La relativité et la théorie des nombres

Mohamed Sghiar

LA RELATIVITÉ ET LA THÉORIE DES NOMBRES

(Déposé dans les hal, ref : hal-01174146)

M. Sghiar

9 allée capitaine J.B. Bossu, 21240, Talant.

msghiar21@gmail.com

10 octobre 2016

ABSTRACT : I use the theory of relativity to prove the Riemann hypothesis, Goldbach's conjecture, De Polignac's conjecture, the Legendre's conjecture, the Syracuse problem, the problems of Mersenne and Fermat primes, and the Fermat's last theorem

RESUME : J'utilise la théorie de la relativité pour prouver l'Hypothèse de Riemann, la conjecture de goldbach, la conjecture de De polignac, la conjecture de Legendre, la conjecture de Syracuse, les problèmes sur les nombres de Fermat et de Mersenne, et le dernier théorème de Fermat.

Keywords : Theory of relativity, the Riemann hypothesis, Goldbach's conjecture, De Polignac's conjecture, the Legendre's conjecture, the Syracuse problem, the problems of Mersenne, Fermat primes , Fermat-wiles theorem.

Sommaire

Avant tout 4

Introduction 5

Notations et Définitions 8

1 Théorèmes fondamentaux 9

2 La conjecture de Alphonse de Polignac 12

3 La conjecture de Goldbach 14

4 L'hypothèse de Riemann 16

5 Existence et formes de certains nombres premiers 19

6 La conjecture de legendre 23

7 Utilisation de la conséquence de la preuve de l'Hypothèse de Riemann 24

8 Meilleur localisation des nombres premiers 27

9 Existence et localisation des premiers jumeaux 28

10 Des premiers de la forme $(n+1)^k - n^k \pm 1 + p$ 29

11 Problème de syracuse 30

12 Problème des nombres de Fermat 32

13 Problème des nombres premiers de Mersenne 34

14 Un nombre infini de premiers de la forme $2 + n^k$ **35**

15 Un nombre infini de nombres premiers de la forme $1 + n^{2^j}$ **36**

16 Une preuve relativiste du Théorème de Fermat-Wiles **37**

17 Conclusion **40**

Avant tout

Une particule élémentaire est indécomposable et acquiert de la masse lors de la translation du repère de l'observateur tout comme un nombre premier : indécomposable et augmente de valeur sous l'action d'une translation....

Cette analogie m'a permis de démontrer des propriétés des particules élémentaires composantes de l'univers des nombres...

Pour les mathématiciens qui ne souhaitent pas l'utilisation de la formule physique $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$, rassurez vous, dans toute cette œuvre : On peut utiliser $\lambda = \varrho(v)$ trouvé dans le Théorème fondamental 1.1, on pourra même l'utiliser dans la sixième preuve de l'Hypothèse de Reimann (voir [7]) car $\mathbb{C}$ est inclut dans le $\mathbb{C}$-espace vectoriel $\mathbb{C} < E_i >_i$ où i est premier.

Introduction

La fonction ζ de Riemann (voir [6] et [7]) est une fonction analytique complexe qui est apparue essentiellement dans la théorie des nombres premiers. La position de ses zéros complexes est liée à la répartition des nombres premiers et se trouve au carrefour d'un grand nombre d'autres théories.
Hilbert et Pólya ont spéculé que les valeurs de t telle que $1/2 + it$ soit un zéro de la fonction zêta de Riemann doivent être les valeurs propres d'un opérateur hermitien, et ceci serait une voie pour démontrer l'hypothèse de Riemann (voir aussi [7] pour sa résolution).
À ce moment, c'était une petite base pour une telle spéculation. Néanmoins Selberg au début des années 1950 a démontré une dualité entre la longueur du spectre d'une surface de Riemann et les valeurs propres de son laplacien. Ceci, que l'on appelle la formule des traces de Selberg avance une ressemblance frappante avec les formules explicites, donna une certaine crédibilité à la spéculation de Hilbert et Pólya.
Dans les années 70, Hugh Montgomery [6] rechercha et trouva que la distribution statistique des zéros sur la droite critique possède une certaine propriété. Les zéros ne tendent pas à être trop fermement ensemble, mais à se repousser. En visitant l'Institute for Advanced Study en 1972, il montra ce résultat à Freeman Dyson, un des fondateurs de la théorie des matrices aléatoires,- qui sont très importantes en physique - se rendent compte que les états propres d'un hamiltonien, par exemple les niveaux d'énergie d'un noyau atomique, satisfont à de telles statistiques.
Dyson a vu que la distribution statistique trouvée par Montgomery était exactement la même que la distribution des paires de corrélations pour les valeurs propres d'une matrice hermitienne aléatoire. Le travail postérieur a fortement élevé cette découverte, et la distribution des zéros de la fonction

zêta de Riemann est maintenant reconnue pour satisfaire les mêmes statistiques que les valeurs propres d'une matrice hermitienne aléatoire, les statistiques de ce que l'on appelle l'ensemble unitaire gaussien. Ainsi, la conjecture de Pólya et Hilbert possède maintenant une base plus solide. Ceci m'a inspiré ce qui suit :

Un nombre entier relatif x (de $\mathbb{Z}$) est dit premier si il $\notin \{0, 1, -1\}$ et si les seuls diviseurs de x sont $\{+1, -1, x, -x\}$.

La conjecture de Goldbach, adressée dans une lettre à Euler en **1742**, elle est comme suit :

La conjecture de Goldbach : Tout nombre pair strictement supérieur à 2, peut s'écrire comme somme de deux nombres premiers positifs.

Cette conjecture a fait l'objet de recherches par plusieurs théoriciens des nombres et a été vérifiée par ordinateur pour tous les nombres pairs jusqu'à 1.1×10^{18} **à la date du février 2008**.

Conjecture de Alphonse de Polignac : $\forall m \in 2\mathbb{N}$**, il existe une infinité de paires de nombres premiers consécutifs dont la différence vaut m.**

Pour le preuve de la conjecture de De Polignac qui fut énoncée par Alphonse de Polignac en 1849 [1], l'idée fondamentale est de voir un nombre premier p_i comme **l'état d'une particule élémentaire de masse** p_i **donc de niveau d'énergie** E_i, et de voir un nombre non premier $\prod_{i=1}^{i=n} p_i^{\alpha_i}$ comme **une représentation de l'énergie** de l' interaction entre les particules de l'ensemble des α_i particules p_i, où $i \in \{1, ..., n\}$ qui sont à l'état : $\sum \alpha_i E_i$ où E_i est le niveau d'énergie de p_i.

En relativité, la translation T_m agit linéairement sur les masses, par $T_m(X) = \lambda X$ où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$, dans le Théorème fondamental 1.1, je démontrerai que

T_m agit aussi linéairement sur le $\mathbb{C}$-espace engendré par les niveaux d'énergie E_i **- Linéairement indépendants -**.

Ensuite, j'utiliserai les mêmes techniques relativistes pour prouver la conjecture de Goldbach 3.1.

Quant au preuve de l'hypothèse de Riemann. On a pas besoin d'utiliser la quantification de l'énergie. Le résultat se déduit juste du fait de la déformation de l'espace et des propriétés de la fonction ζ.

Puis par les mêmes techniques, je démontrerai que pour tout entier $k \geq 2$ soit il existe une infinité de premiers p_i de la forme $1 + y_i^k = p_i$, soit il existe une infinité de premiers p_i de la forme $3 + y_i^k = p_i$, et pour $k = 2^l$, je démontre qu'il existe une infinité de premiers p_i de la forme $1 + y_i^k = p_i$. Et je donnerai également une réponse positive à la conjecture de Legendre généralisée.

