



HAL
open science

Etude et résolution du “Master Surgical Scheduling Problem” dans le contexte hospitalier Québécois

Yannick Kergosien, Antoine Giret, Patrick Soriano

► **To cite this version:**

Yannick Kergosien, Antoine Giret, Patrick Soriano. Etude et résolution du “Master Surgical Scheduling Problem” dans le contexte hospitalier Québécois . MOSIM 2014, 10ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation, Nov 2014, Nancy, France. hal-01166597

HAL Id: hal-01166597

<https://hal.science/hal-01166597>

Submitted on 23 Jun 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude et résolution du “Master Surgical Scheduling Problem” dans le contexte hospitalier Québécois

Y. KERGOSIEN, A. GIRET

P. SORIANO

Université François-Rabelais de Tours
LI EA 6300, OC ERL CNRS 6305
64 av. Jean Portalis
37200 Tours - France

HEC Montréal - Service de l'enseignement,
des méthodes quantitatives de gestion
3000 chemin de la Côte Sainte-Catherine
H3T 2A7 Montréal - Canada

yannick.kergosien@univ-tours.fr, antoine.giret@etu.univ-tours.fr

patrick.soriano@cirrelnet.net

RÉSUMÉ : *Le “Master Surgical Scheduling Problem” est un problème clé pour la gestion des blocs opératoires des hôpitaux. Ce problème intervient au niveau tactique, il consiste à trouver une allocation des ressources et du temps opératoire aux différentes spécialités. Afin de faire une gestion efficace de ces ressources, il importe d'être en mesure d'identifier les impacts de ces décisions sur l'utilisation des ressources et sur la demande. En collaboration avec des centres hospitaliers Québécois, nous avons identifié et modélisé ce problème en tenant compte des principales caractéristiques/contraintes comme les ressources limitées (équipements, lits, personnels, etc.) ou encore les règles ministérielles. Ce problème doit également tenir compte d'une composante cyclique puisque cette planification réalisée sur un horizon de plusieurs jours (une ou deux semaines généralement) sera répétée dans le temps sur un horizon de plusieurs mois. Dans cette article, nous proposons deux modèles mathématiques, basés sur la programmation linéaire en nombres entiers, et une heuristique afin de résoudre efficacement ce problème.*

MOTS-CLÉS : *bloc opératoire, planification, ordonnancement, PLNE, heuristique.*

1 INTRODUCTION

1.1 Contexte

Les activités chirurgicales constituent un des postes les plus importants parmi les coûts de fonctionnement des hôpitaux dans la plupart des systèmes de santé à travers le monde. La gestion de ces activités pose donc de nombreux problèmes importants pour les gestionnaires de blocs opératoires qui sont aux prises avec des ressources limitées alors que la demande pour ces mêmes ressources ne cesse de croître. Dans le cadre d'une collaboration avec le ministère de la santé et des services sociaux du Québec (MSSS), plusieurs défis ont été identifiés dont ceux auxquels les différents hôpitaux doivent faire face concernant la gestion des activités chirurgicales. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à l'un de ces défis tel qu'il se pose pour le centre hospitalier de l'université Laval à Québec (CHUQ), soit celui d'améliorer la gestion du temps opératoire alloué à ses différentes spécialités chirurgicales. Précisons que le CHUQ est le résultat de la fusion de trois hôpitaux (sites) distincts possédant des ressources tant matérielles que de personnels ainsi que de traditions propres à chacun. Le CHUQ cherche donc à harmoniser les méthodes sur l'ensemble des trois sites tout en améliorant

l'efficacité des différents blocs opératoires.

Le problème de l'allocation des ressources et du temps opératoires aux différentes spécialités est un des problèmes clés de la gestion des blocs opératoires des hôpitaux. Celui-ci intervient au niveau tactique du processus de planification de l'utilisation des blocs et est connu dans le jargon hospitalier québécois sous l'appellation d'affectation des priorités opératoires. Cette problématique s'apparente à un problème connu de la littérature, le “Master Surgical Scheduling Problem”, auquel viennent se greffer quelques spécificités liées au contexte hospitalier Québécois.

Les gestionnaires de blocs opératoires doivent faire des choix difficiles quant à l'affectation des priorités opératoires (i.e. des ressources) aux différentes spécialités chirurgicales. On constate que le choix de ces affectations aux différentes spécialités est très souvent fait en fonction de l'allocation historique et non en fonction de l'utilisation optimale des ressources les plus limitées ou des demandes prévisionnelles. De plus, les hôpitaux sont généralement tenus de conserver une grande quantité d'information pour la traçabilité et possèdent donc un historique important des interventions. Cet historique peut être analysé et

utilisé pour une meilleure planification tactique. Ces informations peuvent notamment servir à bâtir des interventions types (fictives). Une intervention type est créée à partir d'un regroupement d'interventions "semblables" et possède des caractéristiques représentatives de l'ensemble de ce groupe. Il existe déjà dans la littérature plusieurs techniques pour construire ces interventions types (Van Oostrum et al., 2011). Ces interventions types ne font pas uniquement référence à des regroupements d'interventions bâtis à partir de données historiques mais incluent aussi des interventions spécifiques pour lesquelles le ministère impose un mécanisme de suivi des listes d'attente et éventuellement des objectifs du type délai maximal d'attente (ex. *prothèse totale de la hanche* est une intervention type). Ainsi ces interventions types peuvent donc servir à planifier et à optimiser l'utilisation des ressources de manière plus fine et plus en accord avec les directives ministérielles.

