



**HAL**  
open science

# MODELE BASE SUR LA THEORIE DES JEUX POUR L'ETUDE DE LA MISE EN COMMUN D'UNE RESSOURCE DE PRODUCTION

Daniel Roy, Thomas Cortade, Sophie Hennequin

► **To cite this version:**

Daniel Roy, Thomas Cortade, Sophie Hennequin. MODELE BASE SUR LA THEORIE DES JEUX POUR L'ETUDE DE LA MISE EN COMMUN D'UNE RESSOURCE DE PRODUCTION . MOSIM 2014, 10ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation, Nov 2014, Nancy, France. hal-01166618

**HAL Id: hal-01166618**

**<https://hal.science/hal-01166618v1>**

Submitted on 23 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## MODELE BASE SUR LA THEORIE DES JEUX POUR L'ETUDE DE LA MISE EN COMMUN D'UNE RESSOURCE DE PRODUCTION

Daniel ROY\*, Thomas CORTADE\*\* et Sophie HENNEQUIN\*

\*ENIM - LGIPM, 1 route d'Ars Laquenexy, 57078 Metz Cedex 3  
roy@enim.fr, hennequin@enim.fr

\*\*Université de Lorraine – BETA UMR CNRS 7522, et LGIPM Île du Saulcy, 57045 Metz Cedex 01  
thomas.cortade@univ-lorraine.fr

**RESUME :** *L'objectif de cet article est de proposer un modèle basé sur la théorie des jeux simultanés afin d'étudier l'intérêt d'acheter et d'utiliser une ressource de fabrication qui serait commune à plusieurs entreprises. Dans cet article, pour simplifier, seules deux entreprises sont considérées. La ressource partagée, qui correspond à un poste de fabrication, permet de réduire à la fois les coûts économiques mais également les coûts issus des impacts sociaux / sociétaux et environnementaux. Les stratégies que pourraient alors adopter les deux entreprises suite à une collaboration sont présentées à partir de jeux répétés sur un horizon de temps infini.*

**MOTS-CLES :** *achat et utilisation conjointe d'une ressource, collaboration, coûts environnementaux, coûts sociaux / sociétaux, théorie des jeux simultanés.*

### 1 INTRODUCTION

Depuis quelques décennies et plus particulièrement depuis la publication du rapport Bruntland en 1987 [Développement durable, mai 2014], il est devenu évident dans le monde que notre développement devrait se faire de façon à assurer que : « *Development that meets the needs of the present without compromising the ability of future generations to meet their own needs* ». La croissance industrielle des pays développés comme la France ne peut donc plus se faire sur le modèle actuel de consommation énergétique expansive, de surexploitation des ressources non renouvelables à l'échelle humaine, de pollution des sols, de l'air et de l'eau [O'Brien, 2013]. Il est nécessaire d'agir sur les trois piliers suivants [Boutaud, 2005] :

- économique ;
- environnemental ;
- social / sociétal.

Il faut donc changer nos paradigmes de façon à coupler la performance industrielle avec l'aspect social / sociétal et, d'autre part réduire l'impact environnemental.

Les travaux présentés dans cet article s'inscrivent dans ce cadre. L'idée est d'étudier pour de petites ou moyennes entreprises la possibilité de coopérer en achetant et en utilisant en commun une ressource de production qui leur permettrait de pouvoir agir directement sur ces trois piliers. Notre intérêt de considérer des entreprises de plus petites structures vient du fait que ces entreprises n'ont d'une part pas toujours les moyens d'intégrer et d'agir en termes de développement durable. Et d'autre part, le fait de « penser petit » semblerait plus intéressant et rentable pour les entreprises qu'une approche plus globale [Dahlgren, 2013].

Selon les relations / liens établis entre les entreprises, l'organisation et la structure, le concept de collaboration peut être défini et modélisé différemment [Monteiro, 2011 et Villa, 2013]. Dans nos travaux, nous nous sommes plutôt intéressés à l'approche orientée agent afin d'avoir une vision plutôt microscopique de la collaboration à mettre en œuvre. Les agents peuvent être des agents économiques [Wasmer, 2010] ou des agents intelligents [Roy, 2004]. Dans le cadre d'agents économiques, l'idée est d'analyser et prédire le comportement des agents dans un environnement économique, technique et social, d'analyser et prédire les interactions sociales entre agents résultants de ces comportements et d'analyser le produit de ces interactions [Wasmer, 2010]. Le principe est exactement le même avec des agents intelligents. Nous avons choisi de nous orienter sur une vision microéconomique basée sur la notion d'agents car d'une part, cela nous permet de définir un modèle le plus proche possible de la réalité permettant de représenter la notion de coopération et de plus nous pourrions ensuite coupler ce modèle à une approche multi-agents [Ferber, 1999]. Ainsi, nous avons choisi de définir un modèle issu de la théorie des jeux et adapté à notre problème à savoir l'achat et la mise en commun d'une ressource de production [Taratynava, 2009].

