



**HAL**  
open science

## Identification par réseau de Petri du comportement non observable d'un système séquentiel réactif

Jérémie Saives, Gregory Faraut, Jean-Jacques Lesage

### ► To cite this version:

Jérémie Saives, Gregory Faraut, Jean-Jacques Lesage. Identification par réseau de Petri du comportement non observable d'un système séquentiel réactif. 6èmes Journées doctorales du GDR MACS, JDMACS'15, INSA Centre Val de Loire, Jun 2015, Bourges, France. hal-01180590

**HAL Id: hal-01180590**

**<https://hal.science/hal-01180590>**

Submitted on 27 Jul 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identification par réseau de Petri du comportement non observable d'un système séquentiel réactif

Jérémy SAIVES<sup>1</sup>, Gregory FARAUT<sup>1</sup>, Jean-Jacques LESAGE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LURPA, ENS Cachan, Univ Paris-Sud  
F-94235 Cachan, France  
*prenom.nom@ens-cachan.fr*

**Résumé**— L'objectif de l'identification comportementale d'un système séquentiel réactif est de construire, à partir d'une séquence observée d'événements d'entrées/sorties, un modèle capable d'exhiber à la fois les relations de causalités entre entrées et sorties (*i.e.* le comportement réactif ou observable) et les évolutions de l'état interne, (*i.e.* le comportement non-observable). Cette communication propose une méthode visant à découvrir la partie non observable du comportement à partir d'une séquence de tir. Le principe est de projeter la séquence sur des alphabets pour découvrir des motifs caractéristiques de relations de dépendances entre les fragments. Ces relations peuvent ensuite être converties en fragments structurels de Réseaux de Petri (places et liens orientés). La démarche d'identification est illustrée sur un système expérimental réel.

**Mots-clés**— Systèmes à Événements Discrets, Réseau de Petri, Identification

## I. INTRODUCTION

L'identification est une démarche expérimentale visant à construire un modèle d'un système existant à partir de son observation en fonctionnement. On s'intéresse plus particulièrement à des systèmes logiques (entrées/sorties binaires), séquentiels (l'état des sorties dépend des entrées et de l'état interne du système) et réactifs (le système réagit aux évolutions d'entrées). Ces systèmes séquentiels sont communément modélisés par deux équations. À l'instant  $k$  :

$$\begin{cases} S(k) = F(E(k), X(k)) \\ X(k) = G(E(k), X(k-1)) \end{cases}$$

où  $E$  (resp  $S$ ) représente la valeur des entrées (resp des sorties), et  $X$  la valeur des variables d'état internes. D'une part, la première équation décrit la réactivité du système, à savoir les changements observables des sorties en fonction des entrées et de l'état interne du système, d'autre part, la seconde équation décrit l'évolution de l'état interne, le plus souvent non observable. Quelques phénomènes courants peuvent être la cause d'une évolution d'état interne sans effet sur les sorties : des séquentialités à effet retardé, des temporisations, la présence de compteurs ou de variables internes, etc.

Le caractère séquentiel du système rend pertinent l'utilisation des Réseaux de Petri (RdP) pour décrire de façon compacte et explicite les phénomènes de concurrence et de parallélisme inhérents à cette classe de système. De plus, il est également pertinent d'utiliser la sous-classe des Réseaux de Petri Interprétés (RdPI) pour restituer les relations de causalité entrées/sorties du système. Dans un tel modèle, le comportement observable peut se traduire par des transitions associées aux entrées et des places associées aux sor-

ties, tandis que le comportement non observable se traduit par des places non observables qui agrègent les évolutions d'état interne du contrôleur.

Dans la littérature, on trouve de nombreuses méthodes pour construire un RdP à partir d'observations. Toutefois, certaines approches telles que [9] requièrent la connaissance exhaustive d'un langage décrivant le comportement, et sont dites de synthèse ; par oppositon, la durée finie d'observation en identification implique qu'on ne peut garantir l'observation intégrale du comportement. On pourra se référer à [2] pour une revue plus complète de différentes approches d'identification et de synthèse ; dans ce document, on se place dans une démarche d'identification, l'entrée du problème étant une séquence de vecteurs entrées/sorties observés au cours du fonctionnement du système.

Dans un premier temps, pour restituer le comportement observable, la méthode de [6] construit des fragments de RdPI et des transitions traduisant la causalité entrées/sorties à partir de la séquence. La séquence de vecteurs est alors convertie en une séquence de tir de transitions. Dans un second temps, le comportement non observable peut être inféré à partir de la séquence de tir, afin d'obtenir un modèle final conforme au comportement observé. Une méthode présentée dans [7] permet de découvrir des places non observables, mais ne peut découvrir des séquentialités à effet retardé et ne reconstitue pas le marquage initial. [12] propose une méthode basée sur la recherche des T-invariants, une phase d'ajustement du réseau découvert étant requise pour intégrer les séquentialités. Une approche duale est conduite dans [5] où le comportement non observable est traduit non pas par des places, mais par des  $\varepsilon$ -transitions. De nombreuses méthodes permettant de construire des RdP ont également été développées en Process Mining, et visent à découvrir un modèle de processus à partir de logs d'événements enregistrés [14]. Ces méthodes, revues notamment dans [4], sont classifiables en deux familles. D'une part, celles basées sur une abstraction des logs, tel que l'algorithme  $\alpha$  [13], qui ne garantissent pas la reproductibilité du log dans le modèle. D'autre part, celles basées sur les langages [1] qui garantissent la reproductibilité mais nécessitent la connaissance complète du langage du log. Plus récemment, une approche [10] visant à reconstruire des RdP structurés par blocs garantit la reproductibilité, mais introduit des  $\varepsilon$ -transitions.

