



HAL
open science

Langage et construction de connaissances dans une situation de résolution de problèmes en géométrie

Caroline Bulf, Anne-Cécile Mathé, Joris Mithalal

► To cite this version:

Caroline Bulf, Anne-Cécile Mathé, Joris Mithalal. Langage et construction de connaissances dans une situation de résolution de problèmes en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2015, 35 (1), pp.7-36. hal-01147264

HAL Id: hal-01147264

<https://hal.science/hal-01147264v1>

Submitted on 11 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LANGAGE ET CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES DANS UNE SITUATION DE RESOLUTION DE PROBLEMES EN GEOMETRIE

Caroline Bulf *, Anne-Cécile Mathé**, Joris Mithalal***

RÉSUMÉN

Nuestro trabajo preste una atención especial al papel del lenguaje en el proceso de construcción de conocimientos. En este artículo, estudiamos un extracto de un curso en una “clase ordinaria” de quinto grado, e intentamos mejorar nuestro análisis de las relaciones entre dos procesos del aprendizaje: un proceso de adaptación, en el cual alumnos aprenden por la interacción con un *milieu* y el análisis de las retroacciones, y un proceso de aculturación que le da acceso a un conocimiento cultural y compartido. En particular, mostremos que el modelo de *structuration du milieu* permite describir con muy precisión las interacciones entre el sujeto y el milieu, y nos ofrece pistas para comprender el papel del lenguaje oral en la articulación de procesos personales y sociales del aprendizaje.

Palabras clave: Lenguaje, aprendizaje, geometría, milieu.

ABSTRACT

Our work aims at studying the role of language interactions in learning’s process. In this article, we analyse an excerpt of a 7th grade “ordinary” classroom session and try to better understand how language is involved in two intertwined processes. On the one hand, in an accommodation process, pupils learning while interacting with a *milieu* and receiving feedback, in specific situations. On the other hand, an acculturation process gives pupils access to shared and culturally determined knowledge. We use the *structuration du milieu* model to describe precisely the interactions between subject and *milieu*, and give some elements to understand how oral language helps articulating personal and social knowledge constructions.

Keywords: Language, learning, geometry, milieu.

RÉSUMÉ

Notre travail propose de porter une attention particulière au rôle du langage dans le processus de construction de connaissances géométriques. Dans cet article, en appui sur l’analyse d’un extrait de séance « de classe ordinaire » en classe de cinquième (élèves de 12-13 ans), nous montrons que le modèle de structuration du milieu permet de décrire avec finesse les interactions entre sujet et milieu, et livre des pistes pour comprendre le rôle du langage oral dans l’articulation entre processus de construction personnelle et sociale des connaissances. À travers cette étude, nous souhaitons alimenter une réflexion sur la manière dont s’articulent deux processus inhérents à l’apprentissage : un processus d’adaptation (apprentissage par adaptation à un milieu producteur de contradictions, au sein de situations choisies) et un processus d’acculturation par lequel l’élève accède à un savoir culturellement déterminé et partagé.

Mots clés : Langage, apprentissage, géométrie, milieu.

INTRODUCTION

Depuis les années soixante-dix, en France, la didactique des mathématiques s’efforce de saisir et de modéliser les conditions de construction et d’évolution des connaissances mathématiques des élèves. Depuis son origine, ce champ de recherche est fortement ancré dans une approche anthropologique de l’apprentissage. Sous l’impulsion des travaux de Guy

* Université de Bordeaux, LACES-E3D, EA 4140, caroline.bulf@espe-aquitaine.fr.

** Clermont Université, Université Blaise Pascal, ACTé, EA 4281, a-cecile.mathe@univ-bpclermont.fr

*** Université Paris 4, ESPE Paris, LDAR, EA 4434, joris.mithalal@espe-paris.fr

Brousseau (1998), la didactique des mathématiques caractérise les connaissances mathématiques par les problèmes qu'elles permettent de résoudre et l'élaboration de situations didactiques. Le processus de partage d'un savoir en classe de mathématiques est alors vu comme une construction s'étendant depuis la recherche par le sujet d'états d'équilibre au sein d'interactions entre un sujet et un milieu jusqu'à l'institutionnalisation au sein de la classe des connaissances identifiées comme utiles pour la résolution des problèmes en savoirs stabilisés et conformes aux attentes de l'institution. La recherche en cours, objet de cet article, repose sur une attention forte portée aux mécanismes qui lient ces deux dimensions de l'apprentissage, personnelle et sociale. Dans ce cadre, nous nous employons depuis quelques années (Bulf, Mathé, Mithalal 2011) à interroger le rôle des interactions langagières orales dans la construction de connaissances géométriques, à la fin de l'école et au début du collège (enfants de 10 à 14 ans). Nos travaux se limitent pour l'instant au contexte de la géométrie et dans un cas particulier où la situation mêle construction de tracés et construction de connaissances. Notre intérêt pour la géométrie est lié à l'importance, dans ce champ, des interactions entre des activités manipulatoires – par exemple de tracé – et une construction sociale – par exemple des manières spécifiques à la géométrie d'appréhender, de traiter et de désigner les objets en jeu. La question qui nous préoccupe est alors la suivante : au sein de la résolution de problèmes de géométrie, comment actions sur le milieu et activités langagières s'articulent-elles dans le processus de construction de connaissances ? En particulier, comment penser les interactions entre le système [sujet<>milieu] et des échanges verbaux qui, tout en étant extérieurs à ce système, n'entrent pourtant pas nécessairement dans la relation didactique ?

Dans ce texte, en appui sur l'analyse d'une « situation de classe ordinaire », nous présenterons la manière dont cette question de recherche nous a conduits à explorer le rôle joué par le langage oral dans les modalités d'interaction des élèves au milieu. Nous verrons en particulier comment le modèle de structuration du milieu (Brousseau 1986), (Margolinas 1995, 2003) et (Bloch 2002) permet de procéder à une analyse fine du système [sujet<>milieu] et de caractériser la manière dont les interactions langagières influent sur celui-ci – notamment par des interventions de l'enseignant sous forme d'effets de contrat. Nous montrerons en outre que ces effets doivent être détaillés plus finement, et qu'ils ne suffisent pas à rendre compte des phénomènes langagiers en interaction avec ce système. Ceci met au jour la nécessité d'adjoindre à l'analyse classique des actions sur le milieu une analyse élargie portant sur le langage, inscrite elle aussi dans le cadre de la Théorie des situations didactiques (Brousseau 1998).

LANGAGE ET APPRENTISSAGE EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : UNE QUESTION VIVE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

La didactique des mathématiques, et en particulier la Théorie des situations didactiques (TSD), accorde une place très forte à la construction de connaissances dans la confrontation au milieu, et à leur émergence comme objet social *via* l'institutionnalisation de ces connaissances en savoirs. Dans ce cadre, nous avons montré (Bulf, Mathé, Mithalal 2014) que la construction de connaissances est d'abord personnelle, et la dimension sociale est essentiellement prise en compte par les phénomènes de dévolution et d'institutionnalisation¹.

¹ Nous passons volontairement sous silence la gestion par l'enseignant du groupe classe, qui se situe hors des phénomènes qui nous intéressent ici.

Nous souhaitons interroger de manière plus forte comment la dimension sociale de l'apprentissage dépasse ces deux phénomènes, et intervient dans la construction même des connaissances en interagissant avec l'ensemble du système [sujet<>milieu]. Le langage joue un rôle privilégié dans ces interactions en permettant les processus de contextualisation-décontextualisation, la convocation de contextes, en étant lieu de création ou de négociation de sens... Poser la question du rôle du langage suppose d'aborder cette complexité, ces rapports entre personnel et social, verbal et non-verbal, dans le processus d'enseignement-apprentissage. À cette fin, il nous faut en premier lieu expliciter ce que nous entendons par *langage*.

Selon Rebière (2013, p.221), *la langue* est considérée comme un matériau, un « réservoir de signes » pour une communauté donnée. Il s'agit de l'objet d'étude des grammairiens. Tandis que *le langage* est lui vu comme « la mise en activité par un sujet singulier, en contexte, de la langue (réservoir et code) avec intentionnalité » (Ib.). Nous partageons le point de vue de Jaubert, Rebière et Bernié (2012) qui consiste à voir le langage comme outil de construction, de négociation et de transformation des significations. Nous parlerons donc d'activité(s) langagière(s) au sens de Rebière :

[...] le langage, est une activité. Parler, écrire, c'est agir, et pas seulement physiquement. C'est façonner des contenus que l'on tente de faire partager à son interlocuteur. Au cours de l'activité langagière se construisent des mondes discursifs (juridique, médical, fantastique, merveilleux, scientifique...) et des objets discursifs, différents des objets réels, dont l'énonciateur sélectionne certains éléments pour en parler [...]. (Rebière 2013, p.224)

Ainsi, nous faisons nôtre l'hypothèse selon laquelle le langage participe de l'*acculturation* vers le monde spécifique de la géométrie (Mathé 2012). Interrogeant le processus de construction de connaissances mathématiques, nous considérons que le langage participe de l'activité du sujet, et que l'interaction sociale dans laquelle s'inscrit son activité langagière contribue à modifier l'équilibre entre le sujet et le milieu, même lorsqu'elle n'est pas directement partie prenante de la boucle d'action-rétroaction. Nous cherchons dans ce texte à préciser comment des constructions de connaissances, personnelle d'une part, et au sein d'un environnement social – la classe – d'autre part, sont en interactions constantes. Nous nous appuyons pour cela sur le modèle de structuration du milieu à la fois pour caractériser l'étendue et les limites de la prise en compte du langage par la TSD.