Même si les premiers travaux concernant la théorie des jeux datent du 19<sup>e</sup> siècle, John von Neumann et Oskar Morgenstern [Neumann, 1944] sont considérés comme les pères de la théorie des jeux moderne. Depuis, de nombreux travaux ont été développés essentiellement en économie, mais pas seulement. En effet, la théorie des jeux permet d'analyser et comprendre le comportement de nombreuses parties prenantes qui interagissent dans un processus de prise de décision. Les parties prenantes s'efforcent alors de maximiser leurs propres objectifs (connus ou espérés) en même temps qu'elles choisissent

leur stratégie. Les jeux peuvent être de type coopératif ou non coopératif, avec des jeux répétés [Sinclair-Desgagné, 2005] ou non-répétés, des jeux à somme nulle avec des acteurs individualistes ou à somme non nulle dans lesquels la concertation est souhaitée et où le paradoxe « coopération » apparaît [Wasmer, 2010]. Dans nos travaux, nous utiliserons plutôt la théorie des jeux non coopératifs, où chaque acteur / entreprise prend séparément ses décisions pour maximiser individuellement sa fonction d'utilité, sans concertation préalable avec les autres joueurs, ce qui permet de modéliser notre système où les mécanismes de prise de décision sont totalement répartis. De plus, la fonction d'utilité à optimiser correspondra au profit individuel de chaque entreprise du système et nous ne considérerons pas la notion de coalition (car dans un premier temps seules deux entreprises de même niveau sont considérées). Nous nous proposons dans nos travaux de nous centraliser dans un premier temps uniquement sur le processus de fabrication. L'idée est d'intégrer la notion de développement durable à notre étude. En effet, et malgré une augmentation exponentielle des travaux développés depuis quelques années [Chun, 2013], les notions de développement durable ne sont malheureusement pas toujours considérées d'autant plus en termes de coopération en logistique interne.

Cet article est organisé comme suit. Dans la section 2, une présentation du problème industriel considéré est présentée. La section 3 détaille le modèle mathématique basé sur la théorie des jeux et appliqué à notre problème industriel. Dans la section 4, une discussion autour des stratégies qui pourraient être suivies par les deux entreprises est fournie. Nous finissons avec une conclusion et des perspectives dans la section 5.

## 2 PROBLEME CONSIDERE

Notre système est constitué de deux entreprises de fabrication de biens localisées dans une zone géographique restreinte ou dans une plateforme logistique, de demandes de clients en produits finis qui peuvent être de nature différente, de moyens de transport, de zones de stockage et d'un site de production appartenant à l'une des deux entreprises ou pouvant être loué.

### 1) Entreprises / clients

Notre étude considère, dans un premier temps, deux entreprises de biens de type petites entreprises, notées  $E_1$  et  $E_2$ . Pour simplifier dans un premier temps notre modèle, les entreprises sont supposées ne pas être concurrentes ni dépendantes et elles ne possèdent pas de lien hiérarchique de quelque ordre que ce soit entre elles. Ces deux entreprises sont supposées être à proximité au sens géographique et elles utilisent un procédé particulier semblable au niveau de leur processus de fabrication, procédé (comme par exemple un procédé d'usinage de type STEM-Drilling qui permet l'usinage de trous très spécifiques en termes de diamètre, profondeur, style de coupe, etc., sur des matériaux très spécifiques) qui pour-

rait être transférable à l'une ou à l'autre sans impact sur la fabrication et la qualité de leurs produits finis. En effet, nous considérons dans cet article que les salariés des deux entreprises sont suffisamment compétents pour utiliser ce type de procédé très particulier.

Actuellement, les deux entreprises utilisent des machines permettant de réaliser ce procédé d'usinage particulier au sein de leur usine de fabrication, mais les machines utilisées sont vieillissantes (malgré un entretien périodique, la qualité en sortie n'est plus aussi bonne, les pannes deviennent de plus en plus fréquentes et les émissions de polluants de plus en plus importantes). De plus, elles consomment beaucoup d'énergie électrique.

Une machine neuve, notée  $M$ , permettant d'améliorer le procédé actuel d'usinage et consommant moins d'énergie est disponible à l'achat.

