



HAL
open science

Modélisation de textures par champ gaussien à orientation locale prescrite

Kévin Polisano, Marianne Clausel, Valérie Perrier, Laurent Condat

► **To cite this version:**

Kévin Polisano, Marianne Clausel, Valérie Perrier, Laurent Condat. Modélisation de textures par champ gaussien à orientation locale prescrite. 2015. hal-01133948v1

HAL Id: hal-01133948

<https://hal.science/hal-01133948v1>

Preprint submitted on 20 Mar 2015 (v1), last revised 26 Jun 2015 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de textures par champ gaussien à orientation locale prescrite

Kévin POLISANO¹, Marianne CLAUSEL¹, Valérie PERRIER¹, Laurent CONDAT²

¹Université Grenoble Alpes et CNRS, Laboratoire Jean Kuntzmann, F-38000, Grenoble

²Université Grenoble Alpes et CNRS, GIPSA-lab, F-38000, Grenoble

{Kevin.Polisano, Marianne.Clausel, Valerie.Perrier}@imag.fr

Résumé – Nous présentons dans ce papier un nouveau modèle de texture orientée. Nous introduisons une nouvelle classe de champs gaussiens, appelés *champs browniens fractionnaires localement anisotropes*, à orientation locale prescrite en chaque point. Ces champs aléatoires sont une version locale d’une classe spécifique de champs anisotropes autosimilaires à incréments stationnaires. La simulation de telles textures s’appuie sur un nouvel algorithme couplant l’utilisation de la notion de champs tangents à la méthode des bandes tournantes, cette dernière ayant prouvé son efficacité à générer des textures stationnaires anisotropes. Des applications numériques illustrent la faculté de la méthode à synthétiser des textures à orientation locale prescrite.

Abstract – This paper presents a new framework for oriented texture modeling. We introduce a new class of Gaussian fields, called *locally anisotropic fractional Brownian fields*, with prescribed local orientation at any point. These fields are a local version of a specific class of anisotropic self-similar Gaussian fields with stationary increments. The simulation of such textures is obtained using a new algorithm mixing the tangent field formulation and a turning band method, this latter method having proved its efficiency for generating stationary anisotropic textures. Numerical experiments show the ability of the method for synthesis of textures with prescribed local orientation.

1 Textures et champs gaussiens autosimilaires anisotropes

La modélisation de texture est un problème difficile du traitement d’image. Il existe une variété de méthodes associées à différents champs des mathématiques : des méthodes dites structurelles, statistiques, ou encore à base de patches, etc. Nous nous intéressons ici aux textures aléatoires présentant un comportement fractal, pour lesquelles les même motifs se retrouvent à différentes échelles, comme c’est le cas pour les nuages ou les reliefs montagneux. L’outil mathématique derrière cette propriété d’autosimilarité est le mouvement brownien fractionnaire, modèle stochastique bien connu introduit dans [1, 2]. Néanmoins, l’utilisation des champs browniens fractionnaires, qui sont isotropes par définition, n’est pas adaptée à des données présentant de l’anisotropie. D’autres modèles ont été introduit dans la littérature pour y remédier, citons notamment le drap brownien fractionnaire [3, 4] et le champ brownien fractionnaire anisotrope [5], satisfaisant une propriété d’anisotropie globale, ou dans un autre registre les textures localement parallèles [6]. La conception mathématique de modèles de textures anisotropes et leur synthèse, sont des éléments essentiels à l’estimation des caractéristiques anisotropes des images. Nous définissons dans ce papier un nouveau modèle décrivant des textures aléatoires à orientation prescrite en chaque point. La brique de base de ce travail s’appuie sur le champ brownien fractionnaire dont nous rappelons la définition et les propriétés.