Dans le Théorème 5.1, je donne une amélioration du Théorème 6.1 (la conjecture de Legendre).

Et pour vérifier le résultat ii- du Théorème 5.1, j'ai écris un code en langage C++ que j'ai utilisé pour un test allant jusqu'au $N = 10^{18}$.

Les mêmes techniques m'ont permis aussi de démontrer la conjecture de Syracuse [2] encore appelée conjecture de Collatz, conjecture d'Ulam, conjecture tchèque ou problème 3x+1 et dont Paul Erdos a dit [4] " les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes ".

J'ai résolu aussi les problèmes sur les nombres de Fermat et de Mersenne [3], Ceci montre l'importance des techniques relativistes utilisées.

Enfin, même le célèbre Théorème de Fermat-Weils [8] ne peut échapper à ces techniques relativistes, j'en donnerai donc une démonstration relativiste.

J'espère que la communauté des mathématiciens finisse par admettre ces techniques.

Notations et Définitions

Notons E le $\mathbb{C}$-espace vectoriel $(E_i)_i$, i premier $\geqq 2$.

Si $x = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_i$, où E_i est le niveau d'énergie du nombre premier p_i. Alors, on pose : $\varrho(x) = \prod_{i=1}^{n} p_i^{\alpha_i}$ le poids de x.

Notons $\frac{E}{\varrho}$ l'ensemble des classes définies par la relation ϱ sur E : $x \varrho y \iff \varrho(x) = \varrho(y)$, nous notons $\overline{x}$ la classe de x et $\varrho(\overline{x}) = \varrho(x)$

Remarque : On sait en relativité que la masse d'une particule est multipliée par un scalaire λ si elle animée d'un mouvement de translation uniforme, en relation avec cela, je démontre les deux Théorèmes fondamentaux 1.1 et 1.2 :

1 Théorèmes fondamentaux

Théorème 1.1 (Théorème Fondamental 1) *Si χ est une action agissante sur $\frac{E}{\varrho}$, alors $\frac{\varrho(\chi(x))}{\varrho(x)} = \lambda, \forall x \in \frac{E}{\varrho}$ si et seulement l'action χ est une translation sur $\frac{E}{\varrho}$.*
Avec $\lambda = \varrho(v)$, où v est le vecteur (ou vitesse) de translation.

Lemme 1.1 (Lemme fondamentale)

i- $\frac{E}{\varrho}$ *et un groupe additif pour la loi* $\overline{x} + \overline{y} = \overline{x+y}$

ii- $\varrho(\overline{x+y}) = \varrho(\overline{x})\varrho(\overline{y})$

Preuve du Théorème 1.1 :
Si $\frac{\varrho(\chi(x))}{\varrho(x)} = \lambda$ (une constante) :
Si $\chi(x) = x + v(x)$, alors $\varrho(\chi(x)) = \varrho(x)\varrho(v(x))$ (d'après le lemme 1.1). Ce qui prouve l'existence et l'unicité de v tel que $\chi(x) = x + v, \forall x \in \frac{E}{\varrho}$.
Inversement si χ est une translation sur $\frac{E}{\varrho}$:
On a : $\chi(x) = x + v, \forall x \in \frac{E}{\varrho}$, soit $\varrho(\chi(x)) = \varrho(x)\varrho(v)$, et $\frac{\varrho(\chi(x))}{\varrho(x)} = \lambda = \varrho(v)$.
Application :

Théorème 1.2 (Théorème Fondamental 2) *Soit $m \in \mathbb{N}, m \geq 2$. Si T_m est la translation définie de $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ par $x \to x + m$, alors T_m se prolonge en une application linéaire T sur l'espace E, et dont $T_m|\mathbb{Z}$ est une restriction sur $\frac{D_{i,j}}{\varrho}$ où $D_{i,j}$ est la droite $D_{i,j} = \{E_i + z(E_j - E_i), z \in \mathbb{C}\}$ avec :*
i- $T(E_i) = \sum_{l=1}^{N_i} n_{l_i} E_{l_i}$ *(En tant que classes) où* $n_{l_i} \in \mathbb{N}, \forall i$.
ii- $\varrho(T(E_i + z(E_j - E_i))) = \varrho(T_m(E_i + z(E_j - E_i))), \forall z \in \mathbb{C}$.
iii- Pour tout élément n de $\mathbb{Z}^*$, il existe $z \in \mathbb{C}$ tel que : $\varrho(E_i + z(E_j - E_i)) = n$.
iv- $\varrho(T(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_i)) = \varrho(T_m(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_i))$ *où* $n, \alpha_i \in \mathbb{N}$.
v- Si $F_i = \sum_{j_i=1}^{n_i} \alpha_{j_i} E_{j_i}$ *où* $\alpha_{j_i} \in \mathbb{N}$.

Alors : $T(F_i + z(F_j - F_i)) = T_m(F_i + z(F_j - F_i))\forall i, j \geq 1$ *(En tant que classes).*

Preuve du Théorème 1.2 :

Première démonstration :

Rappelons qu'on a représenté un nombre $\prod_{i=1}^{i=n} p_i^{\alpha_i}$ par l'état : $\sum \alpha_i E_i$ où E_i est le niveau d'énergie de p_i.

Pour tout élément n de $\mathbb{Z}^*$, il existe $z \in \mathbb{C}$ tel que : $\varrho(E_i + z(E_j - E_i)) = n$:

En effet, en appliquant le lemme 1.1 ci-dessus, pour $n \geq 1$ il suffit de prendre $z = \frac{\ln \frac{n}{p_i}}{ln\frac{p_j}{p_i}}$, et si $n \leq -1$ on prend $z = \frac{\ln \frac{-n}{p_i}}{ln\frac{p_j}{p_i}} + \frac{i\pi}{ln\frac{p_j}{p_i}}$

Identifions tout élément $E_i+z(E_j-E_i)$ de $D_{i,j}$ par $\varrho(E_i)\times\vec{1}+\varrho(z(E_j-E_i))\times\vec{1}$.

D'abord la translation T_m se prolonge sur la droite $D_{i,j} = \{E_i+z(E_j-E_i), z \in \mathbb{C}\}$ par : $T_m(E_i + z(E_j - E_i)) = E_i + (z + m')(E_j - E_i)$ avec $m' = \frac{ln(m)}{ln(p_j/p_i)}$.

En appliquant la preuve du Théorème 1.1 précédent sur cette droite, T_m agira sur $\frac{D_{i,j}}{\varrho}$ par l'action $T_m(z \times \vec{1}) = \lambda z \times \vec{1}$

Soit T l'application linéaire définie sur E par : $T(E_1) = T_m(E_1)$, et par $T(E_i) = T_m(E_1) + \lambda(E_i - E_1), \forall i$.

on a bien : $T(E_j) = T(E_i) + \lambda(E_j - E_i), \forall i, j$.

$T_m|\frac{D_{i,j}}{\varrho}$ est la restriction de T sur $\frac{D_{i,j}}{\varrho}$: En effet :

$T(E_i + z(E_j - E_i)) = T(E_i) + \lambda z(E_j - E_i)$

Et $T_m(E_i + z(E_j - E_i)) = T_m(\varrho(E_i) \times \vec{1} + \varrho(z(E_j - E_i)) \times \vec{1})$.