1. La dimension sociale de l'apprentissage dans le cadre de la TSD

La distinction entre savoir et connaissance impose à la TSD (Brousseau 1998) de se démarquer d'une approche constructiviste de l'apprentissage. La connaissance est caractérisée par une interaction avec un milieu antagoniste, tandis que le savoir est une construction éminemment sociale, comme le soulignent Laparra et Margolinas (2010, p. 150) :

Une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation. Il s'agit d'un concept très large, qui inclut à la fois des connaissances du corps, des connaissances dans l'action, des connaissances de l'interaction, des connaissances mémorisées, etc.

Un savoir est d'une autre nature, il s'agit d'une construction sociale et culturelle, qui vit dans une institution (Douglas 1986/2004) et qui est par nature un texte (ce qui ne veut pas dire qu'il soit toujours matériellement écrit). Le savoir est dépersonnalisé, décontextualisé, détemporalisé. Il est formulé, formalisé, validé et mémorisé. Il peut être linéarisé, ce qui correspond à sa nature textuelle. (Laparra Margolinas 2010, p. 150)

À cette dualité fondatrice des phénomènes d'apprentissage correspond un double processus d'adaptation et d'acculturation (Bessot 2011), qui reflète la complémentarité entre la dimension opérationnelle et locale de la connaissance, et l'aspect social et généralisant du savoir :

Brousseau s'oppose aux thèses constructivistes en définissant l'apprentissage comme un double processus :

- un processus d'adaptation (assimilation et accommodation) à un milieu qui est porteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres : notions de milieu et de situation adidactique,
- et un processus d'acculturation par l'entrée dans les pratiques d'une institution : notion de contrat et d'institutionnalisation. (Bessot 2011, p.32)

Du point de vue de la TSD, l'aspect social de l'apprentissage et l'aspect communicationnel du langage sont en premier lieu considérés pour la mise en place de la situation (contrat et dévolution), ou lorsque l'enseignant institutionnalise des connaissances en savoirs. Soulignons que les phénomènes langagiers ne sont pas exclus de la construction de connaissance par interaction avec le milieu, mais leur prise en compte se limite alors aux cas où ils participent d'une épistémologie des savoirs en jeu, c'est par exemple le cas des situations de communication. L'apprentissage étant avant tout, selon le point de vue de Radford (2011, p. 8) au sujet de la TSD, une construction personnelle et interne, les interactions langagières – verbales notamment – sont essentiellement envisagées comme des externalités ou des moyens de mise à distance, au sein des processus de

dévolution et d'institutionnalisation. Ceci nous semble devoir être interrogé, notamment à la lumière de positionnements théoriques soulignant la dimension culturelle, située, des pratiques mathématiques. L'ancrage vygotkien est fortement présent dans ces approches, au nombre desquelles il faut notamment mentionner les travaux de l'approche discursive (Sfard 2001, 2012 ; Moschkovitch 2010) et la théorie de l'objectivation (Radford 2011). Selon celles-ci, l'apprentissage des mathématiques consiste nécessairement en l'entrée dans une culture, et la participation à des pratiques socialement construites et partagées. Le langage joue ainsi un rôle essentiel en permettant un apprentissage par l'inscription dans une communauté de pratiques. Il est au centre de l'activité du sujet et de la médiation de pratiques culturelles dans lesquelles il s'agit d'entrer.

2. Notre positionnement, nos objectifs

Nos travaux s'inscrivent dans le cadre de la TSD, dans la mesure où les connaissances de géométrie nous semblent devoir être caractérisées par les problèmes qu'elles permettent de résoudre. Néanmoins, les autres approches que nous avons mentionnées nous semblent complémentaires en inscrivant les connaissances de géométrie dans une construction sociale, et dans des pratiques partagées culturellement instituées. Nous formulons l'hypothèse que la construction de connaissances, lors de la résolution de problèmes, fait intervenir une dimension personnelle en interaction avec une dimension sociale médiée notamment par le langage oral². De manière originale par rapport aux analyses habituellement développées dans le cadre de la TSD, nous portons ainsi une attention particulière à la dimension collective et sociale de la construction de pratiques conformes à la géométrie scolaire attendue par l'enseignant et l'institution, en ce qu'elle dépasse les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Nous nous situons en cela dans le prolongement de travaux s'appuyant sur une approche wittgensteinienne de l'apprentissage (Sarrazy 2005, Mathé 2012). Selon l'ontologie dans laquelle se placent des sujets, un même objet peut donner lieu à différents langages producteurs de significations. Néanmoins ces sujets sont susceptibles de se comprendre, voire d'envisager des actions communes sur cet objet, par la construction collective, sociale, d'une *forme de vie* partagée (Wittgenstein 1953) – au sens de pratique sociale historiquement et culturellement déterminée. Comment peut s'opérer ce processus d'*acculturation* en classe de géométrie ? De quelle manière, en situation de résolution d'un problème géométrique, les interactions matérielles avec le milieu et les interactions discursives entre élèves, ou entre l'enseignant et les élèves sont-elles susceptibles de s'articuler pour participer d'un même apprentissage ?

Nous avons mis en évidence que le langage intervient (i) pour la construction personnelle de connaissances (ii) pour l'inscription des problèmes dans une activité socialement partagée qui participe de leur nature, et donc de leur construction (iii) pour l'institutionnalisation des connaissances en savoirs, *via* leur mise à distance. Il est de fait nécessaire d'interroger les rôles respectifs de ces trois fonctions ainsi que leurs interactions, notamment en articulant les dimensions personnelles et sociales du processus d'apprentissage.

L'ensemble des hypothèses que nous formulons peut être synthétisé par une adaptation du schéma de Lappara et Margolinas (2010, p.146) exprimant la « circulation entre connaissance et savoir » et « la complémentarité des processus d'institutionnalisation et de dévolution » (figure 1) :

Enseigner un savoir suppose (quel que soit le choix pédagogique) un processus de contextualisation : ce que l'élève rencontre en situation est d'abord une connaissance. Mais les connaissances fonctionnent en premier lieu dans le régime de l'implicite, elles sont contextualisées, très dépendantes de la situation. Le processus qui fait changer de statut la connaissance en la faisant évoluer graduellement vers un régime de savoir est le processus d'institutionnalisation, qui passe par des formulations, des validations, une décontextualisation, une mémorisation, etc. (Lappara Margolinas 2010, p.146).

² Dans toute la suite de l'article, nous entendons par langage, le langage oral.



Figure 1 : Dimension sociale des relations entre savoir et connaissance (schéma adapté de Laparra et Margolinas 2010, p.146).

La flèche descendante du cycle désigne le processus de dévolution dans lequel l'enseignant règle la part d'implicite en usant notamment de formes langagières attachées à des pratiques disciplinaires scolaires (par exemple en proposant un énoncé dans le contexte de la géométrie euclidienne ou en reformulant certains propos dans les formes langagières appropriées de la géométrie euclidienne). D'autres interactions sociales (dont certaines sont langagières), représentées par des flèches en lignes brisées, signalent qu'il faut inclure dans l'analyse des influences sociales et culturelles de l'élève, agissant sur ce système. Un code similaire rend compte du rôle de ces interactions dans le processus d'institutionnalisation, qui doit toutefois être nuancé dans la mesure où l'enseignant contrôle alors les négociations de signification vers des formes langagières validées par tous et attachées à des pratiques scolaires de la géométrie. Dans l'ellipse désignant la situation, se jouent les interactions du sujet avec le milieu. Celles-ci peuvent être de nature langagière et interpersonnelle. En outre, des interactions sociales (dont langagières), existant en dehors de ce sous-système, peuvent agir dessus. On pensera par exemple à des interactions entre élèves pour établir le sens de certains termes – qui peut influencer sur l'interprétation du problème, et donc sur le système lui-même –, ou la convocation de contextes non-scolaires, sans que cette liste soit pour l'instant exhaustive. Ainsi, ces deux types de flèches représentant l'action portée sur le même sous-système (sujet <> milieu) rendent compte des différentes dimensions que recouvrent le langage dans le processus de constructions de connaissances géométriques : individuelle (d'adaptation) et collectives (dimension didactique et extérieure à la relation didactique).

Notons que nous étudions ici les relations entre savoir et connaissance en ce qu'elles influent sur le processus de construction de connaissance. Ceci explique l'absence de représentation d'une dimension langagière du côté du savoir, qui est pourtant essentiellement textuel. Il ne s'agit pas d'affirmer qu'elle est absente, et ainsi les processus de dévolution et d'institutionnalisation en sont largement dépendants, mais de considérer que les phénomènes langagiers internes au savoir ne sont pas étudiés pour eux-mêmes ici.

