



HAL
open science

Deux nouvelles tablettes mathématiques du Louvre: AO 9071 et AO 9072

Christine Proust

► **To cite this version:**

Christine Proust. Deux nouvelles tablettes mathématiques du Louvre: AO 9071 et AO 9072. *Zeitschrift für Assyriologie und vorderasiatische Archäologie*, 2009, pp.167-232. 10.1515/ZA.2009.005 . hal-01139657

HAL Id: hal-01139657

<https://hal.science/hal-01139657>

Submitted on 7 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Deux nouvelles tablettes mathématiques du Louvre : AO 9071 et AO 9072

Christine Proust¹

Abstract - The two mathematical tablets AO 9071 and AO 9072 from the Musée du Louvre are published here for the first time. They contain series texts similar to those published by Neugebauer in *Mathematische Keilschrifttexte* (1935-1937). The series raise a number of crucial questions in various fields, namely linguistics, history and mathematics. The aim of the present article is to present some aspects of these issues and to provide the reader with a complete edition of the two tablets (copy, transliteration, translation, commentary).

Les tablettes mathématiques AO 9071 et AO 9072 semblent avoir été oubliées dans les réserves du Louvre car, curieusement, Thureau-Dangin ne les avait pas publiées. Les deux tablettes contiennent des textes appartenant à un genre très particulier que Neugebauer (1934-6) désignait par « *Serientexte* », lesquels se distinguent nettement des autres textes mathématiques cunéiformes connus. Il s'agit de longues listes d'énoncés de problèmes écrits dans un style extrêmement concis, n'utilisant que des idéogrammes sumériens, sans indication pour la résolution des problèmes, et souvent sans réponse ni même question posée. Les textes sont organisés en séries, c'est-à-dire qu'ils se répartissent sur plusieurs tablettes ; le numéro de chaque tablette dans la série est indiqué dans un colophon selon la formule « *dub N-kam* »².

Lorsqu'il les a découvertes, Neugebauer a été fortement impressionné par les séries mathématiques, qu'il considérait comme particulièrement importantes pour l'histoire des sciences anciennes. Pour lui, ces grandes compilations d'énoncés de problèmes donnaient un vaste aperçu du matériel mathématique datant de l'époque paléo-babylonienne³. L'intérêt des

¹ Je remercie Béatrice André-Salvini, Conservateur général et Chef du département des Antiquités orientales au musée du Louvre, pour son autorisation de publier ces tablettes et pour ses encouragements toujours bienveillants ; je remercie également Norbeil Aouici et Marie-José Castor, pour leur aide et leur patience. Elles m'ont notamment permis de découvrir l'existence de la tablette mathématique AO 9072 ; la tablette AO 9071, quant à elle, avait été mentionnée par K. Nemet-Nejat (1993, 284) dans son inventaire des textes mathématiques et antérieurement par Bruins (1962, 286). Toute ma reconnaissance va également à Antoine Cavigneaux, Jöran Friberg et Walther Sallaberger pour leur lecture attentive, leurs corrections et leurs conseils, qui ont permis une amélioration considérable des premières versions de cet article. Elle va aussi à Pascal Attinger, dont l'aide sur des questions de grammaire sumérienne m'a été des plus précieuses. Enfin, immense est ma dette envers Françoise Rougemont, qui m'a ouvert l'accès aux publications écrites en allemand, et donc à une grande partie de l'œuvre de Neugebauer. Les erreurs et imprécisions qui demeurent dans ce texte sont de ma seule responsabilité.

² Dans ses premières publications en allemand, Neugebauer utilisait le terme de *Serientexte*, mais dans ses publications ultérieures en anglais, il utilise le terme *series texts* ; Thureau-Dangin (1938, p. 214) parlait de « tablettes de série ». Hormis les deux inédits du Louvre, on compte une vingtaine de tablettes appartenant à des séries mathématiques, toutes publiées par Neugebauer. La majorité d'entre elles sont conservées à Yale : YBC 4668, YBC 4669, YBC 4673, YBC 4695, YBC 4696, YBC 4697, YBC 4698, YBC 4708, YBC 4709, YBC 4710, YBC 4711, YBC 4712, YBC 4713, YBC 4714, YBC 4715 (MKT I, ch. 7 et MKT III) ; deux sont à Berlin : VAT 7528 et VAT 7537 (MKT I, ch. 7) ; deux, publiées plus tard, sont à l'Oriental Institute de Chicago : A 24194 et A 24195 (MCT, T ; U).

³ « *Da die höchste Tafelnummer die Nummer 14 ist und die Tafel, wie gesagt durchschnittlich 50 Aufgaben tragen, so müssen wir es insgesamt mit einer Ordnung von etwa 700 bis 800 Aufgaben zu tun haben; das bedeutet aber, dass wir, wenn wir diese Texte verstehen, das erstmal eine geschichtlich präzise fassbare Anordnung umfangreichen mathematischen Materials vor uns haben. Damit tritt die Erforschung der babylonischen Mathematik in ein grundsätzlich neues Stadium ein.* » (Neugebauer 1934-6, 107).

historiens a été moins vif par la suite, y compris de la part de Neugebauer⁴, et les séries n'ont fait l'objet d'aucune étude spécifique nouvelle ; elles n'ont occupé qu'une place secondaire dans l'historiographie des mathématiques cunéiformes. Les deux tablettes inédites du Louvre arrivent donc à point nommé pour attirer l'attention sur un genre peu connu.

Les séries mathématiques soulèvent un certain nombre de questions d'ordre philologique, historique et épistémologique d'un grand intérêt, comme l'avait souligné Neugebauer dans ses premières études. J'évoquerai brièvement quelques unes de ces questions dans la mesure où elles concernent les deux exemplaires du Louvre. Cependant, je les laisserai en partie sans réponse car des avancées significatives demanderaient une recherche plus approfondie menée sur l'ensemble des séries mathématiques⁵.

La première question est celle de la datation et de la provenance. Les historiens des mathématiques cunéiformes estiment généralement que les séries datent de l'époque paléo-babylonienne (Thureau-Dangin 1935, 204 ; Høyrup 2000, 153-156; Friberg 2000, 157-173). Cependant, Neugebauer (1935, 387 ; 384) pense que, d'après leur écriture, les séries ne sont ni d'époque paléo-babylonienne, ni d'époque séleucide ; d'après lui, elles datent peut-être de l'époque cassite⁶. Concernant nos deux tablettes, les dossiers des œuvres du Louvre ne fournissent pas beaucoup d'éclaircissements. Ils indiquent que les tablettes ont été inventoriées en 1924 et achetées au marchand Géjou, avec un lot d'une petite trentaine de tablettes numérotées AO 9066 à AO 9091. Peu d'entre elles ont été publiées ; celles qui l'ont été sont des textes de littérature sumérienne ou des présages d'époque paléo-babylonienne, et l'une d'entre elles est néo-assyrienne⁷. Pour autant qu'on puisse en juger en l'absence d'une publication complète, le lot ne semble pas homogène⁸, et il est difficile d'en tirer des indications concernant la datation des tablettes AO 9071 et 9072. L'identification de la provenance est tout aussi problématique. Neugebauer évoque, pour les séries mathématiques de Yale et de Berlin, des similarités de vocabulaire et de *ductus* avec la tablette AO 10822 provenant de Kish (Neugebauer 1935, 388). J. Høyrup (2002a, 351), tout en critiquant les arguments de Neugebauer, estime que les séries témoignent d'une tradition périphérique

⁴ Dans son ouvrage de 1945 (p. 37), Neugebauer doute que le terme même de série soit approprié pour désigner un genre dont, d'après lui, les frontières sont floues. Les séries mathématiques sont en quelque sorte banalisées et intégrées à un ensemble plus vaste nommé « *Equations* » (ibid., ch. 8). Par ailleurs, Neugebauer (ibid., 37) souligne que le terme « série » est utilisé pour désigner les grandes compilations canoniques du premier millénaire, et qu'il peut prêter à confusion car les séries mathématiques n'ont rien à voir avec les séries astrologiques ou lexicales plus récentes. Soulignons que le terme « série » est utilisé dans le présent article dans le sens qui lui est donné aujourd'hui en assyriologie, à savoir celui de texte écrit sur plusieurs tablettes numérotées, ce qui écarte le risque de confusion que craignait Neugebauer.

⁵ Cette recherche est en cours ; le présent article est une première étape et d'autres publications sont prévues.

⁶ A l'appui de cette hypothèse, notons que J. Friberg (2007, 343 et communication personnelle du 30/05/2007) a établi un lien entre le problème de la datation des deux *Serientexte* de Chicago et celui d'une tablette de la collection Schøyen (MS 3876= MSCCT 1, 366). Il remarque que ces tablettes ont pour point commun d'être de format carré, tout comme la tablette AO 17264 qu'on pense être cassite.

⁷ Le contenu du lot Géjou est le suivant : AO 9066, pB, texte hépatoscopique (RA 44, 23) ; AO 9067, pB (1^{re} dynastie de Babylone), Hymne à Enki (TCL 6, 94) ; AO 9070, pB, Hymne à Inanna en Emesal (TCL 16, 95) ; AO 9073, néo-assyrien, Examen text D (TCL 16, 96) ; AO 9075, pB (Isin-Larsa), Išme-Dagan J (TCL 16, 97) ; AO 9076, pB, Šulgi A (TCL 16, 98) ; AO 9080, pB, contrat de bail d'un champ pour 3 ans. Les autres tablettes du lot sont non publiées. Par ailleurs, Neugebauer (1935, 387) signale que les deux *Serientexte* de Berlin (VAT 7528 et 7537) ont été acquises par l'intermédiaire du même Géjou, qui affirmait que ces tablettes provenaient d'Uruk. Mais Neugebauer n'accordait aucun crédit aux renseignements fournis par les marchands.

⁸ Je remercie Béatrice André Salvini pour les informations et éclaircissements qu'elle a bien voulu me communiquer à ce sujet.

septentrionale⁹, et J. Friberg (2000, 164 ; 172), sur la base de l'analyse de la terminologie sumérienne, les fait appartenir à des groupes méridionaux.

Une deuxième question concerne la langue d'écriture et de verbalisation de ces textes. Thureau-Dangin (1938, xxxix ; 134-203) pensait que tous les textes mathématiques étaient « lus » en akkadien et il les transcrivait entièrement en akkadien, y compris ceux des séries qui sont « à peu près complètement idéographiques ». Neugebauer (1934-6, 107) affirmait qu'il s'agissait de pur symbolisme mathématique sans rapport avec une langue parlée. J. Friberg (2000, 158) les classe parmi les textes mathématiques utilisant le sumérien, tout en soulignant que « the writing in the series texts is logographic rather than Sumerian ». Un examen attentif de la structure de ces textes et de la façon dont cette structure s'articule avec celle de la phrase sumérienne pourrait apporter quelques nouveaux éléments de réponse à la question de la langue. Dans l'analyse des deux textes du Louvre qui suit, je m'intéresserai donc particulièrement à l'organisation du texte. Les résultats d'une telle analyse ne pourront toutefois qu'être limités à ce stade car la question de la langue demanderait une étude plus globale, qui passerait en particulier par un examen de la terminologie et la syntaxe des termes sumériens utilisés en mathématiques¹⁰.

Une dernière question est celle des intentions des auteurs de ces longues séries mathématiques et des usages qui pouvaient en être faits. Il est généralement admis qu'on a affaire à des sortes de répertoires de problèmes destinés à l'enseignement (voir par exemple Neugebauer 1945, 37). La comparaison du contenu des séries avec les textes mathématiques écrits dans le contexte des écoles de scribes incite néanmoins à discuter cette explication ; je reviendrai sur ce point en conclusion.

On peut se demander si les réponses aux questions qui portent sur la datation et sur la fonction des textes sont les mêmes pour toutes les séries actuellement répertoriées¹¹. En effet, on constate des différences qui peuvent être assez importantes d'une série à l'autre, notamment entre les deux tablettes de Chicago et les autres. Pourtant, les tentatives de Neugebauer (1935, 385) pour reconstituer des groupes homogènes de tablettes n'ont pas donné de résultat probant car, selon lui, ni la forme des tablettes, ni l'écriture, ni la terminologie ne livrent des critères de répartition cohérents¹². Deux autres critères me semblent intéressants à examiner : d'une part la structure des listes d'énoncés et les principes selon lesquels les énoncés s'enchaînent ; d'autre part la syntaxe de l'écriture des opérations. Ces critères pourraient de surcroît permettre des comparaisons avec d'autres *corpus*, par exemple avec les séries de présages pour ce qui concerne la structure des listes¹³, ou avec les autres textes mathématiques pour ce qui concerne la syntaxe des opérations.

⁹ J. Høyrup précise, à propos de la tablette YBC 4714: “*The extreme formalization of the phrasing can only be expected to have arisen well after the cognitive maturation of the discipline; the same holds for the tendency toward canonization which is represented by the series texts as a global undertaking.*” (Høyrup 2001, 199).

¹⁰ La seule étude systématique concernant l'usage du sumérien dans les textes mathématiques paléo-babyloniens est celle de J. Friberg (2000, 157 ss.) dans son étude des tablettes d'Ur.

¹¹ Pour J. Høyrup (2000, 118 n. 2), le fait que les « *series texts* » aient une origine commune ne fait guère de doute. J. Friberg (2000, ch. 7), quant à lui, les classe dans 3 groupes différents : un « Groupe 2b » appartenant à une tradition méridionale, un « Groupe Sa » ayant des traits qu'on trouve à Uruk, un « Groupe Sb » (composé des deux tablettes de Chicago A 24194 et A 24195) de provenance commune mais non identifiable.

¹² Notons que cette tentative de Neugebauer date de 1935, donc avant que les tablettes de Chicago n'aient été portées à sa connaissance.

¹³ En particulier, une confrontation avec l'étude des séries de présages « KI+n » de J.-J. Glassner (2008) serait sans doute fructueuse.

L'aspect matériel des tablettes AO 9071 et AO 9072 (que je désignerai par I et II dans ce qui suit) se rapproche de celui des séries de Berlin et de Yale : les tablettes ont un format rectangulaire (7 cm de large sur 10 cm de haut environ), des coins arrondis, et contiennent plusieurs colonnes (3 à 5 colonnes par face). Il est différent de celui des exemplaires de Chicago, qui sont de format carré. Comme souvent dans les séries mathématiques, les textes du Louvre énoncent des relations entre la longueur, la largeur et la surface de rectangles. Dans certaines séries portant sur des rectangles, les énoncés se terminent par une question : « quelles sont la longueur et la largeur ? », et, plus rarement, par la réponse, qui est toujours la même : « la longueur est 30 et la largeur est 20 ».

Une dernière remarque générale concerne la traduction des séries mathématiques. Le fait qu'il s'agisse de textes idéographiques, dont le rapport avec la langue sumérienne ou akkadienne est problématique, rend la traduction difficile. Pour Neugebauer (1935, 386), le principe même de « traduction mot à mot » perd tout son sens pour ce genre de texte, symbolique à ses yeux ; sa traduction adopte un style télégraphique qui respecte au plus près l'ordre original des mots, mais n'est pas de lecture confortable ; il précise qu'il faut se reporter à ses formules algébriques en notation moderne pour comprendre la traduction. Thureau-Dangin (1938, XL ; 137-203), quant à lui, fidèle à son idée que les idéogrammes représentent un texte akkadien de bonne facture, traduit les textes des séries de façon plus littéraire. Dans la présente traduction, j'ai opté plutôt pour la méthode de Neugebauer en privilégiant l'ordre des mots. J'ai de plus introduit des indentations qui mettent en évidence la structure hiérarchique de la liste des énoncés. La concision du style et la rareté des particules grammaticales pourraient conduire à ne pas conjuguer les verbes (c'est du reste le choix de Neugebauer en 1935, et celui que j'avais fait dans une première version). Cependant, les formes telles que « dah » ou « zi » peuvent être considérées comme des abréviations respectivement de « bi₂-dah » et de « ba-zi » plutôt que des formes non conjuguées¹⁴. Par ailleurs, dans la tradition mathématique paléo-babylonienne, les énoncés sont exprimés à la première personne du singulier, et il y a tout lieu de considérer le contenu de chaque section comme un énoncé de problème (voir *infra*). Pour ces raisons, j'ai respecté l'usage et j'ai adopté la première personne du singulier dans la traduction¹⁵.

Dans ce qui suit, on trouvera la translittération et la traduction des textes I et II, des commentaires philologiques et mathématiques, une analyse plus générale des textes, ainsi qu'un glossaire, les copies et les photos à la fin de l'article. Pour les raisons évoquées plus haut, l'analyse s'intéressera essentiellement à la structure des textes et à la syntaxe des opérations. L'enjeu est double : d'une part faire apparaître des critères de classement des tablettes appartenant à des séries pour définir d'éventuels groupes homogènes ; d'autre part dégager, dans chaque groupe, des règles aussi régulières que possible de façon à éviter autant que faire se peut les interprétations ad hoc.

¹⁴ Dans le texte I, la racine zi apparaît 38 fois ; le préfixe ba- n'est omis que 8 fois sur les 38. Dans 21 occurrences, on attend la forme ba-zi-ma ; -ma n'est omis que 2 fois sur les 21 (#60 et 89). En revanche, le verbe dah n'est que rarement explicitement conjugué (le préfixe bi₂- n'apparaît que 2 fois sur 41). Dans le texte II, la situation est comparable : ba- est omis 1 fois sur les 11 où zi apparaît ; -ma est omis 1 fois sur les 8 où il est attendu après zi ; dah ne porte pas de préfixe.

¹⁵ J'ai suivi sur ce point les conseils de J. Friberg et A. Cavigneux. Notons que les séries sont traduites à la première personne du singulier dans Thureau-Dangin (1938) et Neugebauer (1945), et de façon impersonnelle dans Neugebauer (1935).

Texte I (AO 9071)

La tablette est entière et bien conservée. Ses dimensions sont $h \times l \times e = 9,3 \times 7 \times 2,7$ cm. Le texte est réparti en 3 colonnes sur la face comme sur le revers ; les colonnes sont bien séparées par des traits simples.