1.2 La problématique

Les blocs opératoires québécois disposent d'un certain nombre de priorités opératoires qui doivent être allouées aux différentes spécialités. Lorsqu'une spécialité se voit attribuer une priorité opératoire, on lui donne accès à une salle d'opération avec l'équipement et le personnel nécessaire durant une plage horaire prédéterminée (i.e. généralement une journée opératoire complète de 8 heures) qui doit être respectée. Le problème qui nous intéresse ici est de déterminer comment allouer ces priorités opératoires aux différentes spécialités ainsi que les interventions types à planifier au sein de ces priorités opératoires tout en :

- réduisant les listes d'attentes, en tenant compte du nombre de patients sur la liste et des délais avant intervention,
- respectant les règles ministérielles quant aux délais maximaux passés sur les listes d'attente,
- respectant le nombre d'équipements et de salles disponibles par jour,
- respectant le nombre de ressources personnels disponibles par jour (infirmières, anesthésistes, etc.),
- respectant le nombre de lits d'hospitalisation à travers le temps pour éviter les annulations faute de lits.

Ce problème doit également tenir compte d'une composante cyclique puisque cette planification réalisée sur un horizon de plusieurs jours (une ou deux semaines généralement) sera répétée dans le temps sur un horizon de plusieurs mois.

1.3 Etat de l'art

De nombreux travaux sur la planification des blocs opératoires à tout niveau (stratégique, tactique et opérationnel) ont été publiés ces dernières années (Kharraja, 2003, Cardoen et al., 2010, Tànfani et Testi, 2010, Beaulieu et al., 2012, Abdelrasol et al., 2013, Aringhieri et al., 2014). Parmi les études récentes portant sur le Master Surgical Scheduling Problem (MSSP), (Van Oostrum et al., 2008) ont proposé des modèles mathématiques pour affecter des interventions types à des salles opératoires en tenant compte de deux types de ressources, les lits et le nombre de salles. Dans (Belien et al., 2009), les décisions à prendre concerne l'affectation de chirurgiens à des créneaux horaires de salle opératoire. Trois objectifs sont pris en compte : le nivelage du taux d'occupation des lits, la préférence de regrouper des chirurgiens d'une même spécialité dans une même salle, et minimiser le nombre de changements d'une semaine à l'autre lors de la répétition du planning. Pour résoudre ce problème, les auteurs proposent deux modèles mathématiques, un linéaire et l'autre quadratique, et une heuristique basée sur le recuit simulé. Un problème similaire à l'étude précédente est abordé dans (Mannino et al., 2012). Cependant les auteurs proposent une approche robuste basée sur des "paterns" de créneaux en ayant pour objectif de contrôler et niveler les listes d'attentes des différentes spécialités. Cependant l'approche ne tient pas compte de certaines ressources comme les lits. D'autres études se focalisent plus sur la réduction du taux d'occupation des lits en agissant sur le Master Surgical Schedule (MSS). (Van Essen et al., 2013) propose deux approches pour minimiser le nombre de lits requis, l'une basée sur un algorithme de recherche locale et l'autre sur un modèle mathématique. Certains travaux comme (Ma et Demeulemeester, 2012) ou (Banditori et al., 2013) étudient ce problème en le couplant avec une phase d'évaluation opérationnelle. Cette phase utilise généralement la simulation afin d'évaluer plus précisément une solution du MSSP face à des aléas. Un autre type de couplage est traité dans (Agnētis et al., 2013) en présentant une approche combinant la résolution d'une variante du MSSP où uniquement une affectation des spécialités aux salles doit être réalisée, et la résolution d'un problème d'affectation des interventions opératoires dans chaque salle en respectant cette pré-affectation des spécialités. Enfin, (Aringhieri et al., 2014) traitent ces deux mêmes problèmes, mais de manière simultanée en tenant compte également des aspects disponibilités des lits en post-opératoire de même qu'une fonction objectif combinant des coûts hospitaliers et des coûts sociaux associés au délai passé sur la liste d'attente avant l'intervention.

Notre étude se distingue des études existantes pour plusieurs raisons. D'abord, nous considérons une ré-

solution du MSSP assez fine puisque l'objectif n'est pas de planifier uniquement des spécialités aux salles mais des interventions types. Les spécificités du contexte hospitalier Québécois font que de nombreuses contraintes doivent être prises en compte (lits, ressources, durée d'ouverture, règles ministérielles, etc.) rendant la recherche d'une solution réalisable plus complexe. Enfin, nous avons mené cette étude en intégrant le plus de flexibilité possible afin de pouvoir appliquer les modèles à différents contextes hospitaliers.

2 Données du problème

L'horizon de planification sur lequel l'affectation des priorités opératoires et des interventions types aux salles doit être réalisé est noté J . Il est composé de $|J|$ jours et sera donc cyclique dans le temps. Durant cette période, un ensemble de salles O est disponible, chaque salle étant caractérisée par une durée d'ouverture notée h_{oj} qui dépend du jour de la période. La somme des durées de toutes les interventions types prévues dans la salle o le jour j ne doit pas dépasser h_{oj} . Le nombre de salles disponibles peut donc varier selon le jour et prendre en compte des périodes de nettoyage, des pré-affectations pour les chirurgies d'urgence qui est rarement pris en compte lors de cette planification, etc. Chaque jour j de la période, b_j lits post-opératoires seront disponibles au sein de l'hôpital considéré et accessibles aux patients de toutes les spécialités. Dans certains contextes, il arrive que chaque spécialité chirurgicale possède son propre ensemble de lits. Néanmoins en pratique, lorsqu'une spécialité est débordée, les patients pour lesquels il manque des lits dans cette spécialité sont transférés dans un autre service. De plus, cette étude peut être facilement généralisée à un cas de gestion d'ensembles de lits par spécialité.