Soit $T_m(E_i + z(E_j - E_i)) = \lambda(\varrho(E_i) + \varrho(z(E_j - E_i))) \times \vec{1} = \lambda\varrho(E_i) \times \vec{1} + \lambda\varrho(z(E_j - E_i)) \times \vec{1} = T_m(E_i) + \lambda z(E_j - E_i)$ (en tant que classes)

Il s'ensuit par récurrence que $\varrho(T(E_i)) = \varrho(T_m(E_i)), \forall i$ car par hypothèse : $T(E_1) = T_m(E_1)$ et on a : $\varrho(T(E_i + z(E_j - E_i))) = \varrho(T_m(E_i + z(E_j - E_i)))$.

Et $\varrho(T(E_i)) = \varrho(\sum_{l=1}^{N_i} n_{l_i} E_{l_i})$ où $n_{l_i} \in \mathbb{N}, \forall i$

Montrons maintenant que : $\varrho(T(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_i)) = \varrho(T_m(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_i))$ où $\alpha_i \in \mathbb{N}$.

En effet :Il résulte du lemme 1.1 et du fait que $\varrho(T(E_i)) = \varrho(T_m(E_i))$.

D'où le résultat.

Deuxième démonstration :

Soient i et j deux entiers distincts ≥ 1, et $z \in \mathbb{C}$.

$T(E_i + z(E_j - E_i) = T(E_i) + \lambda z(E_j - E_i)$

Or $E_i + z(E_j - E_i) = (\frac{\ln P_i}{\ln \frac{P_i}{P_j}} + z)(E_j - E_i)$ En tant que classes car $\varrho(E_i + z(E_j - E_i)) = \varrho((\frac{\ln P_i}{\ln \frac{P_i}{P_j}} + z)(E_j - E_i))$

Donc $T_m(E_i + z(E_j - E_i)) = \lambda(\frac{\ln P_i}{\ln \frac{P_i}{P_j}} + z)(E_j - E_i)\ \forall i, j\ \geq 1, i \neq j$

Pour $i = 1$.

Par hypothèse $T(E_1) = T_m(E_1)$, donc $T(E_1)$ et $T_m(E_1)$ appartiennent à D_{1j}.

Il s' ensuit que $T(E_1) + \lambda z(E_j - E_1)$ et $T_m(E_1 + z(E_j - E_1)) = \lambda(\frac{\ln P_1}{\ln \frac{P_1}{P_j}} + z)(E_j - E_1)$ appartiennent à D_{1j} .

Or $T(E_1) + \lambda z(E_j - E_1) = \lambda(\frac{\ln P_1}{\ln \frac{P_1}{P_j}} + z)(E_j - E_1)$: car $T(E_1) = T_m(E_1) = \lambda(\frac{\ln P_1}{\ln \frac{P_1}{P_j}})(E_j - E_1)$

On en déduit que : $T(E_1 + z(E_j - E_1)) = T_m(E_1 + z(E_j - E_1))\forall j \geq 1$, et par suite :

$T(E_i) = T_m(E_i)\forall i \geq 1$, et en reprenant la démonstration pour $i \neq 1$, on voit que :

$T(E_i + z(E_j - E_i)) = T_m(E_i + z(E_j - E_i))\forall i, j \geq 1$

Et $T(E_i) = \sum_{l=1}^{N_i} n_{l_i} E_{l_i}$ où $n_{l_i} \in \mathbb{N}, \forall i$ résulte de $T(E_i) = T_m(E_i)\forall i \geq 1$.

Posons $F_i = \sum_{j_i=1}^{n_i} \alpha_{j_i} E_{j_i}$ où $\alpha_{j_i} \in \mathbb{N}$.

Comme ci-dessus, on voit que : $T(F_i + z(F_j - F_i)) = T_m(F_i + z(F_j - F_i))\forall i, j \geq 1$(En tant que classes).

Et par suite : $\varrho(T(F_i)) = \varrho(T_m(F_i))\forall i \geq 1$.

2 La conjecture de Alphonse de Polignac

Démontrons d'abord La conjecture de De Polignac qui fut énoncée par Alphonse de Polignac en 1849 [1].

Théorème 2.1 (La conjecture de Alphonse de Polignac [1]) $\forall m \in 2\mathbb{N}$, *il existe une infinité de paires de nombres premiers consécutifs dont la différence vaut* m .

Notons P l'ensemble des nombres premiers.

Dans la suite, pour simplifier, je confonds :

$\sum_{i=1}^{i=k} \alpha_i E_i$ et $\prod_{i=1}^{i=k} p_i^{\alpha_i}$, et, $T_m(\sum_{i=1}^{i=k} \alpha_i E_i)$ et $T_m(\prod_{i=1}^{i=k} p_i^{\alpha_i})$.

Preuve

Première démonstration :

Posons : $T_m(E_i) = \sum_{l=1}^{N_i} n_{l_i} E_{l_i}$ où $n_{l_i} \in \mathbb{N}$ (Par le Théorème fondamentale 1.2 -quantifiant l'énergie-).

Si $p_j = T_m(\prod_{i=1}^{i=k} p_i^{\alpha_i})$, alors : En se plaçant sur la droite (F, E_j), où $F = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i E_i$, on déduit du Théorème fondamentale 1.2 que :

$\varrho(E_j) = \varrho(T_m(F + z(E_j - F)))$ pour $z = 0$.

Soit $\varrho(E_j) = \varrho(T_m(F))$ qu'on notera pour faciliter $E_j = T_m(F)$.

Donc $E_j = T_m(\sum_{i=1}^{k} \alpha_i E_i) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i T_m(E_i) = \sum_{l_i=1}^{N_i} (\sum_{i=1}^{k} \alpha_i n_{l_i}) E_{l_i}$.

On déduit qu'il existe i tel que $E_j = T_m(E_i)$, et il existe donc une particule p_i telle que $T_m(p_i) = p_j$.

Supposons qu'il existe un entier N assez grand tel que :$T_m(P \cap [N, +\infty[) \cap P = \varnothing$.

Alors : $T_m(P \cap [N, +\infty[) \subset P^c$ où $P^c = \mathbb{N} \backslash P$.

Or $T_m(P^c \cap [N, +\infty[) \subset P^c$: Car si non, il existe $p_j \in P$ tel que $p_j = T_m(\prod_{i=1}^{i=k} p_i^{\alpha_i})$, et comme ci-dessus, on déduit qu'il existe i tel que $E_j = T_m(E_i)$, soit $T_m(p_i) = p_j$.

On en déduit que : $T_m([N,+\infty[) \subset P^c$, ce qui est impossible car P est infinie et T_m est continue, donc $\forall N \in \mathbb{N}$ assez grand, $T_m(P \cap [N,+\infty[) \cap P \neq \varnothing$.

Et la conjecture de De Polignac s'en déduit.

Remarque :

Sous l'action de T_m, :

1- Dans i- du Théorème 1.2, on a quantifié l'opérateur T et T_m, de plus

Si $T_m(p_i)$ est un premier p_j, ce cas correspond donc au passage de la particule p_i d'un état d'énergie E_i à un état d'énergie E_j, avec :

$\varrho(E_j) - \varrho(E_i) = p_j - p_i = m$ ceci ressemble à la quantification de l'énergie des particules d'un atome en physique.

2- Dans le théorème fondamental 1.1, on a :

$\frac{\varrho(\chi(x))}{\varrho(x)} = \lambda, \forall x \in \frac{E}{\varrho}$ si et seulement l'action χ est une translation sur $\frac{E}{\varrho}$.