L'achat de cette machine n'est pas envisageable financièrement par nos deux petites entreprises séparément à moins qu'elles ne parviennent à mettre en œuvre un achat et une utilisation en commun de cette nouvelle machine. Dans ce cas, nous allons étudier l'intérêt que ces deux entreprises peuvent avoir à collaborer en achetant ce nouveau matériel.

Les clients de nos entreprises souhaitent obtenir des produits à un certain coût pour une qualité donnée. Cependant, les clients acceptent de dépenser un peu plus cher pour acquérir leur produit si la qualité obtenue est meilleure et le procédé de fabrication plus « propre ». En effet, ces clients pourront alors communiquer sur le fait d'acheter des composants qui sont plus respectueux de l'environnement et donc valoriser ce coût d'achat un peu plus élevé. Comme nous sommes sur un usinage très spécifique, les clients de nos entreprises sont de grands groupes intervenant le plus généralement dans la réalisation de générateurs d'énergie électrique et dans l'aéronautique et l'achat responsable de composants rentre dans leur stratégie RSE (Responsabilité Sociétale des Entreprises).

### 2) Outil de fabrication / Machine

Dans cet article, nous nous limitons à l'étude d'un poste de travail (ou machine) avec un procédé de fabrication particulier. Cette machine  $M$  particulière peut être utilisée par l'entreprise  $E_i$ , avec  $i \in \{1, 2\}$  après achat en collaboration.

Les coûts associés à cette machine  $M$  sont les suivants (coûts inférieurs à ceux des machines actuelles détenues par les entreprises). Il est à noter que les coûts décrits ci-dessous rentrent dans un cadre de développement durable, les trois piliers du développement durable sont considérés et les impacts environnementaux et sociaux / sociétaux sont représentés à l'aide de coûts.

Ainsi, nous avons le **coût d'achat** auquel s'ajoute le **coût de mise en service**. Ce coût d'achat peut être amor-

ti sur une période de temps donnée, et un taux d'amortissement doit donc être considéré.

Lors de la fabrication de produits, le **coût d'utilisation** (réglage et utilisation d'outillages spécifiques) est à prendre en considération. De plus, un **coût d'entretien / maintenance** doit également être considéré. Il est à noter que ce coût d'entretien / maintenance devient plus important en fonction du nombre de pièces totales qui ont été usinées. A ces deux coûts liés au nombre de pièces produites, nous pouvons ajouter un **coût d'obsolescence** qui correspond au fait que malgré un entretien maximal, au bout d'un certain temps, la machine va commencer à fabriquer des produits de moins bonne qualité et donc un réusinage peut être parfois nécessaire pour satisfaire les clients.

A ces coûts purement économiques, nous pouvons ajouter un **coût de pénibilité** lié d'une part à l'ergonomie de cette machine lors de son utilisation (coût donc essentiellement lié aux troubles musculo-squelettiques) mais également aux risques d'incidents voir d'accidents du travail (avec dans ce cas une estimation des coûts pour l'entreprise en cas de problème). A ce coût de pénibilité qui correspond au bien être purement physique et à la santé / sécurité des opérateurs, nous ajoutons un coût plutôt lié au bien être psychique des opérateurs. En effet, il est également nécessaire de considérer la formation des opérateurs (formation qui engendre une meilleure valorisation d'eux-mêmes et de leur travail). Comme c'est souvent le cas en entreprise, cette valorisation n'entraîne pas une augmentation du coût du travail (augmentation de salaire pour l'opérateur) par ailleurs non considéré dans cet article.

Par souci de simplification mais également du fait d'une évaluation très complexe, il est à noter que nous ne considérerons pas les autres parties prenantes généralement considérées dans l'aspect sociétal (comme par exemple l'état, les collectivités territoriales, l'opinion publique...).

Le coût de pénibilité total est moindre pour la nouvelle machine qui pourrait être achetée que celles actuellement utilisées par nos entreprises. Un gain peut donc être également réalisé sur cet aspect, gain qui dépend aussi de la réglementation et de la législation en vigueur et qui va donc évoluer dans le temps.

Nous pouvons aussi intégrer un **coût environnemental** lié d'une part à la consommation d'énergie (fossile et/ou décarbonée) donc à son efficacité énergétique (ou efficacité thermodynamique, nombre sans dimension qui est le rapport entre ce qui peut être récupéré utilement de la machine sur ce qui a été dépensé pour la faire fonctionner) et d'autre part à son effet sac à dos (pour d'une part la fabriquer et d'autre part sur l'effet sac à dos qu'elle engendre sur le produit fini).