Pour cette étude, nous considérons également deux types d'ensembles de ressources à prendre en compte. Ces ensembles de ressources ont pour objectif de modéliser certaines ressources qui peuvent s'avérer critiques lors de cette étape de planification (par exemple : les anesthésistes, du matériel chirurgical ou médical spécialisé, etc.). Le premier type d'ensemble de ressources correspond aux ressources communes à toutes les spécialités alors que le deuxième est un ensemble de ressources spécifique par spécialité. Le premier ensemble de ressource est noté RC , chaque ressource $u \in RC$ étant définie par une quantité disponible QRC_{ju} qui peut varier selon le jour $j \in J$. Chaque spécialité s de l'ensemble S de toutes les spécialités, est caractérisée par :

- un ensemble RS_s de ressources propres à la spécialité s , où chaque ressource $u \in RS_s$ est défini par une quantité disponible QRS_{ju}^s ,

- un nombre d'interventions types noté $|K_s|$,
- un nombre maximum de jours $Fmax_s$ séparant deux affectations de priorités opératoires à la spécialité s .
- un nombre minimum $a_{min_{sj}}$ de priorités de la spécialité s le jour j .

Les deux derniers éléments servent à prendre en compte certaines contraintes de répartition des priorités ou exigences des hôpitaux. Chaque intervention type $k \in K$ d'une spécialité est caractérisée par :

- une durée d'intervention p_k ,
- une durée d'hospitalisation de l_k jours après l'intervention,
- une estimation du nombre τ_k de nouveaux patients arrivant à chaque période et nécessitant une intervention de type k ,
- un besoin en ressource commune BRC_{ku} du type $u \in RC$,
- un besoin en ressource propre BRS_{ku}^s du type $u \in RS_s$.

3 Modélisation mathématique

Dans cette section, deux modèles sont présentés. Le premier modèle est basé sur des variables de décision qu'on le retrouve souvent dans la littérature. Alors que le deuxième modèle se base sur une définition moins classique des variables de décision.

3.1 Modèle 1

Les variables du modèle 1 sont les suivantes :

- x_{ojk} : entier égal au nombre d'interventions type k programmées dans la salle o le jour j , $\forall o \in O, \forall j \in J, \forall k \in K$
- y_{ojk} : binaire égale à 1 si au moins une intervention type k est programmée dans la salle o le jour j , $\forall o \in O, \forall j \in J, \forall k \in K$, 0 sinon.
- z_{oj_s} : binaire égale à 1 si la spécialité s est programmée dans la salle o le jour j , $\forall o \in O, \forall j \in J, \forall s \in S$, 0 sinon.
- v_{ojus} : entier égal au besoin en ressources de type u propre à la spécialité s pour le jour j dans la salle o , $\forall o \in O, \forall j \in J, \forall u \in RS_s, \forall s \in S$.
- w_{oj_u} : entier égal au besoin en ressources communes de type u pour le jour j dans la salle o , $\forall o \in O, \forall j \in J, \forall u \in RC, \forall s \in S$.

L'ensemble des contraintes est listé ci-dessous :

$$\forall o \in O, \forall j \in J, \forall k \in K : \frac{x_{ojk}}{p_k} \leq y_{ojk} \leq x_{ojk} \quad (1)$$

$\forall o \in O, \forall j \in J, \forall s \in S :$

$$\frac{\sum_{k \in K_s} x_{ojk}}{\lceil \frac{h_{oj}}{\min_{k \in K_s} (p_k)} \rceil} \leq z_{ojs} \leq \sum_{k \in K_s} x_{ojk} \quad (2)$$

$$\forall o \in O, \forall j \in J : \sum_{s \in S} z_{ojs} \leq 1 \quad (3)$$

$$\forall o \in O, \forall j \in J : \sum_{k \in K} x_{ojk} \times p_k \leq h_{oj} \quad (4)$$

$$\forall o \in O, \forall j \in J, \forall u \in RC, \forall k : y_{ojk} \times BRC_{ku} \leq w_{aju} \quad (5)$$

$$\forall j \in J, \forall u \in RC : \sum_{o \in O} w_{aju} \leq QRC_{ju} \quad (6)$$

$$\forall o \in O, \forall j \in J, \forall u \in RS_s, \forall k : y_{ojk} \times BR S_{ku}^s \leq v_{aju} \quad (7)$$

$$\forall j \in J, \forall u \in RS_s : \sum_{o \in O} v_{aju} \leq QRS_{ju}^s \quad (8)$$

$$\forall j \in J, \forall s \in S : \sum_{o \in O} z_{ojs} \geq a_{min_{sj}} \quad (9)$$

$$\forall g \in J, \forall s \in S : \sum_{j=g}^{g+Max_s} \sum_{o \in O} z_{(j \bmod J)s} \geq 1 \quad (10)$$

$$\forall k \in K : \sum_{o \in O} \sum_{j \in J} x_{ojk} \geq \tau_k \quad (11)$$

$\forall j \in J :$

$$\sum_{o \in O} \sum_{g=0}^{|J|-1} \sum_{k \in K} x_{ogk} \times \left(\lceil \frac{l_k + (g-j)}{|J|} \rceil - \beta \right) \leq b_j \quad (12)$$

Avec $\beta = 1$ si $g > j$, 0 sinon.