Dans ce document, une méthode d'inférence du comportement non observable basée sur l'utilisation de projections de la séquence de tir est présentée. Elle permet de découvrir des places non observables et de déterminer le marquage

initial à la volée. De plus, elle permet de découvrir des séquentialités à effet retardé et garantit l'obtention d'un modèle reproduisant la séquence de tir. Cette communication est organisée comme suit : la section 2 rappelle les concepts des RdPI; la section 3 présente la méthode générale d'identification et un système d'application; la section 4 élabore les relations entre transitions sur lesquelles est basée l'inférence des places non observables; la section 5 applique l'inférence au système réel et la section 6 conclut.

## II. RAPPELS SUR LES RÉSEAUX DE PETRI INTERPRÉTÉS

Cette section résume les propriétés des Réseaux de Petri ordinaires, puis interprétés, ainsi que les notations utilisées dans ce document.

*Définition 1* : Une structure  $G$  de Réseau de Petri ordinaire est un digraphe biparti représenté par le 4-tuple  $G = (P, T, I, O)$  avec :  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{|P|}\}$  et  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{|T|}\}$  deux ensembles finis disjoints de places et de transitions;  $I(O) : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  une application représentant les arcs orientés reliant les places aux transitions (les transitions aux places) .

Pour une place  $p_i$ , l'ensemble des pre(post)-transitions, noté  $\bullet p_i(p_i^\bullet)$ , est défini par  $\{t_j \in T, I(O)(p_i, t_j) = 1\}$ .

La fonction de marquage  $M : P \rightarrow \mathbb{N}$  détermine le nombre de jetons résidant dans chaque place, elle s'exprime généralement sous forme d'un vecteur de taille  $|P|$ . Si  $\mathbb{Z}^+$  est remplacé par  $\{0, 1\}$ , il y a au plus un jeton dans chaque place, et le net est dit sauf (ou 1-borné).

*Définition 2* : Un Réseau de Petri (RdP) est le couple  $N = (G, M_0)$ , où  $G$  est une structure et  $M_0$  un marquage initial.

Une transition  $t_j$  est dite activée pour un marquage  $M_k$  si  $\forall p_i \in P, M_k(p_i) \geq I(p_i, t_j)$ , que l'on note  $M_k \xrightarrow{t_j}$ . Une transition activée  $t_j$  peut être tirée, atteignant un nouveau marquage  $M_{k+1}$ , et l'on note  $M_k \xrightarrow{t_j} M_{k+1}$ . Le nouveau marquage est donné par  $M_{k+1} = M_k - I(\bullet t_j, t_j) + O(t_j^\bullet, t_j)$

Si  $M_0 \xrightarrow{t_1} M_1 \xrightarrow{t_2} M_2 \xrightarrow{t_3} \dots \xrightarrow{t_k} M_k$ , alors  $w = t_1 t_2 t_3 \dots t_k$  est une séquence de tir activée depuis  $M_0$ , conduisant au marquage  $M_k$ , que l'on note  $M_0 \xrightarrow{w} M_k$ . Etant donné un RdP  $(G, M_0)$ , on note  $L(G, M_0)$  le langage généré par le RdP, *i.e.* l'ensemble des séquences de tirs activées depuis  $M_0$ .

Le graphe d'accessibilité  $R(G, M_0)$  d'un RdP est un graphe orienté où chaque noeud représente un marquage accessible depuis  $M_0$  par une séquence de tir, et chaque arc représente le tir d'une transition, *i.e.* si  $M_k \xrightarrow{t_j} M_{k+1}$ , alors un arc étiqueté par  $t_j$  est issu du noeud représentant  $M_k$  et atteint le noeud représentant  $M_{k+1}$ .

L'association des informations sur les entrées/sorties aux places et transitions conduit à définir l'extension suivante :

*Définition 3* : Un Réseau de Petri Interprété (RdPI)  $Q = (G, M_0, \mathbb{U}, \Sigma, \lambda, \mathbb{Y}, \varphi)$  est un Réseau de Petri ordinaire  $(G, M_0)$  auquel s'ajoutent :

- $\mathbb{U}$  l'alphabet des entrées

- $\Sigma = \{\uparrow u_i, \downarrow u_i \mid u_i \in \mathbb{U}\}$  l'ensemble des événements d'entrée
  - $\lambda : T \rightarrow \{0, 1\}$  la fonction d'étiquetage des transitions  $\forall t_i \in T, \lambda(t_i) = F_i(\mathbb{U}) \bullet G_i(\Sigma)$  avec :
    - $F_i : \mathbb{U} \rightarrow \{0, 1\}$  une fonction booléenne décrivant les conditions suffisantes sur les niveaux des entrées pour tirer  $t_i$
    - $G_i : \Sigma \rightarrow \{0, 1\}$  une fonction booléenne décrivant les conditions suffisantes sur les événements d'entrée pour tirer  $t_i$
  - $\lambda(t_i) = 1$  si et seulement si  $F_i(\mathbb{U}) = 1 \wedge G_i(\Sigma) = 1$
  - $\mathbb{Y}$  l'alphabet des sorties
  - $\varphi : R(G, M_0) \rightarrow \{0, 1\}^{|\mathbb{Y}|}$  la fonction de sortie renvoyant la valeur des sorties pour un marquage donné du réseau.  $\varphi$  est représentée par une matrice  $\phi$ . Si le symbole de sortie  $y_i$  est présent chaque fois que  $M(p_j) \geq 1$ , alors  $\phi(i, j) = 1$ ; sinon,  $\phi(i, j) = 0$
- Enfin, on distingue deux types de places selon leur association aux sorties :

*Définition 4* : Une place  $p_j \in P$  est dite observable s'il existe un symbole de sortie toujours présent quand la place est marquée, *i.e.*  $\phi(\bullet, j) \neq 0$ . Elle est dite non-observable sinon.