CHOIX DES OUTILS D'ANALYSE POUR L'ETUDE DE PHENOMENES LANGAGIERS

Nous avons vu dans la première partie de cet article que notre objectif est d'étudier la manière dont le langage intervient, à la fois comme moyen d'interaction avec le milieu et comme moteur de l'inscription de l'action dans un environnement culturel. Il faut donc envisager d'un même regard différents phénomènes :

- la manière dont les interactions langagières inscrivent l'action de l'élève dans une culture, dans un processus de co-construction de connaissances ;
- la manière dont les connaissances se construisent par interaction avec le milieu, et dont elles prennent une existence sociale (au moins dans un groupe classe) ;
- et donc la manière dont les rôles des interactions sociales – et notamment langagières – dépassent le cadre proposé par la TSD.

Pour ce faire, il s'avère nécessaire de disposer d'outils permettant une analyse fine non seulement de l'activité de l'élève, mais aussi du rapport que ce dernier entretient aux objets et aux problèmes qui lui sont posés, ce que propose le modèle de structuration du milieu (Brousseau 1986 ; Margolinas 1995 ; Bloch 2002).

1. La structuration du milieu : origines et description du modèle

Le but de cette classification en niveaux de milieu et de situations est de permettre la prévision des relations sociales – des jeux – qui correspondent aux différents régimes du fonctionnement de la connaissance dans les différents modes d'apprentissages utilisables en situation scolaire. (Brousseau 1986, p.63)

Cette citation témoigne de l'ambition de ce modèle : il s'agit ici d'étudier la situation non plus de manière indépendante du sujet, mais en considérant qu'il s'en saisit et que c'est de cela que naît le milieu avec lequel il interagit effectivement. L'interaction d'un milieu matériel avec le sujet, ses connaissances et la manière dont il comprend et aborde la consigne, conduisent à un problème auquel il est effectivement confronté et pour lequel il va produire des stratégies et des anticipations. En conséquence, le sujet peut se placer alternativement dans des positions différentes (selon qu'il doit par exemple agir ou justifier de ses actions) qui définissent autant de *niveaux de milieu*. Brousseau (1986, p. 60) décrit alors le milieu comme une structure emboîtée « en oignon » dont nous proposons la schématisation suivante.

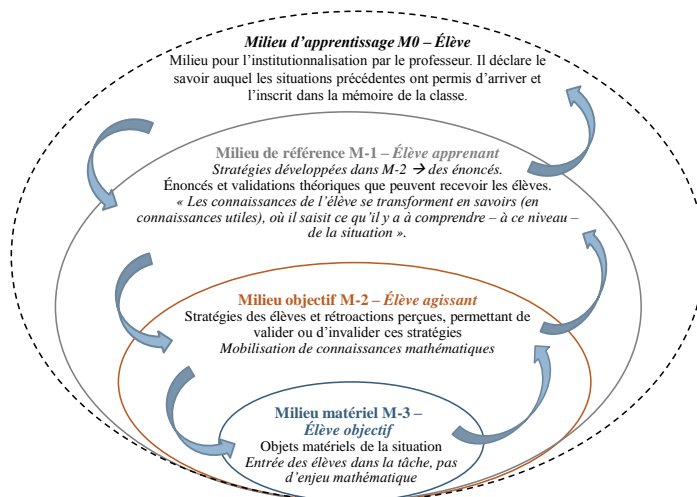


Figure 2. : Schématisation de l'articulation entre les différents niveaux de milieu (adaptée de Margolinas, 2004, p. 53).

2. Une modélisation de l'apprentissage à l'aide de la structuration du milieu via deux évolutions

La connaissance est ici envisagée comme une caractéristique du système [sujet<>milieu] dans son ensemble. Ceci nous pousse à envisager la construction de connaissances comme une modification des relations entre sujet et milieu, via deux évolutions principales.

La première évolution mise en évidence par le modèle concerne la position de l'élève face au problème. En tant qu'élève agissant (E-2), il emploie ses connaissances pour interpréter le milieu matériel (M-3), pour élaborer des stratégies ; si l'élève les met à l'épreuve, il ne s'agit pas (encore) ici pour lui de construire une connaissance. Pour ce faire, l'élève doit *a minima* se placer en position d'élève apprenant (E-1), et adopter un regard réflexif sur ses propres

stratégies. Nous considérons qu'une modification de sa position est constitutive de l'apprentissage et qu'il est essentiel de pouvoir la détecter et la susciter.

La seconde évolution porte sur le contenu de chacun des niveaux de milieux considérés isolément, constitutifs de l'état de connaissance du sujet. Par exemple, confronté au milieu objectif (M-2), l'élève met à l'épreuve ses stratégies, et la boucle [action – rétroaction] qui se met en place peut conduire à une modification des connaissances mobilisées – et donc du milieu objectif lui-même –, ou encore des stratégies jugées valides – et donc du milieu de référence (M-1), etc. La modification du contenu de chacun des niveaux de milieu est donc, elle aussi, fondamentale pour l'apprentissage. Lorsqu'un degré de précision supplémentaire sera superflu, nous désignerons l'ensemble de ces deux évolutions – qui sont généralement conjointes – par le terme de dynamique des changements de milieux (dynamique qui porte donc à la fois sur le contenu des différents milieux et sur la position de l'élève par rapport à ces derniers).

Ce modèle n'accorde *a priori* pas une place spécifique au langage mais le travail que nous proposons ici repose sur l'idée que la finesse d'analyse permet de mieux penser et caractériser le rôle du langage dans chacun de ces deux mécanismes. Notre objectif consiste à faire fonctionner le modèle de la structuration du milieu pour l'analyse de la résolution d'un problème, et d'interroger ce que cet outil donne à voir concernant le rôle des interactions langagières verbales dans le processus de construction de connaissances.

3. Méthodologie d'analyse

Au plus proche de la description de l'analyse *a priori* en termes de structuration du milieu proposée par Margolinas (2004, p.54), notre méthodologie consiste, dans un premier temps, à anticiper les jeux possibles d'un élève générique lors de la résolution du problème et de comprendre la façon dont l'évolution du rapport de l'élève au milieu peut permettre la construction de connaissances. Cette analyse n'a pas pour finalité d'évaluer la qualité de la situation proposée, mais sert l'étude *a priori* du rôle des phénomènes langagiers oraux dans la dynamique de changement de milieu. L'analyse *a priori* a ainsi pour finalité d'instancier le questionnement générique relatif au(x) rôle(s) du langage au processus de résolution du problème et de construction des connaissances considéré. Elle nous permettra donc de préciser et d'affiner nos questions de recherche.

Dans un second temps, nous mènerons donc une analyse *a posteriori* dans le but d'identifier des indices relatifs aux deux évolutions précédemment décrites : d'une part des indices sur la position effective des élèves et la nature du niveau de milieu avec lequel ils interviennent, et d'autre part des indices sur le contenu de chacun de ces niveaux de milieu et la manière dont ce contenu évolue. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur une analyse conjointe des stratégies de construction des élèves mises en place dans la situation, de leurs langages autour de ces actions (notamment les mots utilisés et les significations assignées à ces mots), du langage de l'enseignant et de ses répercussions sur les actions matérielles et langagières des élèves.

ANALYSE A PRIORI DE LA PLACE ET DU ROLE DES INTERACTIONS LANGAGIERES DANS L'ACTIVITE DES ELEVES

1. Le corpus analysé

Le corpus analysé dans cet article est issu de l'observation d'une séance de classe dite « ordinaire », dans la mesure où l'enseignante a conçu seule la séance. Il s'agit d'une observation de type naturaliste où aucune indication n'est communiquée, ni aucune contrainte imposée à l'enseignante. Cette séance s'est déroulée en janvier 2007, dans une classe de cinquième de 26 élèves (entre 12 ans et 13 ans). Il s'agit d'une séance de découverte de la symétrie centrale.

Précisons que ce corpus a déjà fait l'objet d'analyses dans une autre recherche (Bulf 2011), dont l'objectif était de montrer comment certains aspects de la symétrie axiale (qui, en France, fait l'objet d'un enseignement depuis l'école primaire) pouvaient se constituer en obstacle pour l'apprentissage de la symétrie centrale au début du collège. Nous avons choisi de nous appuyer à nouveau sur ce corpus qui nous semblait très riche du point de vue des interactions langagières entre l'enseignante et les élèves, en adoptant un autre point de vue.

Notre objectif n'est pas d'étudier le problème présenté pour lui-même. En conséquence, notre analyse n'est pas spécifique du degré d'adidacticité de la situation étudiée. Nous cherchons à dégager les phénomènes

langagiers que des outils offerts par la didactique des mathématiques, et notamment la TSD, permettent d'anticiper, ainsi que d'identifier et mieux caractériser ce qui échappe *a priori* à ces outils d'analyse.

2. Analyse *a priori* du problème

Le problème proposé aux élèves comporte deux tâches : la construction de l'image d'une figure par symétrie axiale et la détermination de la transformation du plan par laquelle une figure est l'image d'une figure après deux symétries axiales d'axes perpendiculaires. La fiche distribuée aux élèves est reproduite en annexe 1. Du point de vue de l'enseignante, l'objectif de la première question est la réactivation des connaissances des élèves sur la symétrie axiale, tandis que la seconde question doit conduire les élèves à dégager le fait que la composée de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires est un demi-tour dans le plan autour du point d'intersection de ces axes.

