



HAL
open science

Outils de base pour l'extraction de caractéristiques de surfaces numérisées

Philippe Veron, David Lesage, Jean-Claude Léon

► **To cite this version:**

Philippe Veron, David Lesage, Jean-Claude Léon. Outils de base pour l'extraction de caractéristiques de surfaces numérisées. Revue Internationale de CFAO et d'Informatique Graphique, 1998, 13 (4,5,6), pp.1-21. hal-01101489

HAL Id: hal-01101489

<https://hal.science/hal-01101489>

Submitted on 8 Jan 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers ParisTech researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <http://sam.ensam.eu>
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/9194>

To cite this version :

Philippe VERON, David LESAGE, Jean-Claude LÉON - Outils de base pour l'extraction de caractéristiques de surfaces numérisées - Revue Internationale de CFAO et d'Informatique Graphique - Vol. 13, n°4,5,6, p.1-21 - 1998

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : archiveouverte@ensam.eu

Outils de base pour l'extraction de caractéristiques de surfaces numérisées

Ph. Véron¹, D. Lesage², J-C. Léon²

¹ *Laboratoire Ingénierie, Mécanique, Systèmes
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
2, cours des Arts et Métiers
13617 Aix-en-Provence Cedex 1, France
Tél : + 33 (0)4 42 93 81 24 ; Fax : + 33 (0)4 42 93 81 96*

² *Laboratoire Sols, Solides, Structures UMR-CNRS 5521
Domaine Universitaire, 1024 rue de la Piscine
BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France
Tél : + 33 (0)4 76 82 51 27 ; Fax : + 33 (0)4 76 82 70 43*

Philippe.Veron@aix.ensam.fr

David.Lesage@hmg.inpg.fr

Jean-Claude.Leon@hmg.inpg.fr

ABSTRACT. In many areas of industry, it is desirable to create geometric models of existing objects for which no such model is available. Starting from a polyhedral representation based on the digitized points measured on the object, this approach proposes a first phase of a segmentation process from a polyhedral surface prior to the generation of a NURBS model. Its main idea is to find a curve network, which divides the surfaces by means of a series of "feature polygonal lines". The advantage of this approach is that the patch structure will reflect the user's concept of the structure of the surface. Noise reduction and smoothing processes take place before the segmentation process to produce adequate input data for it.

The approach is based on different approximations of curvature measurements of the surface to extract, at first, the sharp edges and secondly areas forming a first segmentation of the surface. This approach is interactive and allows the user to adapt threshold values to the various areas of the object.

The sharp edges are found by an algorithm, which uses criteria based on discrete curvature invariant. These criteria are based on the approximation of curvatures (mean, gaussian, absolute), which strictly describe the local form of the surface around an edge or a vertex. According to a user threshold, the result of this algorithm is a set of list of edges.

Each partition of the segmentation is an area of the surface with an almost constant curvature. Each of them is found with a frontal method. A front is initiated from a face, which satisfies a discrete curvature criterion. Faces adjacent to this front are admitted in it if the

value of a curvature approximation for each of their vertices verifies the same discrete curvature criterion. Sharp edges defined beforehand express curvature or tangency discontinuities, which form complementary constraints for the front propagation algorithm.

RÉSUMÉ. La construction d'une surface paramétrique à partir de données issues de la numérisation d'un objet réel est une étape longue et fastidieuse pour l'utilisateur. La difficulté principale de ce processus réside dans la décomposition de la surface de l'objet en carreaux comportant, de préférence, quatre côtés. La segmentation la plus naturelle pour l'utilisateur est une décomposition supportée par des lignes caractéristiques de la surface (arêtes vives, lignes de changement de courbure,...). En effet, l'utilisation de ces propriétés permet d'obtenir une décomposition représentative des caractéristiques géométriques de la surface. Les algorithmes développés utilisent un modèle polyédrique.

La technique proposée repose sur des approximations de courbures faites sur les entités (sommets et arêtes) du polyèdre pour extraire, dans un premier temps, les "arêtes vives" et, par la suite, une première segmentation de la surface.