Il vient  $P = P_{Obs} \cup P_{Nobs}$ , avec  $P_{Obs}$  (resp  $P_{Nobs}$ ) l'ensemble des places observables (resp non-observables). De même,  $I = I_{Obs} \cup I_{Nobs}$  et  $O = O_{Obs} \cup O_{Nobs}$ , où  $I_{Obs}$  et  $O_{Obs}$  contiennent les arcs orientés reliant les transitions aux places observables, et  $I_{Nobs}$  et  $O_{Nobs}$  aux places non-observables.

## III. CONTEXTE ET POSITIONNEMENT DU PROBLÈME

### A. Démarche d'identification retenue

Notre démarche d'identification, illustrée par la figure 1, se base sur la distinction entre comportement réactif observable et évolutions internes non observables du système. À partir d'une séquence  $w$  de vecteurs d'E/S observés au cours du fonctionnement du système, l'objectif est de construire un RdPI  $Q = ((P, T, I, O), M_0, \mathbb{U}, \Sigma, \lambda, \mathbb{Y}, \varphi)$  capable de reproduire le comportement observé.  $\mathbb{U}, \Sigma$  et  $\mathbb{Y}$  sont supposés être connus.

À partir de cette séquence, les travaux présentés dans [6] proposent une approche statistique pour découvrir le comportement observable : des fragments de structure de RdPI sont reconstruits à partir des relations de causalité entre entrées et sorties découvertes dans la séquence  $w$ . L'espace des transitions  $T$ , l'espace des places associées à des sorties  $P_{Obs}$ , leurs liens orientés  $(I_{Obs}, O_{Obs})$ , ainsi que les fonctions  $\lambda$  et  $\varphi$  sont construits; de plus, la séquence  $w$  est projetée sur  $T$  et transformée en une séquence de tir observée  $S_{Obs}$ .

Cette séquence est le point de départ de la phase d'inférence de comportement non observable, qui est le point central de ce document.

### B. Application à un système expérimental

Pour illustrer les concepts présentés dans ce document, une chaîne automatisée de traitement et tri d'engrenage présente au LURPA est considérée. On se focalise plus particulièrement sur le troisième poste remplissant le cahier des charges suivant : quand un engrenage  $y$  est amené par

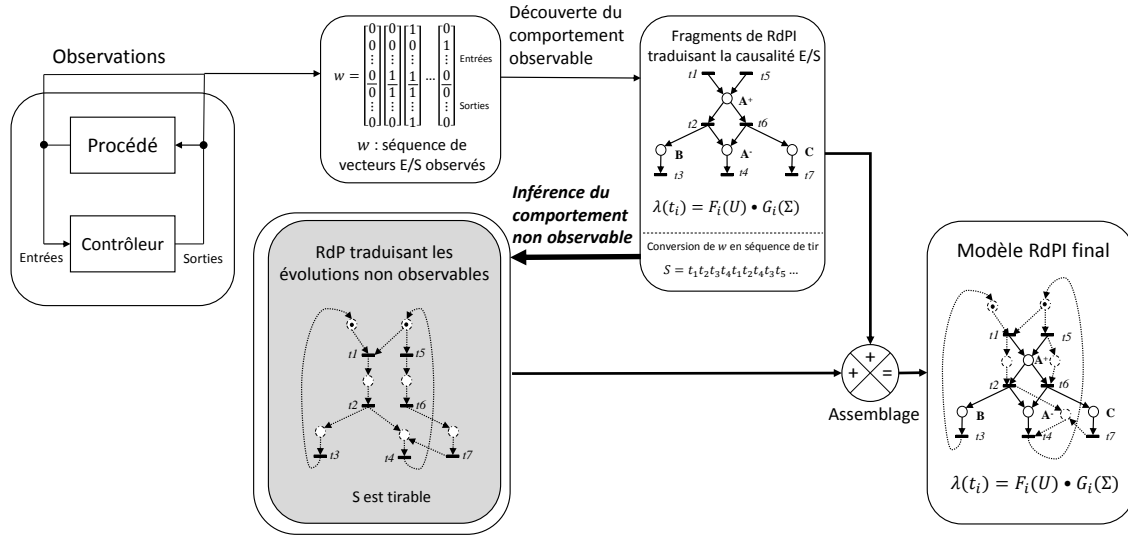


Fig. 1. Vue générale de la démarche d'identification comportementale d'un système à événements discrets

un convoyeur, il peut se voir insérer une bague, ou se la voir soustraire s'il en possède déjà une.

Ce poste se compose de trois sous-systèmes qui peuvent évoluer en parallèle : un convoyeur (CONV), un poste d'insertion de bagues (INS), un poste d'extraction de bagues (EXT). Les deux postes sont constitués d'un vérin faisant office de presse, et d'un tiroir pour amener l'engrenage sous le vérin. Le poste d'insertion est en outre muni d'un magasin de bagues. La technologie de la chaîne et les notations utilisées sont présentées en figure 2. Ce poste est constitué de 13 entrées, 7 sorties.