Face, col. i¹⁶

#	<i>l.</i>	Translittération	Traduction mot à mot, avec ajout d'indentations
1a	1.	uš sag gar-gar-ma 50 ninda	La longueur et la largeur j'ai accumulé : 50 ninda.
b	2.	uš ugu sag 10 ninda diri	La longueur excède la largeur de 10 ninda.
2	3.	<u>2/3 uš sag</u>	2/3 de la longueur : la largeur.
3	4.	<u>šu-ri-a uš u₃ 5 ninda sag</u>	La moitié de la longueur et 5 ninda : la largeur.
4	5.	<u>igi-3-gal₂ uš u₃ 10 ninda sag</u>	Le tiers de la longueur et 10 ninda : la largeur.
5*	6.	igi-5-gal ₂ uš sag 10 ninda uš dah	Le 5 ^{ème} de la longueur et largeur à 10 ninda et la longueur j'ai ajouté,
	7.	<u>15 ninda sag-še₃ bi₂-dah <-ma 1.25?></u>	15 ninda à la largeur j'ai ajouté < : 1.25>.
6	8.	igi-3-gal ₂ uš ugu sag diri	Le tiers de ce dont la longueur excède la largeur
	9.	uš dah-ma 33.20	à la longueur j'ai ajouté : 33.20.
7*	10.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 36.40</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 36.40.
8	11.	<u>ba-zi-ma 26.40</u>	J'ai soustrait : 26.40.
9	12.	<u>a-ra₂ 2-e tab ba-zi 23.20</u>	2 fois répété, j'ai soustrait : 23.20.
10	13.	<u>a-ra₂ 9-e tab-ma uš</u>	9 fois répété : la longueur.
11	14.	<u>a-ra₂ 12-e tab-ma 10 ninda diri</u>	12 fois répété : en excès de 10 ninda.
12	15.	<u>a-ra₂ '6'-e tab-ma 10 ninda ba-la₂</u>	6 fois répété : en défaut de 10 ninda.
13	16.	sag 'dah'-ma 23.20	A la largeur j'ai ajouté : 23.20.
14	17.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 26.40</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 26.40.
15	18.	<u>ba-zi-ma 16.40</u>	J'ai soustrait : 16.40.
16	19.	<u>a-ra₂ 6-e tab-ma sag</u>	6 fois répété : la largeur
17	20.	uš sag dah-ma 53.20	A la longueur et la largeur j'ai ajouté : 53.20.
18	21.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 56.40</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 56.40.
19	22.	<u>ba-zi-ma 4[6].r40¹</u>	J'ai soustrait : 46.40.
20*	23.	<u>'a-ra₂¹ 15-e tab</u>	15 fois répété :
	24.	<u>'ba-sa₂¹</u>	j'ai égalisé.
21	25.	<u>a-ra₂ 12-'e¹ tab 10 'ninda¹ ba-la₂</u>	12 fois répété : en défaut de 10 ninda.
22a	26.	uš a-ra ₂ 3-e tab	La longueur 3 fois répété,
	27.	'sag a-ra ₂ ¹ 2-e tab gar-gar-ma 2.10	la largeur 2 fois répété, j'ai accumulé : 2.10.
b	28.	[uš] 'sag ¹ gar-gar-ma 50	[La longueur] et la largeur j'ai accumulé : 50.

Face, col. ii

#	<i>l.</i>	Translittération	Traduction mot à mot, avec ajout d'indentations
23	1.	uš ugu sag 10 ninda diri	La longueur excède la largeur de 10 ninda.
24	2.	a-na uš ugu sag diri	Ce dont la longueur excède la largeur,
	3.	uš dah-ma 40	à la longueur j'ai ajouté : 40.
25	4.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 50</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 50.
26	5.	<u>ba-zi-ma 20</u>	J'ai soustrait : 20.
27	6.	<u>a-ra₂ 3-e tab-ma uš</u>	3 fois répété : la longueur.
28	7.	<u>a-ra₂ 4-e tab-ma 10 ninda diri</u>	4 fois répété : en excès de 10.
29	8.	uš 5 ninda bi ₂ -dah	La longueur à 5 ninda j'ai ajouté,

¹⁶ # = section ; *l.* = ligne. Les sections qui font l'objet d'un commentaire philologique sont signalées par un astérisque. Dans la translittération, j'ai ajouté des éléments de mise en forme qui n'appartiennent pas au texte cunéiforme : indentations et certains sauts de ligne.

9.	igi-7-gal ₂ -bi sag dah-ma 25	son 7 ^{ème} à la largeur j'ai ajouté : 25. 2 fois répété, j'ai ajouté : 30.
30	10. a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 30	J'ai soustrait : 15.
31	11. ba-zi-ma 15	2 fois répété, j'ai soustrait : 10.
32	12. a-ra ₂ 2-e tab zi-[ma] 10	4 fois répété : la largeur.
33	13. a-ra ₂ 4-e tab-[ma] sag	6 fois répété : en excès de [10 ninda].
34	14. a-ra ₂ 6-e ṽtab ¹ -[ma 10 ninda] diri	La longueur 3 fois répétée, la largeur 2 fois répétée j'ai accumulé, son 13 ^{ème} à la longueur j'ai ajouté : 40.
35a*	15. uš a-ra ₂ [3-e] tab	La longueur à 5 ninda j'ai ajouté, son 7 ^{ème} , ses 2/3, 7.20 et son 7 ^{ème} [ce dont] la longueur [dépasse la largeur] j'ai soustrait : [20]
	16. sag a-ra ₂ 2-[e] tab	
	17. gar-gar-ma igi-13-gal ₂ -bi	
	18. uš dah-ma [40]	
b	19. uš 5 ninda bi ₂ -dah	
	20. igi-7-gal ₂ 2/3-bi	
	21. 7.20 u ₃ igi-7-gal ₂ -bi uš	
	22. [ugu sag ?] diri ba-zi-ṽma ^{ṽ1}	
	22 ^ṽ . [20 ^ṽ]	
36	23. igi-7-gal ₂ 2/3-bi	Les 2/3 du 7 ^{ème} , c'est le tiers de ce dont la longueur excède la largeur.
	24. igi-3-gal ₂ uš ugu sag diri	La longueur à 5 ninda j'ai ajouté, son 7 ^{ème} de 60 ninda j'ai soustrait son 11 ^{ème} 6 fois répété de 1.35 j'ai soustrait son 13 ^{ème} , à la longueur j'ai ajouté : 35. A la largeur j'ai ajouté : 25.
37*	25. uš 5 ninda bi ₂ -dah	
	26. igi-7-gal ₂ -bi u ₃ 1(geš ₂) ninda zi	
	27. igi-11-gal ₂ -bi a-ra ₂ 6-e tab	
	28. 1.35 ba-zi	
	29. igi-13-gal ₂ -bi uš dah-ma 35	
	30. sag dah-ma 25	

Face, col. iii

#	<i>l.</i>	
38	1.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 30
39	2.	ba-zi-ma 15
40	3.	a-ra ₂ 2-e tab ba-zi-ma 10
41	4.	a-ra ₂ 4-e tab-ma sag
42	5.	a-na uš ugu sag diri
	6.	dah-ma 15
43	7.	a-ra ₂ 2-ṽe ¹ tab [dah]-ma 20
44	8.	ba-zi-ma 5
45	9.	a-ra ₂ 2-e tab ba-sa ₂
46	10.	uš sag dah-ma 55
47	11.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 1
48	12.	ba-zi-ma 45
49	13.	a-ra ₂ 2-e tab ba-zi 40
50a*	14.	uš-še ₃ 25 ninda dah
	15.	sag 1.30 uš ba-zi
	16.	uš sag 35 dah
	17.	igi-11-gal ₂ uš a-ra ₂ 3-e tab
	18.	igi-7-gal ₂ sag a-ra ₂ 2-e tab
	19.	igi-16-gal ₂ uš sag
	20.	a-ra ₂ 2-e tab
	21.	uš sag gar-gar ba-zi
	22.	ib ₂ -taka ₄ -bi
	23.	a-ra ₂ 3 uš
	24.	u ₃ a-ra ₂ 2 sag ba-zi
	25.	igi-7-gal ₂ -bi uš dah-ma 35
b	26.	sag dah-ma 25

2 fois répété, j'ai ajouté : 30.
J'ai soustrait : 15.
2 fois répété, j'ai soustrait : 10.
4 fois répété : la largeur.
Ce dont la longueur excède la largeur
j'ai ajouté : 15.
2 fois répété, [j'ai ajouté] : 20.
J'ai soustrait : 5.
2 fois répété : j'ai égalisé.
A la longueur et la largeur
j'ai ajouté : 55.
2 fois répété, j'ai ajouté : 1.
J'ai soustrait : 45.
2 fois répété, j'ai soustrait : 40.
A la longueur 25 ninda j'ai ajouté,
la largeur, 1.30 et la longueur j'ai soustrait,
la longueur, la largeur et 35 j'ai ajouté
Le 11^{ème}, la longueur 3 fois répété,
Le 7^{ème}, la largeur 2 fois répété,
Le 16^{ème}, la longueur et la largeur,
2 fois répété,
la longueur et la largeur j'ai accumulé, j'ai soustrait,
son reste,
3 fois la longueur
et 2 fois la largeur j'ai soustrait
son 7^{ème}
à la longueur j'ai ajouté : 35.
A la largeur
j'ai ajouté : 25.

51	27.	a-ra ₂ 2-e tab	2 fois répété,
	28.	dah-ma 30	j'ai ajouté : 30.

Revers, col. iv

#	<i>l.</i>		
52	1.	ba-zi-ma 15	J'ai soustrait : 15.
53	2.	a-ra ₂ 2-e tab zi-ma 10	2 fois répété, j'ai soustrait : 10.
54	3.	a-na uš ugu sag diri	A ce dont la longueur excède la largeur
	4.	dah-ma 15	j'ai ajouté : 15.
55	5.	ba-[zi-ma] 5	J'ai soustrait : 5.
56	6.	a-[ra ₂ 2-e tab] 'ba ¹ -sa ₂	2 fois répété : j'ai égalisé.
57	7.	[uš sag dah-ma] 55	[A la longueur et la largeur j'ai ajouté :] 55.
58	8.	a- ^r ra ₂ 2 ¹ -e tab dah-ma 1	2 fois répété, j'ai ajouté : 1.
59	9.	ba-zi-ma 45	j'ai soustrait : 45.
60	10.	a-ra ₂ 10-e tab-ma uš sag	10 fois répété : la longueur/largeur
61a*	11.	igi-19-gal ₂ -bi 1.45	Son 19 ^{ème} , 1.45
	12.	u ₃ a-na uš ugu sag diri	et ce dont la longueur excède la largeur,
	13.	a-ra ₂ 3-e tab	3 fois répété,
	14.	a-ra ₂ 5 GIM? uš ugu sag diri	5 fois [...] ce dont la longueur excède la largeur,
	15.	u ₃ 10 ninda ba-zi	et 10 ninda j'ai soustrait,
	16.	igi-7-gal ₂ -bi	son 7 ^{ème} ,
	17.	uš dah-ma 35	à la longueur j'ai ajouté : 35.
b	18.	uš sag 15 ba-zi	De la longueur et la largeur 15 j'ai soustrait,
	19.	igi-7-gal ₂ -bi	son 7 ^{ème} ,
	20.	a-ra ₂ 3-e tab	3 fois répété,
	21.	1.20-ta ba-zi	de 1.20 j'ai soustrait,
	22.	igi-13-gal ₂ -bi	son 13 ^{ème} ,
	23.	uš sag dah-ma 55	à la longueur et la largeur j'ai ajouté : 55.
62	24.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 1	2 fois répété, j'ai ajouté : 1.
63	25.	ba-zi-ma 45	J'ai soustrait : 45.
64	26.	a-ra ₂ 2-e tab 'zi ¹ 40	2 fois répété, j'ai soustrait : 40
65	27.	a-na uš 'ugu sag ¹ diri	à ce dont la longueur excède la largeur
	28.	dah-ma 15	j'ai ajouté : 15.

Revers, col. v

#	<i>l.</i>		
66	1.	uš-še ₃ dah-ma 35	A la longueur j'ai ajouté : 35.
67	2.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 40	2 fois répété : 40.
68	3.	ba-zi-ma 25	J'ai soustrait : 25.
69	4.	a-ra ₂ 2-e tab ba-zi-ma 20	2 fois répété, j'ai soustrait : 20.
70	5.	a-ra ₂ 6-e tab-ma uš	6 fois répété : la longueur.
71	6.	a-ra ₂ 8-e tab-ma 10 ninda diri	8 fois répété : en excès de 10 ninda.
72a	7.	uš a-ra ₂ 3-e tab	A la longueur 3 fois répété
	8.	sag a-ra ₂ 2-e tab	et la largeur 2 fois répété,
	9.	20 ninda ba-zi	20 ninda j'ai soustrait,
	10.	igi-11-gal ₂ -bi a-ra ₂ 2 uš dah	son 11 ^{ème} et 2 fois la longueur j'ai ajouté,
	11.	igi-7-gal ₂ -bi uš dah-ma 40	son 7 ^{ème} à la longueur j'ai ajouté : 40.
b	12.	uš a-na uš ugu sag diri	Ce dont la longueur excède la largeur,
	13.	25 ninda bi ₂ -dah	à 25 ninda j'ai ajouté,
	14.	igi-13-gal ₂ -bi uš dah-ma 35	son 13 ^{ème} à la longueur j'ai ajouté : 35.
73	15.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 40	2 fois répété, j'ai ajouté : 40.
74	16.	ba-zi-ma 25	J'ai soustrait : 25.
75	17.	a-ra ₂ 2-e tab zi-ma 20	2 fois répété, j'ai soustrait : 20.

76	18.	sag dah-ma 25	A la largeur j'ai ajouté : 25.
77	19.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 20 ^{sic}	2 fois répété : 30 ¹
78	20.	ba-zi-ma 15	J'ai soustrait : 15.
79	21.	a-ra ₂ 2-e tab zi-ma 10	2 fois répété, j'ai soustrait : 10.
80*	22.	a-ra ₂ 4-e tab-ma uš sag	4 fois répété : la longueur/largeur.
81	23.	a-ra ₂ 6-e tab-ma 10 ninda diri	6 fois répété : en excès de 10 ninda.
82	24.	a-ra ₂ 3 uš	3 fois la longueur
	25.	a-ra ₂ 2 sag dah 2.15	et 2 fois la largeur j'ai ajouté : 2.15.
83	26.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 2.20	2 fois répété : 2.20.

Revers, col. vi

#	l.		
84	1.	[ba]- ^r zi-ma ¹ 2.5	J'ai soustrait : 2.5.
85	2.	[a]- ^r ra ₂ ¹ 2-e tab zi-ma 2	2 fois répété, j'ai soustrait : 2.
86*	3.	[a]- ^r ra ₂ ¹ 26-e tab-ma uš sag	26 fois répété : la longueur/largeur.
87	4.	^r a ¹ -na uš ugu sag diri	A ce dont la longueur excède la largeur
	5.	^r dah-ma ¹ 15	j'ai ajouté : 15.
88	6.	a-ra ₂ 2- ^r e ¹ [tab] dah-ma 20	2 fois répété : 20.
89	7.	ba-zi-ma 5	J'ai soustrait : 5.
90*	8.	^r a-ra ₂ ¹ 2-e tab zi 10 ^{sic}	2 fois répété, j'ai soustrait : égal.
91	9.	uš u ₃ a-na uš ugu sag diri	La longueur et ce dont la longueur excède la largeur,
	10.	45 ninda bi ₂ -dah	à 45 ninda j'ai ajouté,
	11.	igi-17-gal ₂ -bi	son 17 ^{ème}
	12.	1.40 ninda uš <ugu sag diri> ba-zi	et 1.40 ninda, ce dont la longueur <excède la largeur>
	13.	igi-19-gal ₂ uš dah-ma 35	j'ai soustrait,
			Le 19 ^{ème}
			à la longueur
			j'ai ajouté : 35.
92	14.	a-ra ₂ 2-e tab dah-ma 40	2 fois répété, j'ai ajouté : 40.
93	15.	ba-zi-ma 25	J'ai soustrait : 25.
	16.	1(geš ₂) 35 im-šu	95 sections.
	17.	dub 7-kam-ma	C'est la 7 ^{ème} tablette.

Remarque préliminaire sur les notations

Dans ce qui suit, A désigne une expression quelconque (un nombre spécifié, une longueur ou une largeur inconnue, ou toute combinaison de ces divers éléments) et N désigne un nombre spécifié.

J'ai représenté les différents énoncés du texte par des « formules » utilisant le symbolisme algébrique moderne. Dans ces formules, j'ai désigné la longueur par « uš », la largeur par « sag », et la surface par « aša » ; de plus, j'ai autant que possible respecté l'ordre des termes du texte cunéiforme. Ces notations ont pour but de faciliter le va-et-vient entre le texte et les formules. Le choix de donner la priorité au respect de l'ordre des termes a pour conséquence que dans les formules la soustraction est parfois écrite – A + B (dans les cas où A est retranché de B, avec l'argument A cité avant l'argument B). Naturellement, le signe « – » initial désigne une opération de soustraction et non pas un nombre négatif.

Conformément à l'écriture cunéiforme, les nombres positionnels sont écrits sans indication des ordres de grandeurs non seulement dans la translittération, mais aussi dans la traduction, les commentaires et les « formules ». Les modalités de calcul sur ces nombres flottants seront précisées plus loin, dans la partie « calcul ».

Commentaires philologiques

#5 : le sens n'est pas clair. Il est possible que le résultat 1.25 ait été oublié ; il faudrait comprendre dans ce cas :

$$1/5(uš + sag) + 10 ninda + uš + 15 ninda + sag = 1.25$$

Une autre possibilité serait que le « 15 ninda » soit fautif ; on aurait alors :

$$1/5(uš + sag) + 10 ninda + uš = 30^1 ninda + sag.$$

Les deux interprétations reposent sur une hypothétique « erreur de scribe », donc aucune n'est satisfaisante.

#7 *et passim* : La construction de tab pose problème. La transcription que j'ai adoptée ici « A a-ra₂ N-e tab » n'est pas celle de Thureau-Dangin ni celle de Neugebauer. Pour Thureau-Dangin (1938, 235), /e/ est un indicateur phonétique attaché à tab : « Le prétérit 1^e p. sg. *éšip* est écrit phonétiquement ^etab dans YBC 4668, 4709, 4710, 4712, 4713, 4715 ». Thureau-Dangin est suivi sur ce point par J. Høyrup (2002a, 202 ; 204 ; 336), qui transcrit « A a-ra₂ N ^etab ». L'explication phonétique n'est probablement pas celle de Neugebauer, puisque sa transcription est « A a-ra₂ N e-tab » (MCT et MKT), donc il analyse /e/ comme un préfixe verbal sumérien. Cependant, aucune de ces deux interprétations n'explique une forme que l'on trouve fréquemment dans les séries mathématiques : la racine tab est souvent omise, alors que l'affixe /e/ demeure présent dans le texte, ce qui montre qu'il n'est pas attaché à tab, mais plutôt au nombre N. Pour cette raison, je pense que /e/ ne doit pas être considéré comme un préfixe de tab, mais plutôt comme un suffixe du nombre N.