Les "arêtes vives" sont identifiées par un algorithme basé sur des critères appelés invariants de courbures discrètes. Ces critères sont calculés pour chaque sommet et arête du polyèdre. Ils sont à rapprocher des approximations de courbures discrètes classiques, mais ils définissent la "forme" d'une surface au voisinage d'un sommet ou d'une arête. Le principe d'extraction consiste alors à sélectionner un ensemble ordonné d'arêtes vérifiant certaines propriétés géométriques.

Chaque partition (ensemble connecté de faces) est une zone de la surface ayant une courbure locale plus ou moins constante. Les partitions sont identifiées grâce à une technique de propagation de fronts. Les faces adjacentes au front sont insérées dans celui-ci si les approximations de courbures calculées sur leurs sommets vérifient les critères de l'algorithme. Les "arêtes vives" préalablement extraites permettent de prendre en compte des discontinuités de courbures qui constituent des contraintes complémentaires pour la propagation de chaque front.

KEY WORDS: Reverse engineering, Segmentation of surfaces, Approximations of discrete curvature, Polyhedron surface, Mesh.

MOTS-CLÉS: Ingénierie inverse (rétro-conception), Segmentation de surfaces, reconstruction, approximations de courbures discrètes, modèles polyédriques, maillage.

Introduction

La réalité économique entraînant les industriels dans un combat contre le temps, les outils informatiques prennent une place de plus en plus importante dans les processus de conception de produits dans le but de réduire les coûts et d'augmenter la qualité.

Pour mener à bien les différentes tâches relatives à un processus de conception (étude de style, conception, analyse mécanique, fabrication, etc.), il est nécessaire de posséder une représentation ou modélisation géométrique du produit (dans son état de conception courant). Deux modèles mathématiques (paramétrique et polyédrique) sont alors couramment utilisés pour décrire la surface frontière (et indirectement le volume) d'un objet :

Le modèle paramétrique est généralement utilisé par les modeleurs géométriques. Il permet de représenter de façon continue (en tangence, en courbure) des objets constitués de surfaces gauches. Les données rattachées à cette catégorie de modèles forment des représentations compactes (faible quantité de données) des objets représentés.

Le modèle polyédrique est largement utilisé pour la visualisation mais aussi par les codes de calcul de structures et par les nouvelles techniques de prototypage rapide.

Ces dernières sont, en effet, de plus en plus utilisées dans le secteur industriel et constituent un enjeu nouveau en termes de compétitivité, rapidité et surtout de qualité. Cette tendance est en partie liée aux récents progrès faits par les techniques de numérisation 3D qui sont, déjà à l'heure actuelle, capables de donner de bonnes précisions de mesure et de couvrir une gamme étendue du point de vue de la taille des objets numérisés (des pièces de bijouterie jusqu'à des installations industrielles complètes).

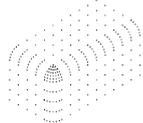
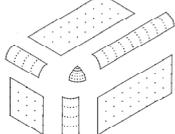
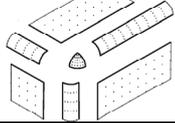
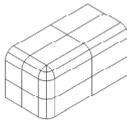
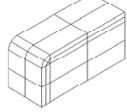
Cependant, le passage d'une maquette physique à un modèle CAO (pour ne parler que de l'aspect géométrique) reste un maillon de base sensible du processus d'ingénierie inverse (ou de rétro-conception) d'un objet. Autant, le passage d'un modèle CAO paramétrique à un modèle polyédrique est une opération de facettisation qui est réalisée de façon automatique et efficace par les logiciels actuels. Par contre, l'inverse (construction d'une surface CAO continue à partir de données discrètes) reste une tâche longue et fastidieuse. A l'heure actuelle, la reconstruction d'une surface paramétrique est en pratique réalisée manuellement par l'utilisateur.