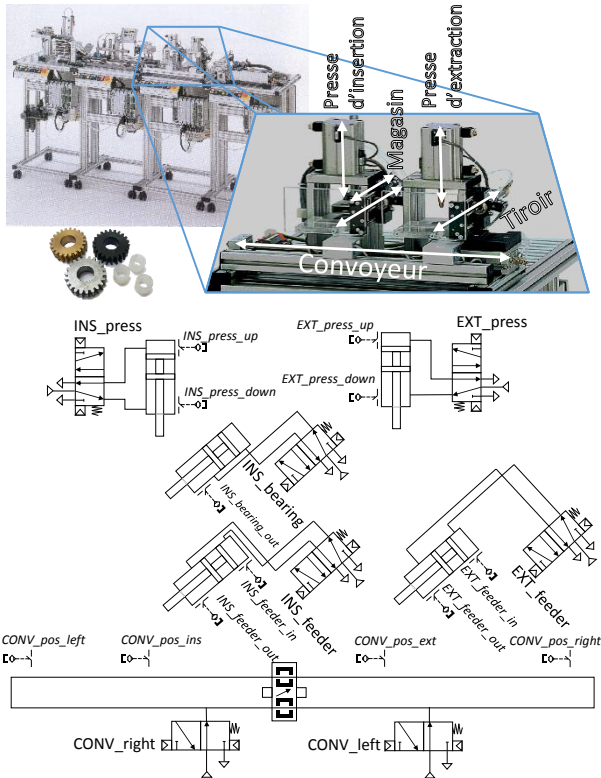


Fig. 2. Présentation du poste d'insertion/extraction de bagues de la chaîne de tri d'engrenages, avec les notations associées

La période d'observations retenue s'étend sur le traite-

ment de plusieurs centaines d'engrenages ; la séquence de vecteurs d'E/S pour la chaîne complète est de longueur 63 797. Le résultat de la découverte du comportement observable du troisième poste suivant [6] est présenté en figure 3 : 17 transitions observables sont créées, ainsi que 7 places associées aux sorties, constituant deux fragments de RdPI.

De plus, la séquence observée  $w$  est transformée en une séquence  $S_{Obs} = t_{11}t_{16}t_{17}t_{12}t_{10}t_7t_{11}t_2t_9 \dots$  de longueur 8 335 tirs de transitions. L'objectif de la phase d'inférence est donc de construire un modèle qui, assemblé avec les fragments de comportement observables, permette le tir de cette séquence pour garantir la conformité du modèle final au comportement observé.

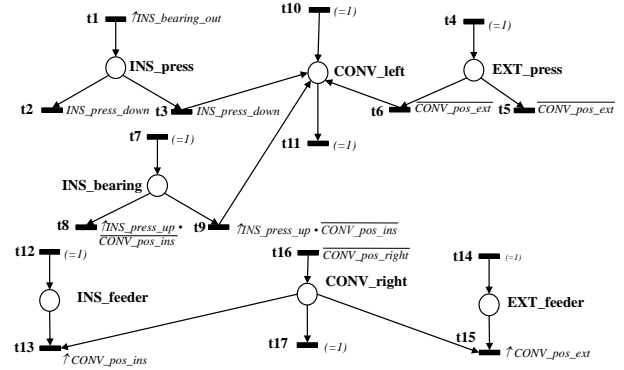


Fig. 3. Fragments observables de RdPI découverts par application de la méthode de [6] au poste d'insertion/extraction

### C. Formulation de la problématique de découverte du comportement non-observable

Le problème de découverte du comportement non observable peut donc être formulé comme la découverte de places non observables et leurs arcs, à partir de la séquence de tir  $S_{Obs}$ . On cherche donc  $P_{Nobs}$ ,  $I_{Nobs}$ ,  $O_{Nobs}$  et  $M_0$  pour achever la construction de  $Q$ , tels que :

- $S_{Obs}$  est tirable ( $S \in L(Q)$ )
- $Q$  est sauf
- Les transitions de  $T$  ne sont pas dupliquables

où  $|P_{Nobs}|$  n'est pas connue *a priori*.

Dans le cadre de ce document, on se restreindra à la découverte de réseaux purs<sup>1</sup>.

#### IV. INFÉRENCE DU COMPORTEMENT NON OBSERVABLE

La méthode proposée ici se base sur l'exploitation de projections de la séquence de tir observée pour faire apparaître des motifs spécifiques, qui peuvent être transformés en fragments structurels de RdP. Après une illustration introductive du principe sur deux fragments issus du système, la démonstration de la méthode d'inférence est conduite en deux temps : tout d'abord, les résultats d'une projection sont étudiés, et des relations entre transitions sont définies conformément aux motifs découverts ; dans un second temps, l'une de ces relations conduit à l'ajout de places satisfaisant le problème précédemment défini, de laquelle découle le principal théorème.

Pour faire émerger des motifs tels que ceux présentés dans cette section, un opérateur de projection est utilisé ; sa définition est rappelée ci-dessous [11] :

*Définition 5* : Soient  $\Sigma$  et  $\Sigma_p$  deux alphabets tels que  $\Sigma_p \subseteq \Sigma$ , et  $S \in \Sigma^*$  une séquence de tir. Le *projecteur*  $\Pi_{\Sigma_p}$  est défini par :

$$\Pi_{\Sigma_p}(S) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{si } S = \varepsilon \\ \Pi_{\Sigma_p}(a)t, & \text{si } S = at, t \in \Sigma_p \\ \Pi_{\Sigma_p}(a), & \text{si } S = at, t \notin \Sigma_p \end{cases}$$

$\Pi_{\Sigma_p}(S)$  est appelée la *projection* de  $S$  sur  $\Sigma_p$ .

