



**HAL**  
open science

# Sur la dynamique en Relativité générale: gravitation et Théorie de jauges

E Sacramento

► **To cite this version:**

E Sacramento. Sur la dynamique en Relativité générale: gravitation et Théorie de jauges. 2015.  
hal-01183133v1

**HAL Id: hal-01183133**

**<https://hal.science/hal-01183133v1>**

Preprint submitted on 6 Aug 2015 (v1), last revised 14 Jun 2020 (v4)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0  
International License

# Sur la dynamique en Relativité générale : gravitation et Théorie de jauges

E.Sacramento

## Un préambule...

Relativité générale et Théorie de jauges : deux conceptions de l'espace-temps jusqu'à présent inconciliables. Et si une lecture simple de la première en termes de dynamique, de localité, de procédures de mesures, et de détermination d'entité spatio-temporelle référence, était une clef possible ouvrant la voie à l'établissement d'un pont entre ces deux théories, genre de pierre de Rosette permettant la traduction des équations dans le formalisme de l'une en situations dans le cadre de l'autre, et de montrer qu'en dépit de leurs façons différentes de voir elles n'ont jamais cessé de dire les mêmes réalités?... Reste à déterminer lesquelles. Et comment. C'est la proposition de ce travail.

Mais pour commencer reprenons en quelque sorte les choses en leur début et faisons mine de nous installer confortablement dans un endroit imaginaire mais d'une insigne renommée, et qui n'est autre que l'ascenseur de l'expérience de pensée du créateur de la Relativité générale lui-même, à savoir le grand Albert Einstein. Considérons le comme en chute libre dans un champ de gravitation et voyons qu'y ont été pratiquées deux ouvertures se faisant face, l'une au sol, l'autre au plafond, laissant passer à travers elles un objet en satellisation stationnaire par rapport à la source de champ attirant l'ascenseur, et dont on peut effectuer ainsi des mesures dynamiques. Complexifions un peu notre dispositif en faisant partir du plancher un autre objet de même masse que l'objet satellisé, de même vitesse que lui à cet endroit, et entrant en même temps dans un champ électromagnétique l'attirant vers le plafond de façon à ce qu'il y arrive au même moment que notre satellite stationnaire, les deux objets ayant eu en chaque point de leurs trajets parallèles des vitesses identiques l'un par rapport à l'autre. Puis, ayant toute confiance en l'infailibilité des moyens qui ralentiront notre repère en chute libre bien avant qu'il n'atteigne le sol, remarquons que les équations du mouvement de nos deux objets doivent être équivalentes, et comme des sortes de reflets inversés de celle de notre repère en chute libre, et pensons alors qu'une telle situation pourrait peut être trouver un équivalent par d'autres procédures permettant d'obtenir vis à vis d'un ensemble de différentiels de mesures une autre entité spatio-temporelle de référence, sorte d'espace-temps composite de la comparaison ou de l'information...

Et ainsi bien confortablement installés dans notre cher local et tout autant déambulants qu'immobiles, laissons aller nos songes, puis nos questions prendre leurs places, puis venons en aux conjectures...

## Principe d' équivalence de la Relativité générale : "Einstein trop loin, pas assez loin" ?...

Et si la Relativité générale, telle qu'elle est souvent exprimée au travers de l'équations des géodésiques illustration du principe de transport parallèle et centrée autour de l'égalité de dérivation d'un vecteur local en espace-temps courbe :  $d(e_i V^i) = 0$ , pouvait être envisagée au bout du compte comme une théorie plutôt statique que dynamique... et si il pouvait être d'un intérêt quelconque de lui rendre un peu de cette dynamique occultée en employant ces mêmes équations mais en les centrant cette fois autour de l'égalité :  $d(e_i V^i) = A$  différent de 0, et en associant ceci à un certain parti pris "localiste" pour le choix des valeurs des quantités en jeu ?...

...

Revenons à notre ascenseur et envisageons le comme un repère mobile C, en chute libre le long du rayon R d'un champ d'attraction, que l'on peut par ailleurs assimiler à une géodésique dans un espace-temps courbe. Le long de ce rayon ce repère C allant d'un point A à un point B infiniment voisin. Ces deux points A et B étant donc à considérer comme deux repères immobiles ayant l'un par rapport à l'autre des valeurs d'espace-temps différentes. Notre repère C ayant lui successivement celles de A puis de B. Associons à chacun de ces trois repères un observateur constatant les phénomènes selon les valeurs de son repère.

Notons pour le repère A:  $i, j, k, l$  ( $= 0, 1, 2, 3$ ), les indices locaux;  $e_i$ , les vecteurs de la base naturelle locale tels que  $e_i e_j + e_j e_i = 2g_{ij}$ ,  $g_{ij}$  étant le tenseur métrique local;  $X^i, T^0$  ( $= X^0 = cT$ ), les coordonnées d'espace-temps;  $e_i V^i, V^i$ , etc, ses vecteurs vitesse. Fixons :  $e_i dX^i = e_\mu^i (e_\mu dx^\mu)$ , ( $i = \mu$  ( $= 0$  (t), 1, 2, 3)), avec  $e_\mu e_\zeta + e_\zeta e_\mu = 2g_{\mu\zeta}$ ,  $g_{\mu\zeta}$  étant le tenseur métrique pour l'espace-temps "universel" situé à l'infini de la source de champ, de coordonnées,  $x^\mu, t^\zeta$  ( $= x^\zeta = ct$ ), et d'indices :  $\mu, \zeta$  ( $= t, 1, 2, 3$ ). Les deux bases étant orthonormées.