Dans cet article, une nouvelle approche est proposée pour générer un partitionnement (ou bien segmentation) judicieux de la surface d'un objet. Ce partitionnement est effectué à partir d'un modèle polyédrique de la surface de l'objet. Il est basé sur l'exploitation des caractéristiques géométriques de la forme de l'objet (critères de courbures discrètes). Les partitions produites pourront ensuite servir de support à la génération de carreaux paramétriques par interpolation ou lissage de points. La section 1 décrit le processus de reconstruction d'une surface CAO à partir d'un nuage de points numérisés et propose un bref état de l'art des techniques actuelles de segmentation de surfaces. La section 2 présente l'approche proposée et les critères de courbures discrètes développés. Les sections 3 et 4 décrivent respectivement les étapes d'identification des lignes caractéristiques et de segmentation de la surface. Quelques résultats sont présentés dans la section 5 pour illustrer cette approche.

1. Bref état de l'art des techniques de segmentation de surfaces.

La construction de surfaces paramétriques (modèle de base des logiciels de CAO) à partir d'un nuage de points (issu généralement de la numérisation d'une

maquette physique) est un processus relativement complexe qui comporte encore de nombreuses étapes manuelles [VAR 97]. Elle se décompose en cinq grandes étapes :

<p><u>Phase 1</u> : Numérisation de la maquette physique,</p>	
<p><u>Phase 2</u> : Elaboration de la décomposition de la surface en carreaux,</p>	
<p><u>Phase 3</u> : Mise en place des contraintes de raccordement entre carreaux : continuités en position (C^0), en tangence (G^1) ou en courbure (G^2),</p>	
<p><u>Phase 4</u> : Construction des carreaux à partir des frontières définies, des ensembles de points situés à l'intérieur de ces frontières et des contraintes de raccordement,</p>	
<p><u>Phase 5</u> : Modifications géométriques des carreaux pour optimiser la surface finale.</p>	

Parmi les cinq phases décrites précédemment, la deuxième et la troisième (décomposition en carreaux et mise en place des conditions de continuités) sont aujourd'hui celles qui posent le plus de problèmes. Le manque d'outils adaptés permettant de faciliter ces tâches conduit à une perte de temps importante dans le processus de reconstruction de surfaces CAO. La suite de cette section propose un bref état de l'art des techniques dites de "segmentation" qui commencent à être proposées dans la littérature. Bien que l'on puisse s'en inspirer, les techniques existantes dédiées à la segmentation d'images n'apportent pas de réponse à la tâche de décomposition dont il est question ici.

Quatre catégories de méthodes de segmentation de surfaces numérisées peuvent être distinguées :

- ◆ La première consiste à décomposer de manière grossière la surface en carreaux à quatre cotés. Les données nécessaires à la mise en œuvre de cette catégorie de méthodes sont un nuage de points définissant des lignes caractéristiques de la surface. A partir de ces données, un maillage à éléments quadrangulaires est construit en utilisant une décomposition cellulaire de type "quadtree". Les carreaux sont ensuite construits par interpolation en ajoutant le reste des points numérisés. Une étape de contrôle de restitution de la géométrie est réalisée. Si le résultat n'est

pas satisfaisant la décomposition cellulaire est affinée localement pour augmenter le nombre de carreaux dans les parties mal restituées. Ce type de méthode à l'avantage d'être simple à mettre en œuvre, mais se limite aux surfaces de type $z = f(x, y)$ (tous les points peuvent être projetés dans un même plan sans recouvrement). Un autre inconvénient de ce type de méthodes réside dans le fait que les carreaux générés ne sont pas représentatifs de la forme de l'objet.

♦ La seconde catégorie de méthode décompose la surface en se basant sur un réseau de courbes définies comme des arêtes vives, des lignes de niveaux, des lignes de plus grandes pentes, des lignes de symétries, etc. Les carreaux sont construits à partir de ce réseau de courbes, mais aucun critère n'impose qu'ils aient quatre côtés. Plusieurs approches ont été proposées pour revenir par la suite à des carreaux à quatre côtés. Cette catégorie de méthodes présente l'intérêt de fournir une décomposition naturelle de la surface, c'est à dire que la segmentation reflète la conception (vue par l'utilisateur) de la forme de la surface. La gestion des problèmes de continuités est également garantie. Bahi [BAH 97] propose des algorithmes de segmentation entrant dans cette catégorie pour des nuages de points non organisés en dimension $2\frac{1}{2}$. Dans ce cas, les nuages de points définissent mal les zones verticales et les caractéristiques locales de la surface sont donc difficiles à estimer correctement. De plus, la surface étant connue seulement par un nuage de points, les lignes caractéristiques sont définies par un ensemble de points sans liens entre eux. Ces algorithmes ne donnent des résultats acceptables que pour des surfaces bien définies au niveau du nuage de points dans les zones à fortes courbures locales.