Le *champ brownien fractionnaire* (CBF) d’indice de Hurst $H \in (0, 1)$, désigné par B^H , est l’unique champ gaussien à valeurs réelles vérifiant :

- presque sûrement $B^H(0) = 0$,
 - incréments stationnaires : pour tout $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^2$,
 $B^H(\cdot + \mathbf{z}) - B^H(\mathbf{z}) \stackrel{\mathcal{L}}{=} B^H(\cdot) - B^H(0)$,
 - autosimilarité d’ordre H : $\forall \lambda \in \mathbb{R}^*$, $B^H(\lambda \cdot) \stackrel{\mathcal{L}}{=} \lambda^H B^H(\cdot)$,
 - isotropie : pour toute rotation R de \mathbb{R}^2 , $B^H \circ R \stackrel{\mathcal{L}}{=} B^H$,
- où $\stackrel{\mathcal{L}}{=}$ désigne l’égalité en loi.

D’après [7], le CBF peut se définir à partir de sa représentation harmonisable :

$$B^H(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{i\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}} - 1}{\|\boldsymbol{\xi}\|^{H+1}} d\widehat{W}(\boldsymbol{\xi}), \quad (1)$$

où $d\widehat{W}$ est une mesure brownienne complexe et $\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}$ désigne le produit scalaire sur \mathbb{R}^2 . L’indice de Hurst H est un paramètre fondamental du CBF, comme indicateur de rugosité de la texture. Plus H est grand, plus la texture résultante est lisse. Un exemple de CBF est donné figure 1 (a) pour $H = 0.3$.

Dans le but d’introduire de l’anisotropie dans le précédent modèle, Bonami et Estrade [5] ont remplacé l’indice de Hurst H dans (1) par une fonction dépendant de la direction $\boldsymbol{\xi}$ et ont dérivé une nouvelle classe de *champs browniens fractionnaires anisotropes* (CBFA) :

$$X(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{i\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}} - 1}{\|\boldsymbol{\xi}\|^{h(\arg \boldsymbol{\xi})+1}} d\widehat{W}(\boldsymbol{\xi}). \quad (2)$$

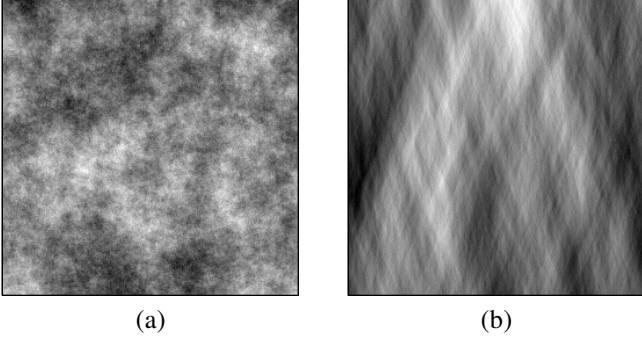


FIGURE 1 – Exemples d'un CBF avec (a) $H = 0.3$, et d'un champ élémentaire (b) $H = 0.5$, $\alpha_0 = 0$ et $\alpha = \pi/6$

Plus généralement, une classe de modèles anisotropes plus large peut être définie par

$$X(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} (e^{i\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}} - 1) f^{1/2}(\boldsymbol{\xi}) d\widehat{W}(\boldsymbol{\xi}), \quad (3)$$

où la densité spectrale f est de la forme

$$f^{1/2}(\boldsymbol{\xi}) = c(\arg \boldsymbol{\xi}) \|\boldsymbol{\xi}\|^{-h(\arg \boldsymbol{\xi})-1}. \quad (4)$$

avec c et h deux fonctions π -périodiques définies sur l'intervalle $(-\pi/2, \pi/2]$ dont les images satisfont $c((-\pi/2, \pi/2]) \subset \mathbb{R}^+$ et $h((-\pi/2, \pi/2]) \subset (0, 1)$. Quand c et h sont toutes deux constantes, on retrouve le CBF d'ordre $H \equiv h$.