L'indicateur sac à dos écologique ou en anglais ecological rucksack permet de tenir compte de l'impact environnemental d'un objet avant même son utilisation donc des pollutions induites ou des ressources prélevées pour le fabriquer (quantité de matière en masse pour un pro-

duit ou un service et quantité d'eau utilisée), défini en Mips (material intensity per unit of product or service). De plus, un coût lié à l'émission de substances toxiques, de polluants et de déchets lors de la fabrication peut également être intégré à notre coût environnemental. Ce coût est basé sur l'idée de la définition de standards internationaux (pour l'instant balbutiants mais qui vont être clairement établis dans les années à venir) permettant ensuite la définition d'un contrôle de régulation par les autorités et l'application d'une taxe de type « pollueur-payeur » [Chan, 2010]. Dans ce cas un indice d'émissions est défini. Cet indice correspond à une quantité de polluants émis par pièce usinée / produite sur une machine. Si la quantité totale de polluants dépasse un certain seuil (valeur limite fixée par les autorités de régulation pour une période donnée) alors l'entreprise pourrait avoir à payer des pénalités. La réglementation internationale et nationale devenant de plus en plus importante sur ces sujets, ce coût devrait également être revu à la hausse avec le temps.

Nous pouvons alors définir le coût de production d'un produit pour la machine  $M$  utilisée par l'entreprise  $E_i$  avec  $i \in \{1; 2\}$ , comme la somme de ces différents coûts. Ce coût de production est noté  $C_i$ . Il est à noter que dans cet article nous ne considérons que la machine et non son environnement. Nous ne rentrons pas dans les détails des calculs de ces différents coûts dans cet article, pour certains relativement complexes à définir.

Dans la section suivante, les éléments de modélisation par la théorie des jeux simultanés avec jeux répétés sur un horizon infini du système présenté sont donnés.

### 3 MODELISATION PAR LA THEORIE DES JEUX

Notre modèle est basé sur la théorie des jeux simultanés avec des jeux de type non-coopératifs.

En effet, la *théorie des jeux coopératifs* se focalise sur la valeur de la coopération, c'est-à-dire la valeur qu'un ensemble de joueurs peut créer en coopérant, sans préciser les actions spécifiques que les joueurs doivent entreprendre afin de créer cette valeur. Les jeux coopératifs modélisent les situations où les joueurs peuvent se grouper en coalitions, les actions des joueurs seront alors menées conjointement de façon à atteindre un objectif commun. Donc, les jeux coopératifs sont bien adaptés pour analyser les interactions et l'apport de la coopération interentreprises au niveau stratégique. Dans la théorie des jeux coopératifs, les actions des acteurs individuels ne sont pas spécifiées.

A l'inverse, la *théorie des jeux non-coopératifs* se focalise sur les actions spécifiques des joueurs. Les jeux non-coopératifs sont donc mieux adaptés pour modéliser les effets des décisions décentralisées sur les performances du réseau aux niveaux tactique et opérationnel [Cachon, 2004], [Leng, 2005]. Notons qu'une conséquence clas-

sique de l'aspect non-coopératif est que les profits issus d'une optimisation locale seront souvent inférieurs à l'optimum global [Cachon, 1999].

**Hypothèse 1 :** Nous supposons que nos deux entreprises ne commercialisent pas les mêmes produits. Elles n'ont donc par conséquent pas les mêmes clients. L'aspect commercial n'est pas considéré dans cet article.

Ces deux entreprises utilisent de plus un procédé de fabrication qui est identique dans la fabrication de leurs produits.

La théorie des jeux appliquée à notre problème industriel nous permettra d'identifier :

- si la collaboration (le jeu initial) est profitable ou non pour les deux entreprises ;
- les stratégies possibles qui peuvent être développées à partir de cette collaboration initiale ;
- le dimensionnement de ces stratégies (construction des stratégies : quand ? comment ? etc.).

Pour ce faire, il suffit simplement de déterminer le profit qui pourrait être réalisé par nos entreprises pour chaque jeu identifié. Dans cette section, nous développons le jeu initial qui correspond à l'achat et la mise en commun de la ressource de fabrication.