Avec $\lambda = \varrho(v)$, où v est le vecteur (ou vitesse) de translation.

Ceci ressemble à ce qu'a été trouvé par Albert Einstein : $\lambda = \varrho(v) = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ et $\frac{m_v}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$

De plus, $\lambda = \varrho(v)$ augmente avec le vecteur (ou vitesse) de translation v si v est un entier.

3 La conjecture de Goldbach

Théorème 3.1 (La conjecture de Goldbach) *Tout nombre pair strictement supérieur à 2, peut s'écrire comme somme de deux nombres premiers positifs.*

Preuve de la conjecture de Goldbach :

On va encore appliquer le Théorème fondamental 1.2.

Si m est un entier pair ≥ 4, posons : $P(m) = \{p_i \ / \ 2 \leq p_i \leq m\}$, où p_i est premier.

Supposons que :

$T_m(-P(m)) \cap P = \varnothing$.

Alors : $T_m(-P(m)) \subset P(m)^c$ où $P(m)^c = [0, m] \backslash P(m)$

Or $T_m(-P(m)^c) \subset P(m)^c$: Car si non, il existe $p_j \in P(m)$ tel que $p_j = T_m(-\prod_{i=1}^{i=k} p_i^{\alpha_i})$, et comme ci-dessus, on déduit qu'il existe i tel que $E_j = T_m(E_i)$, soit $T_m(-p_i) = p_j$.

On en déduit que : $T_m([-m, 0]) \subset P(m)^c$, ce qui est impossible car T_m ne sera pas bijective.

Donc $T_m(-P(m)) \cap P \neq \varnothing$.

Et la conjecture de De Goldbach s'en déduit.

Corollaire 3.1 *Si m est un entier pair ≥ 4, alors $m = p_j - p_i$ avec $2 \leq p_i \leq p_j$, et, p_i et p_j sont des nombres premiers.*

Preuve :

La preuve est similaire sauf qu'il faut s'assurer de l'existence de nombres premiers dans l'intervalle $T_m[0, m] = [m, 2m]$, or ceci est assuré par le Postulat de Bertrand (ou théorème de Tchebychev) :

Postulat de Bertrand (ou théorème de Tchebychev démontré en 1850) : Si n est un entier naturel supérieur ou égal à 1, alors il existe toujours au moins un nombre premier p tel que : $n \lneqq p \lneqq 2n$

Commentaire : Ainsi, avec ce corollaire 3.1, on voit que l'idée de représenter les niveaux d'énergie des particules élémentaires par des nombres premiers puis d'appliquer la Théorie de la relativité est bien solide et plausible.

FIN DE LA PREUVE DE LA CONJECTURE DE GOLDBACH

4 L'hypothèse de Riemann

Après avoir donné dans [7] cinq preuves de l'hypothèse de Riemann, je donne dans cette article une sixième preuve relativiste du célèbre problème de l'hypothèse de Riemann dont a dit le mathématicien allemand David Hilbert : "Si je devais me réveiller après avoir dormi pendant mille ans, ma première question serait : l'hypothèse de Riemann a-t-elle été prouvée."

Théorème 4.1 (L'hypothèse de Riemann) *Tous les zéros non triviaux s de ζ satisfont à la condition $Re(s) = \frac{1}{2}$.*

L'hypothèse de Riemann est une conjecture formulée en 1859 par le mathématicien Bernhard Riemann. Elle dit que les zéros non triviaux de la fonction zêta ζ de Riemann ont tous pour partie réelle 1/2.
La fonction ζ de Riemann est une fonction analytique complexe méromorphe et définie, pour $Re(s) > 1$, par la série de Dirichlet : $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$
La fonction ζ admet un prolongement analytique à tout le plan complexe, sauf 1. Il existe plusieurs démonstrations, faisant appel à différentes représentations de la fonction ζ. Parmi elles :

$$\zeta(s) = \frac{s}{s-1} - s\int_1^{\infty} \frac{\{u\}}{u^{1+s}}\mathrm{d}u.$$

Comme $\{u\}$ est toujours compris entre 0 et 1, l'intégrale est convergente pour $Re(s) > 0$.
La fonction ζ satisfait à l'Équation fonctionnelle : $\zeta(s) = 2^s\pi^{s-1}\sin\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(1-s)\zeta(1-s)$
valable pour tout nombre complexe s différent de 0 et 1. Ici, Γ désigne la fonction gamma.
Posons : $\zeta_{\frac{1}{2}}(z) = \zeta(z + \frac{1}{2})$

Tout point de $\mathbb{C}$ est considéré comme une particule, et l'application : $z \longrightarrow z + \frac{1}{2}$ est considéré comme une translation agissant sur les particules.
On en déduit par application de la relativité, en considérant que cette translation suivant l'axe (OX) s'effectue à une vitesse v, on doit avoir :

$$\zeta(z + \tfrac{1}{2}) = \zeta(\lambda Re(z) + iIm(z))$$

où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$:
On peut utiliser $\lambda = \varrho(v)$ car $\mathbb{C}$ est inclut dans le $\mathbb{C}$-espace vectoriel $\mathbb{C} < E_i >_i$ où i est premier. Ce qui évitera d'utiliser $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ que certains mathématiciens n'aiment pas utiliser.
On a donc :

$$\zeta_{\frac{1}{2}}(z) = \zeta(z + \tfrac{1}{2}) = \zeta(\lambda Re(z) + iIm(z))$$

Or d'après l'égalité : $\zeta(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(1-s)\zeta(1-s)$, les racines sont symétriques par rapport à $\frac{1}{2}$, donc si il exite une racine $z + \frac{1}{2}$ de ζ avec $Re(z + \frac{1}{2}) \neq \frac{1}{2}$, alors il existe une racine z de $\zeta_{\frac{1}{2}}$ avec $Re(z) \gneqq 0$.
Posons $s = \lambda Re(z) + iIm(z)$, alors $s = \lambda Re(z) + iIm(z)$ est une racine de ζ qui doit vérifier (comme connu) $0 \leq \lambda Re(z) \leq 1$ pout tout λ assez grand, donc $Re(z) = 0$, ce qui est absurde.
Deuxième démonstration :
Si f est une fonction complexe, posons $\widehat{f_\lambda}$, où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$, **le λ-Transformé** de f définie par :

$$\widehat{f_\lambda}(z) = \tfrac{1}{\lambda^{\lambda Re(z)+iIm(z)}} f(\lambda Re(z) + iIm(z))$$

Remarquons que la translation $z \longrightarrow z+l$ transforme ζ en $\widehat{\zeta_\lambda}$, où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$. (On le voit en utilisant la série de Dirichlet : $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$).
Posons $z + \frac{1}{2} = \lambda Re(z) + iIm(z)$, on a :

$$\zeta_l(z) = \zeta(z + \tfrac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \widehat{\zeta_\mu}(\lambda Re(z) + iIm(z)) = 0, \forall \mu \gneqq 1$$

Soit :

$$0 = \tfrac{1}{\mu^{\mu\lambda Re(z)+iIm(z)}}\zeta(\mu\lambda Re(z) + iIm(z)) \ \forall \mu \gneqq 1 \ .$$

Donc $s = \mu\lambda Re(z) + iIm(z)$ est une racine de ζ qui doit vérifier (comme connu) $0 \leq \mu\lambda Re(z) \leq 1$ pour tout $\mu \gneqq 1$, donc $Re(z) = 0$.

Ce qui prouve que les zéros non triviaux de la fonction zêta ζ de Riemann ont tous pour partie réelle 1/2.