Ce n'est pas sans hésitation que je me suis résolue à ne pas suivre les interprétations de Neugebauer ou de Thureau-Dangin, d'autant plus que les sources donnent des indications contradictoires. On trouvera dans ce qui suit une présentation des constructions de tab attestées dans les sources mathématiques, les arguments pour et contre l'interprétation de /e/ comme suffixe du nombre N, et une justification du choix fait dans le présent article¹⁷.

Un dépouillement des principales éditions de textes (MKT, MCT, TMS, MSCCT) m'ont conduit à dresser la liste des formes attestées ci-dessous, numérotées de (1) à (7). Les tablettes concernées sont toutes d'époque paléo-babylonienne ; celles où apparaissent les formes (1) à (3) appartiennent à des séries ; celles où apparaissent les formes (4) à (7) n'appartiennent pas à des séries.

- | | | | | |
|-----|-----------------------|---|--------|--|
| (1) | A a-ra ₂ N | e | tab | dans les textes I et II (et les séries en général) |
| (2) | A a-ra ₂ N | e | | dans A 24194 et A 24195 (MCT, T ; U) ; YBC 4668 (MKT I, 422), YBC 4715 (MKT I, 478) |
| (3) | A | e | tab | dans YBC 4668 et YBC 4713 (MKT I, 421) |
| (4) | A a-na šī-na | e | tab | dans Str 362 (MKT I, 239) et YBC 4608 (MCT, D) |
| (5) | A a-na N | e | tab | dans Str 366 (MKT I, 257), MS 2792 (MSCCT 1, 298-299, 305-306), MS 3052 (MSCCT 1, 273-275, 294-295), MS 3971 (MSCCT 1, 251), VAT 7532 (MKT, 294), VAT 7535 (MKT I, 303) et VAT 7620 (MKT I, 314) |
| (6) | A a-na N | | tab-ba | dans BM 85210 (MKT I, 219) |
| (7) | A a-na N | | tab | dans MS 5112 (MSCCT 1, 329) |

¹⁷ Les arguments avancés ici, ainsi que le choix final, sont le résultat de discussions avec Pascal Attinger, Antoine Cavignaux et Walther Sallaberger, qui se sont déroulées par courrier électronique et/ou de vive voix entre et mai 2007 et novembre 2008. Je les remercie vivement pour leur aide et leurs éclaircissements au sujet de ces questions dont je ne suis pas spécialiste. Je suis entièrement redevable de ces discussions, dont je m'efforce ici de rendre compte de la façon la plus claire possible.

(1) est la forme standard dans les séries. Dans certains textes, on trouve fréquemment la forme (2) en alternance avec la forme (1). La forme (2) est clairement une abréviation de (1), où *tab* est omis. Le fait que *tab* disparaisse dans la réduction et pas /e/ est le principal argument contre le fait que /e/ puisse être un préfixe de *tab* comme le pense Neugebauer. Par ailleurs, la construction N-e *tab* s'explique aisément comme parallèle de la forme « *ana* N *ešēpum* », largement attestée dans les textes mathématiques¹⁸. Cette forme akkadienne apparaît à la première ou à la deuxième personne selon qu'elle intervient dans un énoncé ou dans une procédure : *a-na ši-na e-ši-ip* dans MS 3049 (MSCCT, 296) et AO 6770 (TMB, 73) ; *a-na ši-na e-ši-im-ma* dans VAT 8528 (MKT, 354) ; *a-na ši-na te-ši-im-ma* dans MS 3876 (MSCCT, 344) ; *a-na ši-na te-ši-ip* dans BM 13901 (TMB, 9). En revanche, la forme e-*tab* de la translittération de Neugebauer s'explique difficilement¹⁹. L'explication de Thureau-Dangin, pour qui ^e*tab* est une représentation de *ešip*, pose quant à elle un autre type de problème : les tablettes AO 9071 et AO 9072 (et les séries en général) ne contiennent aucune forme akkadienne²⁰, et par suite un indicateur phonétique akkadien paraîtrait quelque peu incongru. On peut enfin ajouter à la liste des arguments en faveur de -e suffixe de N l'existence de la construction *a-na* N-e ... *ešēpum* dans YBC 8520 (MKT I, 346) :

a-na 10.33.45-e 42 *ša ri-eš-ka u₂-ka-lu ši₂-im-ma* 52.33.45

En revanche, les formes (3) et (4) plaident contre le choix fait ici. Dans (3), N tombe mais pas /e/, ce qui pourrait retourner l'argument développé ci-dessus ; cependant, on peut expliquer la disparition du nombre N par le fait que, dans les cas où elle se produit, ce nombre est une inconnue de l'équation. Plus sévère est le contre-exemple que constitue la forme (4) où la forme *šina*-e ne s'explique pas. En effet, /e/ ne peut pas être un suffixe (sumérien) de N (écrit phonétiquement en akkadien)²¹. Ajoutons enfin le fait que, si on considère le suffixe -e comme un parallèle de *a-na*, (5) présenterait une redondance. Notons néanmoins que cette redondance n'est pas exceptionnelle puisqu'elle apparaît aussi dans la tablette YBC 8520 citée ci-dessus.

En l'état, aucune solution n'est vraiment satisfaisante : l'interprétation de Neugebauer s'explique mal grammaticalement ; celle de Thureau-Dangin fait intervenir un élément phonétique akkadien dans un texte qui ne contient aucune forme akkadienne ; et surtout, aucune de ces deux interprétations n'explique la forme (2) ; celle que je propose est contredite par la forme (4). Il m'a semblé que, dans ces conditions où tout choix se heurte à des contradictions, la priorité était de traiter l'ensemble des séries mathématiques de façon cohérente. Je pense qu'il est plus facile d'assumer une contradiction entre l'ensemble des séries d'un côté et quelques tablettes mathématiques appartenant à d'autres genres de l'autre côté, que d'assumer une contradiction au sein des séries²². Pour cette raison, /e/ est interprété dans cet article comme un suffixe de N.

Ces difficultés d'interprétation sont sans doute à mettre en rapport avec le caractère très artificiel du langage des séries mathématiques. A ma connaissance (voir le dépouillement ci-dessus), la formule « A a-ra₂ N-e *tab* » n'est pas attestée en dehors des séries ; si cela se

¹⁸ Cet argument est avancé et jugé crucial par P. Attinger (communication personnelle du 11/08/2007).

¹⁹ Selon P. Attinger, « des formes e-Base ne sont que rarement attestées à l'époque paléo-babylonienne, et semblent remonter à {a} + l'allomorphe du locatif terminatif de la 2e sg. (Attinger, ELS 235, 236 et 264 sq.), ce qui ne donnerait aucun sens ici. Dans les textes lexicaux paléo-babyloniens en revanche, e- pourrait remonter à {a} + l'ergatif de la 2e sing. (c'est l'analyse de Black; cf. ELS 235) » (communication personnelle du 11/08/2007).

²⁰ Pour W. Sallaberger et P. Attinger, cet argument exclut l'interprétation de /e/ comme indicateur phonétique renvoyant à un mot akkadien.

²¹ Pour A. Cavigneaux, cette forme démolit l'interprétation du /e/ comme suffixe.

²² Dans le même sens va le verdict de P. Attinger : « il me semble plus facile de postuler des phénomènes de contamination (avec *ši-na*-e) ou de redondance (avec *a-na* N-e) que d'admettre un indicateur phonétique ou un préfixe e alors que *tab* peut faire défaut » (communication personnelle du 22/10/2008).

confirmait, on pourrait considérer cette formule comme une sorte de néologisme propre aux séries mathématiques.

#20 : restitution par analogie avec le #45.

#35 : cette section contient deux phrases. La deuxième (ii, 19-22) n'est pas claire. A quoi s'applique le quantième $igi-7-gal_2-bi$ ($1/7$) ? Il ne s'applique pas au terme qui suit, $u\check{s}$, à cause de la présence du suffixe $-bi$ qui indique que l'argument a été placé avant (voir plus loin la syntaxe). Il s'agit probablement d'une désignation abrégée de l'expression des lignes 19-20 ($u\check{s} 5 ninda bi_2-dah igi-7-gal_2-bi$) selon un procédé attesté ailleurs (voir commentaires mathématiques aux sections 35-36 ainsi que la partie consacrée au vocabulaire et à la syntaxe du texte II). Par ailleurs, le début de la ligne 22 est détruit. A la fin de cette même ligne, un signe est à peine visible ; c'est peut-être un $-ma$. Il n'est pas impossible que la section contienne un signe sur une ligne supplémentaire. On peut donc proposer la reconstitution suivante de la ligne 22 :

[ugu sag] diri ba-zi- $\bar{r}ma^1$
[20]

ou bien

[ugu sag] diri ba-zi [20]

Dans les deux cas, l'énoncé 35b peut être représenté de la façon suivante (les termes restitués sont en caractères gras) :

$$-(u\check{s} + 5 ninda) \times 1/7 \times 2/3 + [7.20 + (u\check{s} + 5 ninda) \times 1/7 + (u\check{s} - sag)] = 20$$

On verra plus loin que cette restitution est conforme aux principes de construction de la liste des énoncés appliqués dans ce texte (voir commentaires mathématiques).

#37 : dans ii, 26, il s'agit probablement de 60 ninda et non de 1 ninda (de façon à obtenir 55 lorsqu'on soustrait 5) ; on doit donc lire 1($ge\check{s}_2$) ninda.

#50 : dans cette section, l'énoncé est très long et ambigu à certains endroits. Le passage iii, 22-25 me semble à peu près compréhensible. Il est question du reste d'une soustraction ($taka_4$), à partir duquel la relation suivante est définie :

$$[tag - (3 \times u\check{s} + 2 \times sag)] \times 1/7 + u\check{s} = 35.$$

Le reste $taka_4$ (« tag » dans la formule) est probablement le résultat de la soustraction indiquée ligne 21 : $A - (u\check{s} + sag)$, où l'expression A est elle-même le résultat de tout ce qui précède. Le début de l'énoncé peut être compris de plusieurs façons, et quelle que soit l'interprétation choisie on obtient une expression qui ne conduit pas aux résultats attendus (en particulier à $A = 3.35$). L'ambiguïté provient principalement de la première soustraction car on ne sait pas quels sont les termes soustraits : $u\check{s}$? ($1.30 + u\check{s}$) ? ($sag + 1.30 + u\check{s}$) ? La lecture la plus « naturelle » en regard de la syntaxe du texte serait la suivante :

$$\left\{ \left\{ \left[(u\check{s} + 25) - (sag + 1.30 + u\check{s}) + (u\check{s} + sag + 35) \right] \frac{1}{11} + u\check{s} \times 3 \right\} \times \frac{1}{7} + sag \times 2 \right\} \frac{1}{16} + u\check{s} + sag \left\} \times 2$$

Mais elle ne peut être retenue, en autres raisons parce que le résultat du premier terme entre crochets serait nul.

#61a : Je n'ai pas pu reconstituer le premier problème de la section 60 car plusieurs points ne sont pas clairs. La section commence par le quantième $1/19$, dont l'argument est difficile à identifier : ce n'est pas 1.45 car d'une part ce nombre n'est pas un multiple de 19, d'autre part la présence du suffixe $-bi$ indique que l'opérateur est post-fixé, donc l'argument a été défini en amont (voir vocabulaire et syntaxe), mais on ne sait pas où. Par ailleurs, on lit dans la ligne 14 un signe qui m'a semblé ressembler à GIM mais dont le sens m'échappe.

#80 : Ici, « uš sag » désigne une expression (sag) qui a été définie en amont dans la section 75 (voir commentaires mathématiques aux sections 72-90).

#86 : même remarque que pour #80. « uš sag » représente $(3 \times uš + 2 \times sag)$.

#90 : dans vi, 8, on lit 'a-ra₂¹ 2-e tab zi 10^{sic}. Le texte est très probablement fautif car le résultat de la soustraction est nul ; ce cas de figure est attesté dans un autre texte très proche, où le scribe a noté : ba-zi-ma UR⁷ sa₂ (VAT 7537, #B6, C6), soit : « J'ai soustrait : égal ». On peut donc penser que, dans notre texte, le scribe aurait dû écrire sa₂ (égal) au lieu de 10 ou bien ba-sa₂ à la place de zi 10 (comme dans les sections 45 et 56).

Commentaires mathématiques

#1-5

La première section contient deux phrases (notées 1a et 1b) et les suivantes en contiennent une seule. Chaque phrase donne une relation linéaire simple entre la longueur et la largeur d'un rectangle. Ces relations peuvent être représentées en notation moderne de la façon suivante :

$$\#1a \quad uš + sag = 50 \text{ ninda}$$

$$\#1b \quad uš - sag = 10 \text{ ninda}$$

$$\#2 \quad \frac{2}{3} uš = sag$$

$$\#3 \quad \frac{1}{2} uš + 5 \text{ ninda} = sag$$

$$\#4 \quad \frac{1}{3} uš + 10 \text{ ninda} = sag$$

$$\#5 \quad \frac{1}{5} (uš + sag) + 10 \text{ ninda} + uš + 15 \text{ ninda} + sag \leq 1.25 \text{ (incertain - voir notes)}$$

S'agit-il d'énoncés de problème ? On peut le penser, puisque dans plusieurs autres séries, les énoncés de ce type sont suivis de la question « quelles sont la longueur et la largeur ? », et parfois de la réponse « la longueur est 30 et la largeur est 20 ». Les énoncés donnent des informations sur deux inconnues (uš et sag). Il est donc nécessaire de disposer de deux relations entre les inconnues, c'est-à-dire d'un système de deux « équations »²³. Quelles sont ces équations ? Plusieurs hypothèses sont possibles. Une première est suggérée par le fait que souvent, dans les autres séries connues, la donnée de la surface est placée au début du texte (ou d'une partie du texte), et constitue ainsi une première équation ; chaque section contient la deuxième équation du système. On peut envisager que tel était le cas dans le texte I, qui est sur la 7^e tablette d'une série : la donnée de la surface a pu être inscrite sur une tablette précédente, et ensuite omise. La tablette I donnerait dans ce cas une liste de variantes seulement pour la deuxième équation. Une deuxième hypothèse, suggérée par J. Friberg²⁴, consiste à considérer les deux énoncés de la section 1 (1a et 1b) comme un système linéaire de deux équations à deux inconnues. Dans ce cas, les sections 2 à 5 donneraient des variantes

²³ Le mot « équation » peut paraître anachronique si on se réfère au symbolisme et aux procédures algébriques qu'il évoque. Mais il ne s'agit pas de cela ici. Le mot est pris dans un sens plus large : celui d'information sur des quantités inconnues, donnée sous la forme d'une relation numérique entre ces quantités.

²⁴ J. Friberg (communication personnelle du 10/08/2008) pense que les deux relations données dans la section 1 pourraient constituer un système de deux équations linéaires, et qu'il en était peut-être de même dans la section 22. Cette importante contribution à l'interprétation du texte m'a amenée à réviser la précédente version du présent article, où j'avais retenu la première hypothèse.

pour la deuxième équation, la première restant celle qui est donnée en 1a. Cette hypothèse rend compte de la présence de deux équations dans certaines sections (#1, 22, 35, 61 et 72). Cependant, on verra qu'il arrive aussi que certaines sections contiennent deux équations qui ne forment pas un système mais plutôt deux énoncés différents (#37 et 50), le trait de séparation ayant été omis. Le fait que deux équations soient placées dans la même section ne signifie donc pas toujours qu'on a affaire à un système. L'hypothèse suggérée par J. Friberg est néanmoins la plus probable car elle explique la mention « 1.35 im-šu » du colophon (voir *infra*). Elle est par ailleurs attestée dans d'autres séries comme YBC 4695 (MKT III, 34ss.). C'est elle qui est retenue dans ce qui suit.

Quoiqu'il en soit, chaque énoncé renvoie à un système de deux équations. Je désignerai par E_1 la première équation du système, souvent implicite²⁵, et par E_2 la deuxième équation du système, explicitée dans les différentes sections.

#6-21

Dans la section 6, on trouve une équation constituée de deux expressions : $1/3(uš - sag)$ et $uš$, dont la somme est égale à 33.20. Les expressions définies dans la section 6 sont réutilisées ensuite dans les sections suivantes, mais de façon implicite. La première, $1/3(uš - sag)$, est utilisée dans les sections 6-21 et constitue ce que j'appellerai une expression principale (P dans ce qui suit) ; la deuxième, $uš$, est utilisée dans les sections 6-12 et constitue ce que j'appellerai une expression secondaire (S dans ce qui suit). Dans la section 13, l'expression secondaire est modifiée : sag remplace $uš$ dans les sections 13-16. Dans la section 17, l'expression secondaire est à nouveau modifiée et c'est désormais $uš + sag$ qui est utilisée dans les sections 17-21. On peut représenter les énoncés de cette séquence par les équations suivantes :

#6	$P + S = 33.20$	$P = \frac{1}{3}(uš - sag)$	$S = uš$
#7	$P \times 2 + S = 36.40$	"	"
#8	$-P + S = 26.40$	"	"
#9	$-P \times 2 + S = 23.20$	"	"
#10	$P \times 9 = uš$	"	"
#11	$P \times 12 = S + 10 ninda$	"	"
#12	$P \times 6 = S - 10 ninda$	"	"
#13	$P + S = 23.20$	"	$S = sag$
#14	$P \times 2 + S = 26.40$	"	"
#15	$-P + S = 16.40$	"	"
#16	$P \times 6 = S$	"	"
#17	$P + S = 53.20$	"	$S = uš + sag$
#18	$P \times 2 + S = 56.40$	"	"
#19	$-P + S = 46.40$	"	"
#20	$P \times 15 = S$	"	"
#21	$P \times 12 = S - 10 ninda$	"	"

Toutes ces sections contiennent des variantes de l'équation E_2 , l'équation E_1 étant implicitement celle qui est définie en #1a.

²⁵ Dans tout l'article, j'utilise le mot « implicite » dans un sens précis : celui d'omission volontaire d'une information parce qu'elle est donnée explicitement ailleurs dans le texte. Il ne s'agit ni d'erreur, ni de l'omission d'une information supposée connue du lecteur.

#22-28

#22a	$u\check{s}\times 3 + sag\times 2 = 2.10$		
#22b	$u\check{s} + sag = 50$		
#23	$u\check{s} - sag = 10$ ninda		
#24	$P + S = 40$	$P = u\check{s} - sag$	$S = u\check{s}$
#25	$P\times 2 + S = 50$	"	"
#26	$-P + S = 20$	"	"
#27	$P\times 3 = S$	"	"
#28	$P\times 4 = S + 10$ ninda	"	"

La section 22 contient deux équations, qui forment un système. L'équation donnée en #22a s'est substituée à #1a pour jouer le rôle de l'équation E_1 . Les sections 23 et suivantes contiennent des variantes de E_2 . Les énoncés des sections 24-28 utilisent implicitement l'expression principale $P = u\check{s} - sag$ et l'expression secondaire $S = u\check{s}$.