Pour définir des modèles *anisotropes stationnaires* possédant une orientation *globale* α_0 , on peut fixer $h \equiv H$ dans (4) et considérer :

$$c_{\alpha_0, \alpha}(\arg(\boldsymbol{\xi})) = \mathbb{1}_{[-\alpha, \alpha]}(\arg(\boldsymbol{\xi}) - \alpha_0), \quad (5)$$

pour un certain $0 < \alpha \leq \pi/2$. Nous retrouvons ainsi les *champs élémentaires* de [8], qui sont un cas particulier de CBFA. Quand $\alpha = \pi/2$, ce modèle correspond au CBF isotrope usuel d'indice de Hurst H (figure 1 (a)), mais dès que $0 < \alpha < \pi/2$, le champ n'est plus isotrope dans la mesure où les fréquences non nulles sont confinées dans le cône $[-\alpha + \alpha_0, \alpha + \alpha_0]$.

Il est usuel d'avoir recours à la fonction de covariance pour simuler des champs gaussiens [9], mais la complexité élevée de ces algorithmes est un réel problème pour produire de grandes images de textures. Pour le CBFA, une méthode efficace a été proposée dans [8], appelée méthode des bandes tournantes, et utilisée ici pour simuler la texture de la figure 1 (b), avec une orientation globale $\alpha_0 = 0$. Plus la largeur du cône α décroît vers 0, plus les fréquences sont concentrées suivant l'axe horizontal, et plus la texture obtenue apparaît orientée dans la direction orthogonale à $\alpha_0 = 0$, conséquence des propriétés de la transformée de Fourier.

2 Une nouvelle classe de champs gaussiens à orientation prescrite

On introduit maintenant un nouveau modèle gaussien comme une adaptation locale du champ élémentaire défini dans (3)-(4)-

(5) avec $h \equiv H$. Plus précisément, on définit le *champ brownien fractionnaire localement anisotrope* (CBFLA) par :

$$X(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} (e^{i\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}} - 1) f^{1/2}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\widehat{W}(\boldsymbol{\xi}), \quad (6)$$

avec

$$f^{1/2}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}, \arg \boldsymbol{\xi}) \|\boldsymbol{\xi}\|^{-H-1}, \quad (7)$$

$$c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}, \arg \boldsymbol{\xi}) = \mathbb{1}_{[-\alpha, \alpha]}(\arg(\boldsymbol{\xi}) - \alpha_0(\mathbf{x})), \quad (8)$$

α_0 étant maintenant une fonction différentiable sur \mathbb{R}^2 . Le CBFLA est dérivé du CBFA de la même façon que le *mouvement brownien multifractionnaire* (MBM) est dérivé du *mouvement brownien fractionnaire* (MBF), puisque le paramètre d'orientation α_0 est remplacé par une fonction dépendant de la position \mathbf{x} , tout comme l'indice de Hurst H du MBM peut varier suivant la position [10].

Champ tangent en chaque point. Afin de décrire et simuler cette nouvelle classe de champs gaussiens, nous avons besoin de la notion de champ tangent, que l'on rappelle brièvement : un champ aléatoire X est dit localement asymptotiquement autosimilaire d'ordre $H \in (0, 1)$ en $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ si pour tout $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^2$ le champ aléatoire $\rho^{-H}(X(\mathbf{x}_0 + \rho\mathbf{h}) - X(\mathbf{x}_0))$ admet en loi une limite $Y_{\mathbf{x}_0}$ quand $\rho \rightarrow 0$ (c.f. [11, 12, 13] pour une définition plus générale). Le champ $Y_{\mathbf{x}_0}$ est alors appelé le champ tangent de X en \mathbf{x}_0 . Ainsi, le champ aléatoire X se *comporte localement comme* $Y_{\mathbf{x}_0}$ quand $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_0$. Cette notion a été introduite pour la première fois dans [11] pour décrire le comportement local du mouvement brownien multifractionnaire (qui se comporte localement comme un MBF).

