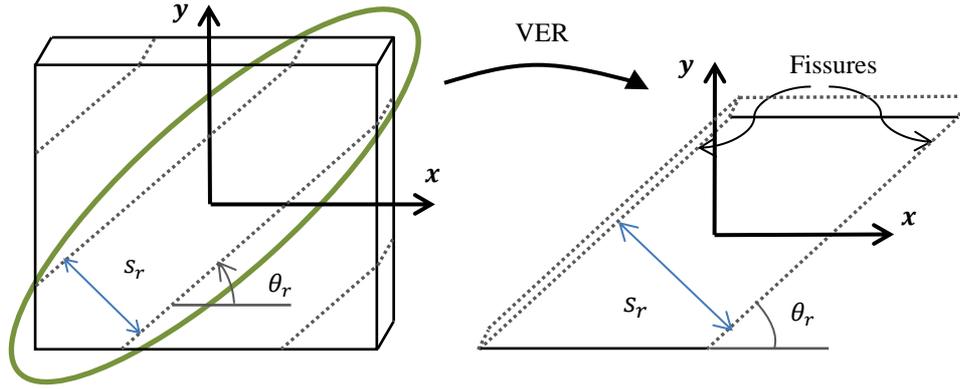


Figure 3. Définition du VER d'une membrane fissurée en BA

3.1.2. Résultats de l'homogénéisation analytique

Le premier résultat de l'homogénéisation analytique est la relation entre les efforts généralisés de membrane σ^o et les déformations généralisées ε^o :

$$\sigma^o = \rho_{sx} h E_{sx} (\varepsilon_{xx}^o - \varepsilon_x^{ps}) \cdot \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x + \rho_{sy} h E_{sy} (\varepsilon_{yy}^o - \varepsilon_y^{ps}) \cdot \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y + \mathbb{C}_c^o(d) : (\varepsilon^o - \varepsilon^r) \quad (6)$$

où $\varepsilon^r = \mathbf{M}^{\varepsilon-w} \cdot \underline{w}$ est la déformation équivalente correspondant aux fissures.

Le deuxième résultat concerne l'expression des contraintes du béton aux fissures \underline{g} par moyen de la définition implicite des efforts moyens de *tension stiffening* dans le béton :

$$\underline{g} = [\mathbb{C}_c(d) : (\varepsilon^o - \varepsilon^r) / h - \mathbf{K}_s \cdot (\mathbf{M}^{\varepsilon-w}(\theta_r) \cdot \underline{w} - \underline{v}^p)]_{nn,tn} \quad (7)$$

où le tenseur de *tension stiffening* \mathbf{K}_s est défini à partir du tenseur \mathbf{K}_t .

3.2. Formulation de la loi de comportement dans le cadre de la thermodynamique

A partir des résultats de la procédure d'homogénéisation analytique (6) and (7), la densité d'énergie libre de Helmholtz peut s'exprimer comme suit :

$$\begin{aligned} \varphi^o(\varepsilon^o, \underline{w}, \underline{v}^p, \underline{\varepsilon}^{ps}, d) \\ = \frac{1}{2} \varepsilon^o : \mathbb{A}(d) : \varepsilon^o - \varepsilon^o : \mathbb{B}(d) \cdot \underline{w} - \varepsilon^o : \mathbb{C} \cdot \underline{\varepsilon}^{ps} + \frac{1}{2} \underline{w} \cdot \mathbf{D}(d) \cdot \underline{w} + \frac{1}{2} \underline{v}^p \cdot \mathbf{E}(d) \cdot \underline{v}^p \\ + \frac{1}{2} \underline{\varepsilon}^{ps} \cdot \mathbf{F} \cdot \underline{\varepsilon}^{ps} - \underline{w} \cdot \mathbf{G}(d) \cdot \underline{v}^p \end{aligned} \quad (8)$$

L'obtention de cette forme d'énergie libre et les définitions du tenseur d'ordre 4 $\mathbb{A}(d)$, des tenseurs d'ordre 3 $\mathbb{B}(d)$ et \mathbb{C} , et des tenseurs d'ordre 2 $\mathbf{D}(d)$, $\mathbf{E}(d)$, \mathbf{F} et $\mathbf{G}(d)$ se trouvent dans [10].