Les contraintes 1 et 2 permettent de lier respectivement les variables x_{ojk} et y_{ojk} , et les variables x_{ojk} et z_{ojs} . Les contraintes 3 imposent qu'au plus une spécialité soit affectée à chaque salle chaque jour. Cependant, certains hôpitaux considèrent que chaque salle peut être affectée à plusieurs spécialités en décomposant les journées en plusieurs créneaux, par exemple en demi-journée avec une spécialité affectée

le matin et une autre l'après-midi. Ces cas peuvent être pris en compte dans ce modèle et le suivant en considérant des salles fictives tel que chacune d'elle représente un créneau horaire pour une salle réelle. Les contraintes 4 s'assurent de respecter les durées d'ouverture de chaque salle. Les contraintes 5, 6, 7 et 8 permettent de respecter le nombre de ressources communes et propres aux spécialités disponibles chaque jour. A noter que la quantité d'une ressource de type u utilisée dans une salle o un jour j est égale à la quantité maximum utilisée parmi toutes les interventions types programmées ce même jour et dans cette même salle. Les modèles présentés dans cette étude peuvent être modifiés simplement pour prendre en compte une somme de ces ressources au lieu d'un maximum selon les cas d'études. Le nombre minimum de priorités d'une spécialité pour un jour donné est respecté grâce aux contraintes 9. Les contraintes 10 s'assurent que le nombre maximum de jours séparant deux priorités de chaque spécialité est respecté. Le nombre d'arrivées de patients pour une intervention type donnée est pris en compte avec les contraintes 11. Ces contraintes permettent également de prendre en compte les délais d'attentes imposés par le ministère en effectuant un pré-traitement sur les taux d'arrivées. Enfin, les contraintes 12 imposent que le nombre de lits utilisés reste inférieur au nombre de lits disponibles. Ces dernières contraintes doivent tenir compte de la cyclicité de la programmation. En effet, les durées d'hospitalisation peuvent durer plus longtemps que la période de planification.

La fonction objectif du modèle consiste à programmer un maximum d'interventions types en tenant compte d'un certain poids μ_k pour chaque intervention type afin de privilégier certaines opérations par rapport à d'autres jugées moins importantes du point de vue des objectifs de gestion des listes d'attente:

$$\text{Maximiser} : \sum_{k \in K} \mu_k \sum_{o \in O} \sum_{j \in J} x_{ojk} \quad (13)$$

3.2 Modèle 2

Le second modèle se base sur une énumération de toutes les journées possibles d'une spécialité (c-à-d toutes les combinaisons des interventions types possibles). Bien qu'exponentielle, cette énumération de "journée type" est bornée par la plus grande durée d'ouverture de toutes les salles sur toute la période de planification. Le problème consiste donc à sélectionner quelles journées types seront à affecter à quelle salles pour chaque jour de la période. De nouvelles données liées aux journées types sont nécessaires à la résolution de ce second modèle, chaque journée type t sera caractérisée par :

- α_k^t : le nombre d'interventions types k prévues dans une journée de type t ,

- Δ_t : la durée de la journée type égale à la somme des durées opératoires des interventions types prévues pour ce type de jour t ,
- γC_{tu} : le besoin en ressources communes de type u pour la journée type t ,
- γS_{tu}^s : le besoin en ressources de type u propre à la spécialité s pour la journée type t ,

Nous notons également Ω_s l'ensemble des journées types d'une spécialité s et Ω l'ensemble de toutes les journées types.

Les variables du deuxième modèle sont les suivantes :

- x_{ojt} : binaire égale à 1 si la journée type t est programmée dans la salle o le jour j , $\forall o \in O$, $\forall j \in J$, $\forall t \in \Omega$, 0 sinon.
- w_{js} : binaire égale à 1 si la spécialité s est programmée le jour j , $\forall j \in J$, $\forall s \in S$, 0 sinon.

L'ensemble des contraintes est listé ci-dessous :

$$\forall s \in S : \frac{\sum_o \sum_{t \in \Omega_s} x_{ojt}}{|O|} \leq w_{js} \leq \sum_o \sum_{t \in \Omega_s} x_{ojt} \quad (14)$$

$$\forall j \in J, \forall o \in O : x_{ojt} = 0 \text{ si } h_{oj} \leq \sum_{k \in K} \alpha_k^t \times p_k \quad (15)$$

$$\forall j \in J, \forall o \in O : \sum_{t \in \Omega} x_{ojt} \leq 1 \quad (16)$$

$$\forall j \in J, \forall u \in RC : \sum_{o \in O} \sum_{t \in \Omega} x_{ojt} \times \gamma C_{tu} \leq QRC_{ju} \quad (17)$$

$$\forall j \in J, \forall u \in RS_s : \sum_{o \in O} \sum_{t \in \Omega_s} x_{ojt} \times \gamma S_{tu}^s \leq QRS_{ju}^s \quad (18)$$

$$\forall j \in J, \forall s \in S : \sum_{o \in O} \sum_{t \in \Omega_s} x_{ojt} \geq a_{min_{sj}} \quad (19)$$

$$\forall g \in J, \forall s \in S : \sum_{j=g}^{g+Fmax_s} w_{(j \bmod J)s} \geq 1 \quad (20)$$

$$\forall k : \sum_{o \in O} \sum_{j \in J} \sum_{t \in \Omega} x_{ojt} \times \alpha_k^t \geq \tau_k \quad (21)$$

$\forall j \in J :$

$$\sum_{o \in O} \sum_{g=0}^{|J|-1} \sum_t x_{ogt} \sum_k (\alpha_k^t \times (\lfloor \frac{l_k + (g-j)}{|J|} \rfloor - \beta)) \leq b_j \quad (22)$$

Les contraintes 14 permettent de lier respectivement les variables x_{ojt} et w_{js} . Les contraintes 15 ont pour but d'éliminer toutes les journées types qui ne respectent pas les durées d'ouverture d'une salle pour un jour donné. Les contraintes 16 imposent qu'au plus une seule journée type soit sélectionnée pour chaque salle et chaque jour donné. Les ressources communes et propres à une spécialité sont prises en compte grâce aux contraintes 17 et 18. Le nombre minimum de priorités d'une spécialité pour un jour donné est respecté grâce aux contraintes 19. Les contraintes 20 s'assurent que le nombre maximum de jours séparant deux priorités de chaque spécialité est respecté. Le nombre d'arrivées de patients pour une intervention type donnée est prise en compte avec les contraintes 21. Enfin, les contraintes 22 imposent que le nombre de lits utilisés reste inférieur au nombre de lits disponibles.