♦ La troisième catégorie d'approches est particulièrement réservée aux polyèdres. Elle consiste à définir une segmentation plus ou moins arbitraire de la surface. Les partitions peuvent être obtenues par une importante simplification du polyèdre. Dans ce cas, après simplification et lorsque c'est possible, les facettes triangulaires obtenues sont regroupées deux à deux afin d'obtenir des facettes quadrangulaires qui serviront de base à la construction d'un réseau de courbes frontières de carreaux. La surface finale est ensuite obtenue par interpolation par morceaux à l'aide de carreaux B-Spline [GUO 97] [ECK 96]. Dans le même ordre d'idée, Maza [MAZ 98] propose une segmentation de la surface pour des techniques de maillage hiérarchiques, mais pouvant être adaptée au contexte de la reconstruction de surfaces.

♦ Enfin, pour la dernière catégorie de méthodes, l'idée principale consiste à retrouver l'esquisse de construction d'une forme donnée pour effectuer la décomposition. Dans ce cas, c'est l'utilisateur qui sélectionne des sous-ensembles de points pour définir un carreau. Au fur et à mesure qu'il construit les carreaux, il gère les problèmes de continuités et de raccordements. Cette méthode complètement manuelle est très longue et devient très difficile dès que le nuage de points est très dense et que la forme de l'objet est complexe.

Ces quatre catégories de méthodes permettent de construire des surfaces paramétriques à partir de données numérisées. La première et la troisième sont des techniques automatiques où l'utilisateur ne gère qu'un paramètre définissant l'erreur de la surface par rapport au nuage de points. Par contre, le patchwork des carreaux reflète mal la géométrie de la pièce. Les résultats obtenus avec la dernière catégorie sont complètement dépendants de l'expérience de l'utilisateur. La seconde catégorie

se base sur des algorithmes de reconnaissance de lignes caractéristiques qui commencent à voir le jour dans les publications scientifiques. Elle constitue une voie prometteuse. L'approche proposée ici s'inscrit dans cette catégorie tout en exploitant une représentation polyédrique de l'objet. La démarche proposée est semi-automatique.

2. Approche proposée pour la segmentation d'un polyèdre.

La démarche proposée se divise en plusieurs étapes interactives (Figure 1). En effet, les surfaces à traiter sont trop diversifiées pour pouvoir automatiser complètement le processus de décomposition. Les défauts présents sur le polyèdre (bruit de mesure, défauts de maillage) engendrent généralement des difficultés supplémentaires lors de la décomposition. Par conséquent, des traitements préalables ont été mis en place de manière à améliorer l'efficacité des algorithmes d'extraction.

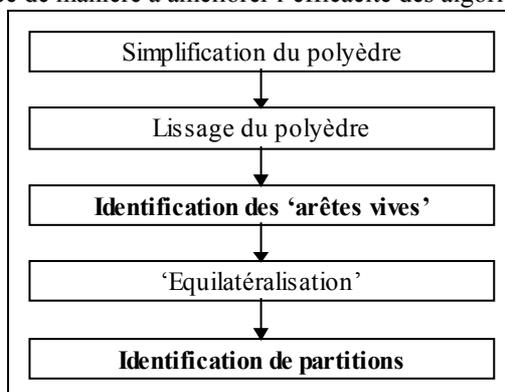


Figure 1. Description générale de l'approche proposée pour la segmentation d'un polyèdre.

Les outils proposés permettent d'identifier les conditions de continuité à mettre en place entre les différents carreaux lors de leur construction ultérieure. Les informations que l'on est capable d'extraire d'un polyèdre étant limitées, on ne distinguera que des contraintes de continuité en position C^0 et des contraintes de continuité géométrique d'ordre 1 ou plus (tangence, courbure) appelées continuités G^n (avec $n > 0$).