#29-34

#29	$P + S = 25$	$P = (u\check{s} + 5 \text{ ninda})\frac{1}{7}$	$S = sag$
#30	$P\times 2 + S = 30$	"	"
#31	$-P + S = 15$	"	"
#32	$-P\times 2 + S = 10$	"	"
#33	$P\times 4 = S$	"	"
#34	$P\times 6 = S + 10$ ninda	"	"

Ce cycle est analogue au précédent, avec une autre variante encore pour P et S. Pour toutes ces sections, l'équation E_1 est toujours 22a.

#35-36

#35a	$(u\check{s}\times 3 + sag\times 2)\frac{1}{13} + u\check{s} = 40$
#35b	$-(u\check{s} + 5 \text{ ninda})\times 1/7 \times 2/3 + [7.20 + (u\check{s} + 5 \text{ ninda})\times 1/7 + (u\check{s} - sag)] = 20$ (incertain, voir notes)
#36	$(u\check{s} + 5 \text{ ninda})\frac{1}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}(u\check{s} - sag)$

La section 35 contient deux équations qui forment un système. Dans les énoncés 36 et les suivants (37-49), qui contiennent des variantes de E_2 , l'équation E_1 est maintenant 35a. Dans la section 36, la fraction $2/3$ de $1/7$ se rapporte à l'expression $(u\check{s} + 5 \text{ ninda})$ définie dans l'énoncé précédent ; cela confirme l'hypothèse que dans la section 35b, la fraction $1/7$ se rapporte aussi à cette même expression (voir *supra* commentaire philologique à la section 35). Notons qu'on rencontre le même type d'abréviation dans le texte II (# 31 *et passim*). Dans les équations 35b et 36, l'expression principale est $P = (u\check{s} + 5 \text{ ninda})\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$ et l'expression secondaire semble être $S = u\check{s} - sag$.

#37-49

#37a	$P + S = 35$	$P = \left\{ - \left[- (u\check{s} + 5 \text{ ninda})\frac{1}{7} + 1 \text{ ninda} \right] \frac{1}{11} \times 6 + 1.35 \right\} \frac{1}{13}$	$S = u\check{s}$
#37b	$P + S = 25$	"	$S = sag$

#38	$P \times 2 + S = 30$	"	"
#39	$-P + S = 15$	"	"
#40	$-P \times 2 + S = 10$	"	"
#41	$P \times 4 = S$	"	"
#42	$P + S = 15$	"	$S = u\check{s} - sag$
#43	$P \times 2 + S = 20$	"	"
#44	$-P + S = 5$	"	"
#45	$P \times 2 = S$	"	"
#46	$P + S = 55$	"	$S = u\check{s} + sag$
#47	$P \times 2 + S = 1$	"	"
#48	$-P + S = 45$	"	"
#49	$-P \times 2 + S = 40$	"	"

La section 37 contient deux équations. Cependant, il ne s'agit probablement pas d'un système, car 37b est une simple variante de 37a (qui affecte seulement l'expression secondaire). Pour toutes ces sections, l'équation E_1 reste probablement 35a. Les équations des sections 37b-49 décrivent un cycle analogue à celui des sections 6-21, à partir d'une expression principale plus complexe.

#50-59

#50a $P + S = 35$

P =

$$\left\{ \left\{ \left[\left(\dots + u\check{s} + sag + 35 \right) \frac{1}{11} + u\check{s} \times 3 \right] \frac{1}{7} + sag \times 2 \right\} \frac{1}{16} + u\check{s} + sag \right\} \times 2 - (u\check{s} + sag) + (3 \times u\check{s} + 2 \times sag) \left\} \frac{1}{7}$$

			$S = u\check{s}$
#50b	$P + S = 25$	"	$S = sag$
#51	$P \times 2 + S = 30$	"	"
#52	$-P + S = 15$	"	"
#53	$-P \times 2 + S = 10$	"	"
#54	$P + S = 15$	"	$S = u\check{s} - sag$
#55	$-P + S = 5$	"	"
#56	$P \times 2 = S$	"	"
#57	$P + S = 55$	"	$S = u\check{s} + sag$
#58	$P \times 2 + S = 1$	"	"
#59	$-P + S = 45$	"	"
#60	$P \times 10 = S$	"	"

La section 50 contient deux équations. Cependant, là encore, il ne s'agit probablement pas d'un système, car 50b est une variante de 50a comme dans le cas de la section 37. Pour toutes ces sections, l'équation E_1 reste encore probablement 35a. Les équations des sections 50b-60 décrivent un cycle analogue à celui des sections 6-21.

#61-71

#61a $\left\{ \frac{1}{19} \dots - [(u\check{s} - sag) + 10 \text{ ninda}] \right\} \frac{1}{7} + u\check{s} = 35$

#61b $P + S = 55$

$$P = \left\{ - [(u\check{s} + sag) - 15] \frac{1}{7} \times 3 + 1.20 \right\} \frac{1}{13}$$

$$S = u\check{s} + sag$$

#62	$P \times 2 + S = 1$	"	"
#63	$-P + S = 45$	"	"
#64	$-P \times 2 + S = 40$	"	"
#65	$P + S = 15$	"	$S = uš - sag$
#66	$P + S = 35$	"	$S = uš$
#67	$P \times 2 + S = 40$	"	"
#68	$-P + S = 25$	"	"
#69	$-P \times 2 + S = 20$	"	"
#70	$P \times 6 = S$	"	"
#71	$P \times 8 = S + 10 \text{ ninda}$	"	"

La section 61 contient deux équations. La première (iv, 11-17) n'est pas claire (voir *supra* commentaire philologique à la section 61). Les équations 61a et 61b forment un système, et pour les sections 62-71, l'équation E_1 est 61a.

#72-90

#72a	$[(uš \times 3 + sag \times 2 - 20 \text{ ninda}) \frac{1}{11} + 2 \times uš] \frac{1}{7} + uš = 40$		
#72b	$P + S = 35$	$P = [uš + (uš - sag) + 25] \frac{1}{13}$	$S = uš$
#73	$P \times 2 + S = 40$	"	"
#74	$-P + S = 25$	"	"
#75	$-P \times 2 + S = 20$	"	"
#76	$P + S = 25$	"	$S = sag$
#77	$P \times 2 + S = 30^1$	"	"
#78	$-P + S = 15$	"	"
#79	$-P \times 2 + S = 10$	"	"
#80	$P \times 4 = S$	"	"
#81	$P \times 6 = S + 10 \text{ ninda}$	"	"
#82	$P + S = 2.15$	"	$S = 3 \times uš + 2 \times sag$
#83	$P \times 2 + S = 2.20$	"	"
#84	$-P + S = 2.5$	"	"
#85	$-P \times 2 + S = 2$	"	"
#86	$P \times 26 = S$	"	"
#87	$P + S = 15$	"	$S = uš - sag$
#88	$P \times 2 + S = 20$	"	"
#89	$-P + S = 5$	"	"
#90	$-P \times 2 + S = 0$	"	"

La section 72 contient deux équations. Les équations 72a et 72b forment un système, et pour les sections 73-90, l'équation E_1 est 72a. Les équations E_2 dans les sections 72b-90 décrivent un cycle analogue à celui qui est contenu dans les sections 6-21, avec une variante nouvelle pour l'expression secondaire ($S = 3 \times uš + 2 \times sag$). Dans les sections 79 et 85, l'expression secondaire est désignée par « $uš \text{ sag}$ ».

#91-93

#91	$P + S = 35$		
	$P = \left\{ [uš + (uš - sag) + 45 \text{ ninda}] \times \frac{1}{17} + 1.40 \text{ ninda} - (uš - sag) \right\} \times \frac{1}{19}$		
			$S = uš$

#92	$P \times 2 + S = 40$	"	"
#93	$-P + S = 25$	"	"

Pour toutes ces sections, l'équation E_1 reste 72a. Ce dernier cycle ne présente qu'une seule version pour l'expression secondaire ($S = u\check{s}$). On peut imaginer que le cycle se poursuit avec d'autres variantes de S dans la tablette suivante.

Colophon

Le colophon donne plusieurs informations intéressantes : le nombre de sections « 1(geš₂) 35 im-šu » renseigne sur le décompte des systèmes d'équations ; le numéro de la tablette « dub 7-kam » sur la structure de la série ; son style et sa composition peut-être sur la datation de la tablette.

Au sens propre du terme, « im-šu » renvoie à une réalité matérielle (section, case)²⁶. Cependant, il est fréquent que les unités décomptées soient les énoncés et non les sections. En général, cela revient au même car en principe chaque section contient un énoncé. Mais dans quelques cas, les deux comptes divergent²⁷. Dans le texte I, on compte 93 sections et 95 énoncés (soit les énoncés correspondant aux 93 sections tracées, plus les deux énoncés 37a et 50a dont les traits de section n'ont pas été tracés). Or 95 est exactement le résultat noté dans le colophon²⁸.

Dans l'espoir de trouver des indices pour la datation, j'ai rassemblé quelques données, de façon certainement non exhaustive, sur les colophons des textes savants d'époque paléo-babylonienne. Le colophon du texte I a les trois caractéristiques suivantes : présence du nombre de sections (im-šu) ; présence du numéro de la tablette selon la formule « dub N-kam » ; absence de toute autre indication telle que nom propre, date, nom de la composition.

A ma connaissance, le nombre de sections (im-šu) n'apparaît que dans les textes mathématiques, essentiellement dans les séries : les colophons des tablettes littéraires ou de présages datant aussi bien de l'époque paléo-babylonienne que du premier millénaire contiennent souvent le nombre de lignes du texte (indiqué par la formule šu nigin N mu-bi-im ou mu-šid-bi N), mais pas le nombre de sections (Hunger 1968)²⁹.

La mention d'un numéro de tablette sous la forme « dub N-kam » est rare à l'époque paléo-babylonienne. Dans la liste donnée par Hunger (1968, 25-29) pour l'époque paléo-babylonienne, on ne trouve que peu de tablettes contenant un colophon de ce type : trois tablettes littéraires de Sippar datées du règne d'Amiṣaduqa et les *Serientexte* de Neugebauer. Par ailleurs, on trouve quelques rares autres tablettes de présages paléo-babyloniennes se terminant par de tels numéros: trois tablettes d'extispicine, l'une de provenance inconnue (YOS 10 48) et les deux autres datées du règne d'Amiṣaduqa, provenant probablement de Sippar (BM 97007 = Jeyes 1989, 11 et BM 96948 Jeyes 1989,

²⁶ Voir les glossaires de Neugebauer (1937 ; 1945), Thureau-Dangin (1938) et Gordon (1959).

²⁷ Voir par exemple YBC 4712 (MKT I, 433, n. 12a) qui contient 49 sections et 48 énoncés car le huitième énoncé est écrit à cheval sur deux colonnes ; le colophon indique « 48 im-šu », donc ce sont les énoncés qui sont décomptés.

²⁸ Dans l'hypothèse, évoquée plus haut, où l'équation E_1 serait la donnée de la surface, implicite et commune à tous les systèmes du texte, on compterait 98 équations E_2 , c'est-à-dire 98 énoncés. Le colophon qui compte 95 énoncés confirme donc l'hypothèse de J. Friberg.

²⁹ Dans le glossaire de Hunger (1968, 164), l'entrée im-šu ne renvoie qu'aux *Serientexte* (Ibid., n°35, p. 29). Cependant, le compte de sections (im-šu) est attesté dans les colophons de quelques autres textes mathématiques dont YBC 5037 (MCT, F), YBC 4657 (MCT, G), YBC 4666 (MCT, K), YBC 4607 (MCT, O), MS 3052 (MSCCT 1, 273-275, 294-295) et MS 5112 (MSCCT 1, 329, 348, 365). Voir aussi Robson (1997, 58 ; 69-70).

14), mais aucune parmi les autres tablettes de divination (Rochberg 2006, 340). D'une façon plus générale, les séries d'époque paléo-babylonienne ne sont pas très nombreuses. On peut citer les traités d'extispicine organisés en séries « KI+n » (Glassner 2008), et, dans le domaine littéraire, BM 78942+, Sippar, Atrahasis (Shehata 2001, 164). Dans tous les cas cités ci-dessus pour l'époque paléo-babylonienne, le numéro est écrit dans des colophons brefs : les autres mentions sont parfois le nombre de lignes, plus rarement la date, et exceptionnellement un nom propre.

Toute différente est la situation des époques plus tardives (médio babylonienne, médio assyrienne et premier millénaire), où les séries sont la règle ; le numéro de la tablette est aussi sous la forme « dub N-kam », mais inséré dans un colophon beaucoup plus informatif, contenant en particulier le nom de la composition (Hunger 1968, Leichty 1964). La structure des colophons est donc très différente de celle qui se présente dans notre tablette.

Ces éléments pourraient plaider pour une datation remontant à la fin de l'époque paléo-babylonienne pour les tablettes I et II (et les séries mathématiques plus généralement), ce qui concorderait avec la datation proposée par J. Høyrup (2001, 199 ; 2002a, 351). Mais ils restent à recouper avec d'autres critères, notamment paléographiques ; cette étude reste à réaliser sur l'ensemble des séries mathématiques.

Calcul

Le texte ne contient en principe aucun calcul, puisque les problèmes ne sont pas résolus. Cependant, il est tout à fait évident que le scribe qui a conçu les problèmes est parti de la solution (uš = 30 et sag = 20) pour remonter aux énoncés. Deux constatations au moins le montrent : d'une part, le fait que la solution est toujours la même ; d'autre part le fait que les quantités qui interviennent sont de la forme $1/N$ où N est non régulier, donc le partage en N parts ne peut se réaliser que sur des nombres très particuliers qui sont des multiples de N . De telles valeurs ad hoc pour les différentes expressions que définissent les énoncés ne peuvent être obtenues sans y prendre soin. Ces expressions sont donc le résultat de calculs cachés, c'est-à-dire de calculs permettant de fabriquer des énoncés particuliers admettant la solution désirée uš = 30 et sag = 20. Mener le calcul caché est indispensable pour le déchiffreur moderne (et sans doute aussi pour le lecteur ancien) de façon à contrôler la lecture du texte. Or le calcul bute sur deux difficultés. La première est liée au fait que les nombres sont positionnels (de base soixante), mais que l'écriture cunéiforme n'indique pas les ordres de grandeur (1, 60, 1/60, etc. sont écrits de la même façon), ce qui est troublant lorsqu'on veut effectuer des additions et des soustractions : comment les nombres se positionnent-ils les uns par rapport aux autres ? La deuxième vient de ce que les énoncés portent sur des additions et des soustractions de termes de différentes natures (longueurs et largeurs, nombres sans unité, nombres suivis de l'unité ninda, ainsi que surfaces dans le texte II). Comment donc effectuer concrètement ces opérations ? Dans le texte I et la première partie du texte II (voir *infra*), la solution est relativement simple une fois que l'on a constaté que les nombres sont en général « alignés à droite ». Le tableau suivant montre les positions relatives des données numériques³⁰ qui interviennent dans les différents énoncés par rapport à celles des nombres qui représentent uš et sag (chaque colonne correspond à une position sexagésimale).

uš			30	
sag			20	
10 ninda (I #1 ss.)			10	

³⁰ Je me fonde sur les données du texte clairement identifiées, pas sur les reconstitutions.

1.35 (I #37)		1	35	
1.30 (I #50)		1	30	
1.20 (I #61b)		1	20	

Notons que, dans la mesure où seules sont impliquées des additions et des soustractions (les multiplications sont en fait des additions répétées, comme le montre la présence de la racine tab), il n'est pas nécessaire de définir la position *absolue* des unités, soixantaines, etc. dans ce tableau : seules les positions *relatives* des nombres les uns par rapport aux autres importent.

Ajoutons une remarque sur la représentation des nombres. J'ai choisi d'indiquer les positions relatives ou absolues des nombres par leur disposition dans un tableau plutôt que par l'ajout de marques telles que zéros en position finale ou initiale et de virgules, comme le font la plupart des spécialistes. La disposition en tableau n'est sans doute pas sans rapport avec les pratiques des scribes, qui devaient utiliser un abaque (Lieberman 1980, Høystrup 2002, Proust 2000). En conséquence, cette disposition fait apparaître les problèmes de positionnement d'une façon plus proche de ceux qui devaient se présenter aux yeux des calculateurs anciens, et donc elle fait émerger des solutions que l'usage des notations modernes occulte. Par exemple, dans le calcul ci-dessus, l'indication de la position absolue des chiffres n'est pas nécessaire ; le tableau permet cette souplesse, alors que l'écriture moderne, qui oblige à fixer la position du chiffre des unités dans le nombre, ne la permet pas (voir aussi les calculs dans le texte II). Dans ce qui suit, je désignerai par « abaque » ces tableaux permettant de positionner les nombres, en référence à l'existence probable d'un instrument de calcul ancien.

Structure du texte

Comme on l'a vu dans les commentaires ci-dessus, l'énumération des énoncés est hiérarchisée. L'information est livrée en plusieurs niveaux, donnant lieu à des énoncés qui se reproduisent presque à l'identique par cycles emboîtés correspondant à :

- différentes relations pour l'équation E_2 (niveau 1),
- des variations de l'expression secondaire de E_2 (niveau 2),
- des variations de l'expression principale de E_2 (niveau 3),
- des variations de l'équation E_1 (niveau 4).

Les informations communes à plusieurs énoncés consécutifs de niveau égal ou inférieur sont données dans le premier, puis omises dans les suivants selon un procédé d'élimination par « mise en facteur commun ».

Niveau 1

Les relations entre l'expression principale et l'expression secondaire définissent les équations E_2 . Celles-ci décrivent des cycles assez réguliers ; les relations les plus systématiquement présentes sont les suivantes, exprimées en notation moderne :

$$P + S = N$$

$$P \times 2 + S = N$$

$$- P + S = N$$

$$- P \times 2 + S = N$$

$$P \times N = S$$

$$P \times N = S + 10 \text{ ninda}$$

$$P \times N = S - 10 \text{ ninda}$$

etc.