##### A. Illustration sur le système du principe de la méthode d'inférence

Seuls deux fragments observables {INS\_press, INS\_bearing} de la figure 3 sont considérés dans cette section (deux sorties de la presse d'insertion). L'ensemble des transitions environnantes est  $T = \{t_1, t_2, t_3, t_7, t_8, t_9\}$ . On considère la projection  $S_T$  de la séquence de tir  $S_{Obs}$  sur  $T$ , dont les premiers tirs sont présentés ci-dessous :

$$S_T = t_7 t_1 t_2 t_9 t_7 t_1 t_2 t_8 t_7 t_1 t_3 t_8 t_7 t_1 t_2 t_9 \dots$$

Dans cette séquence, on peut par exemple découvrir les motifs suivants :

1.  $S_T = t_7 t_1 \dots t_7 t_1 \dots t_7 t_1 \dots t_7 t_1 \dots$
2.  $S_T = \dots t_1 \dots t_9 \dots t_1 \dots t_8 \dots t_1 \dots t_8 \dots t_1 \dots t_9 \dots$

Le premier motif suggère que le tir de  $t_1$  est nécessaire pour tirer  $t_7$ , et réciproquement. Le second motif suggère qu'un choix exclusif entre le tir de  $t_8$  et le tir de  $t_9$  est nécessaire pour tirer  $t_1$ , et que le tir de  $t_1$  est nécessaire pour tirer  $t_8$  ou  $t_9$ . Ces deux motifs peuvent être traduits par des fragments de structure de RdP comme dans la figure 4 :

De façon générique, l'objectif est de découvrir par projection sur deux alphabets  $(\Sigma_i, \Sigma_j)$  des motifs de type  $t_i \dots t_j \dots t_i \dots t_j \dots t_i \dots$ , qui peuvent ensuite être transformés en fragments structurels de RdP non observables, illustré par la figure 5. Les sections suivantes proposent une démonstration de ce résultat.

1. Un RdP pur est un RdP dans lequel il n'existe pas de transition ayant une place d'entrée qui soit également une place de sortie. [3]

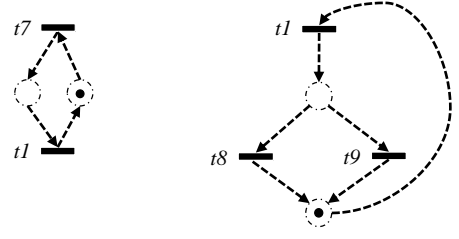


Fig. 4. Deux fragments structurels correspondant aux motifs exhibés en section IV.A

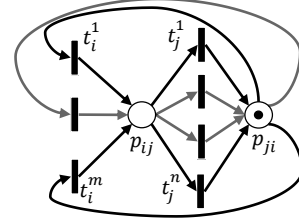


Fig. 5. Un fragment structurel composé de deux places  $p_{ij}$  et  $p_{ji}$ , pour  $\Sigma_i = \{t_i^1, \dots, t_i^m\}$ ,  $\Sigma_j = \{t_j^1, \dots, t_j^n\}$ .  $t_i^1$  est la première transition tirée.

##### B. Résultat d'une projection

Soient  $\Sigma_i$  et  $\Sigma_j$  deux sous-alphabets disjoints de  $T$ . Dans cette section,  $t_i$  ( $t_j$ ) désigne une transition générique de  $\Sigma_i$  ( $\Sigma_j$ ). Par exemple,  $\sigma = t_i t_i t_i$  est une séquence composée de trois transitions quelconques de  $\Sigma_i$ . Soit  $\Pi$  le projecteur sur  $\Sigma_i \cup \Sigma_j$ . Alors  $\Pi(S)$  vérifie un et un seul des trois cas suivants :

*Cas 1* :  $\Pi(S) = t_i t_j t_i t_j t_i t_j t_i t_j t_i \dots$ . Dans ce cas, deux transitions observées consécutivement n'appartiennent jamais au même alphabet, *i.e.*

$$\begin{aligned} \forall k \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_k \in \Sigma_i \wedge \Pi(S)_{k+1} \in \Sigma_j \\ \forall k \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_k \in \Sigma_j \wedge \Pi(S)_{k+1} \in \Sigma_i \end{aligned}$$

*Définition 6* : Soient deux alphabets  $(\Sigma_i, \Sigma_j) \in (2^T)^2$  vérifiant le cas 1. Ils sont dits mutuellement dépendants, noté  $\Sigma_i \bowtie \Sigma_j$ .

Par exemple, dans la figure 4, deux dépendances mutuelles sont exhibées :  $\{t_1\} \bowtie \{t_7\}$  et  $\{t_1\} \bowtie \{t_8, t_9\}$ .

*Cas 2* :  $\Pi(S) = t_i t_i t_i t_j t_j t_i t_i t_j t_i t_j t_i \dots$ . Dans ce cas, pour chaque alphabet, deux transitions ont été observées consécutivement au moins une fois, *i.e.*

$$\begin{aligned} \exists k \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_k \in \Sigma_i \wedge \Pi(S)_{k+1} \in \Sigma_i \\ \exists k' \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_{k'} \in \Sigma_j \wedge \Pi(S)_{k'+1} \in \Sigma_j \end{aligned}$$

Il n'y a pas de conclusion possible. Les deux alphabets pourraient être incomplets pour découvrir une dépendance mutuelle de type Cas 1, ou aucune dépendance n'est possible.