Nous avons prouvé dans [14] que le CBFLA X de (6) admet pour champ tangent :

$$Y_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} (e^{i\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}} - 1) f^{1/2}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\xi}) d\widehat{W}(\boldsymbol{\xi}). \quad (9)$$

On remarque que ce champ tangent $Y_{\mathbf{x}_0}$ est un champ élémentaire (3)-(4)-(5).

Simulation des champs tangents. La simulation d'un CBFLA requiert de savoir simuler le champ tangent en tout point. Nous adaptons ci-dessous la méthodologie de [8] utilisant la méthode des bandes tournantes.

– *Formulation discrète du champ tangent*

On peut dériver une expression intégrale du variogramme de $Y_{\mathbf{x}_0}$ par un changement de variable en polaire :

$$\begin{aligned} v_{Y_{\mathbf{x}_0}}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^2} |e^{i\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}} - 1|^2 f(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \\ &= \gamma(H) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}_0, \theta) |\mathbf{x} \cdot \mathbf{u}(\theta)|^{2H} d\theta \end{aligned}, \quad (10)$$

où $\mathbf{u}(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta)$ et $\gamma(H) = \frac{\pi}{2H\Gamma(2H)\sin(H\pi)}$.

L'intégrale (10) est de la forme $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tilde{v}_\theta(\mathbf{x} \cdot \mathbf{u}(\theta)) d\theta$ avec $\tilde{v}_\theta = \gamma(H) c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}_0, \theta) |\cdot|^{2H}$. En ignorant le facteur $\gamma(H) c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}_0, \theta)$, on reconnaît que \tilde{v}_θ est le variogramme d'un CBF d'ordre H . Par conséquent, $Y_{\mathbf{x}_0}$ peut être vu comme une

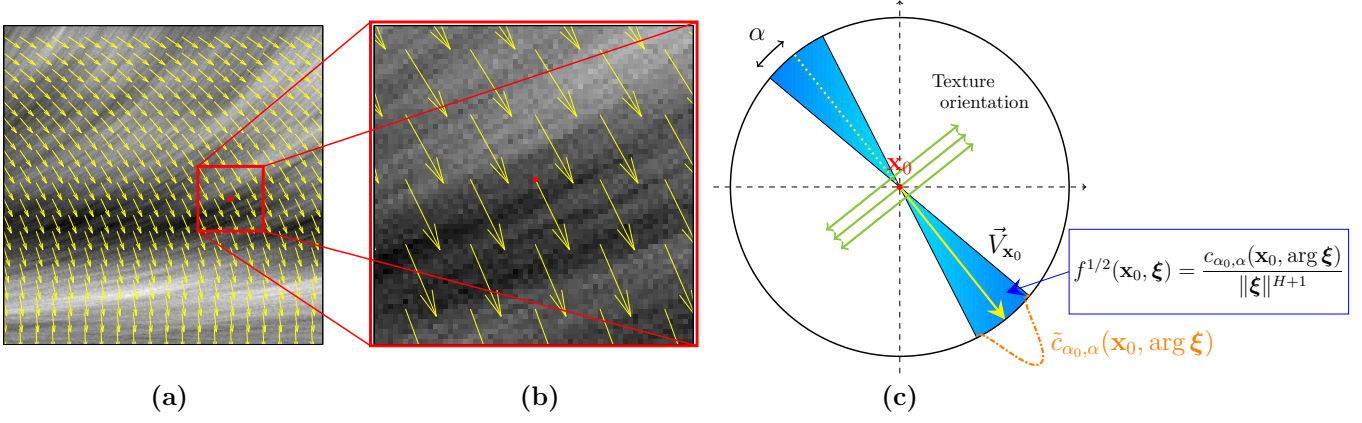


FIGURE 2 – (a) Texture obtenue à partir du champ de vecteurs d'orientations $\vec{V}_{(x,y)}^1$ en jaune, (b) zoom autour du point rouge $\mathbf{x}_0 = (x, y)$ montrant localement un champ élémentaire orienté, (c) diagramme illustrant chaque paramètre du modèle CBFLA.