Nous présentons dans cette partie quelques éléments de l'analyse *a priori* des deux tâches qui constituent le problème élaboré par l'enseignante tel qu'il est initialement proposé aux élèves. Pour chacune de ces tâches, nous déterminons les niveaux de milieux imbriqués, du milieu matériel M-3 au(x) milieu(x) objectif(s) envisageables M-2, jusqu'au(x) milieu(x) d'apprentissage M0 au(x)quel(s) la situation pourrait donner lieu. Un regard croisé sur cette analyse *a priori* et la présentation du projet de l'enseignante nous permet d'émettre ensuite des hypothèses sur des écarts entre les jeux prévisibles des élèves dans la situation et les attentes de l'enseignante. Au regard de cette analyse, nous proposons ensuite d'interroger, *a priori*, comment le modèle de structuration du milieu nous permet de commencer à cerner le rôle et la place potentiels du langage dans la dynamique d'un fonctionnement possible de la situation en classe.

Tâche 1: construction de l'image de figures par symétrie axiale

Le milieu matériel (M-3) de la tâche 1 comprend l'énoncé de l'activité de découverte (annexe 1), le dessin composé du « bateau » et des deux axes ainsi que les instruments supposés de géométrie de l'élève (règle graduée, compas, équerre).

En position d'élève agissant (E-2), l'interaction entre l'élève et le milieu objectif (M-2) est conditionnée par des connaissances portant sur la symétrie axiale et sur des méthodes de construction de figures par cette transformation. À ce stade de la progression, il s'agit de la seule transformation connue par les élèves.

Les élèves de cinquième peuvent mettre en œuvre différents modes d'appréhension de la symétrie axiale, construits à l'école primaire puis en classe de sixième. Ils peuvent s'appuyer sur une appréhension globale de la symétrie, selon laquelle deux figures sont symétriques par symétrie axiale si elles se superposent exactement lorsque l'on plie la feuille le long de l'axe de symétrie. Ils plieront alors la feuille ou utiliseront du papier calque. La symétrie axiale est alors appréhendée d'un point de vue dynamique comme une transformation consistant à la restriction à un plan d'une rotation autour d'un axe dans l'espace. Dans ce cas, la symétrie peut porter sur des surfaces, ou sur des sous-éléments de cette surface.

Les élèves peuvent également développer des procédures « analytiques » ou « semi-analytiques »³ (Miyakawa 2005 pp. 88-89). La symétrie axiale est appréhendée d'un point de vue statique comme une relation entre deux « objets » du plan. Il s'agit d'une transformation ponctuelle, ne nécessitant pas le passage par l'espace : deux points sont symétriques par rapport à un axe si cet axe est la médiatrice du segment joignant ces deux points. Les méthodes de construction associées impliquent une déconstruction dimensionnelle (Duval 2005) – décomposer la figure « bateau » en un réseau de points – puis la construction de l'image de chacun de ces points avec une équerre, une règle et un compas ou avec une équerre et une règle graduée (en référence à la définition de la médiatrice) ou encore en recourant uniquement au compas (en convoquant la propriété de conservation des longueurs). Selon les instruments utilisés, les élèves ne mobiliseront ainsi pas la même conception de la symétrie.

On peut d'ores et déjà s'interroger sur le degré de précision accepté par l'enseignante pour les constructions intermédiaires de F2 et F3 (voir annexe 1) par symétrie axiale, puisque le milieu objectif (M-2) n'offre en l'état que peu de possibilités de rétroaction. Ce degré de précision sera nécessairement négocié par un effet de contrat. Les constructions des images de points par symétrie axiale pourraient cependant faire l'objet d'une validation

³ « Par reconnaissance analytique nous entendons une approche mobilisant des propriétés géométriques explicites ». Si les propriétés géométriques sont de temps en temps mises en œuvre avec la perception globale, alors il qualifie cette approche de semi-analytique.

pragmatique par pliage le long des axes de symétrie, celle-ci sera alors soit issue de l'initiative propre de l'élève soit impulsée par l'enseignante.

Le milieu de référence (M-1) est constitué des tentatives de résolution par les élèves, des méthodes de construction partagées et validées (ou non) ainsi que de l'explication des définitions et propriétés de la symétrie axiale mises en œuvre. Si l'on considère que l'enseignante n'a pas envisagé l'utilisation de papier calque par les élèves, on peut penser qu'elle privilégiera les procédures analytiques ou semi-analytiques et la définition associée de deux points symétriques par rapport à un axe.

Cette première tâche n'a pas de réel objectif d'apprentissage. Son enjeu réside plutôt dans la réactivation des connaissances des élèves sur la symétrie axiale et la construction du symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe. Ce problème constitue en fait une première étape permettant de construire un milieu matériel pour la seconde tâche. Il ne nous semble donc pas qu'il y ait, *a priori* de milieu d'apprentissage (M0) susceptible d'émerger de cette première tâche.

Tâche 2 : Déterminer la transformation du plan par laquelle une figure est l'image d'une figure complexe donnée

Le milieu matériel (M-3) de la seconde tâche est constitué de la figure de l'énoncé complétée des constructions de la première tâche (les bateaux F1, F2, F3, voir annexe 1), de la question : « Comment peut-on passer directement de la figure F1 à la figure F3, sans faire intervenir F2 ? » et des instruments de géométrie supposés des élèves. En l'état, une multitude de stratégies est envisageable aussi bien d'un point de vue global que d'un point de vue ponctuel. En effet, aucune contrainte sur l'action n'oriente les élèves vers une vision globale de la figure et l'utilisation de papier calque ; par exemple rien n'impose de ne pas décoller le papier calque de la feuille (si celui-ci est introduit) ou de n'effectuer *qu'un seul mouvement* pour aller de F1 à F3. Tout *mouvement* conduisant à des superpositions aléatoires est donc envisageable. Par ailleurs rien ne laisse présupposer que les élèves puissent à ce stade de l'activité recourir à une vision ponctuelle de la figure et percevoir des propriétés d'alignement qui permettraient d'assigner au point O un rôle particulier. Par conséquent, si l'enseignante souhaite privilégier une procédure globale plutôt que ponctuelle (et c'est en effet son projet), il lui sera nécessaire de s'appuyer sur des effets de contrat, essentiellement médiés par le langage verbal. Le milieu de référence (M-1) est constitué de la formulation des différentes stratégies élaborées par les élèves pour passer de la figure F1 à F3 *sans passer par F2*. Comment alors justifier la validation du demi-tour dans le plan et le rejet de tout glissement du calque ? Compte tenu de ce qui a été dit précédemment, la validation devra donc être prise en charge par l'enseignante, par précision du contrat pour justifier cette stratégie. Ainsi, la situation proposée ne permet pas à l'élève de faire émerger la procédure attendue (demi-tour autour de O) par adaptation au milieu objectif.

Le milieu d'apprentissage (M0) est celui de l'identification de la nouvelle transformation, qui consiste à faire un demi-tour dans le plan autour d'un point et qui est nommée symétrie centrale ; le point autour duquel on tourne pour effectuer le demi-tour est le centre de symétrie.

3. Langage et processus de construction de connaissances : questions soulevées par l'analyse *a priori*

Au regard de ces analyses, que peut-on prévoir, *a priori*, concernant la place et le rôle du langage dans le processus de résolution du problème et de construction des connaissances en jeu ?

De façon générale d'abord, le problème proposé aux élèves ne constitue pas une situation de communication. Les élèves travaillent individuellement et les outils d'analyse utilisés ne confèrent pas *a priori* de rôle particulier aux échanges entre élèves (sans l'enseignante) dans la construction même des connaissances. En référence à la première partie de notre texte, nous pourrions dire que le langage n'est pas ici considéré comme partie prenante d'une épistémologie des savoirs en jeu. Relativement à la situation, le langage intervient principalement lors des processus de dévolution et d'institutionnalisation.

De façon plus précise, l'analyse *a priori* en termes de structuration du milieu des deux tâches composant le problème nous a permis d'envisager des positions d'élève possibles dans l'activité, ainsi que de potentiels contenus de milieux avec lesquels peuvent interagir les élèves. Cette analyse souligne la possibilité d'écarts importants entre l'activité effective des élèves et les attentes de l'enseignante. Les milieux objectifs (M-2)

identifiés, pour chacune des tâches, n'offrent en l'état que très peu de possibilités de rétroaction et les milieux de référence (M-1) visés par l'enseignante ne peuvent ainsi que difficilement émerger des seules interactions des élèves au milieu.

Par ailleurs, l'analyse précédente met en évidence que l'activité, prise dans sa globalité, repose sur l'articulation de deux tâches mettant en œuvre des rapports à la figure « bateau » très différents (global ou ponctuel). La connaissance du projet de l'enseignante indique qu'elle n'envisage pas de permettre aux élèves de construire l'image de F1 puis de F2 par pliage ou par usage du papier calque. Or la seconde tâche cherchera soit à mettre en œuvre l'utilisation de papier calque dans le but de faire émerger le demi-tour (et reposera alors sur une appréhension globale de la figure « bateau »), soit à mettre en évidence des propriétés d'alignement avec le point O (dans ce cas, elle s'appuiera sur une perception ponctuelle). L'articulation entre les deux tâches cache donc une rupture cognitive importante que la situation à elle seule ne permet pas de pointer, et dont on peut supposer qu'elle induira des difficultés chez les élèves.