*Cas 3* :  $\Pi(S) = t_i t_i t_i t_i t_i t_i t_i t_i t_j \dots$ . Dans ce cas, au moins une fois, deux transitions observées consécutivement appartiennent au même alphabet (ici  $\Sigma_i$ ), et si deux transitions sont observées consécutivement, elles appartiennent alors toujours à ce même alphabet ( $\Sigma_i$ ), *i.e.*

$$\begin{aligned} \exists k \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_k \in \Sigma_i \wedge \Pi(S)_{k+1} \in \Sigma_i \\ \forall k' \in \mathbb{N}^*, \Pi(S)_{k'} \in \Sigma_j \wedge \Pi(S)_{k'+1} \in \Sigma_j \end{aligned}$$

*Définition 7* : Soient deux alphabets  $(\Sigma_i, \Sigma_j) \in (2^T)^2$  vérifiant le Cas 3 tel que ci-dessus.  $\Sigma_j$  est dit dominé par  $\Sigma_i$ , noté  $\Sigma_i \rightarrow \Sigma_j$ . L'ensemble des alphabets dominés par  $\Sigma_i$  est noté  $Dom(\Sigma_i) = \{\Sigma_j \in 2^T, \Sigma_i \rightarrow \Sigma_j\}$

Pour tirer de nouveau une transition de  $\Sigma_i$ , le tir d'une transition de  $\Sigma_j$  pourrait être suffisant, mais d'autres transitions pourraient également suffire. La découverte d'une dépendance de  $\Sigma_i$  est encore incomplète. Pour compléter la dépendance, il est possible de fusionner des alphabets de  $Dom(\Sigma_i)$ , et d'étudier la projection sur  $\Sigma_i \cup ((\Sigma_j, \Sigma_k) \in Dom(\Sigma_i)^2)$ . Cette nouvelle projection peut elle-même vérifier n'importe quel des cas.

Par exemple, dans le deuxième motif lié à la figure 4, on exhibe deux relations de domination :  $\{t_1\} \rightarrow \{t_8\}$  et  $\{t_1\} \rightarrow \{t_9\}$ ; étendre la projection à  $\{t_1\} \cup (\{t_8\} \cup \{t_9\})$  permet la découverte de la dépendance mutuelle  $\{t_1\} \rightleftharpoons \{t_8, t_9\}$ .

### C. Transposition des relations à la découverte de places

Si une relation de dépendance mutuelle est établie entre deux ensembles de transitions, deux places peuvent être ajoutées au RdP en cours de construction pour traduire cette relation. L'un des deux ensembles de transitions devient l'ensemble des pré-transitions d'une place et des post-transitions de l'autre; réciproquement pour le deuxième ensemble, tel que présenté dans la figure 5.

Exactement une des deux places reçoit un jeton en guise de marquage initial, selon la première transition observée dans la projection de la séquence de tir. Ce résultat est présenté et prouvé sous la forme du Théorème 1 :

*Théorème 1* : Soient  $S \in T^*$  une séquence de tir, et  $(G, M_0)$  un Réseau de Petri sauf tel que  $S \in L(G, M_0)$ . Soient  $\Sigma_i$  et  $\Sigma_j$  deux alphabets de  $2^T$  vérifiant  $\Sigma_i \cap \Sigma_j = \emptyset$ , et  $\Pi$  le projecteur sur  $\Sigma_i \cup \Sigma_j$ . Si  $\Sigma_i \rightleftharpoons \Sigma_j$ , i.e.

Si  $\forall k \in \llbracket 1, \lfloor Card(\Pi(S))/2 \rfloor \rrbracket$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi(S)_{2k-1} \in \Sigma_j \\ \Pi(S)_{2k} \in \Sigma_i \end{array} \right\} \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} \Pi(S)_{2k-1} \in \Sigma_i \\ \Pi(S)_{2k} \in \Sigma_j \end{array} \right.$$

Alors le réseau  $G'$  défini par l'ajout dans  $G$  des deux places  $p_{ij}$  et  $p_{ji}$  définies ci-dessous est sauf, et  $S \in L(G', M_0)$ .

$$\bullet p_{ij} = \Sigma_i; p_{ij}^\bullet = \Sigma_j; \left\{ \begin{array}{l} M_0(p_{ij}) = 0 \text{ if } \Pi(S)_1 \in \Sigma_i \\ M_0(p_{ij}) = 1 \text{ if } \Pi(S)_1 \in \Sigma_j \end{array} \right.$$

$$\bullet p_{ji} = \Sigma_j; p_{ji}^\bullet = \Sigma_i; \left\{ \begin{array}{l} M_0(p_{ji}) = 0 \text{ if } \Pi(S)_1 \in \Sigma_j \\ M_0(p_{ji}) = 1 \text{ if } \Pi(S)_1 \in \Sigma_i \end{array} \right.$$

La preuve de ce théorème est donnée en annexe.

A chaque fois qu'une relation de dépendance mutuelle, permettant l'application du théorème 1, est découverte par une projection, deux places sont ajoutées au RdP tout en garantissant la reproductibilité de la séquence. Quelque soit le nombre de places rajoutées, le résultat sera donc toujours un RdP satisfaisant le problème formulé en section III.C. Il reste à trouver un critère pour déterminer quand arrêter de chercher des places supplémentaires.