Dans la suite de cet article, on appellera :

- **Partition** : un ensemble de facettes qui servira à la construction d'un carreau de Bézier, B-Spline ou NURBS. Une partition peut avoir au maximum quatre frontières.
- **Frontière** : un ensemble d'arêtes définissant un côté de carreau. Chaque frontière ne peut être en intersection avec une autre frontière qu'à ses extrémités.
- **Arête vive** : une ligne sur l'objet qui caractérise la discontinuité de la normale de la surface à cet endroit.

2.1 Traitements du polyèdre.

Afin de réduire la quantité de données superflues et d'obtenir une surface plus proche de la surface réelle, le polyèdre est préalablement simplifié et lissé tout en préservant au mieux la forme initiale de l'objet. En effet, le bruit de mesure entraîne une ondulation de la surface (Figure 2). Ce traitement préalable permet d'éliminer en partie ces défauts. De plus, l'identification des partitions est basée sur une approximation de la courbure absolue aux sommets du polyèdre. Or, cette approximation ne donne de bon résultat que dans le cas où les faces du polyèdre sont les plus équilatérales possibles. Par conséquent, après l'étape d'identification des 'arêtes vives', le polyèdre subit un traitement d'équilatéralisation.

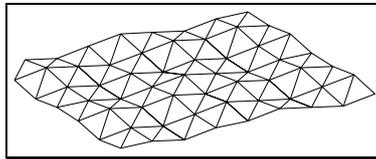


Figure 2. Polyèdre d'une surface plane bruité.

La simplification est réalisée à l'aide des algorithmes développés par Ph. Véron et J.-C. Léon [VER 97.1] [VER 97.2]. Ils assurent un contrôle géométrique et topologique du polyèdre lors de sa simplification. La géométrie initiale est restituée à une erreur près grâce à un opérateur de contrôle. Cette erreur est définie par l'utilisateur en affectant une "zone de tolérance" à chaque sommet du polyèdre initial. En affectant à la "zone de tolérance" la valeur correspondant à l'incertitude de mesure, le processus de simplification permet de réduire le bruit de mesure sur la surface de l'objet (Figure 3). Pour améliorer la qualité de la surface, le polyèdre est ensuite lissé à l'aide d'un opérateur de commutation d'arêtes sous contraintes qui préserve également la topologie du modèle initial.

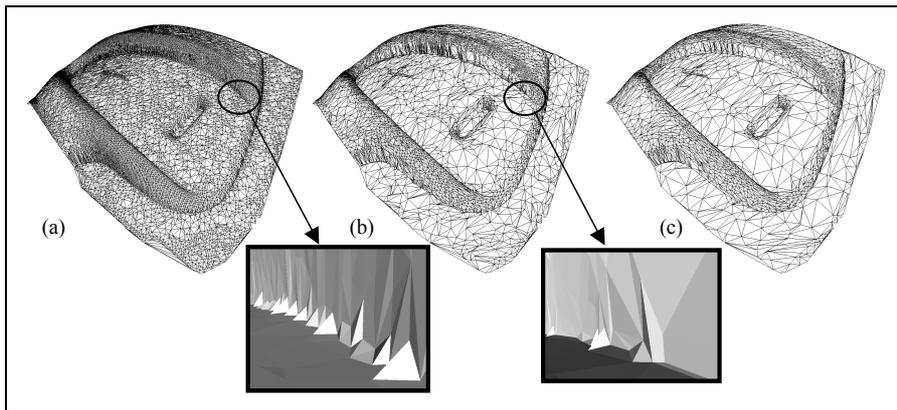


Figure 3. *Elimination du bruit de mesure sur un polyèdre provenant du palpage mécanique d'une partie de la maquette d'une chaussure de ski (courtoisie société Fidia-KMR) : (a) polyèdre initial 11722 faces et 35095 sommets, (b) polyèdre simplifié à ± 0.01 mm : 8767 faces et 4418 sommets, (c) polyèdre simplifié à ± 0.02 mm : 4822 faces et 2445 sommets. Les détails de zones montrent la correction du maillage avec la simplification.*