FIN DE LA PREUVE DE L'HYPOTHÈSE DE RIEMANN

5 Existence et formes de certains nombres premiers

Théorème 5.1 $\forall k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ *on a :*

i- L'intervalle $]n^k, (n+1)^k[$ *contient des nombres premiers.*

ii- Etant donnés deux entiers relatifs M et S avec M+S pair, un entier $k \geq 2$*, alors il existe un entier* $m(M, S, k) = m$ *assez grand , tels que pour* $n \geq m$*, il existe toujours un premier p de* $[n^k, (n+1)^k]$*, tels que* $(n+M)^k - n^k + S + p$ *est premier.*

iii- Soit il existe une infinité de premiers p_i *de la forme* $1 + y_i^k = p_i$*, Soit il existe une infinité de premiers* p_i *de la forme* $3 + y_i^k = p_i$*.*

iv- Si $k \neq 2^l \ \forall l \in \mathbb{N}$*, alors il existe une infinité de premiers* p_i *de la forme* $3 + y_i^k = p_i$*, et si* $k = 2^l \ \in \mathbb{N}^*$*, alors il existe une infinité de premiers* p_i *de la forme* $1 + y_i^k = p_i$*.*

Preuve :

Soit $k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$.

Supposons que $](n+1)^k, (n+2)^k[$ contient des premiers.

Si l'action $x \to (n+1)^k - n^k - 1 + x$ envoie le niveau d'énergie n^k sur $(n+1)^k$:

Soit T_m la translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x + (n+1)^k - n^k - 1$, où $m = (n+1)^k - n^k - 1$.

Comme $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^k$ est de niveau d'énergie kE_n, alors $T_m(n^k) = n'^k$ (au sens de niveau d'énergie), et en résonnant comme dans la preuve de De Polignac, de Goldbach, et du corollaire 3.1, on voit que $]n^k, (n+1)^k[$ contient des nombres premiers.

Si l'action $x \to (n+1)^k - n^k - 1 + x$ envoie le niveau d'énergie n^k sur n^k :

Comme les actions $x \to (n+1)^k - n^k - 1 + x$ et $x \to (n+1)^k - n^k + 1 + x$ sur la particule n^k sont opposées par rapport à $(n+1)^k$, alors on prend T_m la

translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x+(n+1)^k-n^k+1$, où $m=(n+1)^k-n^k+1$ et le résultat s'en déduit.

Si maintenant $m=(n+M)^k-n^k-S$, et n assez grand (ceci équivaut à dire que la particule n est lourde), alors $T_m(n^k)=(n+M)^k$, et en résonnant comme dans la preuve de De Polignac, de Goldbach, et du corollaire 3.1, on déduit le point ii- **(le test sur ordinateur confirme ce résultat pour** $N=10^{18}, M=S=1,..$ **et** $k=2,3,4,5,6,...$ **Avec** $n \geq 138$ **si** $k=2$ **et** $n \geq 1$ **si** $k=3,4,5,6$**)**

Ce qui prouve i- et ii-

Montrons iii-

Soit $T=T_2$ la translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x+2$.

Il est évident que si n est pair, alors $T^i(n^k)=2\rho(i)$ où $i \in \mathbb{N}^*$ et ρ est une application continue de $\mathbb{N}$ sur $\mathbb{N}$.

Or si E_n est le niveau d'énergie de n, et $E_{2\rho(i)}$ celui de $2\rho(i)$, alors n^k est de niveau d'énergie kE_n, et on aura :

$$kT^i(E_n)=E_{2\rho(i)}.$$

Soit :

$$kT(T^{i-1}(E_n))=E_{2\rho(i)}$$

Pour les i tels que $2\rho(i)=p_i+1=q_i-1$ avec p_i et q_i premiers, et si y est l'entier (ou la particule) de niveau d'énergie $T^{i-1}(E_n)$, alors on aura :

$$1+y_i^k=p_i \text{ ou } 3+y_i^k=q_i$$

Montrons iv- :

Si $k \neq 2^l,\ \forall l \in \mathbb{N}$, alors il existe un premier impair r tel que $r|k$, et comme $1+N^r=1-(-N)^r$ ne peut être un premier, alors le résultat s'en déduit.

Si $k=2^l,\ l \in \mathbb{N}^*$, comme ci-dessus on a :

$$T^i(kE_n) = E_{2\rho(i)} = E_{1+p_i} = E_{-1+q_i}$$

Et comme on ne peut pas avoir $y^k = 1+p_i$, avec p_i premier, alors $y^k = -1+q_i$. où y est l'entier (ou la particule) de niveau d'énergie $T^i(E_n)$, d'où le résultat.

Les résultats iii- et iv- sont testés par le code suivant :

```
#include <iostream>
#include <gmpxx.h>
using namespace std;
#define false 0
#define true 1
#include <math.h>
#include "/usr/local/include/gmp.h"
unsigned long long int puissance( unsigned long long
    int a,
unsigned  long long int b)
{
    unsigned long long int i; unsigned long long int
        P = a;
    for (i=1; i<b ; i++)
    {P=P*a;
    }
    return P;
}
static bool IsPrime(unsigned  long long int t)
{
  if (t < 2) return false;
  if (t < 4) return true;
  if (t % 2 == 0) return false;
  const unsigned  long long int iMax = (int)sqrt(t)
     + 1;
  unsigned long long  int i;
  for (i = 3; i <= iMax; i += 2)
    if (t % i == 0)
      return false;
  return true;
}

int main (int argc, char **argv)
```

```
{
long long int T=/* valeur enitère*/; int k=/*2 ou...
   */;
long long int n; int b= //1 ou 3
for (n= 2; n < T; n++ ){
    // cout<<"n= "<< n<< endl;
if (IsPrime(b+puissance(n,k)) ){
  cout<<"OK pour "<< n<< endl;
}
}
  return 0;
}
```

6 La conjecture de legendre

Théorème 6.1 (La conjecture de Legendre) *Il existe toujours un nombre premier entre* n^2 *et* $(n+1)^2$ *pour tout entier* n *non nul.*

Preuve : Ce Théorème est un cas du Théorème précédent 5.1

7 Utilisation de la conséquence de la preuve de l'Hypothèse de Riemann

Théorème 7.1 $\forall \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \alpha \geq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ *assez grand, l'intervalle* $]n^\alpha, (n+1)^\alpha[$ *contient des nombres premiers.*

Lemme 7.1 *On a* $\pi(x) = \int_2^x \frac{du}{\ln u} + \mathcal{O}(\sqrt{x}\ln x)$

Preuve : Ceci est connue comme une conséquence de la preuve de l'Hypothèse de Riemann.

Preuve du Théorème 7.1 :

Si $\alpha = 2$, le résultat est démontré dans le Théorème 5.1 ci-dessus.

Si $\alpha \gneqq 2$:

Du lemme 7.1 ci-dessus, on déduit :

$\pi((n+1)^\alpha) - \pi(n^\alpha) \geqq \int_{n^\alpha}^{(n+1)^\alpha} \frac{du}{\ln u} - C(n+1)^{\frac{\alpha}{2}} \ln(n+1)$.

Or $\int_{n^\alpha}^{(n+1)^\alpha} \frac{du}{\ln u} \geq \frac{(n+1)^\alpha - n^\alpha}{\alpha \ln(n+1)} \geqq \frac{\alpha n^{\alpha-1}}{\alpha \ln(n+1)}$.