Le profit agrégé annuel pour l'entreprise  $E_i$  est donc donné en cas de collaboration par [Penard, 2002] :

$$\pi^{co}_i(q_i(t), \theta_i(t), t) = [P_i(Q(t), t) - C_i(\theta_i(t), t)]q_i(t), \quad (1)$$

avec  $P_i(Q(t), t)$  le prix de vente pour l'entreprise  $E_i$  pour une pièce usinée sur la machine  $M$  à une année  $t$  donnée,  $C_i(\theta_i(t), t)$  le coût de production de l'entreprise  $E_i$  pour réaliser une pièce usinée à  $t$ ,  $\theta_i(t)$  le pourcentage d'utilisation de la machine  $M$  pour l'entreprise  $E_i$  sur une année  $t$  donnée,  $q_i(t)$  la quantité totale de pièces usinées par l'entreprise  $E_i$  sur une année  $t$  donnée par la machine  $M$  et  $Q(t)$  la quantité totale de pièces produites sur  $M$  pour une année  $t$  donnée.

Il est à noter que le prix de vente unitaire dépend d'une part du marché (non considéré ici car les deux entreprises sont supposées ne pas être concurrentes) et d'autre part de la quantité totale de pièces qui seront usinées sur la machine  $M$  pendant l'année  $t$ . Le profit d'une entreprise dépend donc du jeu de l'autre entreprise au travers du prix du vente (nécessaire à la mise en œuvre de la théorie des jeux).

Nous avons de plus :

$$q_1(t) + q_2(t) = Q(t), \quad (2)$$

avec sur une année :  $q_1(t)$  la quantité totale de pièces usinées par l'entreprise  $E_1$  par la machine  $M$ ,  $q_2(t)$  la quantité totale de pièces usinées par l'entreprise  $E_2$ .

Il est à noter que :

$$\theta_1(t) + \theta_2(t) + b(t) = 100\%, \quad (3)$$

avec  $b(t)$  le pourcentage de capacité de production restante annuelle (non utilisée) pour la machine  $M$  sur une année  $t$  donnée. Si la machine est utilisée à capacité maximale  $b(t)=0$ .

Nous pouvons noter que pour l'entreprise  $E_i$ ,  $q_i(t)$  et  $\theta_i(t)$  sont dépendants :

$$\theta_i(t) = \frac{q_i(t)}{Q(t) + B(t)}. \quad (4)$$

avec  $B(t)$  le nombre de pièces qui pourraient être usinées sur la machine  $M$  à partir de la capacité restante  $b(t)$  pour une année  $t$  donnée.

Par conséquent, le profit agrégé annuel pour l'entreprise  $E_i$  en cas de collaboration est donné par :

$$\pi_i^{co}(q_i(t), t) = [P_i(Q(t), t) - C_i(q_i(t), t)]q_i(t) \quad (5)$$

**Hypothèse 2 :** Nous supposons que le jeu est à horizon infini (ce qui assure que la collaboration est toujours possible contrairement au jeu à horizon fini [Penard]). Dans ce cas, la menace de punition est infinie : si à chaque période (chaque année), les deux entreprises coopèrent alors elles recevront le gain associé jusqu'à ce que l'une des deux dénonce l'accord de coopération et/ou dévie de l'accord initial.

**Hypothèse 3 :** la quantité totale  $Q(t)$  quel que soit le type de pièces usinées par la machine  $M$  est donnée par une variable aléatoire. La fonction de répartition de la variable aléatoire  $Q(t)$ , notée  $F(Q(t))$ , est l'application  $F$  de  $\mathfrak{R}$  dans  $[0 ; 1]$  définie par :  $F(Q(t)) = P(Q \leq q(t))$ , où  $P$  représente la loi de probabilité et  $q(t)$  la réalisation de la variable aléatoire  $Q(t)$  à  $t$ . La fonction de densité, notée  $f(Q(t))$  est la dérivée de la fonction de répartition  $F(Q(t))$ . Nous choisissons dans un premier temps et pour faciliter l'étude un processus sans mémoire (loi exponentielle). C'est-à-dire que la demande d'une année donnée ne dépend pas de la demande de l'année précédente. Dans ce cas, nous avons :

$$F(Q(t)) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha q} & \text{si } q > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases},$$

avec  $E[Q(t)] = 1/\alpha$  qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $Q(t)$ . La fonction de densité est donnée par :

$$f(Q(t)) = \begin{cases} \alpha.e^{-\alpha q} & \text{si } q > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

L'espérance du profit actualisé (profit pour tous les instants étudiés) sur un horizon infini pour l'entreprise  $E_i$  en cas de collaboration est donnée par :

$$\Pi^{co}_i(q_i(t), t) = \lim_{T \rightarrow +\infty} E \left( \int_0^T \delta^t ([P_i(Q(t), t) - C_i(q_i(t), t)]q_i(t))^t . dt \right) \quad (6)$$

avec  $\delta$  le facteur d'actualisation ( $0 \leq \delta \leq 1$ ).