Si le nombre de places rajoutées est insuffisant, la connexité du modèle n'est pas garantie. De plus, pour obtenir un modèle de comportement compact et lisible, il est intéressant de chercher à minimiser le nombre d'arcs et de places. L'espace des transitions étant connu, cet objectif se résume à minimiser le degré minimal des places découvertes, tel que défini ci-dessous :

*Définition 8* : Soit  $p$  une place.  $|^\bullet p|$  (resp  $|p^\bullet|$ ) est le degré entrant (resp sortant) de  $p$ . Le degré minimal de  $p$  est défini comme le minimum des degrés entrants et sortants.

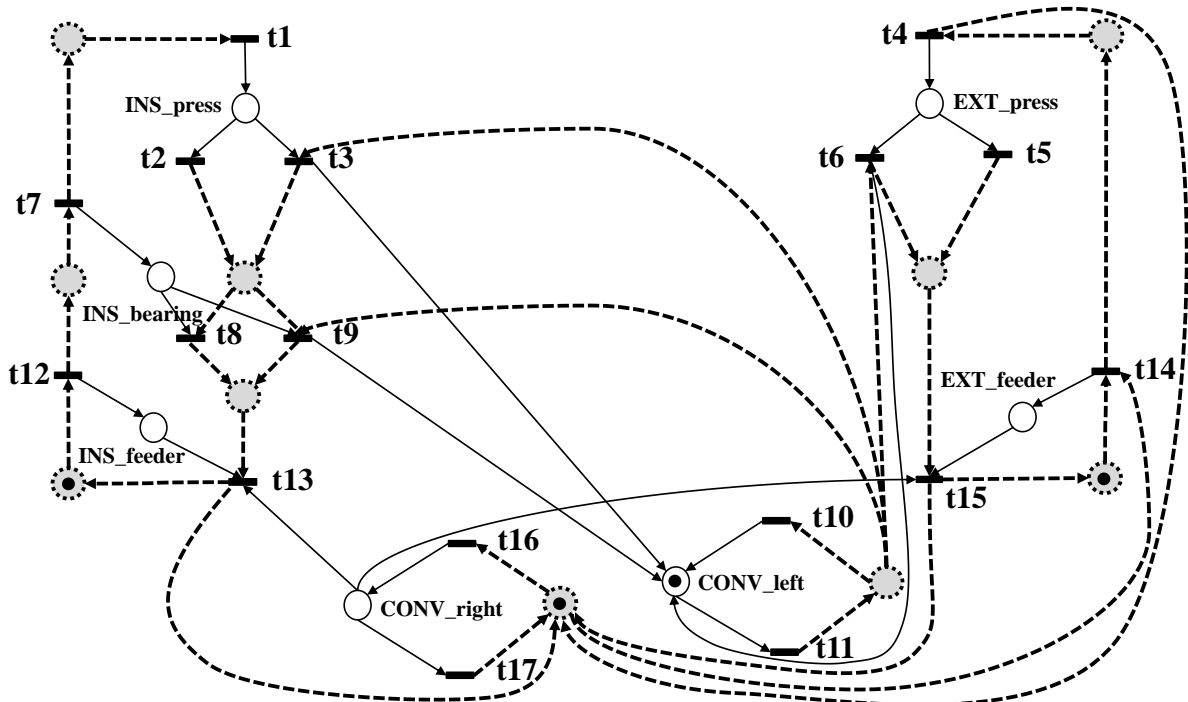


Fig. 6. Modèle final du système découvert après ajout de la partie non observable

Le degré des places découvertes étant équivalent à la taille des alphabets de projection, on propose d'étudier dans un premier temps l'ensemble des projections impliquant un alphabet singleton, *i.e.* de découvrir les places possibles de degré minimal 1. Si le modèle ainsi obtenu est connexe, la recherche est arrêtée. Sinon, on prolonge l'étude aux places de degré minimal 2, et ainsi de suite.

## V. APPLICATION AU SYSTÈME DE TRI

La découverte des places non observables est ici appliquée au système de tri d'engrenages, le réseau de Petri final assemblé étant présenté dans la figure 6 (les fonctions de tir des transitions sont celles de la figure 3). Dans cet exemple, toutes les places de degrés minimaux 1 et 2 ont été recherchées. 80 places sont découvertes ; après suppression des places implicites<sup>2</sup>, seules  $|P_{Obs}|=10$  places non observables sont conservées. Le modèle final comporte donc 17 transitions observables, 17 places dont 7 observables ; le graphe d'accessibilité comporte 84 états et 318 transitions.

Quatre jetons initiaux ont été découverts (un pour le poste d'insertion, un pour le poste d'extraction, deux pour le chariot). Le réseau peut tirer  $S$ , est sauf et connexe. Les deux postes d'insertions (INS et EXT) ont des fonctionnements cycliques parallèles (par exemple  $t_{12}t_7t_{12}t_8t_{13}$  pour le poste d'insertion), parfois synchronisés par les déplacements du convoyeur (CON) (transitions  $t_3, t_9, t_{13}$ ), qui peut lui aussi évoluer en parallèle (transitions  $t_{10}, t_{11}, t_{16}, t_{17}$ ).

L'application de l'ensemble de la démarche à une séquence d'observation d'E/S initiale  $w$  permet donc d'obtenir un modèle compact de type réseau de Petri interprété, exprimant la réactivité du système observé ainsi que ses évolutions internes. Les parallélismes ainsi que les synchronisations sont également rendues par le modèle final.

## VI. CONCLUSION

Ce document présente une méthode d'inférence du comportement non observable d'un système séquentiel réactif à partir d'une séquence de tir. Elle est basée sur la découverte, par projection de la séquence de tir, de relations entre transitions, qui sont ensuite traduites en fragments structurels de RdP. Cette méthode a été appliquée avec succès à un système expérimental.