On calcule ensuite les forces thermodynamiques dissipatives associées à chacune des variables internes définissant l'énergie libre :

$$Y^d = -\frac{\partial \varphi^o}{\partial d} \quad \underline{q}_r^d = -\frac{\partial \varphi^o}{\partial \underline{w}} \quad \underline{q}_{pb}^d = -\frac{\partial \varphi^o}{\partial \underline{v}^p} \quad \underline{q}_{ps}^d = -\frac{\partial \varphi^o}{\partial \underline{\varepsilon}^{ps}} \quad (9)$$

Enfin, le flux des variables internes est défini par les lois de normalité (pour $\alpha = x, y$) :

$$\dot{d} = \lambda_d \frac{\partial f_d}{\partial Y^d} \quad \dot{w}_n = \lambda_{gn} \frac{\partial f_{gn}}{\partial q_{r,n}^d} \quad \dot{w}_t = \lambda_{gt} \frac{\partial f_{gt}}{\partial q_{r,t}^d} \quad \dot{v}_\alpha^p = \lambda_{pb\alpha} \frac{\partial f_{pb\alpha}}{\partial q_{pb\alpha}^d} \quad \dot{\varepsilon}_\alpha^{ps} = \lambda_{ps\alpha} \frac{\partial f_{ps\alpha}}{\partial q_{ps\alpha}^d} \quad (10)$$

4 Applications numériques

La loi de comportement présentée ci-dessus est utilisée pour reproduire l'essai expérimental QJ5TC de traction-compression (voir le chargement appliqué dans la Figure 4-a) sur une poutre en BA [11]. La poutre fait 0,7m de longueur et a une section de $0,15 \times 0,15 \text{m}^2$. Elle est renforcée avec 4 barres d'acier de 14mm de diamètre avec un module de Young de $E_s = 195 \text{GPa}$ et une limite élastique de $f_{sy} = 610 \text{MPa}$. Le béton a un module de Young de $E_c = 28,5 \text{GPa}$, un coefficient de Poisson de $\nu_c = 0,19$, et une résistance de $f_c = 25 \text{MPa}$ à la compression et de $f_{ct} = 2,94 \text{MPa}$ à la traction (cette dernière valeur est réduite à 86% selon [12] afin de tenir compte de l'effet d'échelle entre l'éprouvette de l'essai de traction et la poutre). L'énergie de fissuration est estimée à $G_f = 130 \text{N/M}$ [5], l'espacement théorique à $s_{r,o} = 87 \text{mm}$, le rapport de refermeture de fissure à $\alpha_r = 0,01$, le paramètre d'endommagement à $\gamma = 0,3$, le seuil d'endommagement à $k_o = 1920 \text{N/m}$, le rapport de *tension stiffening* à $\beta = 0,6$ et la raideur locale d'adhérence acier-béton à $k_t = 10^{11} \text{Pa/m}$.

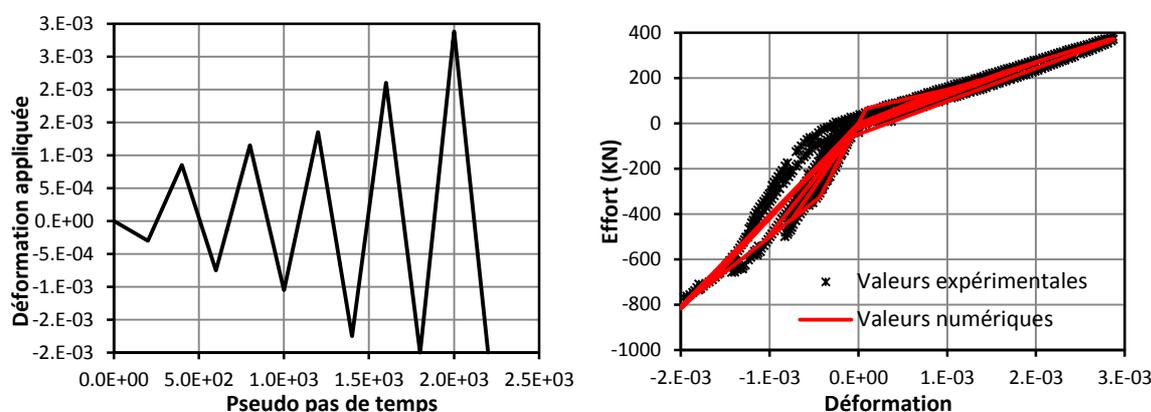


Figure 4. (a) Déformation imposée et (b) comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour la courbe effort-déformation de l'essai QJ5TC de [11]