Pour un modèle continu, l'espérance du profit moyen sur un horizon infini pour l'entreprise  $E_i$  en cas de collaboration est donnée par :

$$\Pi^{co}_i(q_i(t), t) = \lim_{T \rightarrow +\infty} E\left(\frac{1}{T} \int_0^T ([P_i(Q(t), t) - C_i(q_i(t), t)]q_i(t)) .dt\right) \quad (7)$$

**Remarque 1 :** Le coût actualisé permet de déterminer le coût à chaque fois qu'un événement se produit. Donc, l'actualisation du coût permet de gérer l'importance relative des événements à court, moyen, et, long terme. Par contre le coût moyen ne dépend que du début et de la fin de l'horizon de temps correspondant.

Dans la section suivante, nous allons étudier les différents cas possibles ou stratégies qui peuvent se présenter à nos deux entreprises suite à cette collaboration. Pour chaque cas de figure, une étude différente en théorie des jeux sera menée, étude qui ne sera pas développée dans cet article.

#### 4 DISCUSSION

Pour notre problème, au bout d'un certain nombre d'années si une collaboration est établie, quatre cas / stratégies peuvent se produire :

- une des deux entreprises n'assume plus les coûts d'entretien de la machine  $M$  et donc d'une certaine façon dévie de l'accord de collaboration initiale,
- une des deux entreprises rompt l'accord de collaboration initiale,
- une des deux entreprises dénonce l'accord de collaboration initiale avec pour objectif de renégocier un nouvel accord de collaboration,
- poursuite de la collaboration.
- 

Chacun de trois premier cas va être présenté plus en détail dans ce qui suit.

##### 1) Déviation de l'accord initial

Ce cas correspond par exemple au fait qu'une des deux entreprises décide de ne plus payer les coûts d'entretien / maintenance de la machine pour une année  $t$  donnée.

Le profit pour cette entreprise  $E_i$  déviant de l'accord initial peut alors être donné par :

$$\pi^{dév}_i(q_i(t), t) = [P_i(Q(t)) - (C'_i(q_i(t)) - C^{entretien}_i(q_i(t-1)))]q_i(t) \quad (8)$$

avec  $C^{entretien}_i$  le coût d'entretien / maintenance qui devrait être assumé par l'entreprise  $E_i$ .

En effet, la détection de la déviation est alors immédiate. Dans ce cas, nous appliquerons une stratégie de type déclic [Penard].

De plus, une amende ou sanction peut être définie. Cette sanction est liée à la capacité de production sur la machine  $M$  pour l'entreprise  $E_i$  déviant de l'accord initial mais également à la durée totale passée depuis la signature de l'accord. En effet, plus la signature de l'accord est récente et plus cette sanction sera importante.

Dans ce cas, le profit obtenu malgré la sanction pour notre entreprise  $E_i$  déviant de l'accord initial est donné par :

$$\pi^s_i(q_i(t), \theta_i(t)) = [P_i(Q(t)) - (C'_i(q_i(t)) - C^{entretien}_i(q_i(t-1)) + C^s_i(q_i(t-1)))]q_i(t) \quad (9)$$

avec  $C^s_i$  le coût lié à la sanction calculée sur la base de la production de l'année précédent le non paiement des coûts d'entretien / maintenance.

##### 2) Rupture de l'accord initial

La notion de collusion (entente secrète visant à tromper quelqu'un) associée à la théorie des jeux peut alors être appliquée. Dans ce cas, la notion d'amende s'appliquerait seulement lorsque l'une des deux entreprises rompt l'accord.

Généralement, l'amende associée pour l'entreprise  $E_i$  est définie par :

$$A(q_i(t-1))\beta(q_i), \quad (10)$$

avec  $\beta(q_i)$  la probabilité de détecter la rupture d'accord et  $A(q_i(t-1))$  représente ce que l'entreprise doit payer en cas de rupture correspondant aux nombre de pièces produites l'année précédant la rupture.

Lorsque la rupture est avérée (ce qui correspond plutôt à notre cas d'étude),  $\beta(q_i(t)) = 1$ .

Cette amende pour l'entreprise  $E_i$  généralement ne dépasse pas le chiffre d'affaires est correspond par exemple à  $Aa_i P(Q(t)).q_i(t)$  où  $Aa_i$  représente une proportion maximale du chiffre d'affaires [Penard, 2002].