Niveau 2

Les expressions secondaires suivent également des cycles assez réguliers. Elles prennent une ou plusieurs valeurs puisées dans la liste suivante, à peu près dans cet ordre :

$$S = uš$$

$$S = sag$$

$$S = uš + sag$$

$$S = uš - sag$$

$$S = 3 \times uš + 2 \times sag$$

Comme on l'a noté plus haut, les expressions secondaires apparaissent parfois sous le nom « uš sag » (#80 et #86). Cette substitution du nom de l'expression à l'expression elle-même est également attestée dans d'autres séries (A 24194, A 24195, YBC 4668, YBC 4713). Neugebauer (1935, 455 ; 1945, 119) avait attiré l'attention sur le fait que les expressions secondaires étaient parfois abrégées et il attribuait un rôle symbolique à ces abréviations : « This is the same as if we would abbreviate $3x+2y$ by x,y and is therefore analogous to our practice of writing $f(x,y)$, $g(x,y)$... for expressions previously defined in terms of x and y . » (Neugebauer 1945, 119). Le présent texte montre que la substitution n'est pas toujours une abréviation : dans la section 80 l'expression secondaire « sag » est désignée par « uš sag ». Tout se passe comme si un nom général (« uš sag ») désignait une expression pouvant prendre différentes valeurs particulières (« sag », « $3 \times uš + 2 \times sag$ », etc.).

Niveau 3

Les expressions principales sont toutes différentes :

$$\#6 \quad P = \frac{1}{3}(uš - sag)$$

$$\#24 \quad P = uš - sag$$

$$\#29 \quad P = (uš + 5 \text{ ninda}) \frac{1}{7}$$

$$\#35b \quad P = (uš + 5 \text{ ninda}) \frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$$

$$\#37 \quad P = \left\{ - \left[- (uš + 5 \text{ ninda}) \frac{1}{7} + 1 \text{ ninda} \right] \frac{1}{11} \times 6 + 1.35 \right\} \frac{1}{13}$$

$$\#50 \quad P =$$

$$\left\{ \left\{ \left[\left(\dots + uš + sag + 35 \right) \frac{1}{11} + uš \times 3 \right] \frac{1}{7} + sag \times 2 \right\} \frac{1}{16} + uš + sag \right\} \times 2 - (uš + sag) + (3 \times uš + 2 \times sag) \left\} \frac{1}{7} + uš$$

$$\#61b \quad P = \left\{ - \left[(uš + sag) - 15 \right] \frac{1}{7} \times 3 + 1.20 \right\} \frac{1}{13}$$

$$\#72b \quad P = [uš + (uš - sag) + 25] \frac{1}{13}$$

$$\#91 \quad P = \left\{ [uš + (uš - sag) + 45 \text{ ninda}] \times \frac{1}{17} + 1.40 \text{ ninda} - (uš - sag) \right\} \times \frac{1}{19}$$

Remarquons que si on remplace uš par 30 et sag par 20, on obtient toujours $P = 5$ (sauf dans les sections #6 où $P = 3.20$ et #24 où $P = 10$).

Niveau 4

Les informations de niveau 1, 2 et 3 concernent les équations E_2 . Au niveau supérieur, les informations concernent les équations E_1 , qui sont définies dans les sections 1, 22, 35, 61 et 72, puis transmises aux sections suivantes jusqu'à ce qu'une nouvelle définition intervienne.

$$\begin{aligned} \#1a \quad (E_1) : & \quad u\check{s} + sag = 50 \text{ ninda} \\ \#22a \quad (E_1) : & \quad u\check{s} \times 3 + sag \times 2 = 2.10 \\ \#35a \quad (E_1) : & \quad (u\check{s} \times 3 + sag \times 2) \frac{1}{13} + u\check{s} = 40 \\ \#61a \quad (E_1) : & \quad \left\{ \frac{1}{19} \dots - [(u\check{s} - sag) + 10 \text{ ninda}] \right\} \frac{1}{7} + u\check{s} = 35 \\ \#72a \quad (E_1) : & \quad [(u\check{s} \times 3 + sag \times 2 - 20 \text{ ninda}) \frac{1}{11} + 2 \times u\check{s}] \frac{1}{7} + u\check{s} = 40 \end{aligned}$$

Pour résumer, l'information est globalement structurée selon un schéma arborescent à 4 niveaux. De plus, une information commune à plusieurs énoncés consécutifs est explicitée dans le premier, puis transmise implicitement aux énoncés de même niveau et de niveau inférieur par une sorte de phénomène d'hérédité : chaque niveau hérite des informations délivrées dans les niveaux supérieurs. On constate que dans chaque niveau, les expressions sont de plus en plus complexes, si bien qu'à la fin du texte, les systèmes d'équations prennent l'allure d'échafaudages impressionnants.

Notons que l'organisation de l'information et les procédés de réduction sont deux aspects distincts et relativement indépendants. On peut trouver dans certains textes des organisations arborescentes sans recours à des procédés d'élision. Par exemple, l'organisation de la tablette YBC 4607 (MCT, 91-92) est arborescente³¹, mais chaque section contient toute l'information. Par ailleurs, l'omission d'une information commune à un groupe de sections (ou de tablettes) est un procédé attesté dans les mathématiques cunéiformes³².

Vocabulaire et syntaxe

Le texte est composé de phrases de structure simple. Chacune indique **une relation** entre des expressions : égalité (phrase nominale ou sa_2), excès ($ugu--diri$), défaut (la_2).

Les expressions sont composées d'une suite plus ou moins longue d'arguments, et d'un opérateur. Généralement, l'opérateur est post-fixé par rapport aux arguments, selon le schéma :

Argument 1, Argument 2, etc. Opérateur.

Dans certains cas, l'opérateur est pré-fixé par rapport aux arguments :

Opérateur, Argument 1, Argument 2, etc.

Les opérateurs sont les suivants : addition (dah , $gar-gar$), soustraction (zi , $diri$), répétition ($a-ra_2--tab$), quantième ($igi-N-gal_2$, $\check{s}u-ri-a$ ou $2/3$).

³¹ Il s'agit d'une suite de 10 problèmes (énoncé, question et réponse) portant sur des dimensions de briques. Les variations sont les suivantes : pour les 5 premiers problèmes, la question est : « Quel est le volume de la brique ? » ; pour les 5 derniers, la question est « Combien de briques couvrent une surface de 1 sar ? ». Pour chaque groupe de cinq, les problèmes envisagent trois formes de briques différentes (longueur et largeur sont dans un rapport $2/3$, puis $1/2$, puis $1/1$), et pour chaque forme, une ou deux tailles.

³² Voir par exemple la tablette MS 5112 (MSCCT 1, 329ss.), #12, où une donnée est manquante et devait figurer dans un autre texte (Friberg 2007, 339). Voir aussi la tablette UET 5, 858 (SBM, 250 citée par Friberg 2000, §4-c), portant sur un trapèze dont les dimensions ne sont pas précisées dans le texte, mais l'étaient probablement ailleurs.

Les arguments (notés A, B, C dans ce qui suit) peuvent être de plusieurs types :

- nombre spécifié, parfois suivi de l'unité ninda ;
- grandeur uš, sag, combinaison de uš et de sag simple (uš+sag, uš-sag, N×uš, N×sag, 1/N×uš, 1/N×sag) ou plus complexe ;
- expression principale implicite ;
- expression secondaire implicite.

Relation

Les relations qui définissent les différentes équations sont le plus souvent des relations d'égalité, exprimées sous la forme suivante, usuelle dans les mathématiques cunéiformes:

A-ma B

(A : B)

Lorsque B est une expression implicite, la relation d'égalité est notée par le verbe ba-sa₂ (#45, 56):

A B ba-sa₂

(A est égal à B)

On trouve aussi des relations de comparaison par excès et par défaut.

La relation par excès est :

A-ma (ugu B) C diri

(A : en excès sur B de C)

Lorsque l'argument B est implicite, le segment « ugu B » est omis (c'est le cas dans tout le texte I, mais pas dans le texte II où la formule est complète).

La relation par défaut est :

A-ma B C ba-la₂

(A : en défaut par rapport à B de C)

Pour toutes les relations, les racines verbales sont placées à la fin de la phrase, c'est-à-dire à l'extrémité des branches de l'arborescence. Cette structure de phrase, tout à fait normale en sumérien, rend possible la « mise en facteur » des expressions communes aux énoncés appartenant à une même branche de l'arbre.

Addition

L'opérateur d'addition le plus fréquent est dah (41 cas sur 52). Il est construit selon la formule suivante :

A B-še₃ bi₂-dah

(A à B j'ai ajouté).

Cependant, le suffixe -še₃ est généralement omis (présent dans 2 cas sur 41), ainsi que le préfixe verbal bi₂- (présent dans 2 cas sur 41). Lorsqu'il y a trois arguments, ceux-ci peuvent être coordonnés par u₃ (vi, 9). Les arguments peuvent être des grandeurs ou des nombres (uš, sag, combinaisons de uš et de sag, nombres abstraits, nombres suivis de l'unité ninda). Ils sont souvent des expressions implicites. L'opérateur d'addition dah est toujours post-fixé par rapport aux arguments.

Dans quelques cas (11 sur 52), l'addition est exprimée autrement. Les arguments peuvent être simplement juxtaposés (4 cas où la séquence « uš sag » signifie uš + sag) ou coordonnés par u₃ (3 cas où il s'agit d'ajouter N ninda à une combinaison de uš et de sag).

L'opérateur gar-gar est utilisé dans 4 cas, selon la formule

A B gar-gar
(A et B j'ai accumulé).

L'utilisation de gar-gar est plus restrictive que celle de dah : gar-gar est utilisé quand les deux arguments sont uš, sag, ou des combinaisons simples de uš et sag ; gar-gar n'est pas utilisé quand les arguments sont des nombres, ou quand ils sont des expressions implicites. Les deux formes d'addition sont donc différentes :

- dah : ajouter à (addition non symétrique ; le deuxième terme, qui porte le suffixe -še₃, augmente la valeur du premier ; les arguments sont de divers types et ne jouent pas le même rôle ; la construction est intransitive) ;
- gar-gar : accumuler (addition symétrique, les deux termes sont « mis ensembles » ou « accumulés », les arguments jouent le même rôle et sont de même type ; la construction est transitive).

On retrouve ainsi dans ce texte les significations différentes de dah et de gar-gar repérées par J. Høyrup (2002a) dans les textes mathématiques.

Soustraction

L'opérateur de soustraction le plus fréquent est zi (25 cas sur 34). Dans sa forme complète, il est construit selon la formule suivante :

A B-ta ba-zi
(A, de B j'ai soustrait).

Les arguments A et B peuvent être de tout type, et être explicites ou non. L'opérateur est post-fixé par rapport aux arguments. Le préfixe verbal ba- est presque toujours présent. Le suffixe -ta n'est présent qu'à un seul endroit de notre texte (#61, iv, 21), mais il est attesté dans d'autres séries (voir YBC 4713, face II, 25, 26, III, 5, etc.³³).

Dans certains cas (#61b, #72a, #91), l'ordre des arguments est inversé :

A B ba-zi
(de A, B j'ai soustrait)

Par ailleurs, il arrive que le verbe ba-zi opère sur une série de 3 arguments ou plus ; on ne sait pas, dans ce cas, à quel niveau intervient la soustraction. De plus, comme le suffixe -ta est rarement présent, on ne sait pas quel nombre est retranché à quel autre. Par exemple, dans le #50, l'expression « uš-še₃ 25 ninda dah sag 1.30 uš ba-zi » peut se comprendre de plusieurs façons différentes (dont deux seulement sont possibles compte tenu du fait que le premier terme doit être supérieur au deuxième) :

$$\begin{aligned} &(\text{sag} + 1.30 + \text{uš}) - (\text{uš} + 25) \\ &(\text{uš} + 25) + \text{sag} + 1.30 - \text{uš} \end{aligned}$$

La construction de zi est donc ambiguë lorsque le suffixe -ta est omis. La compréhension de certains passages en souffre (#35, 50, 61).

Dans 9 cas, la soustraction est exprimée au moyen de l'opérateur ugu--diri, selon la formule :

a-na A ugu B diri
(ce dont A excède B).

Les arguments sont généralement uš et sag et la formule « a-na uš ugu sag diri » désigne le bloc (uš – sag). On note une exception dans un cas (#35, ii, 21), peu clair il est vrai, où les arguments semblent être un nombre et une fraction de uš. L'utilisation de ugu--diri est donc beaucoup plus restrictive que celle de zi.

³³ Comme le remarque Thureau-Dangin (1938, XL), dans les deux textes parallèles YBC 4668 et YBC 4713, on trouve respectivement « sag ba-zi » et « sag-ta ba-zi », ce qui montre bien que la première forme est une réduction de la deuxième. Notons par ailleurs que le suffixe -ta est lu *ša* par Neugebauer (1935, 423, translittération de YBC 4713) ; il me semble que la lecture -ta, qui est celle de Thureau-Dangin et de J. Friberg (2000, 158), a beaucoup plus de sens.

On retrouve là encore les différentes façons d'exprimer la soustraction qui ont été repérées par J. Høyrup (2002a, 19) dans les textes mathématiques. En particulier, l'opération *zi* est la réciproque de l'opération *dah* (usages dans des contextes analogues et constructions parallèles).

Répétition

La seule forme de multiplication attestée dans la tablette I est une sorte d'addition itérée, où une expression *A* est ajoutée à elle-même *N* fois (*tab* = répéter). La formule est la suivante :

A a-ra₂ N-e tab
(A, N fois répété)

N vaut généralement 2 ou 3, mais prend aussi d'autres valeurs entières (6, 9, 10, 12, 15). L'argument *A* est de n'importe quel type.

Dans la grande majorité des cas (43 sur 55), l'opérateur « a-ra₂ N-e tab » agit sur une expression *P* implicite définie en amont, donc il est post-fixé. C'est le cas dans tous les énoncés qui commencent par « a-ra₂ N-e tab ».

Exemples :

#9	a-ra ₂ 2-e tab	P×2
#10	a-ra ₂ 9-e tab	P×9
#11	a-ra ₂ 12-e tab	P×12
#12	a-ra ₂ ʿ6 ¹ -e tab	P×6

Pour tous ces exemples, l'expression *P* est définie dans la section 6 :

#6	igi-3-gal ₂ uš ugu sag diri	$P = \frac{1}{3}(u\check{s} - sag)$
----	--	-------------------------------------

Dans 6 cas (#22, 35 et 72), l'opérateur « a-ra₂ N-e tab » agit sur une expression explicite très simple (*uš* ou *sag*), placée juste avant :

uš a-ra ₂ 3-e tab	uš×3
sag a-ra ₂ 2-e tab	sag×2

Dans 5 cas (#50, 82), l'opérateur est pré-fixé ; il est alors abrégé en « a-ra₂ N ». Comme dans les 6 cas précédents, il agit sur une expression explicite très simple (*uš* ou *sag*), mais placée juste après :

a-ra ₂ 3 uš	3×uš
a-ra ₂ 2 sag	2×sag

Dans tous les cas que nous venons d'examiner, que l'opérateur soit post- ou pré-fixé, l'identification de l'argument est assez aisée et la formule ne présente pas d'ambiguïté.

Il reste cependant quelques cas où la l'identification de l'argument n'est pas aussi claire. Dans la section 61, et probablement aussi dans #50, l'argument est le résultat de tout ce qui précède :

#61b	uš sag 15 ba-zi	
	igi-7-gal ₂ -bi	
	a-ra ₂ 3-e tab	$[(u\check{s} + sag) - 15] \frac{1}{7} \times 3$

Finalement, la définition de l'argument sur lequel porte l'opérateur de répétition semble suivre la règle suivante : soit l'argument est constitué de tout ce qui précède l'opérateur « a-ra₂ N-e tab » dans la phrase, de façon explicite ou implicite ; soit l'argument

est réduit à l'expression *uš* ou *sag* placée juste avant ou après l'opérateur (et dans ce dernier cas, l'opérateur est abrégé en « *a-ra₂N* »).

Quantième

La façon la plus courante de désigner un quantième de nombre ou de grandeur est la suivante :

A *igi-N-gal₂-bi*
(A, sa Nième partie)

où l'opérateur est post-fixé par rapport à l'argument A (17 occurrences). L'argument est alors constitué de tout ce qui précède l'opérateur dans la phrase, soit une expression qui peut être longue et complexe. Les valeurs de N sont souvent non régulières en base soixante (7, 11, 13, 17, 19).

Dans quelques cas (6 occurrences), l'opérateur est pré-fixé par rapport à l'argument :

igi-N-gal₂ A
(la Nième partie de A)

Dans ces cas, le possessif *-bi* disparaît, et l'argument A est une expression simple (*uš*, *sag* ou *uš – sag*).

Les mêmes constructions concernent les fractions 2/3 et 1/2 (*šu-ri-a*).

Bien que l'opérateur de quantième puisse être aussi bien post- que pré-fixé, le segment de phrase sur lequel il porte peut être identifié sans ambiguïté car d'une part la construction n'est pas la même (présence fréquente du possessif *-bi* si l'opérateur est post-fixé), d'autre part l'argument n'est pas de même type (c'est tout ce qui précède l'opérateur si celui-ci est post-fixé, et c'est une expression simple s'il est pré-fixé). Finalement, la définition de l'argument pour l'opérateur *igi-N-gal₂* suit les mêmes règles que pour l'opérateur *a-ra₂ N-e tab*.

Texte II (AO 9072)

La tablette est entière, la face est bien conservée, et le revers en partie détruit. Ses dimensions sont $h \times l \times e = 10,5 \times 7,5 \times 3,1$ cm. Le texte est réparti en 4 colonnes sur la face et 5 sur le revers ; les colonnes de la face sont bien séparées par des traits doubles et espacés, celles du revers ne sont pas clairement séparées et sont plus serrées³⁴.

Face, col. i

#	<i>l.</i>		
1	1.	<i>uš dah-ma 40</i>	A la longueur
			j'ai ajouté : 40.
2	2.	<u><i>a-ra₂ 2-e tab</i></u>	2 fois répété,
	3.	<u><i>uš dah-ma 50¹</i></u>	à la longueur j'ai ajouté : 50.
3	4.	<u><i>uš ba-zi-ma 20</i></u>	à la longueur j'ai soustrait : 20.
4	5.	<u><i>a-ra₂ 2-e tab</i></u>	2 fois répété,
	6.	<u><i>uš ba-zi-ma 10</i></u>	de la longueur j'ai soustrait : 10.
5	7.	<u><i>a-ra₂ 3-e tab-ma ūš</i></u>	3 fois répété : la longueur.
6	8.	<u><i>a-ra₂ 4-e tab-ma 10 ninda diri</i></u>	4 fois répété : en excès de 10 ninda.
7	9.	<i>sag dah-ma 30</i>	A la largeur
			j'ai ajouté : 30.
8	10.	<u><i>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 40</i></u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 40.

³⁴ Cette description reproduit en partie celle de certains *Serientexte* par Neugebauer (1935, 385), qui remarque que dans les textes YBC 4708, 4709, 4711, 4712, 4713, 4714, 4715, les colonnes du recto sont très clairement séparées à l'aide de doubles lignes verticales, tandis que celles du verso sont séparées seulement par un trait simple et les colonnes sont très serrées.