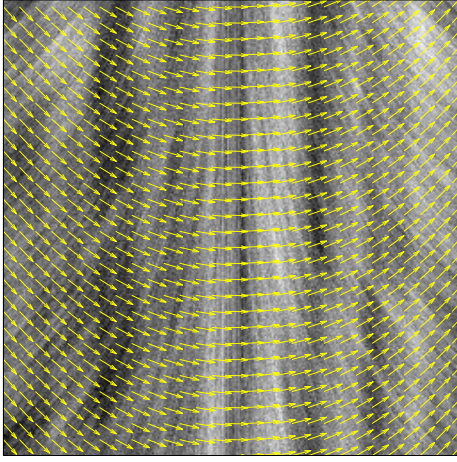


FIGURE 3 – Texture obtenue pour le champ de vecteurs $\vec{V}_{(x,y)}^2$.

somme de CBF tournant autour de l'origine. En discrétisant θ en un ensemble ordonné $(\theta_i)_{1 \leq i \leq n}$ de n bandes d'orientation, et en notant $(\lambda_i)_{1 \leq i \leq n}$ les largeurs de bandes associées $\lambda_i = \theta_{i+1} - \theta_i$, les *champs à bandes tournantes* s'écrivent

$$Y_{\mathbf{x}_0}^{[n]}(\mathbf{x}) = \gamma(H)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n \sqrt{\lambda_i c_{\alpha_0, \alpha}(\mathbf{x}_0, \theta_i)} B_i^H(\mathbf{x} \cdot \mathbf{u}(\theta_i)), \quad (11)$$

où les B_i^H 's sont n CBF d'ordre H . Cette version discrète est une bonne approximation dès lors que $\max_i \lambda_i \leq \varepsilon$ pour ε suffisamment petit.

– *Simulation le long de bandes particulières*

En pratique, on considère une grille discrète $r^{-1}\mathbb{Z}^2 \cap [0, 1]^2$ avec $r = 2^k - 1, k \in \mathbb{N}^*$. Suivant [8], on choisit θ_i tel que $\tan(\theta_i) = \frac{p_i}{q_i}$, avec $p_i, q_i \in \mathbb{Z}$, alors $B_i^H(\mathbf{x} \cdot \mathbf{u}(\theta_i))$ devient

$$\left\{ B_i^H \left(\frac{k_1}{r} \cos \theta_i + \frac{k_2}{r} \sin \theta_i \right); 0 \leq k_1, k_2 \leq r \right\} \stackrel{\mathcal{L}}{=} \left(\frac{\cos \theta_i}{r q_i} \right)^H \{ B_i^H(k_1 q_i + k_2 p_i); 0 \leq k_1, k_2 \leq r \}, \quad (12)$$

et alors peut être généré en utilisant l'algorithme rapide de Perin *et al.* [15] sur une grille régulière.

Algorithme 1 Simulation du CBFLA

Entrées: $r = 2^k - 1, H, \alpha_0, \alpha, \varepsilon$

Sortie: X CBFLA de taille $(r+1) \times (r+1)$

- 1: $(p_i, q_i)_{1 \leq i \leq n} \leftarrow \text{ChoixBandesDynamique}(r, \varepsilon)$
- 2: Calculer et trier les angles $(\theta_i)_{1 \leq i \leq n} : \theta_i \leftarrow \text{atan2}(p_i, q_i)$
- 3: Calculer les largeurs de bandes $(\lambda_i)_{1 \leq i \leq n} : \lambda_i \leftarrow \theta_{i+1} - \theta_i$
- 4: Générer n CBF : $B_i^H \leftarrow \text{circMBF}(r(|p_i| + |q_i|), H)$
- 5: Initialisation : $X \leftarrow 0$
- 6: **Pour tout** (k_1, k_2) **faire**
- 7: **Pour** $i = 1$ **à** n **faire**
- 8: $\omega_i \leftarrow \sqrt{\lambda_i \gamma(H) c_{\alpha_0, \alpha}((k_1, k_2), \theta_i)} \left(\frac{\cos \theta_i}{r q_i} \right)^H$
- 9: $X(k_1, k_2) \leftarrow X(k_1, k_2) + \omega_i B_i^H(k_1 q_i + k_2 p_i)$
- 10: **Fin Pour**
- 11: **Fin Pour**