Nous pouvons alors donner le profit pour l'entreprise  $E_i$  en cas de rupture de l'accord initial par :

$$\pi^{rup}_i(q_i(t), \theta_i(t)) = [P_i(Q(t)) - (C_i - C^{rup}_i)(\theta_i(t) - \theta^{rup}_i(t)) - A(q_i(t-1))]q_i(t) \quad (11)$$

avec  $\theta^{rup}_i$  le pourcentage de production annuelle sur une autre machine que la machine  $M$  et  $C^{rup}_i$  le coût de production de l'entreprise  $E_i$  pour réaliser une pièce usinée sur une autre machine que la machine  $M$ .

**Remarque 2 :** dans ce cas de figure, la production peut se faire sur une machine n'appartenant pas à l'entreprise  $E_i$ .

### 3) Dénonciation de l'accord initial

Le profit en cas de désaccord ou de non-coopération est donné pour l'entreprise  $E_i$  par :

$$\pi^{dén}_i(q_i(t), \theta_i(t)) = [P_i(Q(t)) - C^{dén}_i \cdot \theta^{dén}_i(t)]q_i(t) \quad (12)$$

avec  $C^{dén}_i$  le coût de production annuel de l'entreprise  $E_i$  pour réaliser une pièce usinée sur la machine  $M_i$  (appartenant à  $E_i$ ) sur une année et  $\theta^{dén}_i$  le pourcentage de production annuel sur cette machine  $M_i$ .

L'objectif alors pour les deux entreprises est de définir si possible un nouvel accord qui assurera un profit supérieur ou égal au profit initial obtenu avant dénonciation de l'accord.

Nous donnons dans la figure 1 des exemples de profits obtenus pour tous les cas de figure envisagés pour l'une des deux entreprises.

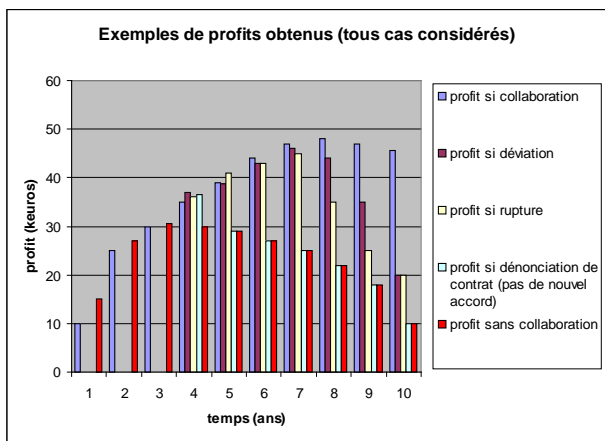


Figure 1. Exemples de profits pour une entreprise

Pour ces exemples, l'étude est menée sur 10 ans (l'amortissement de la machine  $M$  est prévu sur une période de 7 ans).

Si l'entreprise choisit de ne pas collaborer, dans un premier temps, l'entreprise devrait gagner plus car pas d'investissement nécessaire mais ensuite l'entreprise devrait gagner beaucoup moins que si elle collaborait car sa machine est vieillissante. Sinon, l'entreprise n'a pas d'intérêt à collaborer (cela dépend bien sur des différents coûts).

Si seule la collaboration est considérée, dans un premier temps, l'entreprise devrait avoir un gain important. Puis ce gain deviendrait moins important car d'une part la machine  $M$  vieillirait et donc rapporterait moins à l'entreprise (les coûts d'entretien / maintenance seraient plus importants et des coûts de non qualité pourraient apparaître), et d'autre part, la réglementation internationale et les taxes « pollueur payeur » pourraient survenir.

Dans ce cas, l'entreprise pourrait considérer les trois stratégies développées dans cette section : déviation de

l'accord initial, rupture de l'accord de collaboration ou dénonciation de l'accord avec éventuellement la définition d'un nouvel accord si cela est possible (ce cas n'est pas représenté sur le graphe).

## 5 CONCLUSION

Dans cet article, nous avons proposé un modèle mathématique afin de représenter une collaboration possible entre deux entreprises pour l'achat d'un matériel très performant en termes de qualité mais également par rapport à ses impacts sociaux / sociétaux et environnementaux.

Le modèle proposé est basé sur la théorie des jeux simultanés avec des jeux répétés non coopératifs sur un horizon infini.

La particularité de notre étude est d'étudier un réseau d'entreprises restreint en termes de nombre mais également de taille (petites entreprises).