La fonction objectif est similaire à celle du modèle précédent :

$$\text{Maximiser} : \sum_{k \in K} \mu_k \sum_{o \in O} \sum_{j \in J} \sum_{t \in \Omega} x_{ojt} \times \alpha_k^t \quad (23)$$

4 Matheuristique

Les résultats expérimentaux de la section 5 montreront que le modèle 2 obtient des résultats très encourageants pour des instances de taille petite ou moyenne. A partir de ce constat, nous avons décidé de tirer profit de ce modèle pour développer une matheuristique capable de résoudre de plus grandes instances. L'idée est donc d'utiliser ce modèle en fixant une partie des variables de décisions prises en amont afin de diminuer le temps d'exécution pour sa résolution. L'algorithme général se décompose en trois phases qui itèrent tel que décrit par l'algorithme 1. Une première phase consiste à établir une affectation des spécialités aux salles pour chaque jour de la période de planification. Une deuxième phase a pour but de choisir un ensemble de journées types Ω' à prendre en compte pour la phase suivante et selon certains critères de sélection. Et la dernière phase a pour objectif de planifier les interventions types sur toute la période en respectant la pré-affectation des spécialités de la première phase et en utilisant uniquement les journées types Ω' présélectionnées. Cette dernière phase exploite le deuxième modèle mathématique pour résoudre cette planification.

4.1 Pré-affectation des spécialités aux salles

La pré-affectation des spécialités aux salles est remise N_{ite} fois en cause. A chaque itération, les étapes suivantes sont appliquées itérativement :

- **Etape 1.** Tout d'abord, chaque spécialité s

Algorithm 1 *Matheuristique*

```

for  $i$  de 1 à  $N_{ite}$  do
  Calcul d'une pré-affectation des spécialités aux
  salles
  while  $j < M_{ite}$  do
     $\Omega'$  Sélection des journées types à prendre en
    compte
    Planifier les interventions types en fonction de
     $\Omega'$  et en respectant la pré-affectation des spé-
    cialités
     $j \leftarrow j + 1$ 
    if la meilleure solution connue a été améliorée
    then
       $j \leftarrow 0$ 
    end if
  end while
end for

```

se voit attribuer $a_{min_{sj}}$ salles sélectionnées aléatoirement le jour j . Cette étape permet de prendre en compte les contraintes 19.

- **Etape 2.** Cette étape vise à compléter l'affectation en attribuant des spécialités aux salles de manière à respecter les contraintes 20. L'idée principale de cette étape est de traiter les spécialités par ordre $Fmax_s$ croissant. Tout d'abord, chaque spécialité se voit assigner à une salle choisie aléatoirement pour un jour choisi aléatoirement. Puis, à partir de ce jour, la spécialité se voit attribuer à des salles aux jours suivants de manière à respecter la fréquence $Fmax_s$. Lors de cette affectation itérative, si un jour donné la spécialité a déjà une salle qui lui est affectée, elle ne se voit pas réaffecter une autre.
- **Etape 3.** L'objectif de cette étape est tout d'abord de caculer le nombre maximum de salles $A_{max_{sj}}$ qu'une spécialité s peut se voir attribuer le jour j à partir des ressources communes et propres : $A_{max_{sj}} = \max_k(\min(\lfloor \frac{QRC_{ju}}{BRC_{ku}} \rfloor; \min_u(\lfloor \frac{QRS_{ju}^s}{BRS_{ku}^s} \rfloor)))$. Ensuite, un nombre minimum de salles A_{min_s} qui doivent être assignées à une spécialité s sur toute la période peut être également calculé à partir du taux d'arrivé et de la durée de chaque intervention type de cette spécialité et de toutes les durées d'ouvertures des salles sur la période. Cette étape permet de déterminer, éventuellement, des instances irréalisables grâce à ces bornes. Enfin cette étape vise à compléter le planning courant en affectant des salles choisies aléatoirement à des jours sélectionnés aléatoirement de manière à avoir A_{min_s} salles sur la période pour chaque spécialité s (tout en respectant le nombre maximum de salle par jour $A_{max_{sj}}$).
- **Etape 4.** Pour terminer, cette étape vise à

finir de planifier le planning courant en affectant les spécialités aux salles restantes. A l'itération $i = 1$ de l'algorithme 1, toutes les spécialités sont sélectionnées à l'aide de tirage aléatoire uniforme. Cependant, lors des itérations suivantes, cette sélection tiendra compte de la meilleure solution trouvée par l'algorithme, $best$, ou plus exactement du temps total alloué à une spécialité s et de son taux d'utilisation des salles (en fonction des interventions types planifiées) sur toute la période, notés respectivement T_s^{best} et τ_s^{best} . Chaque spécialité aura une probabilité $\frac{T_s^{best} \times \tau_s^{best} - T_s^{cou}}{\sum_{s \in S} T_s^{best} \times \tau_s^{best} - T_s^{cou}}$ d'être sélectionnée pour être affectée à une salle restante (avec T_s^{cou} le temps alloué dans le planning courant à la spécialité s).