Le langage sera alors le médium de contraintes sur l'activité des élèves, nécessaires pour que la résolution du problème puisse donner lieu à la construction des connaissances, puis des savoirs visés par l'enseignante. Au cours de chacune de ces tâches, et faute de rétroactions suffisantes émanant du milieu, l'enseignante devra agir sur l'activité des élèves : il sera d'abord nécessaire de faire émerger et de rendre légitimes les procédures de construction de l'image des figures par symétrie axiale, puis la stratégie permettant de « passer de F1 à F3, sans passer par F2 » attendue.

Le modèle de la structuration du milieu permet une identification précise des lacunes de la situation, et de la nécessité de les pallier. En particulier, l'analyse *a priori* laisse à penser que la dynamique des changements de milieux (dynamique qui porte rappelons-le à la fois sur le contenu des différents milieux et sur la position de l'élève par rapport à ces derniers) sera en partie problématique sinon artificielle en raison de la nature de cette situation. Au regard de l'écart entre les procédures possibles et attendues et de la faiblesse des rétroactions du milieu offert par cet exercice, comment, les élèves vont-ils pouvoir passer d'une position à une autre lors du déroulement effectif de la séance ? Comment les contenus des niveaux de milieu avec lesquels vont effectivement interagir les élèves vont-ils se constituer et se négocier ? La TSD nous pousse à envisager que la dynamique de la situation sera indubitablement tributaire d'interventions langagières de l'enseignante permettant un passage artificiel du milieu objectif effectif des élèves à un milieu d'apprentissage attendu. Ces phénomènes sont souvent englobés dans la notion d'effets de contrat (Brousseau, 1998). Mais l'analyse en termes d'effets de contrat est-elle satisfaisante pour rendre compte de l'ensemble des phénomènes langagiers en jeu dans l'évolution de l'activité de l'élève ? Cette interrogation est d'autant plus fondamentale que notre appréhension de l'apprentissage, développée dans la première partie de ce texte, nous amène à penser que la construction de connaissances en appui sur la résolution du problème ne peut être le fruit que de l'articulation de processus personnel et collectif. Certes, le langage sera ici très probablement un lieu où l'enseignante pousse les élèves vers son but, parfois de manière déconnectée de leur activité effective. Mais au-delà de ces phénomènes liés à notre choix d'analyser une séance de classe « ordinaire », nous souhaitons éprouver dans quelle mesure le langage participe, de manière plus fine, à ce que les modalités d'action sur les objets graphiques, ainsi que le sens qui y est attaché, soient partagés par les élèves et l'enseignante, faisant ainsi de la résolution du problème un lieu de co-construction de connaissances géométriques. À cette fin, l'analyse *a posteriori* que nous proposons vise à utiliser une analyse en termes de structuration de milieu pour étudier la dynamique des changements de milieux et ses déterminants. Nous cherchons à identifier comment le langage verbal porte des effets de contrat, mais aussi comment il intervient hors de ces seuls effets pour modifier le contenu des niveaux de milieu et la position des élèves dans la situation.

LE RÔLE DU LANGAGE A *POSTERIORI*

L'analyse *a posteriori* que nous proposons s'appuie sur une analyse des actions matérielles effectuées par les élèves (procédures de construction, modes d'usage des instruments), des mots qu'ils emploient pour décrire ces actions et de l'évolution de ces actions et de leur formulation au fil des interactions langagières verbales entre élèves et enseignante. Mise en regard avec l'analyse *a priori* du problème présentée précédemment, elle nous permet

d'identifier deux dimensions fondamentales du rôle des interactions langagières orales⁴ dans le processus de résolution du problème et de construction de connaissances mathématiques. La première dimension concerne la nature du niveau de milieu avec lequel interagit l'élève (et donc la position de celui-ci dans le processus de résolution du problème, en référence au modèle de structuration du milieu présenté) et donne à voir différentes fonctions didactiques du langage. La seconde dimension concerne le contenu de ces niveaux de milieu avec lesquels les élèves interagissent. Dans la suite de ce texte, nous proposons de développer et d'illustrer chacune de ces dimensions, afin de mettre en évidence le rôle du langage, au-delà d'une identification générique d'effets de contrat.

1. Première dimension : le langage comme moteur du jeu sur la position des élèves dans la situation et fonctions didactiques du langage

Notre analyse *a posteriori* consiste d'abord à identifier les positions effectives des élèves dans la résolution du problème, tout au long de la séance, au regard des positions envisagées dans l'analyse *a priori*. Nous questionnons pour cela la nature de l'activité des élèves (actions matérielles effectives, formulations des actions effectuées, échanges autour de la validité des résultats, etc.). Interroger la dynamique du passage d'une position à une autre nous conduit à porter une attention particulière à un certain nombre de marqueurs langagiers qui nous ont semblé non seulement indices de ces différentes positions mais également moteurs de leur évolution.

Voici, par exemple, l'extrait du corpus relatif à la lecture et l'explication de la consigne de la première tâche par l'enseignante :

9 P : *Voilà la question : Construire en rouge la figure symétrique ... de F1 ... par rapport à la droite D1. La figure obtenue s'appelle F2. Inaudible. Puis 2ème consigne. Construire en vert la figure symétrique de F2 par rapport à la droite D2. D'accord ? La figure obtenue s'appelle F3. Conseil : Vous commencez au crayon, puis vous repassez en couleur. Allez-y. La photocopie étant ce qu'elle est, si vous voyez 1.1 cm, c'est 1cm. Vous avez besoin d'une équerre, d'une règle, éventuellement d'un crayon, d'un stylo pour repasser, d'un compas. A vous de jouer. Vous laissez les traits de construction.*

À travers la formulation de verbes d'action, à l'infinitif ou au présent, ou d'expressions (soulignés dans le texte) telles que « Vous avez besoin de... », « À vous de jouer », « vous construisez » l'enseignante incite les élèves à « passer à l'action », aménageant ainsi leur passage d'une position d'élèves objectifs à une position d'élèves agissant. Ses interventions (par exemple sur le choix des instruments : « vous allez avoir besoin de votre équerre ») sont des éléments du contrat que l'enseignante souhaite que les élèves perçoivent sans pour autant dévoiler les procédures attendues. Après une phase de recherche individuelle, l'enseignante organise une mise en commun durant laquelle elle utilise des expressions incitant les élèves à réfléchir sur leurs actions pour les placer en position d'apprenant (et valider ou invalider ainsi leur procédure) :

21 P. : *Alors peut-être ça serait bien de se rappeler comment on fait pour tracer le symétrique d'un point*

35 P. : *Qu'est-ce qu'il fait là ? Comment ça s'appelle ? Il trace la perpendiculaire et il se met de l'autre côté. Qu'est-ce qu'il fait ?*

36 P. : *Il trace le symétrique.*

Nous relevons ainsi des marqueurs langagiers divers (soulignés dans les extraits de corpus) indiquant que l'enseignante aménage le passage des élèves d'une position à une autre.

Lors de la tâche 2, l'enseignante instaure immédiatement une discussion collective autour des modalités de construction possibles pour répondre à la question, avant même une action des élèves. Par l'intermédiaire de questions sur les actions possibles, l'enseignante essaie de forcer le passage des élèves en position d'apprenant. Cependant, du fait de l'absence de contraintes du milieu qui rendraient nécessaire le recours à ce demi-tour dans le plan autour d'un point, les élèves, qui rencontrent pour la première fois la symétrie centrale, n'ont aucun

⁴ Rappelons que dans ce texte nous nous limitons à ce langage oral, qui sera le seul concerné par nos analyses, même en l'absence du qualificatif.

moyen d'évoquer le mouvement attendu par l'enseignante pour passer de F1 à F3. Celle-ci introduit alors du papier calque, aménage une phase de recherche individuelle, puis ouvre une phase de mise en commun des procédures. Ceci s'effectue une nouvelle fois par le biais d'un changement de langage, un bon nombre d'interventions langagières de l'enseignante prenant la forme de questions incitant les élèves à la formulation. Le temps de l'action est terminé :

63P : Comment peut-on passer directement de la figure F1 à la figure F3 ? Qui a une idée ?

110 P : As-tu trouvé ? Explique-moi correctement.

Les interventions langagières de l'enseignante adoptent alors très rapidement la forme d'un langage de validation, faisant ainsi basculer les élèves en position d'apprenant :

152 P : C'est le centre de symétrie. Bon. Elle a tourné. Mais elle a tourné de combien ?

157 P : Un demi-tour, très bien. Un demi-tour. Un tour complet, ça ferait ?

À la fin de la résolution de cette seconde tâche, l'enseignante change une nouvelle fois de langage pour marquer la fin de cette phase de résolution du problème et le passage à la phase d'institutionnalisation :

159 P : 360°. Inaudible. Oui, un demi-tour. Alors voilà l'histoire, pour reproduire cette figure F1 pour qu'elle devienne la figure F3, il faut posséder un point très important, le point O, il faut tourner autour de ce point O, et tourner de 180°, c'est à dire faire un demi-tour. C'est ce que vous allez écrire en bas.