9	11.	<u>uš^{sic} ba-zi-ma 10</u>	A la largeur ¹ j'ai soustrait : 10.
10	12.	<u>a-ra₂ 2-e tab-ma sag</u>	2 fois répété : la largeur.
11	13.	<u>a-ra₂ 3-e tab-[ma 10 ninda] diri</u>	3 fois répété : en excès de [10 ninda].
12	14.	<u>[uš sag dah-ma 1]</u>	[A la longueur et la largeur j'ai ajouté : 1.]
13	15.	<u>[a-ra₂ 2-e tab 1.10]</u>	[2 fois répété : 1.10.]
14	16.	<u>[uš sag] ba-^rzi¹-ma [40]</u>	[De uš et sag] j'ai soustrait : [40].
15	17.	<u>a-ra₂ 2-e tab ba-zi-ma 30</u>	2 fois répété, j'ai soustrait : 30.
16	18.	<u>a-ra₂ 5-e tab-ma uš sag</u>	5 fois répété : uš et sag.
17	19.	<u>a-ra₂ 6-e tab-ma 10 ninda diri</u>	6 fois répété : en excès de 10 ninda.
18	20.	<u>a-ra₂ 3 uš dah-ma 1.40</u>	3 fois la longueur j'ai ajouté : 1.40.
19	21.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 1.50</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 1.50.
20	22.	<u>ba-zi-ma 1.20</u>	J'ai soustrait : 1.20.
21	23.	<u>a-ra₂ 2-e tab ba-zi-ma 1.10</u>	2 fois répété, j'ai soustrait : 1.10.
22	24.	<u>a-ra₂ 9-e tab-ma a-ra₂ 3 uš</u>	9 fois répété : 3 fois la longueur.
23	25.	<u>a-ra₂ 10-e tab-ma 10 ninda diri</u>	10 fois répété : 10 ninda en excès.
24	26.	<u>a-ra₂ 3 uš a-ra₂ 2 sag</u>	A 3 fois la longueur et 2 fois la largeur
	27.	<u>dah-ma [2.20]</u>	j'ai ajouté : [2.20].
25	28.	<u>a-ra₂ 2-e tab dah-ma 2.[30]</u>	2 fois répété, j'ai ajouté : 2.30.
26	29.	<u>ba-zi-ma 2</u>	J'ai soustrait : 2.
27	30.	<u>a-ra₂ 2-e tab ba-zi 1.50</u>	2 fois répété, j'ai soustrait : 1.50.
28	31.	<u>uš-še₃ a-na uš ugu ^rsag diri¹</u>	A la longueur et ce dont la longueur excède la largeur
32	32.	<u>^rdah¹-ma 50</u>	j'ai ajouté : 50.

Face, col. ii

#	l.		
29	1.	uš a-ra ₂ 3 sag a-ra ₂ 2-e tab	La longueur 3 fois et la largeur 2 fois répété
	2.	gar-gar igi-13-gal ₂ -bi	j'ai accumulé, son 13 ^{ème}
	3.	a-ša ₃ dah-ma 20	à la surface j'ai ajouté : 20
	4.	uš dah-ma 40	A la longueur j'ai ajouté : 40.
30	5.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
31	6.	<u>igi-13-gal₂-bi a-ša₃ uš 50</u>	Son 13 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50
32	7.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	2 fois répété :
	8.	<u>ugu a-ša₃ 10 diri</u>	en excès sur la surface de 10.
33	9.	uš a-ra ₂ 3 sag a-ra ₂ 2-e tab	La longueur 3 fois et la largeur 2 fois répété
	10.	gar-gar-ma 20 ninda ba-zi	j'ai accumulé, 20 ninda j'ai soustrait,
	11.	igi-11-gal ₂ a-ša ₃ dah-ma 20	Le 11 ^{ème}
	12.	<u>uš dah-ma 40</u>	à la surface j'ai ajouté : 20.
	13.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40
34	14.	<u>igi-11-gal₂-bi a-ša₃ uš 50</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
35	15.	a-[ra ₂ 2]-e tab-ma	Son 11 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.
36	16.	<u>^rugu a-ša₃ 10¹ diri</u>	2 fois répété :
37	17.	[uš a-ra ₂ 3 sag] a-ra ₂ 2	c'est en excès sur la surface de 10.
	18.	[...] dah	[La longueur 3 fois et la largeur] 2 fois
	19.	[...]ma 20	et [...] j'ai ajouté,
	20.	<u>^ruš dah-ma¹ 40</u>	[à la surface j'ai ajouté] : 20.
38	21.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40
39	22.	<u>igi-16-gal₂-bi a-ša₃ uš 50</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
40	23.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	Son 16 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.
	24.	<u>ugu a-ša₃ 10 diri</u>	2 fois répété :
41	25.	uš a-ra ₂ 3-e tab ^r sag ¹ a-ra ₂ 2	c'est en excès sur la surface de 10.
	26.	u ₃ a-ra ₂ 2 a- ^r ša ₃ ¹ uš [ugu sag] ^r diri ¹	La longueur 3 fois répété, la largeur 2 fois
	27.	gar-gar-ma igi-16-gal ₂	et 2 fois la surface, ce dont la longueur excède la
	28.	a-ša ₃ dah-ma [20]	largeur
	29.	uš dah-ma [40]	j'ai accumulé, le 16 ^{ème}
42	30.	<u>[a]-ra₂ 2-e tab <a-ša₃> dah-ma [30]</u>	à la surface j'ai ajouté : [20]
			A la longueur j'ai ajouté : [40].
			2 fois répété, <à la surface> j'ai ajouté : 30.

43	31	<u>igi-16-gal₂ [...] x</u>	[Son] 16 ^{ème} [...]
44	32	ᵀa- ra ₂ 2 ¹ -e tab-ma	2 fois répété :
	33	<u>[ugu a]-ᵀša₃ 10¹ diri</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
45	34	[...]-e tab-ma	[...] répété :
	35	a-[...] diri	[...]
	36	<u>[...] 20[?]</u>	[...]

Face, col. iii

#	<i>l.</i>		
46	1.	uš a-ra ₂ [3-e tab ...]	La longueur [3? fois ...]
	2.	igi-7-[gal ₂ -bi ...]	son 7 ^{ème} [...]
	3.	a-ša ₃ ᵀdah-ma 20 ¹	à la surface j'ai ajouté : 20
	4.	<u>uš dah-ma ᵀ40¹</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40.
47	5.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
48	6.	<u>igi-7-gal₂-bi a-ša₃ uš <50></u>	Son 7 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est <50>
49	7.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	2 fois répété :
	8.	<u>ugu a-ša₃ 10 diri</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
50	9.	uš a-ra ₂ 3-e tab-ᵀma [?]	La longueur 3 fois répété
	10.	20 ninda dah igi-11-gal ₂ -ᵀbi ¹	à 20 ninda j'ai ajouté, son 11 ^{ème}
	11.	a-ša ₃ dah-ma 20	à la surface j'ai ajouté : 20
	12.	<u>uš dah-ma ᵀ40¹</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40.
51	13.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma [30]</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : [30].
52	14.	<u>igi-11-gal₂-bi a-ša₃ [uš 50]</u>	Son 11 ^{ème} , la surface [et la longueur, c'est 50]
53	15.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	2 fois répété :
	16.	<u>ugu a-ša₃ 10 diri</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
54	17.	uš a-ra ₂ 3-e tab-ma	De la longueur 3 fois
	18.	20 ninda ba-zi igi-7-gal ₂	20 ninda j'ai soustrait, le 7 ^{ème}
	19.	a-ša ₃ dah-ma 20	à la surface j'ai ajouté : 20.
	20.	<u>uš dah-ma 40</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40
55	21.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ ᵀdah-ma 30¹</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
56	22.	<u>igi-7-gal₂-ᵀbi¹ a-ša₃ ᵀuš¹ 50</u>	Son 7 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.
57	23.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	2 fois répété :
	24.	<u>ugu a-ša₃ 10 diri</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
58	25.	uš a-ra ₂ 3-e tab sag	La longueur 3 fois, la largeur
	26.	a-ra ₂ 2 a-ša ₃ uš ugu sag diri zi	2 fois, la surface, ce dont la longueur excède la largeur, j'ai soustrait,
	27.	igi-11-gal ₂ -bi a-ša ₃ dah-ma 20	son 11 ^{ème}
	28.	<u>uš dah-ma 40</u>	à la surface j'ai ajouté : 20.
			A la longueur j'ai ajouté : 40.
59	29	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
60	30	<u>igi-11-gal₂-bi a-ša₃ uš 50]</u>	Son 11 ^{ème} , la surface [et la longueur, c'est 50].
61	31	a-ra ₂ 2-e [...]	2 fois répété :
	33	[...]	[c'est en excès sur la surface de 10].
62	34	[...]	[...]
	35	[...] ᵀdah ¹	[...]
	36	[a-ša ₃] ᵀdah ¹ -ma 20	[à la surface] j'ai ajouté : 20
	37	<u>[uš dah-ma] 40</u>	[A la longueur j'ai ajouté :] 40.

Face, col. iv

#	<i>l.</i>		
63	1.	[a-ra ₂ 2-e] tab ᵀx ¹	[2 fois] répété,
	2.	<u>[a-ša₃] dah-ma 30</u>	[à la surface] j'ai ajouté : 30.
64	3.	<u>igi-[...]</u>	[Son] x ^{ème} , [la surface et la longueur, c'est 50].
65	4.	a-ra ₂ 2-[e tab-ma]	2 fois [répété :]
	5.	<u>[ugu a-ša₃ 10] diri</u>	c'est en excès [sur la surface de 10].
66	6.	[...]-e tab	[...] répété
	7.	[...] tab	[...] répété
	8.	[...] ᵀx ¹ 40 ninda dah	[...] 40 ninda j'ai ajouté,

9.	a-ša ₃ dah-ma '20 ¹	à la surface j'ai ajouté : 20.
10.	<u>uš dah-ma [40]</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40
67 11.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
68 12.	<u>'igi-13?'-[gal₂]-'bi¹ a-ša₃ uš 50</u>	Son 13 ^{ème} (?), la surface et la longueur, c'est 50.
69 13.	a-ra ₂ 2-e tab-ma	2 fois répété :
14.	<u>[ugu] a-ša₃ 10 diri</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
70 15.	<u>[uš a-ra₂] 3 [sag a]-'ra₂¹ 2-e tab</u>	[La longueur] 3 fois [et la largeur 2 fois] répété
16.	[...] 20 ninda dah	[...] 20 ninda j'ai ajouté,
17.	[...]-ma 20	[à la surface j'ai ajouté] : 20.
18.	<u>uš [...] 40</u>	A la longueur [j'ai ajouté] : 40
71 19.	<u>a-ra₂ [...]</u>	2 fois [répété, à la surface j'ai ajouté : 30].
72 20.	<u>igi-7-gal₂ [...]</u>	[Son] 7 ^{ème} , [la surface et la longueur, c'est 50].
73 21.	<u>a-ra₂ 2-e [...]</u>	2 fois [répété : c'est en excès sur la surface de 10].
74 22.	sag-še ₃ 50 ninda dah igi-[7-gal ₂ -bi]	A la largeur 50 ninda j'ai ajouté, [son 7 ^{ème}]
23.	a-ša ₃ dah-'ma ¹ 20	à la surface j'ai ajouté : 20.
24.	<u>uš dah-ma 40</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40
75 25.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
76 26.	<u>igi-7-gal₂ 'a¹-[ša₃ uš] '50¹</u>	Le 7 ^{ème} , la surface et [la longueur], c'est 50.
77 27.	a-ra ₂ 2 [...]	2 fois [répété :]
28.	<u>ugu a-[...]</u>	c'est en excès sur [la surface de 10].
78 29.	sag x [...]	La largeur [...]
30.	'igi?' [...]	[son] x ^{ème} [...]
31.	a-ša ₃ [...]	à la surface [j'ai ajouté :] 20.
32.	<u>uš dah-ma 40</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40.
79 33.	[...]-e tab	2 fois répété,
34.	<u>a-[ša₃ dah]-ma 30</u>	[à la surface j'ai ajouté] : 30.
80 35.	<u>[...a]-ša₃ uš '50¹</u>	[Son 7 ^{ème}], la surface et la longueur, c'est 50.

Revers, col. v

#	<i>l.</i>	
81	1. a-ra ₂ 2-e tab	2 fois répété :
	2. <u>ugu a-ša₃ 10 [diri]</u>	c'est en excès sur la surface de 10.
82	3. <u>igi-6?/7?-gal₂ GAR 'x¹ [...]</u>	Ce dont le 7 ^{ème} de [...]
	4. ugu uš diri a-ša ₃ dah-ma 20	excède la longueur
	5. <u>uš dah-ma 40</u>	à la surface j'ai ajouté : 20.
83	6. <u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ [dah 30]</u>	A la longueur j'ai ajouté : 40.
84	7. <u>igi-6-gal₂-[bi a-ša₃ uš 50]</u>	2 fois répété, à la surface [j'ai ajouté : 30].
85	8. <u>a-ra₂ 2-[e tab ugu a-ša₃ 10 diri]</u>	[Son] 6 ^{ème} , [la surface et la longueur, c'est 50].
86	9. [...] x	2 fois [répété : en excès sur la surface de 10].
	10. [...] x	[...]
	11. [...] x	[...]
87	12. [...]-ša ₃ dah-ma 30	à la surface j'ai ajouté : 20.]
88	13. [...] uš? x	[A la longueur j'ai ajouté : 40.]
89	14. [...ugu] 'a-ša ₃ 10 diri ¹	[2 fois répété,] à la surface j'ai ajouté : 30.
90	15. [...] x x	[Son 6 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50].
	16. [...]-ma 20	[2 fois répété :] en excès sur la surface de 10.
	17. [...]'dah ¹ -ma [40]	[...]
91	18. <u>[a-ra₂] 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	[...]
92	19. <u>[...]-gal₂-bi a-ša₃ uš [50]</u>	[à la surface j'ai ajouté] : 20.
93	20. <u>[a-ra₂] 2-e tab ugu a-ša₃ 10 diri</u>	[A la longueur] j'ai ajouté : [40].
94	21. igi-11-gal ₂ 10? ninda 2? 10? x x x	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
	22. a-ša ₃ dah-ma 20	Son x ^{ème} , la surface et la longueur, [c'est 50].
	23. <u>uš dah-ma 40</u>	2 fois [répété : en excès sur la surface de 10].
95	24. <u>a-ra₂ 2-e tab a-[ša₃ dah-ma] 30</u>	Le 11 ^{ème} de ?
96	25. <u>igi-11-gal₂-bi a-ša₃ uš '50¹</u>	à la surface j'ai ajouté : 20.
		A la longueur j'ai ajouté : 40.
		2 fois répété, à la surface [j'ai ajouté :] 30.
		Son 11 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.

97	26.	<u>ᵀa-ra₂¹ 2-e tab-ma ugu a-ša₃ 10 ᵀdiri¹</u>	2 fois répété : en excès sur la surface de 10.
98	27.	[...] x x x x	[...]
	28.	[...] x x x x	[...]
	29.	[a-ša ₃ dah]-ma 20	[à la surface j'ai ajouté] : 20.
	30.	<u>[uš dah]-ma 40</u>	[A la longueur j'ai ajouté] : 40.
99	31.	<u>[a-ra₂ 2]-e [tab a-ša₃ dah-ma 30]</u>	[2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.]
100	32.	<u>[igi-11-gal₂-bi a-ša₃ uš 50]</u>	[Son 11 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.]
101	33.	<u>[a-ra₂ 2-e tab-ma ugu a-ša₃ 10 diri]</u>	[2 fois répété : en excès sur la surface de 10.]
102	34.	[...]	[...]
	35.	[a-ša ₃ dah-ma 20]	[à la surface j'ai ajouté : 20.]
	36.	<u>ᵀuš¹ dah-ma [40]</u>	A la longueur j'ai ajouté : [40].
103	37.	<u>a-ra₂ 2-e tab a-ša₃ dah-ma 30</u>	2 fois répété, à la surface j'ai ajouté : 30.
104	38.	<u>igi-11-gal₂-bi a-ᵀša₃ uš¹ 50</u>	Son 11 ^{ème} , la surface et la longueur, c'est 50.

Revers, col. vi

#	l.	
105	1.	[...] e tab-ma
	2.	<u>[...] 10 diri</u>
106	3.	[a-ra ₂] 3-e tab-ma
	4.	[...] x x x
	5.	[a-ša ₃ dah-ma] 20
	6.	<u>[uš dah-ma] 40</u>
107	7.	[a-ra ₂ 2-e] tab
	8.	<u>[a-ša₃ dah-ma] 30</u>
108	9.	[igi-x-gal ₂ a]-ᵀša ₃ ¹
	10.	<u>[uš 50]</u>
109	11.	[a-ra ₂ 2-e tab-ma]
	12.	<u>[ugu a-ša₃ 10] ᵀdiri¹</u>
110	13.	[...]
	14.	[...]
	15.	[...]
	16.	<u>[...]</u>
111	17.	<u>[...]</u>
112	18.	<u>[...]</u>
113	19.	<u>[...]</u>
114	20.	uš [...]
	21.	[...] ᵀgal ₂ ¹ [...]
	22.	[...]
	23.	<u>[...]</u>
115	24.	<u>ᵀa¹-ra₂ 2-ᵀe¹ [...]</u>
116	25.	<u>igi-x-gal₂ [...]</u>
117	26.	[...]-ma
	27.	<u>[...]-ša₃ 10 diri</u>
		env. 10 lignes détruites

Revers, col. vii

#	l.	
125	1.	<u>igi-6?-ᵀgal₂¹ [...]</u>
126		env. 15 lignes détruites
133	16.	a-ra ₂ [...] ¹
	17.	<u>ugu [...]</u>
134	18.	igi-4?-[...]
	19.	[...]
	20.	<u>[...] 40</u>
135		env. 15 lignes détruites

Revers, col. viii

#	l.	
?	1.	a-ra ₂ 9?-e tab env. 10 lines détruites
153	12.	a-ra ₂ 2-[e] tab
	13.	ugu a-ša ₃ 10 diri
154	14.	uš sag a-ra ₂ [x-e] tab
	15.	igi-x-gal ₂ [...]
	16.	[...] x x x
	17.	[...] tab a-ša ₃ x x
155	18.	[...]-e tab
	19.	[...]
156	20.	[...] ᵀx ¹ 50?
157	21.	a-ra ₂ [...]-ᵀdiri? ¹
158	22.	x x x [...]
	23.	10 ninda? [...]
	24.	[...]
	25.	[...] dah [...]
159		env. 4 lignes détruites
	30.	a-ra ₂ [...]
	31.	uš dah [...]
		env. 4 lignes détruites

Revers, col. ix

#	l.	
	1.	a-ra ₂ ? env. 4 lignes détruites
	6.	a-ra ₂ [...]
	7.	10 ninda? [...]
	8.	a-na uš ugu sag ᵀdiri ¹
	9.	dah-ma 20
	10.	a-ra ₂ 2-e tab
	11.	dah-ma 30
	12.	ᵀuš sag ¹ [...] x x x
	13.	x x x x
	14.	dah-ma [...]
	15.	a-ra ₂ 2-ᵀe ¹ [...]
	16.	x x x [...]
	17.	[...]
	18.	[a-ra ₂ 3-e] tab
	19.	[uš dah]-ma ᵀ40 ¹
	20.	a-ra ₂ 7?-e tab-ma
	21.	[...] uš [...]
		reste détruit

Tranche supérieure

[...] 2.ᵀ4¹2 ? [...] x 3

Commentaires philologiques

#58 : ici, on ne sait pas si l'opérateur « a-ra₂ 2 » est post-fixé ou pré-fixé.