4.2 Sélection des journées types

L'objectif de cette phase est de construire un sous-ensemble Ω' de Ω . Les éléments importants à prendre en compte lors du choix des journées types à sélectionner sont : satisfaire au mieux le nombre d'arrivées pour chacune des interventions types (prévoir des journées types qui couvrent au moins l'ensemble des interventions types), les horaires d'ouvertures des salles (sélectionner des journées types de différentes longueurs pour couvrir l'ensemble des horaires d'ouvertures de salles), et le risque de dépasser la capacité en nombre de lits (ne pas prévoir que des journées types qui comportent de nombreuses interventions types nécessitant pour la plupart des grandes durées de séjours post-opératoires).

Tout d'abord, les durées d'ouverture des salles sont classées en trois groupes par une classification hiérarchique puis nous calculons le pourcentage de salles correspondant à chaque classe, notés α , β et γ . Par exemple, dans le cas où durant une période donnée, 3 salles seraient ouvertes pendant 5h, 3 salles à pendant 7h, 3 salles pendant 8h et 3 salles pendant 10h, alors nous obtiendrions une classe de seuil 5h avec $\alpha = 25\%$, une classe de seuil 7h30 avec $\beta = 50\%$ et une classe de seuil 10h avec $\gamma = 25\%$. Sachant que le nombre de journées types dans Ω' doit être constant et égal à $NBJT$, les journées types seront sélectionnées de manière à en avoir $\alpha\%$ ayant une longueur strictement inférieure au maximum des durées d'ouvertures de la première classe, ainsi que $\beta\%$ inférieure au maximum des durées d'ouvertures de la deuxième classe et $\gamma\%$ inférieure au maximum des durées d'ouvertures de la dernière classe. Cette sélection s'appuiera sur une sélection par tournoi avec 4 candidats, le candidat ayant le meilleur score étant retenu. Le score de chaque journée type est calculé de la manière suivante :

- Nous ajoutons $\frac{\alpha_k^t}{\max(\alpha_k^t)}$ points à la journée type

t et pour chaque intervention type k de t afin de favoriser les journées types ayant beaucoup d'interventions.

- Si le nombre d'interventions types k sur la période de la solution courante ne respecte pas le nombre d'arrivées, nous ajoutons un point à chaque journée type t et pour chaque intervention de type k qu'elle possède.
- Si dans la solution courante, le nombre de lits occupés est d'au moins 90% sur toute la période, alors on retire $\frac{l_k}{\max(l_k)}$ points à chaque journée type t pour chaque intervention type k qu'elle possède.

4.3 Planification des interventions types

L'objectif de cette phase est de trouver la solution optimale en respectant l'ensemble des contraintes du problème et en tenant compte de l'affectation préalable des spécialités aux salles ainsi que de l'ensemble réduit des journées types disponibles. Cette phase est réalisée en utilisant le deuxième modèle auquel est ajouté un ensemble de variable $y_k \forall k \in K$ représentant un entier égal au nombre d'interventions types k manquantes dans la programmation. Cet ajout permet de trouver des solutions réalisables dans le cas où la préaffectation des spécialités aux salles ou la sélection des journées types de Ω' n'a pas été judicieusement réalisée. Un prétraitement sur les variables x_{ojt} permet de prendre en compte cette préaffectation des spécialités et la sélection des journées types. Il suffit de mettre x_{ojt} égal à 0 pour tout $t \notin \Omega'$ ou tel que t ne fait pas partie de la spécialité préaffectée le jour j en salle o . Les contraintes à respecter sont les contraintes 15, 16, 17, 18 et 22. Les contraintes 21 sont cependant modifiées de manière à prendre en compte les variables y_k tel que :

$$\forall k : \sum_{o \in O} \sum_{j \in J} \sum_{t \in \Omega} x_{ojt} \times \alpha_k^t \geq \tau_k - y_k \quad (24)$$

Comme les contraintes sur le respect du nombre d'arrivées ont été relâchées. La fonction objectif doit avoir pour but de minimiser la somme des interventions types manquantes en priorité, puis de maximiser le nombre d'interventions types réalisées sur la période. Soit maximiser :

$$\sum_o \sum_j \sum_t x_{ojt} \times \alpha_k^t - \sum_k BigValue \times y_k \quad (25)$$

5 Résultats expérimentaux

Afin de tester et comparer les deux modèles mathématiques et la matheuristique, un ensemble d'instances

ont été générées. Malheureusement, aucune donnée réelle n'est disponible pour le moment, ces données constituant des informations sensibles et étant difficiles à extraire du milieu hospitalier. L'implémentation a été réalisée en langage C++ et la résolution des modèles s'effectue en utilisant la librairie CPLEX 12.6. Dans une première partie, les caractéristiques des instances sont présentées. Puis une seconde partie est dédiée à la comparaison des deux modèles. Enfin les résultats sur la matheuristique sont exposés dans une troisième partie.