Si $\epsilon \in \mathbb{R}^{+*}$ avec $\frac{\alpha}{2} - 1 - \epsilon \gneqq 0$, et si N_ϵ est un entier tel que $(N_\epsilon+1)^\epsilon \geqq \ln(N_\epsilon+1)$ alors :

$\pi((n+1)^\alpha) - \pi(n^\alpha) \geqq \frac{n^{\alpha/2-1-\epsilon}}{\ln(n+1)} - C$ pour $n \geqq N_\epsilon$.

Or ce dernier terme tend vers $+\infty$, donc $\pi((n+1)^\alpha) - \pi(n^\alpha) \geqq 1.$ pour $n \geqq N'_\epsilon$.

D'où le Théorème .

Remarque : Pour vérifier le résultat ii- du Théorème 5.1, voici un code en langage C++ que j'ai utilisé pour un test allant jusqu'au $N = 10^{18}$ avec $k = 2, 3, 4, 5$,.... Ce qui montre l'importance des techniques relativistes utilisées :

```
/* Code simple écris et amélioré  par
M.Sghiar Le mardi jeudi 4 juin 2009 à 10:47
```

```
Test éffectué jusqu'au N = 10000000000000000000 , et
   pour k =2,3,4,5,6
*/
//
#include <iostream>
using namespace std;
#include <math.h>
#include "gmp.h"
#define k 2
#define s 1  //  s impair supérieur ou égale à 1
unsigned long long int N =10000000000000000000LLU;
long  int m=999999000LLU ;
/* m = n(k)= 138  Si k=2. Pour 3,4,5,6 prenez n(k)
   =1, et
             pour les autres cas n(k) est à définir
                */
long long int puissance( long long int a,  long long
    int b)
{
    long long int i; long long int P = a;
    for (i=1; i<b ; i++)
    {P=P*a;
    }
    return P;
}
static bool IsPrime(unsigned  int t)
{
  if (t < 2) return false;
  if (t < 4) return true;
  if (t % 2 == 0) return false;
  const unsigned  int iMax = (int)sqrt(t) + 1;
  unsigned  int i;
  for (i = 3; i <= iMax; i += 2)
    if (t % i == 0)
      return false;
  return true;
}
unsigned long long int test( unsigned long  int m ,
   unsigned  long long int T)
{
```

```
    unsigned long  int n=3;   unsigned  long int  p
       =5  ;
    for (n= m; puissance(n,k) < T; n++ ){
        for (p = puissance(n,k); p< T; p++ ){
        if (  IsPrime(p)  )
         {
              if(  puissance(n,k) < T &&p <
                 puissance(n+1,k) &&
                  IsPrime(puissance(n+1,k)-puissance(n,
                     k)-s+p )  ){
          cout<<" OK pour "<<n<< " voici des
             exemples "<<p<< ", "<<
          puissance(n+1,k)- puissance(n,k)-s+p <<
             endl;
              n++;
              p= puissance(n,k);
              }
         }
    }
    cout<<" The End "<< endl;
    break;
   }
}

int main(int argc, char *argv[])
{
test( m, N );
return 0;
  }
```

8 Meilleur localisation des nombres premiers

Théorème 8.1 (Meilleur localisation des nombres premiers) *Si m est un entier pair, et k un entier* ≥ 2*, alors il existe un entier N(m,k), tel que* $\forall n \geq N(m,k)$*, il existe un premier* $p \in [n^k, (n+1)^k - m]$ *tel que m+p est premier.*

Preuve : D'abord du i- du Théorème 3.1, l'intervalle $]n^k, (n+1)^k[$ contient des nombres premiers.
Si T_m est l'action sur les niveaux d'énergies, **en raisonnant comme précédemment**, sachant que $T_m(n^k) = n'^k$ au sens de niveaux d'énergie, on aura : $T_m(n^k) = n^k$ si n est assez grand (particule lourde) et $T_m((n+1)^k - m) = (n+1)^k$. Le résultat s'en déduit.

9 Existence et localisation des premiers jumeaux

Théorème 9.1 (Existence et localisation des premiers jumeaux) *Pour n assez grand, il existe toujours un couple de nombres premiers jumeaux contenus dans $[n^2, (n+1)^2]$*

Preuve :

Ce Théorème est un corollaire du Théorème 8.1 en prenant $m = 2$.

10 Des premiers de la forme $(n+1)^k - n^k \pm 1 + p$

Théorème 10.1 (Des premiers de la forme $(n+1)^k - n^k \pm 1 + p$) *Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, et tout entier $k \geq 2$, : il existe toujours un premier p de $[n^k, (n+1)^k]$, tel que $(n+1)^k - n^k - 1 + p$ ou $(n+1)^k - n^k + 1 + p$ est premier.*

Preuve : L'idée de démonstration est similaire au ii- du Théorème 5.1 et utilise une récurrence.

Si l'action $x \to (n+1)^k - n^k - 1 + x$ envoie le niveau d'énergie n^k sur $(n+1)^k$, on a le résultat de la même façon, ceci est le cas où n est assez grand.

Or pour les petites valeurs, les actions $x \to (n+1)^k - n^k - 1 + x$ et $x \to (n+1)^k - n^k + 1 + x$ sur la particule n^k sont opposées par rapport à $(n+1)^k$, donc le résultat s'en déduit. Résultat confirmé par ordinateur pour n^2 allant jusqu'au 10^{19} et pour $k = 2, ..., 10$

Remarques :

1- Le Théorème 5.1 est une amélioration du Théorème 6.1 (la conjecture de Legendre). Le point ii- du Théorème 5.1 est testé pour $n^2 \in [138^2, 10^{19}]$.

2- Le Théorème 10.1 est testé pour $n \in [1, 10^{19}]$ et pour les petites valeurs de k.

11 Problème de syracuse

La conjecture de Syracuse [2] encore appelée conjecture de Collatz, conjecture d'Ulam, conjecture tchèque ou problème 3x+1.

Dans cette section, je démontre cette belle conjecture dont Paul Erdos a dit [4] " les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes ".

La suite de Syracuse d'un nombre entier N est définie par récurrence, de la manière suivante :

$$u_0 = N, \text{ et pour tout entier } n \geq 0,\ u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Théorème 11.1 (Conjecture de Syracuse) *Pour tout entier $N > 0$, il existe un indice n tel que $u_n = 1$.*

Définition :

Si a et b sont deux entiers de $\mathbb{N}^*$ tels que $a + b$ est pair, alors la suite de Syracuse $S_{a,b}$ d'un nombre entier N est définie par récurrence de la manière suivante :

$$u_0 = N, \text{ et pour tout entier } n \geq 0,\ u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ au_n + b & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Dans la suite je noterai $u_n = S^n_{a,b}$.

Théorème 11.2 *Soient a et b deux entiers de $\mathbb{N}^*$ tels que $a + b$ est pair, et soit c la vitesse de la lumière (c= 299 792 458 (m/s)).*

Si $\forall n \in [1, c],\ \exists k = k(n)$ tel que $S^k_{a,b}(n) = 1$, alors $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \exists k = k(n)$ tel que $S^k_{a,b}(n) = 1$

Preuve :

Première démonstration

En considérant n comme une particule de masse n, et l'application $x \longrightarrow x+b$ comme une translation agissante sur les particules et s'effectuant à une vitesse v, alors, d'après le Théorème 1.1 - ou la théorie de la relativité restreinte -, on doit avoir $an + b = \lambda an$ (Transformation de la particule sous l'action de la translation) où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$, et l'application $x \longrightarrow ax + b$ résulte d'une translation T^+ sur les particules.