Ces premières considérations nous conduisent à revenir sur l'appréhension du langage comme « outil didactique, medium des interactions enseignant-élève » que nous évoquions à l'issue de l'analyse *a priori*. Nous le voyons à travers ces éléments d'analyse, le langage prend en charge une partie importante des interactions permettant à l'enseignante de jouer sur la position des élèves. Plus encore, ces analyses nous conduisent à mettre en évidence le fait que le langage revêt tour à tour des fonctions didactiques différentes selon le contexte, ce qui entre en résonance forte avec la dialectique de l'action, de la formulation et de la validation (Brousseau 1998). Ces différentes fonctions, qui relèvent de notre seule étude de cas en classe de géométrie, nous semblent en effet relever d'intentionnalités différentes et peuvent être attachées à différents langages (Bulf, Mathé, Mithalal, Wozniak 2013):

- un langage relatif à la dévolution, qui contient les objets du milieu matériel, les règles du jeu ;
- un langage relatif au jeu qui se développe dans les phases d'action et intervient donc dans et pendant les interactions des élèves avec un milieu objectif ;
- un langage pour la mise en commun permettant la formulation des stratégies développées, des rétroactions éprouvées et des expériences menées par les élèves, en interaction avec le milieu objectif, la confrontation et la validation des procédures. Il s'agit alors du langage correspondant aux interactions des élèves avec le milieu de référence ;
- un langage relatif à la conclusion (Margolinas 2003) et à l'institutionnalisation, résultant de l'interaction des élèves avec le milieu d'apprentissage. Le langage doit ici se conformer aux normes propres à la discipline. Il devient langage mathématique et fixe des savoirs scolairement et mathématiquement partagés.

Les analyses *a posteriori* du corpus mettent par ailleurs en évidence que l'enchaînement de ces différents langages n'est pas chronologique : des échanges participant de la dévolution peuvent par exemple alterner avec des échanges discursifs relevant du fonctionnement du jeu lui-même.

L'analyse des interactions langagières orales qui se développent lors du déroulement effectif de la séance permet ainsi de mettre en évidence le fait que le langage est à la fois indice et moteur du jeu entre les différentes positions des élèves (objectif, agissant, apprenant) dans la situation. Elle nous livre de premiers outils pour envisager de manière plus précise le rôle de l'alternance de différents langages dans le processus de résolution du problème et de construction de connaissances. Ce premier niveau d'analyse, restreint au niveau des fonctionnalités didactiques, ne nous paraît cependant pas permettre de saisir de façon complète le rôle et la place du langage dans le processus de résolution du problème et de construction de connaissance, dans la séance observée. Allons un peu plus loin.

2. Seconde dimension : le langage comme lieu de constitution et de négociation des contenus des différents niveaux de milieu

Nous souhaitons montrer dans cette partie que l'étude des interactions langagières permet non seulement de décrire la nature mais aussi le contenu des milieux auxquels les élèves sont confrontés. Cette étude du discours des élèves et de l'enseignante permet en effet de caractériser les milieux objectifs avec lesquels ils interagissent *via* la manière d'explicitier leurs actions, voire la formulation des connaissances mobilisées. Plus encore, elle met en évidence que le langage (oral) autour de la résolution matérielle du problème constitue un lieu essentiel de construction et de partage du contenu des milieux, et plus précisément des objets

géométriques et des relations entre ces objets qu'il s'agit de prendre en compte pour résoudre le problème.

Nous travaillons dans ce paragraphe à partir d'extraits de corpus, reprenant parfois ceux déjà mentionnés dans la partie précédente et mettant en évidence qu'une même intervention langagière est susceptible de relever de différentes fonctions dans le jeu didactique qui se développe.

Nous commencerons par reprendre un exemple déjà évoqué précédemment, extrait du début de la résolution de la première tâche. Rappelons que l'enseignante complète la consigne de la manière suivante :

9 P : *Voilà la question : Construire en rouge la figure symétrique ... de F1 ... par rapport à la droite D1. La figure obtenue s'appelle F2. Inaudible. Puis 2e consigne, construire en vert la figure symétrique de F2 par rapport à la droite D2. D'accord ? La figure obtenue s'appelle F3. Conseil : Vous commencez au crayon, puis vous repassez en couleur. Allez-y. La photocopie étant ce qu'elle est, si vous voyez 1,1 cm, c'est 1 cm. Vous avez besoin d'une équerre, d'une règle, éventuellement d'un crayon, d'un stylo pour repasser, d'un compas. À vous de jouer. Vous laissez les traits de construction.*

De manière complémentaire aux analyses précédentes, nous voyons que l'enseignante agit ici explicitement, par le langage, sur le milieu matériel en insistant sur les modalités de réalisation des dessins, en explicitant le matériel nécessaire. Ce faisant, l'enseignante oriente les élèves vers une appréhension ponctuelle de la symétrie axiale et vers des procédures analytiques ou semi-analytiques de construction (mobilisant l'équerre, le compas).

De même, nous avons vu que, lors de la mise en commun, l'enseignante agit dans le langage pour installer le milieu de référence de la façon suivante :

21 P : *alors peut-être ça serait bien de se rappeler comment on fait pour tracer le symétrique d'un point* Elle élimine ainsi d'emblée les procédures globales et introduit dans le milieu avec lequel interagissent les élèves l'objet « point ». Ceux-ci se restreignent alors à la formulation de procédures analytiques.

Lors de la résolution de la seconde tâche, les élèves doivent d'emblée imaginer des actions et leurs résultats, sans possibilité de rétroaction émanant du milieu objectif. Les procédures ponctuelles qui émergent alors spontanément sont cohérentes avec l'appréhension statique de la transformation de la figure F1 en F3, vues comme des réseaux de points, que l'enseignante a privilégié ; mais l'enseignante attend ici l'émergence d'un demi-tour autour du point O, transformation portant sur une vision des figures en termes de surfaces. Les élèves envisagent tour à tour différentes perspectives d'action, qui seront validées (invalidées) par l'enseignante, dans le langage, écartant ainsi les stratégies qui ne correspondent pas à son projet d'enseignement, quand bien même celles-ci seraient parfaitement valides (souligné dans les extraits suivants). Plus encore, nous verrons dans les extraits suivants qu'elle installe progressivement dans le milieu des objets ou relations qui seront déterminants pour la caractérisation de la symétrie centrale (double-souligné dans les extraits suivants) :

1. Construire une autre figure F4 :

63 P : *Comment peut-on passer directement de la figure F1 à la figure F3 ? Qui a une idée ? (...)*

67 E : *On pourrait faire une figure F4 ?*

68 P : *C'est ton avis ? On est en train de travailler sur F1 et sur F3 et toi tu dis qu'il faut en faire une 4e ? C'est une réponse comme une autre mais ce n'est peut-être pas la bonne. Louis ?*

L'enseignante invalide ici explicitement la première procédure proposée.

2. Tracer une droite passant par O :

69 E : *Avec un trait oblique.*

70 P : *Avec un trait oblique ?*

71 E : *Une droite oblique.*

72 P : *Tu vas nous expliquer ça plus clairement parce qu'on ne comprend pas ce que ça veut dire.*

73 E : *On passe par O, et puis ... euh.*

74 P : *Et cette droite oblique passant par O, ça nous donnerait quel résultat ?*

75 E : *C'est faux.*

76 P : *Non je n'ai pas dit ça, mais qu'est-ce que tu ferais ? Comment ferais-tu pour trouver les points images ?*

77 E : *[Inaudible].*

78 P : *Ce n'est pas très clair. Alors qui aurait une idée ? Sans passer par F2. Mathilde ? On imagine que F2 n'existe pas. Qu'est-ce qu'on fait ?*

L'enseignante induit la pertinence de la piste proposée et introduit dans le milieu objectif des élèves la construction des points-images (alors même que le mouvement attendu est un mouvement global), essayant sans doute d'orienter les élèves vers le fait que O doit être milieu du segment joignant un point et son image.

3. O est le centre de symétrie, il faut tracer une demi-droite [AO] et reporter la distance OA sur cette demi-droite, de l'autre côté de O :

79 E : *Ben le point O c'est le centre de symétrie.*

80 P : Le point O c'est le centre de symétrie. Mais on n'a jamais appris le symétrique qui passe par O. Tu es d'accord ? Donc toi tu parles d'une symétrie avec un point O important, alors comment tu fonctionnerais ?

81 E : Ben on regarde la distance entre le point O et euh le ...

82 P : Ben nomme un point. Par exemple le point A.

83 E : Ben on calcule la distance entre le point O et...

84 P : On ne calcule pas.

85 E : Ben on mesure la distance entre le point O et le point A et on reporte la même distance.

86 P : On reporte la même distance ?

87 E : De l'autre côté du point O.

88 P : De l'autre côté du point O. Sur une demi-droite qui partirait de A, passerait du point O et de l'autre côté du point O. C'est une bonne idée. Qui voit une autre méthode ? Souvenez-vous de ce que vous avez fait l'année dernière.

L'enseignante valide et souligne l'importance du point O, installe dans le milieu objectif l'objet demi-droite, la relation à prendre en compte entre O et le point dont l'image est à construire et la propriété d'équidistance d'un point et de son image au point O.

4. Réinvestir une procédure par pliage :

89 P : Personne ne trouve une autre méthode ? Oui. Clément ?

90 E : Si on plie la feuille.

91 P : Alors ça c'est une idée intéressante. L'année dernière, on avait plié la feuille. Alors si on plie la feuille, est-ce que ça va marcher ?