Les travaux en cours portent sur l'amélioration du critère d'arrêt de la recherche de places, notamment en tâchant de limiter le comportement excédentaire permis par le modèle identifié.

## RÉFÉRENCES

- [1] Bergenthum R., Desel, J. Lorenz, R. et Mauser, S. Process mining based on regions of languages. *Business process Management Workshop 2007. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4714, pp. 375-383, 2007.
- [2] Cabasino M.-P., Darondeau P., Fanti M.-P. et Seatzu C. Model Identification and Synthesis of Discrete-Event Systems. *Contemporary Issues in System Science and Engineering*. IEEE-Wiley, 2014.
- [3] David R. et Alla H. *Du Grafset aux réseaux de Petri, deuxième édition revue et augmentée*. Hermes, 1999.

2. Une place implicite est une place dont la suppression ne modifie pas le comportement du système, *i.e.* qui ne modifie pas le graphe d'accessibilité [8]

- [4] Van Dongen B.F., Alves de Medeiros A.K. et Wen L. Process Mining : Overview and Outlook of Petri Net Discovery Algorithms, *Transactions on Petri Nets and Other Models of Concurrency II, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 5460, pp 225-242, 2009.
- [5] Dotoli M., Fanti M.P., Mangini A.M. et Ukovitch W. Identification of the unobservable behaviour of industrial automation systems by Petri nets. *Control Engineering Practice*, n° 9, pp. 958-966, 2010.
- [6] Estrada-Vargas A.-P., Lesage J.-J. et Lopez-Mellado E. Identification of Industrial Automation Systems : Building Compact and Expressive Petri Net Models from Observable Behavior, 2012 American Control Conference (ACC2012) Montreal, Canada.
- [7] Estrada-Vargas A.-P., Lesage J.-J. et Lopez-Mellado E. Identification of Partially Observable Discrete Event Manufacturing Systems. IEEE 18th Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA, Cagliari, Italy, 2013.
- [8] Garcia-Valles F. et Colom J.-M. Implicit places in net systems, *Proceedings of the 8th International Workshop on Petri Nets and Performance Models*, pp. 104-113, 1999
- [9] Giua A. et Seatzu C. Identification of free-labeled Petri Nets via Integer Linear Programming. 44th IEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, Seville, Espagne, 2005.
- [10] Leemans S.-J.-J., Fahland D. et Van der Aalst W.-M.-P. Discovering Block-Structured Process Models From Event Logs - A Constructive Approach, *Application and Theory of Petri Nets and Concurrency, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 7927, pp. 311-329, 2013.
- [11] Mazurkiewicz A. Introduction to Trace Theory. *The Book of Traces*, pp. 3-41, 1995.
- [12] Tapia-Flores T., Lopez-Mellado E., Estrada-Vargas A.-P. et Lesage J.-J. Petri Net Discovery of Discrete Event processes by Computing T-invariants. IEEE 19th Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA, Barcelona, Spain, 2014.
- [13] Van der Aalst W.-M.-P., Weijters A.-J.-M.-M. et Maruster L. Workflow Mining : Discovering Process Models from Event Logs, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, pp. 1128-1142, 2004
- [14] Van der Aalst W.-M.-P. *Process Mining, Discovery, Conformance and Enhancement of Business Processes*. Springer, 2011.

## ANNEXE

### Preuve du théorème 1 :

Supposons que  $\Pi(S)_1 \in \Sigma_j$  (le raisonnement est similaire dans le second cas).

**Le réseau est sauf :**

$G$  est sauf par hypothèse. Il suffit de démontrer que les places  $p_{ij}$  et  $p_{ji}$  ne contiennent jamais plus d'un jeton. Elles vérifient  $\bullet p_{ji} = p_{ij}^\bullet$ ,  $\bullet p_{ij} = p_{ji}^\bullet$ , et  $M_0(p_{ij}) + M_0(p_{ji}) = 1$ . Le vidage de l'une est simultané au remplissage de l'autre ; ceci garantit que  $\forall M \in R(G', M_0)$ ,  $M(p_{ij}) + M(p_{ji}) = 1$ , et donc que  $G'$  est sauf.

**$S \in L(G', M_0)$  :**

Supposons que  $S \notin L(G', M_0)$ . Soit  $t$  la première transition qui ne puisse être tirée. Puisque les transitions de  $T - (\Sigma_i \cup \Sigma_j)$  ont les mêmes places en amont et en aval dans  $G'$  et dans  $G$ , et comme  $t$  est tirable dans  $G$ ,  $t$  appartient nécessairement à  $\Sigma_i \cup \Sigma_j$ . Supposons que  $t \in \Sigma_j$  (le raisonnement est similaire pour  $t \in \Sigma_i$ ).  $p_{ij}$  est la seule place de  $\bullet t$  qui peut empêcher  $t$  d'être tirée dans  $G'$ , et doit donc être vide quand  $t$  doit être tirée.

Soit  $k$  l'entier tel que  $\Pi(S)_{2k-1} = t$ . Alors, après le tir de  $\Pi(S)_{2k-2} \in \Sigma_i$ ,  $p_{ij}$  a gagné un jeton, puisque  $\Sigma_i = \bullet p_{ij}$ . Comme aucune transition de  $\Sigma_j$  n'est tirée entre  $\Pi(S)_{2k-2}$  et  $\Pi(S)_{2k-1}$  (propriété de l'opérateur de projection),  $p_{ij}$  contient toujours ce jeton lorsque  $t$  doit être tirée.

On aboutit à une contradiction, donc  $S \in L(G', M_0)$ .