2.2 Opérateur de contrôle de restitution de la géométrie initiale du polyèdre

A chaque sommet initial du polyèdre est associée une "zone de tolérance" qui représente l'incertitude sur la position dans l'espace de ce sommet. Le principe de simplification consiste à autoriser la suppression d'un sommet si et seulement si toutes les "zones de tolérance" restent en contact avec le polyèdre simplifié. La Figure 4 présente le principe de l'opérateur de contrôle de restitution de la géométrie dans le cas de la simplification d'un sommet situé sur la frontière d'une surface polyédrique ouverte. Le même principe est étendu au cas de la simplification des sommets situés sur la surface.

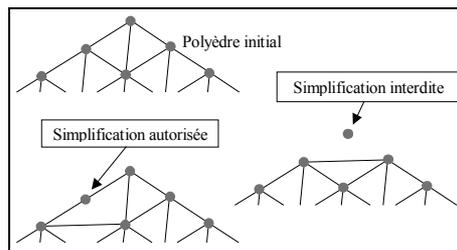


Figure 4. *Contrôle de la restitution de la géométrie.*

En complément de cet opérateur de contrôle, un autre vérifie que le nouveau maillage n'a pas de faces trop grandes afin de conserver une bonne distribution des sommets sur la surface. En effet, sans cet opérateur, la simplification de surfaces planes ou cylindriques ne conserve que les sommets situés sur leurs frontières. Le principe de cet opérateur est de donner un seuil maximal sur la longueur des arêtes du maillage.

2.3 Opérateur de commutation d'arêtes sous contraintes

Les techniques de lissage et d'équilatéralisation mises en œuvre consistent à minimiser une fonction coût à l'aide d'un opérateur de commutation d'arêtes. Le contrôle de restitution de la géométrie du polyèdre pendant le lissage est réalisé avec l'opérateur décrit précédemment.

La fonction coût F_A [1], à minimiser pour le lissage, est définie comme la somme des angles entre les faces adjacentes aux arêtes des deux faces concernées (F_1 et F_2) par la commutation d'une arête A (Figure 5a).

$$F_A = \sum_{i=1}^5 \beta_i \quad [1]$$

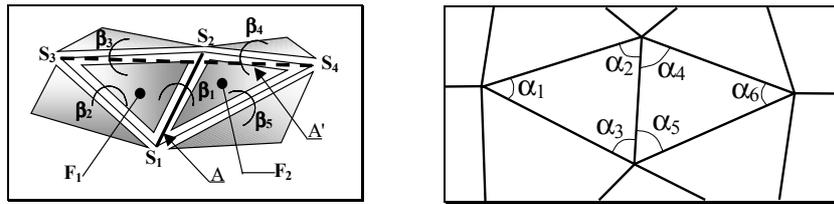


Figure 5. Définition de la fonction coût à minimiser : (a) pour le lissage d'un polyèdre, (b) pour l'algorithme d'équilatéralisation.

La fonction coût F_A [2], à minimiser pour l'équilatéralisation, est définie par le plus grand angle des sommets des faces concernées (F_1 et F_2) par la commutation d'une arête A (Figure 5b).

$$F_A = \max(\alpha_i) \quad [2]$$

Pour chaque arête A du maillage la fonction coût F_A est calculée. Ensuite, l'arête est commutée en A' et la nouvelle fonction coût $F_{A'}$ est évaluée. Si la commutation réduit la fonction coût F_A ($F_{A'} < F_A$) alors la commutation est réalisée à condition que la géométrie soit correctement restituée (i.e. toutes les zones de tolérances doivent conserver une intersection au moins avec le polyèdre après commutation de l'arête). Le traitement décrit ci-dessus est répété pour toutes les arêtes du polyèdre de manière itérative jusqu'à ce qu'aucune arête ne puisse plus être commutée. La Figure 6 illustre l'influence du lissage sur le polyèdre de l'exemple précédent (Figure 3) simplifié à ± 0.01 et l'influence de l'équilatéralisation sur le calcul des approximations courbures.