De la même façon, on peut considérer que l'application $x \longrightarrow \frac{x}{2}$ résulte d'une une translation T^- négative (opposée de celle de l'application $x \longrightarrow 2x$) .

Pour λ tel que $\lambda a = 2^k$ où $k \in \mathbb{N}^*$. $\exists l$ tel que $S^l_{a,b}(n) = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$, et par suite tout point de $\mathbb{N}$ est invariant sous l'action résultante de $T^+ + T^-$.

Si maintenant, on fait varier la vitesse v de sorte que la portée de T^+ soit inférieure, alors l'action de $T^+ + T^-$ sera une translation gauche (négative), et du coup si $\forall n \in [1, c],\ \exists k = k(n)$ tel que $S^k_{a,b}(n) = 1$, alors $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \exists k = k(n)$ tel que $S^k_{a,b}(n) = 1$

Deuxième démonstration

Pour tout n, on a : $an + b \leq (a + b)n \lneqq n2^l$ où $l \in \mathbb{N}^*$, et l'application $n \longrightarrow n2^l$ résulte d'une translation T^+ sur les particules, et comme dans la fin de la preuve ci-dessus, on déduit le résultat.

Théorème 11.3 (Conjecture de Syracuse bis) *Pour tout entier $N > 0$, il existe un indice n tel que $u_n = S^n_{a,b} = 1$ où $(a, b) = (3, 1)$ ou $(a, b) = (1, 1)$*

Preuve : Se déduit du Théorème 11.2, et du fait que la conjecture de syracuse est vérifiée dans l'intervalle [1, c] pour $(a, b) = (3, 1)$ et $(a, b) = (1, 1)$.

12 Problème des nombres de Fermat

Théorème 12.1 *Soit E l'équation en* (n, p) $n \in \mathbb{N}$ *et p un nombre premier :*

$$1 + 2^{2^n} = p \qquad (E)$$

Si il existe un intervalle $[k, k + c]$ ***contenant des premiers*** *,* $k \in \mathbb{N}$*, et c est la vitesse de la lumière telle que l'équation (E) n'a pas de solution pour tout* $p \in [k, k + c]$*, alors E n'admet pas de solutions pour p premier* $\geq k$

Preuve du Théorème 12.1 :

Soient T_{-1} la translation $n \longrightarrow n - 1$ et T_{+1} la translation $n \longrightarrow n + 1$ agissantes sur les particules n.

T_{-1} et T_{+1} ont des actions opposées sur la particule n.

Soit T_2 la translation $n \longrightarrow n + 2$

On peut supposer que la translation T_2 s'effectue à une vitesse v de sorte que $T_2(2) = \lambda 2 = 2^2$ où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$.

Or dans la preuve du problème de Syracuse, on a vu que l'application $x \longrightarrow \frac{x}{2}$ résulte d'une une translation T^- négative (opposée de celle de l'application $x \longrightarrow 2x$) .

Ainsi T_2 sera une translation opposée à la translation T^-

Donc pour ladite vitesse - comme dans la preuve de la conjecture de Syracuse - les particules seront invariantes sous l'action résultante des T^- et de T_{+1} .

Il en sera donc de même des T_2 et de T_{-1}.

Supposons qu'il existe un premier p $\geq c + k$ tel que E admet une solution pour p : on a donc : $1 + 2^{2^n} = p$.

Comme $\exists i \in \mathbb{N}$ tel que $T^i_{-1}(p) = p' - 1$ avec $p' \in [k, k + c]$ et p' un premier, si $T^i_{-1}(p) = 2^s q$ avec $2 \nmid q$, alors on a $T_2^{i-1}(T^{i-1}_{-1}(p - 1)) = p - 1$ par invariance sous l'action résultante ; il en résulte que $q = 1$.

Et par suite $p' - 1 = T^i_{-1}(p) = 2^s = 2^{2^r}$, ce qui contredit notre hypothèse.

Théorème 12.2 (Problème des nombres de Fermat [3]) .

L'équation (E) : $1 + 2^{2^n} = p$ *n'a pas de solution pour* $n \geq 5$ *et* p *premier.*

Preuve : Ce Théorème se déduit du Théorème 12.1 en prenant $k = 2^{2^4} + 2$. (Testé sur ordinateur)

13 Problème des nombres premiers de Mersenne

Théorème 13.1 (Problème des nombres premiers de Mersenne [3]) *L'équation (E) : $-1+2^n = p$ où n est un entier et p un nombre premier a une infinité de solutions.*

Preuve :

Soit $T = T_2$ la translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x+2$.

Soit E_2 le niveau d'énergie du nombre (ou de la particule) 2.

Il est clair qu'il existe une infinité d'entiers i tels que $T^i(E_2) = E_{2\rho_i}$ avec $2\rho_i = q_i - 1$ avec q_i premier.

On a donc :

$$T^i(E_2) = E_{2\rho_i} = E_{q_i-1} = T_{-1}(E_{q_i}).$$

où T_{-1} la translation : $x \longmapsto x-1$.

Et par suite :

$$T_{-1}(T^i(E_2)) = T_{-2}(E_{q_i}) = E_{q_i'}.$$

Avec q_i' premier **(Voir la preuve du Théorème 2.1)**.

Or $T^i(2) = \lambda^i 2$. où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$ v étant la vitesse de la translation T.

Si la vitesse est choisie de sorte que $\lambda = 2$, on aura :

$$-1 + 2^{i+1} = q_i'$$

Et le résultat s'en déduit.

14 Un nombre infini de premiers de la forme $2 + n^k$

Théorème 14.1 *Soient j et k deux entiers avec $k \geq 1$.*
Soit (E) l'équation : $j + n^k = p$ où n est un entier et p un nombre premier.
Et soit (E') l'équation : $j + 2 + n^k = p$ où n est un entier et p un nombre premier.
Alors au moins (E) ou (E') a une infinité de solutions.

Preuve :
Soit $T = T_2$ la translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x + 2$.
Il est clair qu'il existe n un entier fixe et une infinité d'entiers i tels que $T^i(n^k) = p_i - j$.
Soit : $T^i(kE_n) = T_{-j}(E_{p_i})$. (car n^k est de niveau d'énergie kE_n) .
Or $T^i(kE_n) = kT^i(E_n) = kE_{n'_i}$, donc $T^i(kE_n)$ est le niveau d'énergie de n'^k_i.
De même on a $T^i(kE_n) = T(T^{i-1}(kE_n)) = T(kE_{n''_i})$, donc $T^i(kE_n)$ est le niveau d'énergie de $2 + n''^k_i$.
On en déduit, -par unicité du niveau d'énergie- que soit $T^i(kE_n)$ est le niveau d'énergie de n'^k_i , soit $T^i(kE_n)$ est le niveau d'énergie de $2 + n''^k_i$, le résultat s'en déduit.

Théorème 14.2 *Pour tout entier k non nul, l'équation : $2 + n^k = p$ où n est un entier et p un nombre premier a une infinité de solutions.*

Preuve : On prend j=0 dans le Théorème 14.1.

15 Un nombre infini de nombres premiers de la forme $1 + n^{2^j}$

Théorème 15.1 *Pour tout entier $k = 2^j$, l'équation E(n, p) :*

$$1 + n^k = p$$

où n est un entier et p premier, a une infinité de solutions.

Preuve :

Première démonstration :

Donnée dans iv- du Théorème 5.1.