Dans le premier cas, il porte sur sag et les lignes 25-26 peuvent se comprendre :

uš×3 + sag×2 + aša + uš – sag (ce qui donne 2.30)

Dans le deuxième cas, il porte sur aša et les lignes 25-26 peuvent se comprendre :

uš×3 + sag + 2×aša + uš – sag (ce qui donne 2.20)

Aucune de ces deux solutions ne convient (le résultat des lignes 25-26 doit donner 1.50, de façon à obtenir 20 lorsqu'on en prend le 11^{ème} puis qu'on ajoute à la surface). Dans les deux cas, le résultat est trop élevé, et il est probable qu'une soustraction intervient. Donc l'opérateur final de la ligne 26 est probablement zi (et non dah). Avec la première option (a-ra₂ 2 post-fixé) et cette correction, les lignes 25-26 peuvent se comprendre :

$$u\check{s} \times 3 + sag \times 2 - (a\check{s}a + u\check{s} - sag)$$

Cela donne le bon résultat, mais d'une façon qui tord passablement le texte.

Col. vi et suivantes : le texte est trop détérioré pour permettre une traduction. Les numéros des lignes et des sections sont approximatifs.

Commentaires mathématiques

Contrairement au texte I, dont la structure est uniforme, le texte II se décompose en plusieurs parties : la colonne I (#1-28) contient une première partie proche du texte I ; les autres colonnes contiennent une deuxième, et peut-être une troisième partie.

#1-28

Les 28 sections de la première colonne de la tablette II forment un cycle en tous points identique à ceux de la tablette I. Il manque cependant la définition de l'expression principale et de l'équation E₁, qui devaient sans doute se trouver sur la tablette précédente.

#1	$P + S = 40$	$P = ?$	$S = u\check{s}$
#2	$P \times 2 + S = 50$	"	"
#3	$- P + S = 20$	"	"
#4	$- P \times 2 + S = 10$	"	"
#5	$P \times 3 = S$	"	"
#6	$P \times 4 = S + 10 \text{ ninda}$	"	"
#7	$P + S = 30$	"	$S = sag$
#8	$P \times 2 + S = 40$	"	"
#9	$- P + S = 10$	"	"
#10	$P \times 2 = S$	"	"
#11	$P \times 3 = S + [10 \text{ ninda}]$	"	"
#12	$[P + S = 1]$	"	$S = u\check{s} + sag$
#13	$[P \times 2 + S = 1.10]$	"	"
#14	$- P + S = 40$	"	"
#15	$- P \times 2 + S = 30$	"	"
#16	$P \times 5 = S$	"	"
#17	$P \times 6 = S + 10 \text{ ninda}$	"	"
#18	$P + S = 1.40$	"	$S = 3 \times u\check{s}$
#19	$P \times 2 + S = 1.50$	"	"
#20	$- P + S = 1.20$	"	"
#21	$- P \times 2 + S = 1.10$	"	"
#22	$P \times 9 = S$	"	"
#23	$P \times 10 = S + 10 \text{ ninda}$	"	"
#24	$P + S = 2.20$	"	$S = 3 \times u\check{s} + 2 \times sag$
#25	$P \times 2 + S = 2.30$	"	"
#26	$- P + S = 2$	"	"
#27	$- P \times 2 + S = 1.50$	"	"
#28	$P + u\check{s} + (u\check{s} - sag) = 50$		$S = u\check{s} + (u\check{s} - sag)$

Bien que l'expression P ne soit pas connue, il est clair que si on remplace uš par 30 et sag par 20, la valeur numérique de P est 10 (voir par exemple #1 où $P + uš = 40$). Rappelons que dans le texte précédent, on a presque toujours $P = 5$ et on a $P = 10$ dans la section 24.

#29-32

A partir de la section 29, les expressions secondaires implicites disparaissent. Le texte est composé d'une succession de cycles de 5 énoncés extrêmement répétitifs ; chaque cycle commence par une nouvelle expression (que je continue de désigner par P). Par ailleurs, un élément nouveau intervient dans les énoncés : c'est la surface aša₃. Cette tablette pose donc un problème de positionnement des nombres représentant les différentes grandeurs (surfaces, longueurs). Voir *infra*. Les sections 29-32 peuvent être représentées en notation moderne par les équations suivantes :

#29a	$P + aša = 20$	$P = (uš \times 3 + sag \times 2) \frac{1}{13}$
#29b	$P + uš = 40$	"
#30	$P \times 2 + aša = 30$	"
#31	$P + aša + uš = 50$	"
#32	$P \times 2 = aša + 10$	"

On peut se demander si les équations 29a et 29b forment un système unique (29a définirait une équation E_1 et 29b une équation E_2), ou bien si elles renvoient à deux systèmes différents (29a et 29b seraient deux variantes de E_2). L'expression P est explicitée dans l'équation 29a, puis transmise implicitement à l'équation 29b. L'équation 29b est ainsi une variante de 29a. Il est donc probable que les équations 29a et 29b sont de même niveau dans la structure arborescente, et correspondent à deux variantes de E_2 , situation déjà rencontrée dans la tablette I (#37a et 50a). La question se pose alors de savoir quelle est l'équation E_1 . La réponse est sans doute la même pour ces sections que pour les sections de la colonne i : cette équation a dû être définie en amont, dans une tablette précédente de la série. Elle nous est donc inconnue.

#33 et suivantes

Tout le reste du texte (sauf peut-être la colonne ix), est composé de cycles de 5 énoncés identiques à ceux qui se trouvent dans les sections 29-32. Ce cycle répétitif est le suivant :

$$\begin{aligned}
 P + aša &= 20 \\
 P + uš &= 40 \\
 P \times 2 + aša &= 30 \\
 P + aša + uš &= 50 \\
 P \times 2 &= aša + 10
 \end{aligned}$$

Les différentes expressions de P sont :

$$\begin{aligned}
 \#29 \quad P &= (uš \times 3 + sag \times 2) \frac{1}{13} \\
 \#33 \quad P &= (uš \times 3 + sag \times 2 - 20) \frac{1}{11} \\
 \#37 \quad P &= uš \times 3 + sag \times 2 \dots \\
 \#41 \quad P &= [uš \times 3 + sag \times 2 + 2 \times aša + (uš - sag)] \frac{1}{16} \\
 \#46 \quad P &= (uš \times 3 + x) \frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

- #50 $P = (u\check{s} \times 3 + 20 \text{ ninda}) \frac{1}{11}$
- #54 $P = (u\check{s} \times 3 - 20 \text{ ninda}) \frac{1}{7}$
- #58 $P = [u\check{s} \times 3 + \text{sag} \times 2 - (\text{a}\check{s}\text{a} + u\check{s} - \text{sag})] \frac{1}{11}$ (incertain – voir notes)
- #62 $P = ?$
- #66 $P = (u\check{s} \times 3 \dots) + 40$
- #70 $P = (u\check{s} \times 3 + \text{sag} \times 2 \dots) + 20$
- #74 $P = (\text{sag} + 50) \frac{1}{7}$
- #78 $P = (\text{sag} + \dots) \frac{1}{\dots}$
- #82 $P = (\frac{1}{7} \dots) - u\check{s}$
- #86 et suivantes : très détériorées.

La section 45 contient peut-être le début d'un énoncé qui se poursuit dans la colonne suivante. Comme dans la colonne i, toutes les variantes de P prennent la valeur numérique 10 si on remplace *uš* par 30 et *sag* par 20.

Le texte de la colonne ix est trop détérioré pour qu'on puisse en percevoir la structure ; les traces restantes ne semblent pas coïncider avec la succession régulière des 5 énoncés de la deuxième partie. Peut-être une troisième partie est-elle amorcée dans cette dernière colonne.

Colophon

La fin de la colonne ix est détruite, on ne peut donc pas savoir si un colophon se trouvait à cet endroit. En revanche, on distingue des inscriptions numériques sur la tranche supérieure (dans une orientation qui pourrait correspondre à la fin du texte du revers). Le premier nombre (peut-être 162) pourrait correspondre au nombre de sections, quoiqu'il semble un peu faible car on peut estimer à 170 environ le nombre de sections de la tablette, et à plus de 180 le nombre des énoncés. On devine les restes d'un deuxième nombre qu'il est difficile de reconstituer, et qui pourrait représenter le numéro de la tablette.

Bien qu'on ne dispose pas de colophon suffisamment préservé, on peut néanmoins affirmer que la tablette II appartient à une série car la section 1 ne contient que la fin d'un énoncé, le début ayant été inscrit sur une autre tablette (voir *supra*).

Calcul

Les calculs dans la première partie de la tablette (col. i) sont identiques à ceux de la tablette I. Dans la deuxième partie de la tablette (col. ii et suivantes), les expressions sont des combinaisons linéaires de *uš*, *sag* et *aša*. Comment ajouter (ou soustraire) des longueurs et des surfaces ? Cette question se pose de façon générale dans les mathématiques cunéiformes. On peut envisager le problème de deux points de vue : l'un géométrique, l'autre numérique. Le premier est celui que J. Høyrup a développé pour expliquer les méthodes de résolution des problèmes quadratiques d'époque paléo-babylonienne. Il conduit notamment à considérer que, pour pouvoir ajouter une longueur à une surface, les scribes imaginaient la longueur

complétée par une deuxième dimension de valeur 1 de façon à obtenir un rectangle³⁵. Ici, la présence de sommes hétérogènes mêlant non seulement des longueurs et des surfaces, mais aussi des nombres sans unité et des nombres suivis de l'unité ninda incite à envisager d'abord l'aspect numérique du problème, plus précisément à s'intéresser aux règles pratiques qui permettent de positionner les nombres les uns par rapports aux autres. Pour ce qui concerne le point de vue géométrique, le texte fournit peu d'indications puisque les problèmes ne sont pas résolus. L'aspect géométrique n'est cependant pas absent, comme en témoignent d'une part la présence de l'unité de mesure de longueur ninda, d'autre part l'utilisation de dah et de gar-gar respectivement pour les additions hétérogènes et homogènes. On peut donc se demander dans quelle mesure les règles pratiques de calcul sont le reflet de représentations géométriques.

La surface aša est celle du rectangle de longueur uš et de largeur sag. En multipliant les nombres qui correspondent à la longueur (30) et à la largeur (20), on obtient :
 $30 \times 20 = 600 = 10 \times 60$,
 c'est-à-dire 10 à un facteur 60 près.

Examinons maintenant les calculs « cachés » de la deuxième partie du texte II. Il est clair que les nombres 30 et 20 qui correspondent à la longueur et à la largeur, et le nombre 10 qui correspond à la surface occupent la même position sexagésimale, comme le montre par exemple le quatrième énoncé de chaque cycle :

$$P + aša + uš = 50$$

En effet, $P = 10$; $aša = 10$; $uš = 30$; pour que la somme soit égale à 50, il faut que ces trois nombres soient dans la même position. Comme le produit 30×20 occupe la même position que les facteurs 30 et 20, il faut placer 30 et 20 dans une position correspondant non pas aux unités, mais aux soixantièmes³⁶.

	...	60	1	1/60	...
uš	→			30	
sag	→			20	
aša	→			10	

A partir de cet état initial de « l'abaque », tous les résultats du texte II se vérifient sans difficulté (ci-dessous les calculs « cachés » des sections 29 et 32).

	...	60	1	1/60	...
3 uš	→		1	30	
2 sag	→			40	
3uš + 2sag	→		2	10	
1/13(3uš + 2sag) (= P)	→			10	
P + uš	→			40	
P + aša + uš	→			50	

³⁵ Pour J. Høyrup, cette dimension auxiliaire a un nom en akkadien, le *wašitum*, attesté notamment dans la tablette BM 13901 (2002a).

³⁶ Insistons sur le fait que les termes « unité », « soixantième », etc. se rapportent à des positions de l'abaque et non à des unités de mesure : la longueur de 30 ninda et la largeur de 20 ninda correspondent respectivement aux nombres abstraits 20 et 30 placés à la droite des unités dans l'abaque ; la position du produit 10, correspondant à la surface, en découle. Ces opérations de correspondance sont indiquées par une flèche dans les tableaux.

Ces règles de calcul s'expliquent-elles d'un point de vue géométrique ? Neugebauer a développé une interprétation géométrique quelque peu artificielle à propos d'un problème de somme de longueur et de surface qui se pose dans la tablette A 24195 de façon absolument identique à celle que l'on rencontre dans le présent texte. Il expliquait que la surface nommée a-ša₃ dans les énoncés n'était pas le produit de la longueur par la largeur. Il a ainsi été conduit à distinguer d'une part la véritable aire, produit de la longueur x par la largeur y , qu'il note xy , d'autre part la valeur de a-ša₃, qui vaut le soixantième de l'aire, et qu'il note $(xy)^{37}$.

Tel qu'ils sont formulés, avec leurs sommes de surfaces et de longueurs, les énoncés n'ont pas de sens géométrique car les sommes hétérogènes auxquelles ils renvoient ne peuvent s'effectuer que sur des nombres abstraits³⁸. Passer de l'énoncé écrit aux calculs suppose donc d'abord de transformer les données métrologiques en nombres, et ensuite de placer ces nombres sur « l'abaque ». La première transformation est une pratique courante des mathématiques mésopotamiennes, qui, à l'époque paléo-babylonienne, était enseignée dans les niveaux élémentaires des écoles de scribes : elle utilise les tables métrologiques, qui établissent une correspondance entre mesures et nombres positionnels (Proust 2007, §6.4). Le placement des nombres sur l'abaque est, dans le cas présent, réalisé de telle sorte que les nombres qui représentent la longueur (30), la largeur (20) et la surface (10) occupent la même position (voir *supra*).

On peut néanmoins donner une interprétation géométrique à ces règles de positionnement. Le rectangle de longueur 30 ninda et de largeur 20 ninda a une surface de 600 sar (1 sar est la surface d'un carré de 1 ninda de côté), soit 1(eše₃) GAN₂ dans le système métrologique paléo-babylonien. Cette mesure correspond bien au nombre abstrait 10 dans les tables métrologiques. Pour ajouter cette surface aux longueurs, on peut imaginer, comme le suggère la thèse de J. Høyrup, que la longueur de 30 ninda a été complétée d'une dimension (*wašītum*) de 60 ninda pour former un rectangle de 1800 sar. Il est alors possible d'additionner les rectangles obtenus avec la surface de 600 sar :

$$1800 \text{ sar} + 600 \text{ sar} = 2400 \text{ sar},$$

soit 1(bur₃) 1(eše₃) GAN₂ dans le système métrologique paléo-babylonien. Cette surface correspond au nombre 40 dans les tables métrologiques, ce qui est bien le résultat attendu³⁹.

La somme aša + uš est donc définie dès lors qu'un choix pour positionner les nombres correspondants à uš et à sag dans l'abaque a été fait (autrement dit dès lors qu'un *wašītum* a été fixé). Or le texte n'indique pas comment faire ce choix, bien qu'on le devine très vite en observant le résultat des sommes. Notons que ce choix n'est pas toujours le même d'un texte à l'autre, et que, de surcroît, il peut changer d'un problème à l'autre au sein d'une même tablette (c'est le cas par exemple dans BM 13901).

³⁷ « ...an area measuring 1 eše **must** be interpreted as an area of 10,0 GAR² and can never mean only 10 GAR². In omitting this metrological statement, the text paves the way for the looser interpretation of “area” as the numerical value of xy disregarding the empty sexagesimal place, and the “area” of $x = 30$ $y = 20$ is then simply 10, not 10,0. In order to keep our formulas correct, however, we must maintain a clear distinction between the exact value of a product and its sixtieth. We therefore introduce the notation

$$(xy) = 0;1 \cdot xy$$

wherever the word “area” in the text means only 0;1 xy .” (Neugebauer 1945, 126).

³⁸ Comme le note J. Høyrup (2002a, 351, n. 414), il s'agit d'additions formelles qui tirent parti du caractère flottant de la notation positionnelle cunéiforme.

³⁹ On peut aussi directement transformer $2400 \text{ sar} = 40 \times 60 \text{ sar}$ en nombre abstrait : 1 sar correspond à 1, donc 2400 sar correspond à 40 (en écriture flottante).

Vocabulaire et syntaxe

Le vocabulaire et la syntaxe du texte II sont très proches de ceux du texte I. Il existe cependant quelques différences. Le texte II contient encore moins d'éléments grammaticaux que le texte I : pas de préfixe bi_2 -, pas de suffixe $-ta$, un seul $-še_3$. Dans l'expression « a-na A ugu B diri », a-na est généralement omis ; l'expression n'est complète qu'une seule fois, à la fin du texte (ix, 9), dans un contexte peu clair.

Le système d'abréviation présente une singularité. Dans certains énoncés (II, #35, 39, 43, ...), l'expression principale P est représentée par le nom d'une fraction « igi-N-gal₂-bi ». Cette fraction est celle qui intervient dans la définition de P donnée en amont. La réduction, dans ces cas, ne se fait pas par omission complète, mais par abréviation par le biais d'une sorte de « mot-clé » :

uš a-ra₂ 3 sag a-ra₂ 2-e tab / gar-gar-ma 20 ninda ba-zi / igi-11-gal₂ (#33)
 → igi-11-gal₂-bi (#35)

Ce procédé est aussi utilisé dans la tablette I, mais seulement dans la section 35.

La construction de zi pose les mêmes problèmes que dans le texte I, mais elle est moins ambiguë : dans la première partie du texte, zi n'est utilisé que dans la construction courante (A B ba-zi = B – A, A étant une expression implicite) ; dans la deuxième partie du texte, zi n'intervient qu'à deux endroits (#33 et 54), dans une construction inversée par rapport à la construction courante (A B ba-zi = A – B).