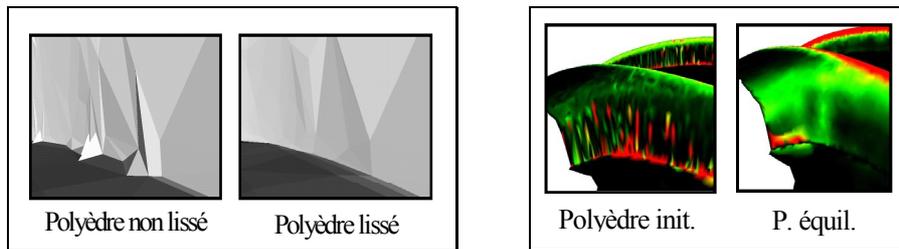


Figure 6. Effet du lissage et de l'équilatéralisation.

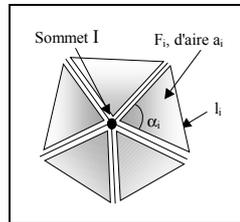
2.4 Gestion des continuités entre carreaux

Les continuités entre carreaux sont définies en fonction du typage affecté aux frontières. Le typage des frontières est établi lors de l'extraction des lignes caractéristiques et des différentes partitions de la surface (cf. sections 4 et 5). A partir de ces informations, si la frontière commune à deux partitions est une frontière "C⁰" alors les carreaux seront raccordés le long de cette frontière en position. Par contre, si la frontière est de type "Gⁿ", ils seront raccordés en tangence ou en courbure.

2.5 Critères d'approximation de courbures discrètes.

Les courbures sont des critères définis sur des surfaces continues deux fois dérivables. Or les surfaces étudiées sont des représentations linéaires par morceaux de surfaces continues et deux fois dérivables (sauf localement où les surfaces ne sont que continues). Pour les surfaces polyédriques les courbures n'ont plus aucun sens mathématique. Il est donc nécessaire de leur trouver des approximations locales qui sont rattachées aux sommets et aux arêtes du polyèdre. Les différentes approximations sont calculées à partir de la représentation polyédrique de la surface.

L'approximation de la courbure gaussienne choisie a été proposée par Boix [BOI 95]. Elle est définie par le quotient de l'angle solide en un sommet I par le module de l'étoilé de ce sommet [3]. Boix démontre des propriétés de convergence de cette approximation vers la courbure gaussienne d'une surface deux fois dérivables.



$$K = \frac{(2\pi - \sum_i \alpha_i)}{\frac{1}{2} \sum_i a_i - \frac{1}{8} \sum_i \cot(\alpha_i) l_i^2} \quad [3]$$

La courbure moyenne discrète est un critère initialement défini sur une arête du polyèdre par le demi-angle entre les normales de faces adjacentes à une arête, pondéré par la longueur de l'arête. En partant du principe que la courbure se répartie équitablement sur les sommets adjacents à une arête, Bousquet [BOU 96] propose que la courbure moyenne à un sommet du polyèdre soit la demi-somme des courbures calculées sur les arêtes adjacentes à ce sommet. Cependant, cette expression n'a pas la dimension d'une courbure moyenne (homogène à m⁻¹). Par contre, si on divise la courbure moyenne proposée par Bousquet [BOU 96] par le module de l'étoilé, le résultat est homogène à m⁻¹ [4]. Les différents tests réalisés montrent que cette approximation a un très bon comportement et que les résultats tendent vers la courbure moyenne réelle.

$$H = \frac{\frac{1}{4} \sum_j \beta_j \cdot l_j}{\frac{1}{2} \sum_i a_i - \frac{1}{8} \sum_i \cot(\alpha_i) l_i^2} \quad [4]$$

La courbure absolue d'une surface lisse est définie par la somme des carrées des deux courbures principales. Contrairement à la courbure moyenne ou la courbure gaussienne qui peuvent donner des résultats nuls sur des zones fortement courbes (les zones en selle de cheval pour la courbure moyenne et les zones cylindriques pour la courbure gaussienne), la courbure absolue donne une indication fiable sur la courbure locale de la surface. La courbure absolue discrète peut être définie à partir de la courbure moyenne et de la courbure gaussienne [5]. Ce critère est à la base de l'algorithme de segmentation.