Notons encore pour ce repère A la fonction d'onde telle que vue par un observateur de ce repère, @, grosso modo égale à :  $b \exp(i((mc^2 + c(e_i p^i + mG_i))/\hbar) X^i)$ , où  $e_i p^i$  représente la valeur de la quantité de mouvement selon A,  $b$  un coefficient de Dirac ect... et  $G_i$  la valeur pour ce repère A d'un quadripotential de champ lié à la gravitation (...), et ( peut être...) tel que  $G_0 = -GM/R$ ,  $R$  étant lié à  $dX^i$  et  $r$  l'étant à  $dx^\mu$ ... et enfin  $C_{ij}^k$  le symbole de Christoffel associé à ce repère.

### Pierre de Rosette

Ecrivons trois équations du mouvement, toutes trois selon les valeurs spatio-temporelles de C

a): celle de l'objet en satellisation stationnaire :  $mc((dV^k/dT^0) + C_{ij}^k V^i V^j)(e_k) = W$  ;

b): celle de l'objet dans le champ électromagnétique :  $mc((dV^k/dT^0) + C_{ij}^k V^i V^j)(e_k) = qF^{kj} V^j$ ,  $F^{kj}$  étant le tenseur du champ électromagnétique selon A et C ;

et la troisième

c):  $mc((dV^k/dT^0) + C_{ij}^k V^i V^j)(e_k) = 0$ , celle d'un troisième objet dans l'ascenseur ayant la même vitesse initiale que les deux autres au départ de l'action, de même masse qu'eux, et insensible au champ électromagnétique.

Remarquons que ces trois égalités peuvent être écrites sous la forme :  $mc d(e_k V^k)/dT^0$ ,

et que de façon logique :  $W = qF^{kj} V^j$  ...

Et pour finir abordons le fait que la différence entre la valeur de la vitesse de passage de l'ascenseur au repère A constatée par l'observateur lié à ce repère, et celle de sa vitesse de passage au repère B

constatée par l'observateur de ce repère B, est égale à :  $d(e_k V^k)$  ... et qu'en divisant cette quantité par  $dT^0$  et en multipliant le résultat par  $mc$  on obtient :  $W$  ...

Et arrivons ainsi, via une procédure particulière de mesure à "l'entité spatio-temporelle référence", "sorte d'espace-temps composite de la communication et de l'information", évoquée au début de ce travail... Et peut être aussi à notre pierre de Rosette et à des propositions d'équations conséquentes, pas vraiment compliquées...

## Les équations

:  $(1/2(mc(e_i V^i e_j V^j)) + mG_j K^j)$  (ou :  $- mc(e_i V^i e_j V^j)^{1/2} + mG_j K^j$ ) , pour le lagrangien classique. Les variables (à dériver et dérivantes) étant les valeurs locales celles des repères A et C, mais en choisissant peut être, pour la vitesse, comme paramètre dérivant  $e_i V^i$  de préférence à  $V^i$ , en décidant (...) pour cette équation un terme  $K^j$ , tel que:  $K^j = V^j$ , et  $dK^j/d(e_j V^j) = 1$  ... Et ceci pour contourner le problème, et y compris pour d'autres types de champ, d'avoir à multiplier comme par après coup l'équation d'Euler-Lagrange par  $g^{kl}$  pour obtenir la dérivée covariante... Possibilité d'étendre la formule par l'addition d'un terme  $(Z)\epsilon_{ij}\epsilon^{ij}$  ou  $(Z)$  est un facteur spécifique au champ et  $\epsilon_{ij}$  un tenseur de champ provenant des dérivations de  $G_k$ , et présent dans l'égalité :  $mc d(e_i dX^i/ds)/ds = m\epsilon_{ij}(e_k dX^k/ds)$ , avec peut être mais non obligatoirement ( $\epsilon_{ij}$  : avant d'être déterminés éventuellement en terme de  $GM/R$ ,  $G_k$  et  $Q$  pouvant peut être être vus comme renvoyant avant tout à une valeur de quantité d'énergie (ou assimilable) etc...), dans une situation de champ à symétrie sphérique et statique pour un déplacement radial  $\epsilon_{ij} = -d(Q)/dR = GM/R^2$ ,  $Q$  étant un potentiel.

Et pour l'équation de type Dirac en simplifiant sans les matrices de Dirac et en unités naturelles  $\hbar = c = 1$  :  $i((d@/dX^i) + (\#)(C_{ji}^k)@) = (m + mG_j)@$ . Avec le même ajout possible d'un terme de densité lagrangienne de champ de type  $(Z)\epsilon_{ij}\epsilon^{ij}$ . ( $\#$  étant un facteur d'algèbre spinorielle). (Cette équation, avec la fonction d'onde telle que définie plus haut, ne différant de celle de Dirac en espace-temps courbe que par l'ajout du terme  $mG_j@$ ).

J'associe également à tout ceci, avec  $Q = Q/c^2 = GM/Rc^2$ , et  $e_i V^i = e_i dX^i/e_0 dT^0$ , ( $i = \mu = 1$ ), pour le cas d'une chute libre avec un déplacement radial dans un champ de gravitation à symétrie sphérique, les quelques hypothèses (dans l'hypothèse...) annexes suivantes :

$e_i V^i = ((Q^2 + 2Q)c^2 / (1 + Q)^2)^{1/2}$  et d'autre part pour le coefficient  $e_t^0 = e_0 dT^0 / e_t dt^t$  :  
 $(e_t^0)^2 = (1 - (e_i V^i)^2 / c^2) = (1 + Q)^{-1} = (e_\mu^1)^{-2}$ , et cela plutôt que  $(e_t^0)^2 = (1 - (2GM/rc^2))$ , et en préférant donc  $(e_i V^i)^2$  à  $2GM/r...$

( $\hbar$  représente la constante de Planck modifiée,  $i$  le nombre imaginaire, et  $\exp$  la fonction exponentielle)

Paris, août 2015.