A partir de ce modèle, nous avons défini les stratégies possibles que ces deux entreprises pouvaient adopter, à savoir la déviation, la rupture et la dénonciation de l'accord initial ainsi que les profits associés pour chaque cas.

Par la suite, il nous faudra donc résoudre et dimensionner chacun des jeux possibles afin de déterminer les éléments de décisions pour nos deux entreprises.

Il sera également nécessaire de généraliser notre problème à plusieurs entreprises (dans ce cas de figure des coalitions pourront apparaître entre certaines entreprises). Il faudra donc évaluer l'impact de ses différentes ententes.

Nous souhaitons ensuite associer les systèmes multi-agents à notre modèle mathématique de façon à pouvoir simuler simplement notre système et tester les différentes stratégies.

En effet, l'objectif final est de parvenir à définir un outil d'aide à la décision à destination des entreprises, outil qui permettra d'étudier les gains potentiels obtenus sous différentes stratégies et tenant compte du fait que plusieurs actions menées en même temps si elles sont toutes possibles peuvent entrer en conflit.

## REMERCIEMENTS

Les auteurs souhaitent remercier vivement les correcteurs pour leurs remarques positives et constructives qui ont permis de corriger cet article.

## REFERENCES

- Boutaud A., Le développement durable : penser le changement ou changer le pansement ?, *thèse de Doctorat*, École Supérieure des Mines de Saint-Étienne, Saint-Étienne, 2005.
- Cachon G.P., Zipkin P.H., 1999. Competitive and cooperative inventory policies in a two-stage supply chain. *Management Science*, 45(7), pp. 936-953.

- Cachon G.P., Netessine S., 2004. Game theory in supply chain analysis. In: D. Simchi-Levi, S.D. Wu and Z.-J. Shen, editors. *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the eBusiness Era*, Kluwer Academic Publishers, pp. 13-66.
- Chan, C. and Monahan, G.E., 2010. Environmental safety stock: The impacts of regulatory and voluntary control policies on production planning, inventory control, and environmental performance. *European Journal of Operational Research*, 207, p. 1280–1292.
- Chun Y., Bidanda B., 2013, Sustainable manufacturing and the role of the International Journal of Production Research, numéro spécial 50 ans IJPR, vol. 51, issue 23-24, pp. 7448-7455, dec. 2013.
- Dahlgren E., Göçmen C., Lackner K., & van Ryzin G., 2013, Small Modular Infrastructure, *The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment*, vol. 58:4, p. 231-264.
- [Développement durable, mai 2014]  
<http://www.worldbank.org/depweb/english/sd.html>
- Ferber J., Multi-agent systems: an introduction to distributed artificial intelligence, Addison-Wesley, 1999.
- Leng M., Parlar M., 2005. Game theoretic applications in supply chain management: a review. *Information Systems and Operations Research*, 43(3), pp. 187-230.
- Monteiro T., 2001. Conduite distribuée d'une coopération entre entreprises : le cas d'une relation donneur d'ordres-fournisseur. *Thèse de doctorat*, Institut Nationale Polytechnique de Grenoble, France.
- von Neumann J., Morgenstern O., 1944. Theory of games and economic behavior, Princeton University Press, Princeton.
- O'Brien C., 2013, Fifty years of shifting paradigms, *International Journal of Operation Research*, Vol. 51, Nos. 23–24, pp. 6740–6745.
- Penard, T., Souam S., 2002. Collusion et politique de la concurrence en information asymétrique. *Annales d'économie et de statistique*, 66, p. 209-233.
- Penard, T., <http://perso.univ-rennes1.fr/thierry.penard/biblio/manueljeux.pdf>, La théorie des jeux et les outils d'analyse des comportements stratégiques.
- Roy, D., Anciaux, D., Monteiro, T. et Ouzizi, L., 2004, Multi-agent architecture for supply chain management, *Journal of Manufacturing Technology Management (ex IMS) – Special Issue on Logistics and Supply Chain Management with Artificial Intelligent Techniques*, 15(8), p. 745-755, (dec. 2004).
- Sinclair-Desgagné B., Calcul économique et développement durable, revue *Esprit critique*, hiver 2005.
- Taratynava, N., 2009. Modélisation par la théorie des jeux des échanges de prévisions dans un réseau d'entreprises. *thèse de Doctorat*, EMSE, 2009.
- Villa A., Bruno G., 2013. Promoting SME cooperative aggregations: main criteria and contractual models. *International Journal of Operation Research*, 51(23-24), p. 7439–7447.
- Wasmer E., 2010. Principe de Microéconomie, chapitre 17 Théorie des jeux. *Pearson Education France*, 2010.