



**HAL**  
open science

## Algorithme exact basé sur la génération de colonnes pour la résolution du problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps

Racha El-Hajj, Aziz Moukrim, Bilal Chebaro, Mohamed Kobeissi

### ► To cite this version:

Racha El-Hajj, Aziz Moukrim, Bilal Chebaro, Mohamed Kobeissi. Algorithme exact basé sur la génération de colonnes pour la résolution du problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps. ROADEF2015, Lyes Benyoussef, Feb 2015, Marseille, France. pp.2. hal-01122350

**HAL Id: hal-01122350**

**<https://hal.science/hal-01122350>**

Submitted on 3 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Algorithme exact basé sur la génération de colonnes pour la résolution du problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps\*

Racha El-Hajj<sup>1,2</sup>, Aziz Moukrim<sup>1</sup>, Bilal Chebaro<sup>2</sup>, Mohamed Kobeissi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Technologie de Compiègne, Département Génie Informatique  
Laboratoire Heudiasyc, UMR 7253 CNRS, 60205 Compiègne, France  
{racha.el-hajj, aziz.moukrim}@hds.utc.fr

<sup>2</sup> Université Libanaise, École Doctorale des Sciences et de Technologie  
Campus Hadath, Beyrouth, Liban  
{bchebaro, mohamed.kobeissi}@ul.edu.lb

**Mots-clés** : *problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps, génération de colonnes, programmation dynamique.*

## Introduction

Nous nous intéressons à la résolution du problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps (Team Orienteering Problem with Time Windows - TOPTW). Il s'agit d'une variante du problème de tournées de véhicules (VRP) où a priori il n'est pas possible de servir tous les clients. On considère pour ce problème une flotte de véhicules partant d'un point  $d$  et arrivant à un point  $a$ , et un ensemble de clients potentiels  $\{1, \dots, n\}$ . A chaque client  $i$  est associé un profit  $P_i$  pouvant être collecté par la flotte. La disponibilité du client  $i$  est représentée par une fenêtre de temps définie par la date de service au plus tôt  $e_i$  et celle au plus tard  $l_i$ . Un véhicule arrivant au client  $i$  avant la date  $e_i$  doit attendre jusqu'à l'ouverture de la fenêtre de temps, alors qu'une arrivée tardive après  $l_i$  n'est pas permise et rend la solution irréalisable. Le problème est décrit par un graphe  $G = (\{1, \dots, n\} \cup \{d, a\}, E)$  où un temps de trajet  $C_{ij}$  est associé à chaque arc  $(i, j)$  de  $E$ . La résolution du TOPTW consiste à organiser les visites pour tous les véhicules afin de maximiser la somme des profits collectés tout en respectant les fenêtres de temps des clients servis et le temps de trajet limite  $L$  imposé pour chaque véhicule.

Plusieurs heuristiques ont été proposées pour la résolution du TOPTW [3]. A notre connaissance, une seule méthode exacte basée sur la programmation dynamique a été réalisée pour résoudre le cas d'un seul véhicule (OPTW) [4]. Dans cet article, nous présentons un algorithme de résolution exact basé sur la génération de colonnes pour résoudre le TOPTW. Les résultats obtenus sur le benchmark de ce problème [2, 5] montrent l'efficacité de notre approche. Notre algorithme permet de résoudre à l'optimalité en un temps plus faible toutes les instances déjà résolues et de fermer plusieurs instances ouvertes.

## 1 Méthode de résolution

Dans notre algorithme, nous considérons l'ensemble des tournées faisables  $\Omega = \{r_1, \dots, r_{|\Omega|}\}$ . Ces tournées sont celles commençant par  $d$  et se terminant par  $a$ , et visitant chaque client au plus une seule fois dans sa fenêtre de temps et de telle sorte que la distance totale parcourue ne dépasse pas  $L$ . Soit  $p_k$  la somme des profits collectés des clients servis dans la tournée  $r_k \in \Omega$ .