– *Choix dynamique des bandes discrètes*

En pratique, le choix des bandes d'orientation $(\theta_i)_{1 \leq i \leq n}$ est gouverné par le coût de calcul global des B_i^H , au travers de la programmation dynamique [8].

Simulation du CBFLA. Comme observé dans [10] pour le MBM, un champ gaussien peut être simulé à partir de ses champs tangents. Le CBFLA se comportant localement comme son champ tangent, en chaque pixel \mathbf{x}_0 , on affecte $X(\mathbf{x}_0) = Y_{\mathbf{x}_0}^{[n]}(\mathbf{x}_0)$. Le pseudo-code est donné dans l'algorithme 1, et le code Matlab correspondant est disponible sur la page du premier auteur. Une étape de pré-traitement (instructions 1,2,3,4 dans le pseudo-code), laquelle ne dépend pas des orientations locales prescrites, inclut le choix dynamique, le tri des bandes discrètes, et la simulation de n CBF par la méthode des matrices circulantes [15]. Ces étapes sont exécutées une fois pour toutes. Le reste de l'algorithme a une complexité en $O(r^2 \log n)$. En effet, en chaque point (k_1, k_2) , une bande tournante θ_i intervient dans le calcul de $X(k_1, k_2)$ si et seulement si elle appartient au cône $c_{\alpha_0, \alpha}((k_1, k_2), \theta_i) \neq 0$, soit $|\theta_i - \alpha_0((k_1, k_2))| \leq \alpha$. Donc, puisque le tableau θ_i est trié, un tel indice i peut être identifié en utilisant une recherche dichotomique, et les autres s'en déduisent en cherchant dans son voisinage.



FIGURE 4 – Bandes d’artefacts pour $\vec{V}_{(x,y)}^1$ et $H = 0.7$.

3 Synthèse de textures orientées

Les paramètres utilisés dans les simulations sont $r = 255$, $H = 0.2$, $\alpha = 10^{-1}$, et $\varepsilon = 10^{-2}$. Afin d’éviter les artefacts numériques dans (11) on considère une version régularisée $\tilde{c}_{\alpha_0, \alpha}$ de la fonction indicatrice $c_{\alpha_0, \alpha}$, typiquement une gaussienne. Pour α_0 constant, on retrouve les résultats de [8] (c.f figure 1 (b)). Nous présentons maintenant des réalisations de textures à orientation prescrite en chaque point \mathbf{x}_0 , donnée par le champ de vecteurs $\vec{V}_{\mathbf{x}_0} = \mathbf{u}(\alpha_0(\mathbf{x}_0))$. La figure 2 (a) est la texture obtenue à partir du champ de vecteurs $\vec{V}_{(x,y)}^1 = (\cos(-\pi/2 + y), \sin(-\pi/2 + y))$. Un zoom autour du point \mathbf{x}_0 (en rouge, figure 2 (b)) montre que localement un CBFLA se comporte comme un champ élémentaire. La figure 2 (c) schématise la fonction de densité locale au \mathbf{x}_0 et les différents paramètres. Le champ $\vec{V}_{(x,y)}^1$ pour $H = 0.7$ présente des bandes d’artefacts plus marquées comme le montre la figure 4. On considère ensuite le champ de vecteurs, $\vec{V}_{(x,y)}^2 = (\cos(\sin(2x - 1)), \sin(\sin(2x - 1)))$, dont la texture correspondante est représentée figure 3. D’autres exemples ont été donnés dans [16]. Comme attendu, les textures obtenues avec notre approche présentent un comportement local anisotrope, orienté orthogonalement au champ de vecteurs. De plus, la simulation d’une texture de taille 256×256 prend seulement quelques secondes.