5.1 Génération d'instances

L'ensemble des instances générées se décompose en 8 groupes selon le nombre de jours dans la période, égal à 5 ou 10, le nombre de spécialités considérées, égal à 3 ou 5, et le nombre maximum d'interventions types dans chaque spécialité, égal à 3 ou 5. Le nombre d'interventions types d'une spécialité est tiré aléatoirement entre 1 et ce dernier paramètre. La durée de chaque intervention type varie entre 30 minutes et 4 heures, elle est générée selon une distribution log-normal de paramètre $\mu = 4.4$ et $\sigma^2 = 0.5$. La durée d'hospitalisation est générée entre 1 jour et deux fois la durée de la période de planification en utilisant une distribution exponentielle de paramètre $\lambda = 5/(2|J|)$. Le nombre de chaque intervention type à prévoir durant la période est tiré uniformément entre 10 et 20. Etant donné que le problème possède de nombreuses contraintes ressources (lits, nombre de salles d'opération et leurs durées d'ouverture, ressources communes et propres, etc.), il est difficile de générer des instances contraintes sur l'ensemble des ressources. Nous nous sommes donc concentrés à contraindre les instances sur le nombre de lits disponibles et sur les salles en supposant que les ressources communes et propres aux spécialités sont en nombre suffisant. Le nombre de lits disponibles est constant sur toute la période et égal à $1.7 \times \frac{\sum_{k \in K} \tau_k \times l_k}{|J|}$, 1.7 représentant un coefficient déterminé expérimentalement pour rendre les instances difficiles. Enfin, le nombre de salles d'opération et les durées d'ouverture sont également calculés en fonction des interventions types générées. Tout d'abord, le temps total de toutes les interventions types est calculé : $P = \sum_{k \in K} \tau_k \times p_k$. Une salle sera ajoutée tant que la somme de toutes les durées d'ouverture des salles générées sur la période sera inférieure à $\theta \times P$. Lorsqu'une salle est générée, une durée d'ouverture est tirée aléatoirement entre 8 heures et 10 heures pour chaque journée. θ représente également un coefficient permettant de contraindre plus ou moins l'instance sur les salles en fonction de sa valeur. Expérimentalement, nous avons choisi deux valeurs, 1.3 et 1.6, rendant un ensemble d'instances plus contraint sur le nombre de lits et un autre ensemble plus contraint sur les salles. Enfin, nous avons

considéré que toutes les interventions types ont les mêmes priorités ($\mu_k = 1$).

5.2 Résultats sur les modèles mathématiques

Le temps de résolution de CPLEX a été limité à 30 minutes pour les deux modèles. Les résultats sont présentés dans les tableaux 1 et 2 pour les instances contraintes en nombre de lits et dans les tableaux 3 et 4 pour les instances contraintes en nombre de salles. Les trois premières lignes indiquent la taille de l'instance (nombre de jours, nombre de spécialité et nombre d'intervention types max). Chaque colonne correspond à des tests sur 50 instances. La ligne O spécifie le nombre d'instances résolues à l'optimalité, R pour le nombre d'instances dont une solution réalisable a seulement été trouvée (après 30 min), OM pour le nombre d'instance qui n'a pas pu être résolu à cause d'une explosion mémoire et NR pour le nombre d'instances démontrées infaisables. Les trois dernières lignes du tableau indiquent respectivement, le temps moyen de résolution, le temps minimum de résolution et le temps maximum de résolution pour les mêmes instances qui sont résolus à l'optimalité par les deux modèles.

J	5				10			
	3		5		3		5	
S	3		5		3		5	
K_s	3	5	3	5	3	5	3	5
O	31	17	8	8	14	13	5	3
R	5	6	0	2	7	12	11	1
OM	8	25	34	31	8	19	17	16
NR	6	2	8	9	21	16	17	30
Moy	18,2	80,9	52,7	281,6	14,1	18,3	259,2	12,0
Min	0,1	0,8	2,5	23,7	0,4	1,5	36,6	12,0
Max	1256,4	603,7	255,8	1138,1	85,8	53,8	548,9	12,0

Tableau 1: Résultats du premier modèle sur les instances contraintes en nombre de lits

J	5				10			
	3		5		3		5	
S	3		5		3		5	
K_s	3	5	3	5	3	5	3	5
O	44	45	42	35	29	30	27	17
R	0	2	0	2	0	0	6	1
OM	0	1	0	4	0	4	0	2
NR	6	2	8	9	21	16	17	30
Moy	6,0	30,5	1,8	257,1	8,0	7,8	32,6	13,3
Min	0,05	0,2	0,4	3,0	0,1	0,3	3,8	13,3
Max	124,6	285,4	6,1	749,5	62,4	27,3	56,4	13,3

Tableau 2: Résultats du deuxième modèle sur les instances contraintes en nombre de lits

J	5				10			
	3		5		3		5	
S	3		5		3		5	
K_s	3	5	3	5	3	5	3	5
O	26	1	0	0	10	18	1	1
R	8	9	9	1	5	2	3	3
OOM	5	36	31	43	10	9	20	25
NR	11	4	10	6	25	21	26	21
Moy	87	49,2	x	x	124,1	30,4	1771,9	204,8
Min	0,5	49,2	x	x	0,9	0,2	1771,9	204,8
Max	1148,2	49,2	x	x	517,8	208,1	1771,9	204,8

Tableau 3: Résultats du premier modèle sur les instances contraintes en nombre de salles

Bien que le nombre de variables du deuxième modèle soit exponentiel, les résultats montrent très clairement que le modèle 1 est beaucoup moins performant que le modèle 2. Ce dernier arrive à résoudre plus de 96% des instances (soit trouver la solution optimale

J	5				10			
	3		5		3		5	
S	3		5		3		5	
K_s	3	5	3	5	3	5	3	5
O	39	46	37	43	25	29	24	25
R	0	0	3	1	0	0	0	2
OOM	0	0	0	0	0	0	0	2
NR	11	4	10	6	25	21	26	21
Moy	0,7	0,2	x	x	0,4	0,8	0,4	14,3
Min	0,05	0,2	x	x	0,1	0,04	0,4	14,3
Max	4,2	0,2	x	x	31,5	7,9	0,4	14,3

Tableau 4: Résultats du deuxième modèle sur les instances contraintes en nombre de salles

soit montrer son infaisabilité en moins de 30 min) contre à peine 50% pour le modèle 1. Le fait de comparer le temps de résolution sur les mêmes instances montre sans ambiguïté que la résolution du modèle 2 est beaucoup plus rapide que la résolution du premier.