92 E(s) : Oui.

93 E : Il faut plier la feuille et après il faut trouer avec le compas.

94 E(s) : Non, ça va pas marcher.

95 E : Il faut plier par le point O.

96 P : Alors il faut plier par le point O. Alors ça c'est un travail très compliqué.

Après cette phase d'évocation et d'échange d'actions possibles, l'enseignante organise une phase de recherche individuelle puis elle procède à une mise en commun. Le manque de contrainte posée sur l'action des élèves comme la faiblesse des rétroactions permises par le milieu rend impossible l'articulation du milieu objectif au milieu de référence sans intervention de l'enseignante. En l'absence d'une construction personnelle de connaissances par adaptation au milieu, c'est la dimension sociale qui permet à l'activité de se développer. Un écart important apparaît entre les procédures explicitées par les élèves et le milieu de référence que voudrait faire émerger l'enseignante. La mise en commun et la validation se limitent à une énumération de mouvements possibles et à la recherche du mouvement attendu par l'enseignante. Celle-ci négocie alors, par le biais de ses interventions langagières, le contenu du milieu de référence à la fois par des techniques de validation - elle ne reformule que les procédures attendues - (soulignement simple dans les extraits) mais aussi, encore une fois, en introduisant des objets et relations que les élèves ne prenaient pas nécessairement en considération (soulignement double) :

147 P : Voilà, elle calque F1 et elle tourne naturellement. Elle a tourné autour de quoi ?

148 E : Autour de O.

149 P : Autour du point O qui lui est ... complètement...[elle attend immobile, introduisant la propriété de l'invariance du centre de symétrie]

150 E : L'axe de symétrie.

151 E(s) C'est le centre !

152 P : C'est le centre de symétrie. Bon. Elle a tourné. Mais elle a tourné de combien ?

153 E : 90 ?

154 E : 180 !

155 P : de 180°. Comment vous appelez ça ?

156 E : Un demi-tour.

157 P : Un demi-tour, très bien. Un demi-tour. Un tour complet, ça ferait ?

Reprenant les objets et relations qu'elle vient d'installer dans le milieu, l'enseignante construit alors un milieu d'apprentissage, et ouvre un moment d'institutionnalisation de la séance et d'identification finale du savoir :

159 P : 360°. Inaudible. Oui, un demi-tour. Alors voilà l'histoire, pour reproduire cette figure F1 pour qu'elle devienne la figure F3, il faut posséder un point très important, le point O, il faut tourner autour de ce point O, et tourner de 180°, c'est à dire faire un demi-tour. C'est ce que vous allez écrire en bas.

Cette analyse *a posteriori* nous montre donc, en premier lieu que, du fait de la faiblesse des contraintes sur la situation proposée, le langage constitue nécessairement un lieu central d'exercice d'effets de contrat. Comme nous le laissait présager l'analyse *a priori*, l'enseignante, par le biais d'interactions langagières, réduit la marge d'incertitude de la situation et oriente l'action des élèves, sans dévoiler immédiatement le savoir en jeu.

Cette analyse nous permet également de souligner que les activités langagières accompagnant les actions matérielles inhérentes à la résolution du problème, et donc les dimensions sociales de l'activité, dépassent ce seul rôle : elles participent fortement de la constitution des milieux matériels, objectifs, de référence avec lesquels les élèves interagissent tout au long du processus de résolution de la situation. L'étude de ces interventions montre que le langage de la dévolution ne se borne pas, par exemple, à l'explicitation du milieu matériel de la situation mais il peut aussi le préciser, voire orienter son interprétation (voir premier extrait de corpus de ce paragraphe) ; elle montre aussi que le langage accompagnant les actions matérielles est un lieu où le rapport aux figures et les modalités d'action matérielle sont confrontés et négociés (même de manière dissymétrique) en vue d'aboutir à une convergence (voir extrait de corpus cité précédemment 147-157) ; elle montre finalement que les activités langagières sont ainsi un lieu de constitution – en cohérence avec la situation, ou de manière artificielle – des milieux objectif, de référence et d'apprentissage. L'analyse des termes utilisés, de la signification assignés à ces mots – en mettant en relation leur emploi et les objets ou actions matérielles qu'ils désignent, nous permet de caractériser le contenu des différents niveaux de milieu avec lesquels les élèves interagissent de façon effective. Cette analyse nous donne ainsi des outils pour repérer la coexistence de milieux objectifs différents ou encore des incohérences dans l'articulation d'un niveau de milieu à un autre. C'est par exemple le cas de l'exemple précédent (159) : le milieu de référence visé par l'enseignante est très éloigné de celui que pourraient construire les élèves, ce qui la conduit à une construction artificielle par une description orale, mais coupe le lien entre milieu de référence et milieu objectif. Elle nous livre également des pistes afin de mieux comprendre les ressorts de la dynamique de changement de milieux dans une situation donnée.

Cette analyse met ainsi en évidence l'importance des interdépendances entre les actions sur le milieu (dont actions matérielles) et les activités langagières. Plus précisément, le langage s'avère constituer un lieu de convergence vers une interprétation partagée du problème et des modalités d'actions sur les objets du problème. Le langage est alors consubstantiel de l'activité géométrique des élèves, à la fois partie prenante et moteur du jeu épistémique, au sens de « pratique du savoir » (Sensevy 2011, p.124) sous-jacent à l'action didactique considérée. Au-delà de leurs fonctions habituellement identifiées pour le déroulement de la situation didactique et des effets de contrat prévisibles, les interactions langagières orales jouent ainsi un rôle fondamental dans la dynamique de constitution de chacun des niveaux de milieu. Ce rôle ne nous semble devoir être considéré ni comme prééminent, ni subordonné, mais bien comparable et du même ordre que celui la boucle action-réaction du système [sujet<>milieu]. Tout comme cette dernière modifie le contenu des milieux, le langage oral suscite des évolutions similaires en influant sur l'interprétation des objets manipulés, des actions sur ces objets et de leurs résultats. En outre, l'influence réciproque du langage et de l'action sur le milieu témoigne de leur consubstantialité. Ainsi, l'étude des interactions langagières à travers la dynamique des changements de niveaux de milieu a permis de dépasser un simple relevé d'effets de contrat, ou l'identification de fonctions didactiques, durant les processus de dévolution et d'institutionnalisation de cette situation. Les négociations sur et dans le langage ont permis de modifier les attentes de l'élève ; elles ont en outre modifié leur rapport au savoir et participé de la négociation des significations qu'ils assignent au savoir en construction.

CONCLUSION

La mise en fonctionnement du modèle de structuration du milieu, parce qu'il permet une analyse fine des interactions entre l'élève et le milieu, nous livre des outils pour mieux analyser le rôle des interactions langagières verbales dans la dynamique des changements de milieu. Nous avons montré que les négociations sur et dans le langage modifient d'une part l'interprétation par les élèves des attentes de l'enseignante, *via* les effets de contrat, mais aussi modifient la signification qu'ils assignent aux savoirs en construction.

La construction personnelle de connaissances par interaction au milieu est ainsi dans une relation d'interdépendance avec une co-construction, collective, qui s'appuie notamment sur des interactions langagières dont nous avons cherché à préciser les rôles et mécanismes.

Au-delà de l'effet de contrat

Des indices textuels valident ou invalident implicitement certaines stratégies jugées pertinentes ou valides. (« Quelqu'un a une autre idée ? »), et orientent le contenu de chacun des niveaux de milieu pour qu'ils soient conformes aux attentes de l'enseignante. La manière dont les objets, ou les actions sur ces derniers, sont désignés est fortement liée aux termes dont l'existence est admise (droite et non trait, tourner au lieu de plier, symétrique d'un point désignant une appréhension ponctuelle...). Ici encore, c'est le contenu des niveaux de milieu qui est

altéré, non plus par assentiment ou invalidation suggérés, mais par les implicites, les mondes, associés aux termes acceptés par l'enseignante⁵.

La position des élèves dans les niveaux de milieu est en outre fortement marquée par le type de discours employé ou autorisé par l'enseignante. Un discours lié à la réalisation d'un tracé (« Vous commencez au crayon... ») place *de facto* les élèves en position d'élève objectif. Le basculement vers un discours portant sur les stratégies employées (« Comment peut-on passer de [...] F1 à [...] F3 ? ») modifie la position de l'élève, la nature de son activité, et en particulier la dimension réflexive de celle-ci – qui devient alors partie prenante instituée de l'activité géométrique. La même analyse s'applique à l'emploi d'un discours plus généralisant (« il faut posséder un point très important, le point O ») qui conduit ici à qualifier des objets mathématiques, tâche dont la nature est très différente.