---

\*Ce travail est partiellement soutenu par le Conseil Régional de Picardie dans le cadre du projet TOURNEES SELECTIVES.

Nous utilisons  $a_{ik}$  pour indiquer si le client  $i$  est visité dans la tournée  $r_k \in \Omega$  ou non. Une variable de décision  $x_k$  est considérée pour indiquer si la tournée  $r_k \in \Omega$  est utilisée ou non. On dénote par  $V = \{1, \dots, n\}$  l'ensemble des clients à servir. Le problème de tournées sélectives avec fenêtres de temps peut être alors énoncé par le problème maître (MP) comme suit :

$$\max \sum_{r_k \in \Omega} p_k x_k \quad (1)$$

$$\sum_{r_k \in \Omega} a_{ik} x_k \leq 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{r_k \in \Omega} x_k \leq m \quad (3)$$

$$x_k \in \{0, 1\} \quad \forall r_k \in \Omega \quad (4)$$

La fonction objectif (1) consiste à maximiser la somme des profits collectés. Les contraintes (2) assurent que chaque client soit servi au plus une seule fois, alors que la contrainte (3) impose la limitation du nombre de véhicules. Finalement, les contraintes (4) traduisent celles d'intégrité.

La taille immense de  $\Omega$  nécessite l'utilisation de la méthode de génération de colonnes pour résoudre le modèle [1]. L'idée revient au fait de considérer le problème maître relâché ((1)-(4)) avec un nombre limité de variables, noté par  $\text{RMP}(\Omega_1)$ , et un sous-problème permettant de fournir à  $\text{RMP}(\Omega_1)$  de nouvelles variables au fur et à mesure de la résolution.

A chaque itération,  $\text{RMP}(\Omega_1)$  est résolu pour générer des variables duales optimales. On dénote par  $\lambda_i$  la variable duale associée à la contrainte (2) pour le client  $i$ , et  $\lambda_0$  celle associée à la contrainte (3). Le coût réduit associé à chacune de ces variables est donc calculé par  $\lambda_i - p_i$ . Le rôle de la résolution du sous-problème est de déterminer les tournées  $r_k \in \Omega \setminus \Omega_1$  ayant des coûts réduits positifs pour les introduire à  $\text{RMP}(\Omega_1)$  et réitérer de nouveau. Plusieurs variables sont ajoutées à  $\text{RMP}(\Omega_1)$  jusqu'à ce que le sous-problème n'arrive plus à trouver de nouvelles solutions, en d'autres termes, quand la condition suivante est satisfaite :

$$\sum_{i \in r_k} (\lambda_i - p_i) + (\lambda_0 - p_0) < 0 \quad (5)$$

L'objectif de la résolution du sous-problème revient à déterminer une tournée réalisable ayant le plus grand coût réduit positif tout en respectant toutes les contraintes nécessaires du OPTW. En considérant le profit de chaque client  $i$  égal à  $\lambda_i - p_i$ , la détermination de la tournée ayant le plus grand coût réduit revient à déterminer celle qui maximise les nouveaux profits des clients servis. Pour cette raison, un algorithme de résolution exact basé sur la programmation dynamique a été appliqué pour la résolution d'un OPTW obtenu à chaque itération.

## Références

- [1] S. Boussier, D. Feillet, and M. Gendreau. An exact algorithm for team orienteering problems. *4OR*, 5(3) :211–230, 2007.
- [2] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, and G. Laporte. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks*, 30(2) :105–119, 1997.
- [3] R.-N. Guibadj and A. Moukrim. A memetic algorithm with an efficient split procedure for the team orienteering problem with time windows. *Artificial Evolution*, pages 6–17, 2013.
- [4] G. Righini and M. Salani. Incremental state space relaxation strategies and initialization heuristics for solving the orienteering problem with time windows with dynamic programming. *Computers & Operations Research*, 36(4) :1191–1203, 2009.
- [5] M. M. Solomon. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, 35(2) :254–265, 1987.