5.3 Résultats sur la matheuristique

Après quelques expérimentations, nous avons fixé les paramètres aux valeurs suivantes : $N_{ite} = 20$, $M_{ite} = 4$, $\Omega' = 4 \times |J| \times |O|$. Nous avons testé la matheuristique sur 5 instances contraintes en nombre de lits pour chacun des 8 ensembles d'instances. Ces 5 instances ont été sélectionnées de manière à connaître la solution optimale par la résolution du modèle 2. La comparaison entre le résultat de la matheuristique et la solution optimale du modèle 2 est présentée par le tableau 5. La ligne GAP indique le GAP entre la solution optimale et la meilleure solution trouvée par la matheuristique. Les deux dernières lignes montrent les temps moyens de résolution de la matheuristique et du modèle 2.

J	5				10			
	3		5		3		5	
S	3		5		3		5	
K_s	3	5	3	5	3	5	3	5
GAP	9,6	7,5	7,9	13,8	8,3	6,9	8,1	10,2
Tps Math	47,5	105,2	51,6	243,0	201,4	131,1	351,9	326,7
Tps Opt	36,64	92,96	68,6	149,8	67,66	184,8	94,675	329,08

Tableau 5: Résultats de la matheuristique sur les instances contraintes en nombre de lits

Les résultats montrent que la matheuristique est en moyenne proche des solutions optimales avec un temps de résolution plus faible. N'étant qu'une première version, la matheuristique montre des résultats encourageants pour la suite de l'étude. D'autres tests permettront d'analyser plus en profondeur le comportement de la méthode mais nous avons déjà remarqué un manque de stratégie de diversité et d'intensification durant l'exploration de solutions. Enfin, à noter également, que la matheuristique permettra de résoudre de plus grandes instances que le modèle 2 le pourra.

6 Conclusion

Cette étude présente donc deux modèles basés sur la programmation linéaire en nombres entiers et une matheuristique pour la résolution d'un cas de "Master Surgical Scheduling Problem" extrait d'un con-

texte hospitalier Québécois. Les résultats ont montré qu'un modèle peut être clairement plus performant même si le nombre de variables est théoriquement exponentiel à condition qu'elles soient définies judicieusement. La matheuristique proposée tire parti de la performance du modèle 2. Les premiers résultats de la matheuristique sont très encourageants. Une des premières perspectives de l'étude est d'améliorer cette matheuristique par l'ajout d'étape de diversification ou d'intensification peu maîtriser pour le moment durant la recherche de solutions. L'idée consiste à explorer plus de solutions différentes et d'intensifier la recherche autour de solutions très prometteuses. Enfin une autre perspective est de tester et évaluer les solutions trouvées à l'aide de données réelles en simulant l'arrivée de patients et de règles simples pour affecter ces patients aux blocs opératoires tout en respectant les priorités opératoires données aux spécialistes et interventions types.

- Abdelrasol Z.Y., N. Harraz, and A. Eltawil, 2013. A Proposed Solution Framework for the Operating Room Scheduling Problems, Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2013 Vol II WCECS 2013, 23-25 October, 2013, San Francisco, USA.
- Agnetis A., A. Coppi, and M. Corsin, 2014. A decomposition approach for the combined master surgical schedule and surgical case assignment problems. *Health Care Management Science*, 17, p. 49-59.
- Aringhieri A., P. Landa, P. Soriano, E. Tànfani, and A. Testi. 2014. A two level Metaheuristic for the Operating Room Scheduling and Assignment Problem. To appear in *Computers & Operations Research*.
- Banditori B., P. Cappanera, and F. Visintin, 2013. A combined optimization-simulation approach to the master surgical scheduling problem. *IMA Journal of Management Mathematics*, 24(2), p. 155-187.
- Beaulieu I., M. Gendreau, and P. Soriano, 2012. Operating rooms scheduling under uncertainty. In "Advanced Decision Making Methods Applied to Health Care", *International Series in Operations Research & Management Science*, 173, p. 13-32.
- Belien J., E. Demeulemeester, and B. Cardoen, 2009. A decision support system for cyclic master surgery scheduling with multiple objectives. *Journal of Scheduling*, 12, p. 147-161.
- Cardoen B., E. Demeulemeester, and J. Belien, 2010. Operating room planning and scheduling: a literature review. *European Journal of Operational Research*, 201:, p. 921-932.
- Kharraja Said, 2003. Outils d'aide à la planification et l'ordonnancement des plateaux médico-techniques. *European Journal of Operational Research*, Thèse de doctorat, Université Jean Monnet.
- Ma G., and E. Demeulemeester, 2013. A multilevel integrative approach to hospital case mix and capacity planning. *Computers & Operations Research*, 40(9), p. 2198-2207.
- Mannino C., E.J. Nilssen, and T.E. Nordlander, 2012. A pattern based, robust approach to cyclic master surgery scheduling. *Journal of Scheduling*, 15, p. 553-563.
- Tànfani E., and A. Testi. 2010. A pre-assignment heuristic algorithm for the Master Surgical Schedule Problem (MSSP). *Annals of Operations Research*, 178(1), p.105-119.
- Van Essen J.T., J.M. Bosch, E.W. Hans, M. Van Houdenhoven, and J.L. Hurink, 2013. Reducing the number of required beds by rearranging the OR-schedule. *OR Spectrum*.
- Van Oostrum J.M., T. Parlevliet, A.P.M. Wagelmans, and G. Kazemier, 2011. A Method for Clustering Surgical Cases to Allow Master Surgical Scheduling. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 49(4), p. 254-260.
- Van Oostrum J.M., M. Van Houdenhoven, J.L. Hurink, E.W. Hans, G. Wullink, and G. Kazemier, 2008. A master surgical scheduling approach for cyclic scheduling in operating room departments. *OR Spectrum*, 30, p. 355-374.