Comme le texte II utilise moins d'omissions par « mise en facteur » que le texte I, la construction de la relation « ugu--diri » est plus complète, notamment dans le dernier énoncé du cycle répétitif de la deuxième partie (a-ra₂ 2 tab-ma ugu a-ša₃ 10 diri) et dans les sections 33 et 54. Dans ces cas, la construction est la suivante :

A-ma ugu B C diri
 (A : en excès par rapport à B de C).

Comparaison des deux textes

La structure de la première partie de la tablette II est identique à celle de la tablette I. Celle de la deuxième partie est plus simple car elle comporte deux niveaux hiérarchiques de moins : le texte ne présente pas de variantes pour l'équation E_1 ni pour les expressions secondaires S.

La tablette II appartient-elle à la même série que la tablette I ? Les éléments dont nous disposons ne permettent que d'émettre quelques hypothèses. Une chose est sûre : la tablette II n'est pas la suite de I. En effet, comme indiqué ci-dessus, le premier énoncé de la tablette II est la suite d'un énoncé amorcé à la fin d'une autre tablette. Or la tablette I se termine par un énoncé complet, qui ne peut pas se raccorder avec le début de II. Je n'ai du reste pas trouvé, au sein des séries connues, de texte qui puisse se raccorder au texte II.

La forme des signes est assez proche dans les deux textes, mais la graphie du texte II est parfois plus cursive que celle de I, comme le montre le tableau comparatif suivant :

	Texte I	Texte II
uš		
sag		
dah		
zi		
gal ₂		
diri		
ra ₂		

Ces différences de *ductus* semblent indiquer que les textes ne sont pas de la même main, mais elles ne plaident pas nécessairement pour des appartenances des deux textes à des séries différentes car on ne peut exclure que les tablettes d'une même série aient été écrites par plusieurs scribes.

Par ailleurs, d'autres éléments distinguent les deux tablettes : la tablette II est légèrement plus grande et contient plus de colonnes que la tablette I. De plus, comme on l'a vu, le texte II présente moins d'éléments grammaticaux que le texte I.

Pour ce qui concerne le contenu et la structure des textes, la tablette I contient un ensemble homogène d'énoncés, alors que la tablette II contient plusieurs parties. La première partie de II est proche du texte I, la deuxième est nettement différente, tant du point de vue du contenu (présence de la surface *aša* dans les énoncés) que de la structure. Ainsi, le découpage physique de la série en tablettes ne correspond pas au découpage du texte en parties. Qui plus est, le changement de tablette ne correspond parfois ni à un changement de partie, ni même à un changement de section, puisque le premier énoncé de la tablette II est réparti entre la fin d'une tablette et le début d'une autre. Il y a donc une dissociation entre les segmentations matérielles et textuelles. Sur un point cependant, les délimitations du texte et des tablettes coïncident : la valeur numérique de P est 5 dans la tablette I (sauf dans deux sections- voir *supra*) et 10 dans la tablette II.

Si maintenant on compare les deux textes du Louvre à ceux qui appartiennent aux autres séries en considérant l'ensemble des critères de Neugebauer, ainsi que le nombre de colonnes, la terminologie, la syntaxe et la structure des textes, les deux tablettes les plus proches de la tablette I sont YBC 4695 et YBC 4711 ; elles portent respectivement les numéros 5 et peut-être 6 et sont classées dans un même groupe par Neugebauer⁴⁰. Si les trois tablettes AO 9071, YBC 4695 et YBC 4711 appartenaient à la même série, elles en constitueraient peut-être trois pièces consécutives (n°5, 6 (?) et 7) qui seraient des supports de

⁴⁰ Voir le sommaire de Neugebauer (1935, XII), où ces deux tablettes apparaissent dans la partie « Gruppe B ». Le colophon de la tablette YBC 4711 est endommagé ; le numéro de la tablette est incertain.

la même partie (en gris clair dans la figure 3 ci-dessous). Si la tablette II appartenait elle aussi à cette même série, elle aurait sans doute un numéro qui n'est pas 8, puisqu'elle ne suit pas la tablette I, et serait supérieur à 8 puisqu'elle contient le début d'une nouvelle partie (en gris foncé dans la figure 3).

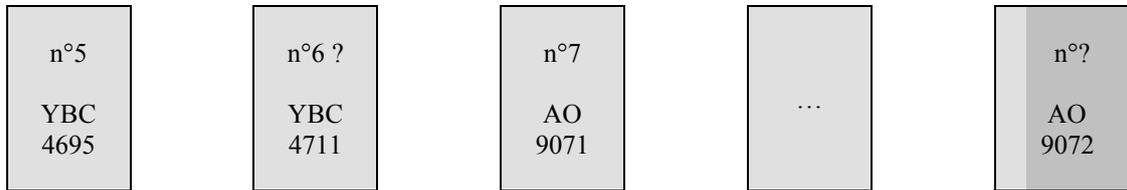


Figure 3 : reconstitution d'une hypothétique série mathématique

Conclusion

Dans quel but les tablettes I et II ont-elles été écrites ? Elles contiennent sans aucun doute des énoncés de problèmes, mais ces problèmes étaient-ils destinés à être résolus ? Ont-ils des parallèles dans le *corpus* mathématique paléo-babylonien connu ? Les textes I et II et plus généralement ceux des séries présentent des ressemblances incontestables avec d'autres genres de textes. On peut citer par exemple des catalogues qui sont listes d'énoncés sans aucune méthode de résolution mentionnée, d'écriture idéographiques, dont le nombre de sections (*im-šu*) est décompté, mais qui sont écrits sur des tablettes non numérotées ; ces catalogues n'appartiennent donc pas à des séries. Ce sont par exemple les listes de problèmes d'excavation (*ki-la₂*), de canaux (*pa₅-sig*), de briques (*sig₄*), de rectangles, de carrés (LAGAB)⁴¹. Par ailleurs, des textes de procédure contiennent des problèmes proches de certains de ceux qui sont énoncés dans les tablettes du Louvre. Pour ce qui concerne les systèmes quadratiques, les exemples sont nombreux⁴². En revanche, pour ce qui concerne les systèmes linéaires, les parallèles sont plus rares⁴³. Dans tous les cas, ces parallèles ne concernent que les premiers énoncés de chacune des tablettes. Dès lors que l'expression principale P devient complexe, et que l'équation repose sur plusieurs niveaux d'opérations enchaînées, les parallèles cessent. On peut se demander si les savants de la fin de l'époque paléo-babylonienne disposaient des outils leur permettant de résoudre les équations des tablettes I et II. Une fois réduites, ces équations se ramènent toutes à des modèles qu'ils connaissaient. Cependant, la réduction d'équations aussi complexes n'est pas documentée, et on ne sait pas comment les scribes auraient pu procéder⁴⁴.

La grande majorité des problèmes énoncés dans les tablettes I et II n'ont pas de parallèle paléo-babylonien (ni plus tardif du reste). Les listes semblent se développer selon leurs propres règles pour produire des énoncés de plus en plus sophistiqués. Avons-nous sous les yeux *un vaste matériel mathématique* représentatif de la tradition paléo-babylonienne

⁴¹ Respectivement : YBC 5037, 4657, 4662 (MCT, F ; G, J) ; YBC 4666 et 7164 (MCT, K) ; YBC 4607 (MCT, O) ; YBC 4612 (MCT, S) ; TMS 5 et 6, provenant de Suse.

⁴² Par exemple : VAT 8390 (MKT I, 335) ; AO 8862 (MKT I, 108), Str 362 (MKT I, 239), YBC 6504 (MKT III, 22), BM 13901 #8-14 (MKT III, 1), TMS 9. Voir aussi la tablette MS 5112 (MSCCT 1, 329, 348, 365), que J. Friberg estime dater de la période cassite, et les nombreux parallèles cités (Friberg 2007, 308ss.).

⁴³ Le seul exemple de système linéaire portant sur la longueur et la largeur d'un rectangle que je suis capable de mentionner est MS 5112 #10 (les deux équations sont $1/7u\dot{s} + 1/3sag = 11.15$; $1/3sag = 21/7u\dot{s}$), à propos duquel J. Friberg (2007, 334) remarque : « *Relatively few published Old Babylonian texts deal with systems of linear equations* ». Ces quelques exemplaires portent sur des problèmes de rendement de champs. On peut également citer un autre exemple : YBC 7326 (MCT, Ub), qui porte sur des comptes de chèvres et de moutons.

⁴⁴ On trouve dans une tablette de Suse (TMS 16) une procédure de réduction expliquée et justifiée de façon détaillée et extrêmement méticuleuse. Cependant, elle porte sur un cas beaucoup plus simple que ceux dont il est question ici (il s'agit de réduire l'expression $u\dot{s} + sag - 1/4sag$).

comme le pensait Neugebauer dans ses premières publications ? Il semble plutôt que le genre qu'on trouve dans les séries se soit nourri d'une tradition existante, mais qu'il ait produit du matériel neuf. Ces considérations sont cohérentes avec les indices évoqués ci-dessus : ceux fournis par le colophon de la tablette I, qui semble indiquer la toute fin de la première dynastie de Babylone ; ou ceux qui conduisent J. Høyrup à remarquer que ce genre de texte n'a pu être élaboré qu'après la phase de « maturation de la discipline » ; ou ceux qui suggèrent à Neugebauer une datation remontant à la période cassite. Ces indices convergent vers une datation relativement tardive, en tout cas postérieure à la rupture années 1720 qui s'est traduite par la disparition des archives cunéiformes dans les villes du sud. La fonction de ces textes pourrait alors être différente de celle des textes mathématiques trouvés dans le contexte des écoles de scribes paléo-babyloniennes.

Il reste difficile à ce stade d'apporter une réponse à la question du lien entre le texte écrit et une éventuelle langue parlée. On peut néanmoins constater que le texte est constitué de phrases bien structurées. Bien que les éléments grammaticaux soient le plus souvent omis, la syntaxe des phrases sumériennes est globalement respectée et offre une structure bien adaptée à l'expression des opérations. Cependant, la pauvreté du vocabulaire, la simplicité des constructions grammaticales et le recours à des formes inusitées ailleurs telles que « a-ra₂ N-e tab », montrent qu'il s'agit d'un langage technique hautement spécialisé, en grande partie artificiel. La verbalisation d'un tel texte, si tant est qu'elle ait existé, était peut-être relativement souple. On peut même envisager qu'elle ait emprunté indifféremment une langue ou une autre, tout comme nous verbalisons de plusieurs façons différentes et pourtant équivalentes une notation arithmétique telle que « 2+3=5 ». On pourrait penser à une écriture de type sématographique, c'est-à-dire à une écriture sans rapport étroit et univoque avec une langue parlée comme le sont par exemple des symboles monétaires ou des notations arithmétiques⁴⁵.

Les éléments ci-dessus (absence de parallèles dans le corpus mathématique paléo-babylonien, prédominance de la logique de liste dans le développement du texte, rapport probablement distendu avec un langage parlé) s'accordent mal avec une interprétation purement pédagogique, et on peut douter que les textes I et II soient des répertoires de problèmes destinés à être résolus par des étudiants. En revanche, ils témoignent d'une réflexion approfondie sur les techniques d'écriture des suites d'opérations complexes, et il en émerge un ensemble de règles qui permettent d'exprimer de longues chaînes de calculs et des expressions comportant trois ou quatre niveaux hiérarchiques. La structure arborescente et les procédés d'élosion permettent d'exprimer ces expressions emboîtées d'une façon généralement univoque, même s'il subsiste quelques ambiguïtés. Ces méthodes de construction de la liste des énoncés démultiplient les possibilités expressives des phrases ordinaires. Ainsi, l'extrême concision du texte n'est pas une prouesse complètement gratuite : elle résulte de procédés linguistiques dont le but semble avant tout de perfectionner le langage mathématique de façon à produire l'éventail de problèmes le plus large possible.

⁴⁵ Ce concept a été utilisé par le mycénologue Bennett pour décrire certaines notations rencontrées dans des textes écrits en Linéaire B (Bennett 1963, Bennett, 1972).

Glossaire

Ce glossaire est une liste des formes attestées dans les textes I (AO 9071) et II (AO 9072). Les notations sont les mêmes que précédemment : N désigne des nombres spécifiés et les lettres A, B et C désignent des expressions quelconques (nombres spécifiés, uš, sag, combinaisons simples ou complexes de uš et de sag, explicites ou implicites).

Arguments

uš	longueur	I-II
sag	largeur	I-II
a-ša ₃	surface	II
ib ₂ - taka ₄	reste	I

Relations

A B ba-sa ₂	A et B j'ai égalisé	$A = B$	I
A-ma B	A : B	"	I-II
A-ma ugu B C diri	A : en excès sur B de C	$A = B + C$	I-II
A-ma B C ba-la ₂	A : en défaut par rapport à B de C	$A = B - C$	I

Opérations

A B-še ₃ bi ₂ -dah	A à B j'ai ajouté	$A + B$	I-II
A B dah	"	"	I-II
A B gar-gar	A B j'ai accumulé	"	I-II
A u ₃ B	A et B	"	I
A B	"	"	I-II
A B-ta ba-zi	A, de B j'ai soustrait	$B - A$	I
A B ba-zi	"	"	I-II
A B ba-zi	de A, B j'ai soustrait	$A - B$	I-II
A B C ba-zi	de A et B, C j'ai soustrait	$A + B - C$	I
a-na A ugu B diri	ce dont A excède B	$A - B$	I
A ugu B diri	"	"	II
A a-ra ₂ N-e tab	A, N fois répété	$A \times N$	I-II
a-ra ₂ N A	N fois A	$N \times A$	I-II
A igi-N-gal ₂ -bi	A, sa Nième partie	$A \frac{1}{N}$	I-II
igi-N-gal ₂ A	la Nième partie de A	$\frac{1}{N} A$	I
šu-ri-a A	la moitié de A	$\frac{1}{2} A$	I
A $\frac{2}{3}$ -bi	A, ses $\frac{2}{3}$	$A \frac{2}{3}$	I
$\frac{2}{3} A$	les $\frac{2}{3}$ de A	$\frac{2}{3} A$	I

Bibliographie

- Bennett, E. L. (1963): Names for Linear B writing and for its signs, *Kadmos* 2, 98-123.
- Bennett, E. L. (1972) : Linear B sematographic signs, in: M. S. Ruipérez (ed.), *Actes du cinquième Colloque international des études mycéniennes, tenu à Salamanque, 30 mars-3 avril 1970, Salamanca, vol. 1, 55-72.*
- Bruins, E. (1962): Interpretation of cuneiform mathematics, *Physis* 4, 277-341.
- Bruins, E./M. Rutten (1961): *Textes mathématiques de Suse. MDP 34, Paris.*
- Friberg, J. (2000): *Mathematics at Ur in the Old Babylonian period, RA 94, 98-188.*
- Friberg, J. (2007): *A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts. Manuscripts in the Schøyen Collection: Cuneiform Texts I, Springer, New York.*
- Glassner, J.-J. (2008): *Ecrire des livres à l'époque paléo-babylonienne: le traité d'extispicine, ZA 98/2, 1-55.*
- Goetze, A. (1947): *Old Babylonian Omen Texts, YOS 10, Yale University, New Haven.*
- Gordon, E. I. (1960): *A new look at the wisdom of Sumer and Akkad, Bibliotheca Orientalis 17, 122-152.*
- Høyrup, J. (2000): *The finer structure of the Old Babylonian mathematical corpus. Elements of classification, with some results, in: J. Marzahn/H. Neumann (eds.), Assyriologica of Semitica: Festschrift für Joachim Oelsner anlässlich seines 65, Münster, 117-178.*
- Høyrup, J. (2001): *The Old Babylonian square texts - BM 13901 and YBC 4714. Retranslation and analysis, in: J. Høyrup/P. Damerow (eds.), Changing Views on Ancient Near Eastern Mathematics, BBVO 19, Berlin, 155-218.*
- Høyrup, J. (2002): *Lengths, Widths, Surfaces. A Portrait of Old Babylonian Algebra and its Kin. Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences, Springer, Berlin et Londres.*
- Høyrup, J. (2002): *A note on Old Babylonian computational techniques, Historia Mathematica 29, 193-198.*
- Hunger, H. (1968): *Babylonische und assyrische Kolophone, AOAT 2, Verlag Butzon & Berker Kevalaer, Neukirchen-Vluyn.*
- Jeyes, U. (1989): *Old Babylonian Extispicy: Omen Texts in the British Museum. PIHANS 64, Netherlands Institute for the Near East, Istanbul.*
- Leichty, E. (1964): *The colophon, in: R. D. Biggs/J. A. Brinkman (eds.), Studies Presented to A. Leo Oppenheim, Oriental Institute, Chicago, 147-155.*
- Lieberman, S. J. (1980): *On clay pebbles, hollow clays balls, and writing: A Sumerian view, AJA 84, 339-358.*
- Nemet-Nejat, K. R. (1993): *Cuneiform Mathematical Texts as a Reflection of Every Day Life in Mesopotamia. AOS 75, New Haven.*
- Neugebauer, O. (1934-6): *Serientexte in der babylonischen Mathematik, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik B 3, 106-114.*
- Neugebauer, O. (1935): *Mathematische Keilschrifttexte I. Springer, Berlin.*
- Neugebauer, O. (1937): *Mathematische Keilschrifttexte III. Springer, Berlin.*
- Neugebauer, O./A. J. Sachs (1945): *Mathematical Cuneiform Texts, AOS 29, New Haven.*
- Proust, C. (2000): *La multiplication babylonienne : la part non écrite du calcul. Revue d'Histoire des Mathématiques 6, 1001-1011.*
- Proust, C. (à paraître): *A tree-structured list in a mathematical series text from Mesopotamia, in: K. Chemla/J. Virbel (eds.), Introduction to textology via scientific writings.*
- Robson, E. (1997): *Three old Babylonian methods for dealing with "Pythagorean" triangles, JCS 49, 51-72.*

- Rochberg, F. (2006): Old Babylonian celestial divination, in: A. K. Guinan e. a. (eds.), *If A Man Builds A Joyful House: Assyriological Studies in Honor of Erle Verdun Leichty*, Brill, Leiden, 337-348.
- Shehata, D. (2001): Annotierte Bibliographie zum altbabylonischen Atram hasis-Mythos Inuma ilu awilum. GAAL 3, Seminar für Keilschriftforschung, Göttingen.
- Thureau-Dangin, F. (1938): *Textes mathématiques babyloniens*. Ex Oriente Lux, Leiden.
- Vaiman, A. A. (1961): *Sumero-babylonian Mathematics in the third to first millennia b.o.e.* (Shumero-vavivonskaya matematika III-I tysyacheletiya do n.e.). Izdatel'stvo Vostochnoj Literatury, Moskau.