Négociations dans et par le langage

Ceci nous permet de préciser une identification générique d'effets de contrat, et de souligner leurs fonctions et fonctionnements multiples. Au-delà, les interactions langagières sont le lieu de négociations qui dépassent ces effets et influent fortement sur le contenu des milieux observés. Dans le corpus analysé, une notion partagée de « centre de symétrie » est progressivement instituée par une négociation complexe mêlant l'apparition de termes, l'analogie avec et la démarcation de notions connues, l'évocation d'actions sur les objets graphiques qu'auraient pu réaliser les élèves. Soulignons que l'apparition de cette forme langagière spécifique est pourtant récusée par l'enseignante dans un premier temps (« On n'a jamais appris le symétrique qui passe par O »), tant cette forme est associée à la symétrie axiale. Elle est ensuite acceptée en fin de séance (« C'est le centre de symétrie. Bon. »), lorsque l'analogie partielle avec la symétrie axiale s'accompagne de la mention d'un mouvement de rotation. Le traitement de cette analogie est elle aussi complexe, car par le langage il s'agit de marquer une distance avec le pliage (« Il faut plier par le point O. Alors ça c'est un travail très compliqué ») tout en conservant l'idée de transformation. En définitive, c'est l'évocation combinée d'un déplacement (« elle tourne naturellement »), d'un rôle prépondérant du point O (« autour de O »), des transformations connues (« l'axe de symétrie. – C'est le centre ! ») qui permet de faire émerger la notion de centre de symétrie et de lui donner, dans une certaine mesure dont nous ne jugeons pas ici, du sens. Il faut souligner que ce que nous qualifions de « négociation » est très fortement guidé par l'enseignante. Nous avons choisi de conserver ce substantif pour deux raisons. D'une part l'apport par les élèves d'éléments – notamment des analogies – qui sont pour certains repris par l'enseignante et qui perdurent dans le discours produit. D'autre part, en raison de la volonté manifestée par l'enseignante – et, on peut le supposer au vu de leur implication, par les élèves – de parvenir à une construction partagée d'objets. En cela, ces phénomènes dépassent de seuls effets de contrat et permettent l'émergence de la signification attendue hors de l'action, par la négociation *via* le langage.

Perspectives

Nous dégageons ainsi différents aspects du rôle du langage dans les dynamiques d'enseignement et d'apprentissage observées. Les interactions langagières (orales) analysées s'avèrent susceptibles de constituer des lieux de co-construction d'interprétations partagées, du milieu matériel, des modalités d'action sur ces objets, et des résultats de ces actions. Cependant, les outils mobilisés pour ces analyses nous permettent de dégager seulement *a posteriori* des synergies entre confrontation au milieu et interactions langagières, qui ne sont pas anticipées théoriquement. Il s'avère donc nécessaire de penser des outils théoriques et méthodologiques destinés à une meilleure prise en compte de la dimension langagière verbale de l'activité géométrique des élèves. Jusqu'à nos travaux ne nous permettent pas de généraliser au delà du contexte de la géométrie mais il resterait à éprouver si ce type d'analyse pourrait être menée à d'autre dimension de la géométrie ou dans d'autres domaines mathématiques dans lesquels les jeux entre dimension matérielle, symbolique et langagière ne sont pas nécessairement de même nature.

Les travaux relatifs à l'hypothèse de « communautés discursives » proposés par des didacticiens du français et de science du langage (Jaubert, Rebière, Bernié 2012) peuvent être intégrés aux approches théoriques propres à la didactique des mathématiques. Ceci permet, tout en conservant un rôle central au système [sujet <> milieu] dans la construction de connaissances, d'intégrer à nos analyses une dimension collective, sociale et située des

⁵ désignés comme « mondes discursifs » par (Rebière 2013, p.224).

processus d'apprentissage. Cette perceptive de travail a été explorée dans (Bulf, Mathé, Mithalal 2014) et consiste à considérer l'activité géométrique d'un élève lors de la résolution d'un problème comme une unité associant des manières spécifiques de penser les objets géométriques en jeu dans la situation, des actions sur le milieu, et une activité langagière verbale. Nous souhaitons prendre conjointement en compte ces différentes dimensions, en appui sur une analyse mathématique et logique des concepts mathématiques en jeu (Barrier, Hache, Mathé 2014 ; Bulf, Mathé, Mithalal 2014), afin d'intégrer aux analyses *a priori* et *a posteriori* de la didactique des mathématiques une analyse de la dimension langagière verbale de l'activité ; ceci constituant l'horizon de notre travail.

RÉFÉRENCES

- BARRIER T., HACHE C., MATHÉ A.-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves, *Grand N*, 93, 13-37
- BESSOT A. (2011) L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations In. Margolinas et Al. (Ed.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble : la pensée sauvage. 29-56.
- BLOCH I. (2002) Différents niveaux de modèles de milieu dans la Théorie des Situations. In Dorier J.L., Artaud M., Berthelot R., Floris R. (Eds) *Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (1986) La relation didactique : le milieu, *Actes de la IVème École d'été de didactique des mathématiques*, Paris : Irem Paris 7, 54-68.
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : la Pensée Sauvage.
- BULF C. (2011) Les effets de l'enseignement de la symétrie axiale sur celui de la symétrie centrale : une étude de cas en France. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1) 51-77.
- BULF C., MATHÉ A.-C., MITHALAL J. (2011) Language in geometry classroom. *Proceeding of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7), Conference European of Research in Mathematics Education*, Rzeszow (2011) Poland, 649-659.
- BULF, C., MATHÉ, A.-C., MITHALAL, J. (2014). Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation, *Spirale, revue de recherches en éducation*, 54, 151-174.
- BULF, C., MATHÉ, A.-C., MITHALAL, J., WOZNIAK F. (2013). Le langage en classe de mathématiques : regards croisés en TSD et en TAD. In A. Bronner & al. (Eds.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- JAUBERT M. (2007) *Langage et construction de connaissances à l'école – un exemple en sciences*. Pessac : Presse Universitaire de Bordeaux.
- JAUBERT M., REBIERE M., BERNIE J.-P. (2012) Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative. Texte disponible sur Forumlecture.ch : http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf
- LAPPARA M., MARGOLINAS C. (2010) Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. *Pratiques*, 145-146, 141-160.
- MARGOLINAS C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la Théorie des situations didactiques*. Note de synthèse (HDR) Université de Provence.
- MARGOLINAS C. (2003) Un point de vue didactique sur la place du langagier dans les pratiques d'enseignement des mathématiques. *Actes du colloque pluridisciplinaire « construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement »*, Bordeaux [CD rom].
- MARGOLINAS, C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse *a posteriori* des situations. In Margolinas, C. (1995) *Les débats de didactique des mathématiques*, Grenoble : La pensée sauvage.
- MATHE A.-C. (2012) Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32-2, 195-228.
- MIYAKAWA T. (2005) *Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de la notion de la symétrie orthogonale*, thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.
- MOSCHKOVICH J. (Ed.) (2010) *Language and Mathematics Education : Multiple Perspectives and Directions for Research*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- RADFORD L. (2011) Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage: la théorie de l'objectivation, *Éléments*, 1, 1-27.
- REBIERE M. (2013) S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? Présentation de quelques concepts développés par le groupe de didacticiens du français de Bordeaux. In Bronner A. & Al. (Eds.) (2013) *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SARRAZY B. (2005) La théorie des situations : une théorie anthropologique des mathématiques ? In. Salin M.H., Clanché P., Sarrazy (Eds.) *Sur la théorie des situations. Questions, Réponses, Ouverture. Hommage à Guy Brousseau*. Grenoble : La pensée sauvage.
- SENSEVY G. (2011) *Le sens du savoir*, Bruxelles : De Boeck.
- SFARD A. (2001) There is More to Discourse than Meets the Ears: Learning from mathematical communication things that we have not known before. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1/3), 13-57.

SFARD A. (2012) Almost 20 years after: Developments in research on language and mathematics. Review of Moschkovich J. (Ed.) (2010) *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research*. *Educational Studies in Mathematics*, Online First Article (November 2012).

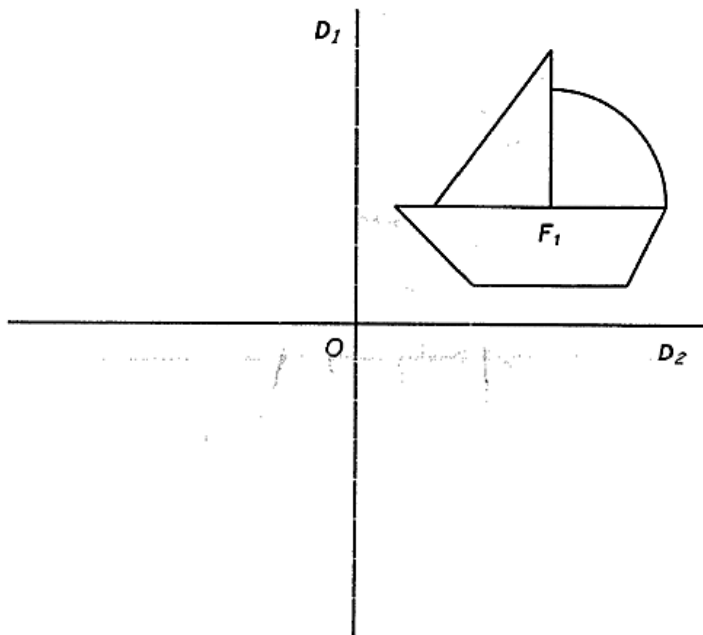
VYGOTSKI L. (1934) *Pensée et langage* (Réédition 1997) Paris : La Dispute.

WITTGENSTEIN L. (1953) *Philosophical investigations* (Anscombe, G.E.M., trans.) Oxford: Basil Blackwell.

ANNEXE 1 : ACTIVITÉ « BÂTEAU » FICHE ÉLÈVE

- Construire en rouge la figure symétrique de F_1 par rapport à la droite D_1 . La figure obtenue s'appelle F_2 .
- Construire en vert la figure symétrique de F_2 par rapport à la droite D_2 . La figure obtenue s'appelle F_3 .

(*Conseil : commencer au crayon de bois puis repasser en couleur après que le professeur ait vérifié.*)



Question :

Comment peut-on passer directement de la figure F_1 à la figure F_3 sans faire intervenir la figure F_2 ?