4 Conclusion

Nous avons introduit un nouveau modèle stochastique pour la simulation de textures à orientation locale prescrite, vu comme une version locale du champ brownien fractionnaire anisotrope. Nous avons tiré parti de la formulation par champ tangent couplée à la méthode des bandes tournantes, pour proposer un algorithme efficace de simulation de ces textures. Nous sommes actuellement en train d’améliorer la méthode pour supprimer les artefacts numériques qui deviennent trop visibles pour des indices de Hurst élevés. Une extension de notre modèle à des indices de Hurst variant localement est en cours d’étude.

Remerciements – Ce travail est soutenu par l’ANR dans le cadre du projet ANR-13-BS03-0002-01 (ASTRES).

Références

- [1] A.N. Kolmogorov, “Wiensche Spiralen und einige andere interessante Kurven im Hilbertschen Raum,” in *CR (Dokl.) Acad. Sci. URSS*, 1940, vol. 26, pp. 115–118.
- [2] B.B. Mandelbrot and J.W. Van Ness, “Fractional Brownian motions, fractional noises and applications,” *SIAM review*, vol. 10, no. 4, pp. 422–437, 1968.
- [3] A. Kamont, “On the fractional anisotropic Wiener field,” *Prob.Math.Stat.*, vol. 16, no. 1, pp. 85–98, 1996.
- [4] A. Ayache, S. Léger, and M. Pontier, “Drap brownien fractionnaire,” *Pot. Anal.*, vol. 17, pp. 31–43, 2002.
- [5] A. Bonami and A. Estrade, “Anisotropic analysis of some Gaussian models,” *Journal of Fourier Analysis and Applications*, vol. 9, no. 3, pp. 215–236, 2003.
- [6] P. Maurel, J.F. Aujol, and G. Peyré, “Locally parallel texture modeling,” *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 4, no. 1, pp. 413–447, 2011.
- [7] G. Samorodnitsky and M.S. Taqqu, *Stable non-Gaussian random processes. Stochastic models with infinite variance*, Chapman and Hall, 1994.
- [8] H. Biermé, L. Moisan, and F. Richard, “A turning-band method for the simulation of anisotropic fractional Brownian fields,” *preprint MAP5 No. 2012-312012*, 2012.
- [9] A. Brouste, J. Istas, and S. Lambert-Lacroix, “On Gaussian random fields simulation,” *J. Stat. Soft.*, vol. 23, no. 1, pp. 1–23, 2007.
- [10] R.F. Peltier and J. Lévy Véhel, “Multifractional Brownian motion: definition and preliminary results,” *Research Report RR-2645*, INRIA, 1995.
- [11] A. Benassi, S. Jaffard, and D. Roux, “Elliptic Gaussian random processes,” *Revista Matemática Iberoamericana*, vol. 13, no. 1, pp. 19–90, 1997.
- [12] K.J. Falconer, “Tangent fields and the local structure of random fields,” *Journal of Theoretical Probability*, vol. 15, no. 3, pp. 731–750, 2002.
- [13] K.J. Falconer, “The local structure of random processes,” *Journal of the London Mathematical Society*, vol. 67, no. 3, pp. 657–672, 2003.
- [14] K. Polignano, M. Clausel, V. Perrier, and L. Condat, “Simulation of oriented patterns with prescribed local orientation,” *En préparation*, 2015.
- [15] E. Perrin, R. Harba, R. Jennane, and I. Iribarren, “Fast and exact synthesis for 1-D fractional Brownian motion and fractional Gaussian noises,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 11, pp. 382–384, 2002.
- [16] K. Polignano, M. Clausel, V. Perrier, and L. Condat, “Texture modeling by Gaussian fields with prescribed local orientation,” *Image Processing (ICIP), IEEE International Conference on*, pp. 6091–6095, 2014.