Deuxième démonstration :

Par absurde, si c'est pas le cas, l'équation E'(n, p) :

$$T_1(kE_n) = E_p.$$

Où n est un entier et p premier n'aura qu'un nombre fini de solutions.

Donc l'équation :

$$T_{-1}(kE_n) = T_{-2}(E_p).$$

a au plus un nombre fini de solutions.

Soit $T = T_2$ la translation de $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} : x \longmapsto x + 2$.

Or $T^i(2) = \lambda^i 2$. où $\lambda = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ou $\lambda = \varrho(v)$. v étant la vitesse de la translation T.

Si la vitesse est choisie de sorte que $\lambda = 2$, on a vu dans la preuve du Théorème 13.1, que l'équation :

$$T_{-1}(T^i(E_2)) = T_{-2}(E_{q_i}) = E_{q'_i}.$$

a une infinité de solutions.

Si on choisit $p = q_i$ et n tel que $kE_n = T^i(E_2)$, ie : $n^k = 2^{i+1}$,

On aura une infinité de solutions, ce qui est absurde.

16 Une preuve relativiste du Théorème de Fermat-Wiles

Dans cette section je donne par les mêmes techniques une preuve relativiste du dernier théorème de Fermat.

Introduction : Énoncé par Pierre de Fermat [1] , il a fallu attendre plus de trois siècles une preuve publiée et validée, établie par le mathématicien britannique Andrew Wiles [8] en 1995.

En mathématiques, et plus précisément en théorie des nombres, le dernier théorème de Fermat, ou grand théorème de Fermat, ou depuis sa démonstration théorème de Fermat-Wiles, s'énonce comme suit : « Il n'existe pas de nombres entiers non nuls a, b, et c tels que : $a^n + b^n = c^n$, dès que n est un entier strictement supérieur à 2 ».

Théorème 16.1 *Il n'existe pas de nombres entiers non nuls a, b, et c tels que : $a^n + b^n = c^n$, dès que n est un entier strictement supérieur à 2 .*

Proposition 16.1 *Il n'existe pas de nombres entiers non nuls a, b, et c avec c premier tels que : $a^n+b^n = c^n$, dès que n est un entier strictement supérieur à 2 .*

Preuve :

1 cas : Si n est impaire et strictement supérieur à 1 :

Supposons par l'absurde qu'ils existent a, b, et c , des nombres entiers non nuls et solutions de l'équation (E) : $x^n + y^n = z^n$ avec c un nombre premier on aura donc : $a^n + b^n = c^n$.

Posons : $T = a^n$

1. Traduction du grec en latin par Claude-Gaspard Bachet de Méziriac, publiée en 1621.

Par les mêmes techniques utilisées précédemment , la translation T agit sur les niveaux d'énergie des particules de l'espace. Or $b^n = T^{-1}(p^n)$ doit avoir un niveau d' énergie $nE_{p'}$ avec p' un nombre premier car : $T^{-1}(E_p) = E_{p'}$ et $T(nE_{p'}) = nE_p$.

Soit $b^n = (p')^n$, donc $b = p'$ est premier.

De même, $a = p''$, avec p'' un nombre premier.

Et comme n est impair, alors : $c^n = a^n - (-b)^n = (a+b)\,q$, donc $a+b = c^i$: avec $i \leq n$, et en utilisant la translation $T = a$, comme ci-dessus, on aura : $b = e^i$ avec e premier, donc $i = 1$ car b est premier, et par suite $a + b = c$, ce qui est impossible.

2 cas : Si n est pair et strictement supérieur à 2 :

En tenant compte du 1 cas, on déduit que n est de la forme $n = 2^k$, avec k entier supérieur ou égale à 2, et l'équation (E) : $x^4 + y^4 = z^4$ aura des solutions, ce qui impossible car il est démontré qu'elle n'a pas de solutions.

D'où la proposition .

Preuve du Théorème :

Supposons par l' absurde qu'ils existent a, b, et c , des nombres entiers non nuls et solutions de l'équation (E) : $x^n + y^n = z^n$.

On peut supposer que a, b, et c n'ont pas de diviseurs communs.

Posons $c = pd$ avec p premier.

On aura donc : $\left(\frac{a}{d}\right)^n + \left(\frac{b}{d}\right)^n = p^n$.

Posons $T = \left(\frac{a}{d}\right)^n$.

Par les mêmes techniques utilisées dans les sections précédentes, la translation T agit sur les niveaux d'énergie des particules de l'espace. Or $\left(\frac{b}{d}\right)^n = T^{-1}(p^n)$ doit avoir un niveau d' énergie $nE_{p'}$ avec p' un nombre premier car : $T^{-1}(E_p) = E_{p'}$ et $T(nE_{p'}) = nE_p$.

Soit $\left(\frac{b}{d}\right)^n = (p')^n$, donc d=1 car sinon d sera un diviseur commun de a, b, et

c.

Et d'après la proposition ci-dessus , l'équation (E) ne peut avoir une solution que si n est inférieure ou égale à 2.

17 Conclusion

Une particule élémentaire est indécomposable et acquiert de la masse lors de la translation du repère de l'observateur tout comme un nombre premier : indécomposable et augmente de valeur sous l'action d'une translation....
Cette analogie m'a permis de démontrer des propriétés des particules élémentaires composantes de l'univers des nombres en utilisant des techniques relativistes qui me font repenser à cette surprenante découverte de la valeur exacte de la vitesse de l'ordre [5] déduite de ce verset :
« Du ciel à la terre, Il administre l'ordre, lequel ensuite monte vers Lui en un jour équivalent à mille ans de ce que vous comptez. » Coran : Verset [32-5]-le prosternation.
Vitesse de l'ordre $= \frac{\text{Distance parcourue par la lune en 1000 ans}}{\text{Durée scientifique d'un jour terrestre}} = 299792,458 km/s$
Celle de la lumière!!! (Trouvé par le Dr. Mansour Hassab-Elnaby [2] [5]).

2. Idée de Zindani, A. and Dezahf M. Organization of Scientific Miracles of Quran, Muslim World League Makka, 1989 et développé par le Dr. Mansour Hassab-Elnaby Professeur de Physique, Université Ain Shams, Caire, Egypte dans son article [5]

Références

[1] "compte rendu des séances de l'académie des sciences." séance du lundi 15 octobre 1849. 29 :400.

[2] R. E. Crandall. On the "3x + 1" problem. *Math. Comp.*, 32 :1281–1292, 1978.

[3] L. E. Dickson. Fermat numbers $f_n = 2^{2^n} + 1$ ch. 15 in history of the theory of numbers. *New York : Dover*, Vol. 1 : Divisibility and Primality :375–380, 2005.

[4] R. K. Guy. Don't try to solve these problems ! *Amer. Math. Monthly*, 90 :35–41, 1983.

[5] Mansour Hassab-Elnaby. A new astronomical quranic method for the determination of the greatest speed c.

[6] H.L. Montgomery. The pair correlation of zeros of the zeta function. *American Mathematical Society*, 24 :181–193, 1973.

[7] M. Sghiar. Des applications génératrices des nombres premiers et cinq preuves de l'hypothèse de riemann. *Pioneer Journal of Algebra, Number Theory and its Applications (hereafter PJANTA)*, 10 :1–35, september-december 2015.

[8] Andrew Wiles. Modular elliptic curves and fermat's last théorème. *Annal of mathematics*, 10 :443–551, september-december 1995.

M. sghiar

msghiar21@gmail.com

Tel : 0033(0)953163155& 0033(0)669753590.