La Figure 4-b montre une bonne correspondance de la courbe contrainte-déformation dans la phase de traction, qui mobilise les phénomènes non linéaires liés à l'ouverture-refermeture de fissures, au glissement relatif entre l'acier et le béton causant l'effet de *tension stiffening* et à une (faible) plastification des aciers (pour le niveau de la déformation maximale atteinte). En revanche, la réponse numérique en compression est moins précise. Ceci est dû au fait que le modèle ne mobilise que l'endommagement du béton après la refermeture de fissures dans un essai uniaxial comme celui-ci.

5 Conclusions et perspectives

Une nouvelle loi de comportement pour des membranes en BA soumises à des chargements cycliques est proposée. Le modèle est formulé à partir d'une homogénéisation analytique permettant de prendre en compte quatre mécanismes dissipatifs correspondant à des phénomènes physiques affectant le comportement du BA : l'endommagement ou micro-fissuration du béton, la (macro)fissuration du béton, le glissement relatif entre l'acier et le béton et la plastification des aciers. La nouvelle loi de comportement donne des résultats satisfaisants comparés à un test expérimental de traction-compression sur une poutre en béton armé.

Cette loi de comportement est adéquate pour modéliser le comportement des membranes en BA chargées dans leur plan avec la possibilité d'apparition d'un seul réseau de fissures. Par la suite elle

sera généralisée, d'abord pour prendre en compte l'éventuelle apparition d'un deuxième réseau de fissures (cas des chargements cycliques/sismiques) et ensuite pour le cas d'efforts hors plan afin qu'elle soit applicable à des structures de type plaque.

Références

- [1] Code_Aster, site Internet www.code-aster.org.
- [2] D. Markovic, P. Koechlin, F. Voltaire, Reinforced concrete structures under extreme loading: Stress resultant Global Reinforced Concrete Models (GLRC), in: Proceedings of COMPDYN 2007, Rethymno, Greece, 2007.
- [3] C. Combescure, H. Dumontet, F. Voltaire, Homogenized constitutive model coupling damage and debonding for reinforced concrete structures under cyclic solicitations, *International Journal of Solids and Structures* 50:24 (2013) 3861-3874.
- [4] Comité Européen de Normalisation CEN, Eurocode 2. Calcul des structures en béton - Partie 1.1 : règles générales et règles pour les bâtiments (2005).
- [5] Fédération Internationale du Béton fib (2011). Model Code 2010.
- [6] P. Rivillon, A. Gabs, Rapport technique "Rapport N°EEM 09 26023877-C", CSTB, 2011.
- [7] F.J. Vecchio, M.P. Collins, The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Journal* 83:2 (1986) 219-231.
- [8] B. Li, K. Maekawa, H. Okamura, Contact density model for stress transfer across cracks in concrete, *Journal of the Faculty of Engineering - University of Tokyo*, 40 (1989) 9-52.
- [9] M. Huguet, F. Voltaire, P. Kotronis, S. Erlicher, Homogenized global nonlinear constitutive model for RC panels under cyclic loadings, in: Proceedings of WCCM XI, Barcelona, Spain, 2014, pp. 1370-1380.
- [10] M. Huguet, S. Erlicher, P. Kotronis, F. Voltaire, Homogenized nonlinear stress resultant constitutive model for cracked reinforced concrete panels, *Computers and Structures* (soumis).
- [11] M.B. Benmansour (1997). Modélisation du comportement cyclique alterné du béton armé. Application à divers essais statiques de poteaux, Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997.
- [12] P. Rossi, X. Wu, F. Le Maou, A. Belloc, Scale effect on concrete in tension, *Materials and Structures*, 27 (1994) 437-444.