$$K_{abs} = 4H^2 - 2K = 4(k_1 + k_2)^2 - 2(k_1 \cdot k_2) = k_1^2 + k_2^2 \quad [5]$$

L'évolution de la courbure d'une surface lisse est généralement progressive exceptée au passage d'une arête vive. En se basant sur cette remarque, les calculs des courbures discrète peuvent être améliorés. En effet, si l'on considère la courbure des sommets voisins, on peut corriger les écarts de la courbure discrète du sommet considéré avec la courbure réelle. L'idée est de moyennner la courbure du sommet courant avec la courbure des sommets voisins. Et pour améliorer le résultat, la courbure de chaque sommets voisins est pondérée par l'inverse de leur distance au sommet courant. En effet, plus un sommet est loin du sommet courant moins sa courbure doit être influente. L'algorithme restreint le voisinage d'un sommet à un rayon topologique de deux. De plus, un sommet n'a pas de voisin sur une 'arête vive' et au-delà.

Les différentes courbures discrètes calculées sont des approximations locales. Elles sont donc étroitement liées au niveau de discrétisation de la surface (taille et forme de facettes du polyèdre). Suivant la technique utilisée pour obtenir le polyèdre, les sommets sont structurés de façon plus ou moins régulière. Ses facettes (d'un point de vue taille et forme) peuvent être très hétérogènes. Or, pour l'algorithme d'identification des 'arêtes vives', il est nécessaire d'obtenir la même valeur pour des formes géométriques identiques, bien qu'elles correspondent à des discrétisations différentes.

Afin de s'affranchir de la forme des facettes, les courbures discrètes sont évaluées en remplaçant les facettes adjacentes à un sommet par des secteurs circulaires unitaires. De cette façon, ils représentent des formulations invariantes des approximations définies ci-dessus. Ces critères discrets sont appelés respectivement invariant de courbure moyenne [6] [7], invariant de courbure gaussienne [8] et invariant de courbure absolue (qui se déduit des formulations des invariants de courbures gaussienne et moyenne).

- Invariant de courbure moyenne d'une arête 'j' : $I_{Ha} = \beta \cdot L \quad [6]$

- Invariant de courbure moyenne en un sommet : $I_H = \frac{\frac{1}{4} \cdot \sum_j \beta_j \cdot L}{\frac{1}{3} \cdot \sum_i A_i} \quad [7]$

- Invariant de courbure gaussienne en un sommet :
$$I_K = \frac{(2\pi - \sum_i \alpha_i)}{\frac{1}{2} \sum_i A_i - \frac{1}{8} \sum_i \cot(\alpha_i) L_i^2}$$
 [8]

3. Identification des "arêtes vives".

Les "arêtes vives" d'un objet représenté par un polyèdre sont considérées comme des frontières privilégiées de carreaux. En effet, d'un point de vue pratique, les carreaux de Bézier ne peuvent pas décrire des discontinuités du plan tangent. Seuls des carreaux NURBS peuvent représenter des formes discontinues, cependant, dans ce cas, le degré des carreaux est élevé ce qui engendre des effets d'oscillations indésirables des surfaces modélisées. Par conséquent, les frontières identifiées par l'algorithme décrit ci-après sont qualifiées de frontières "C⁰". Chacune d'entre elle représente donc la frontière entre deux surfaces raccordées avec une continuité "C⁰".

3.1 Algorithme d'identification des "arêtes vives"

La Figure 7 présente le principe de cet algorithme. La gestion des types des sommets et des arêtes n'est pas décrite dans cet article. Elle est réalisée à la fin de chaque boucle 1. Les arêtes constituant une ligne caractéristique sont qualifiées d'arêtes "C⁰" (continuité C⁰), et sont enregistrées dans une liste. Les sommets associés à ces arêtes sont qualifiés de sommets "SEF" (Sommets Extrémités de Frontière) s'ils sont situés à l'intersection de "lignes caractéristiques" ou s'ils constituent les extrémités d'une ligne. Sinon ils sont qualifiés de sommets "C⁰".

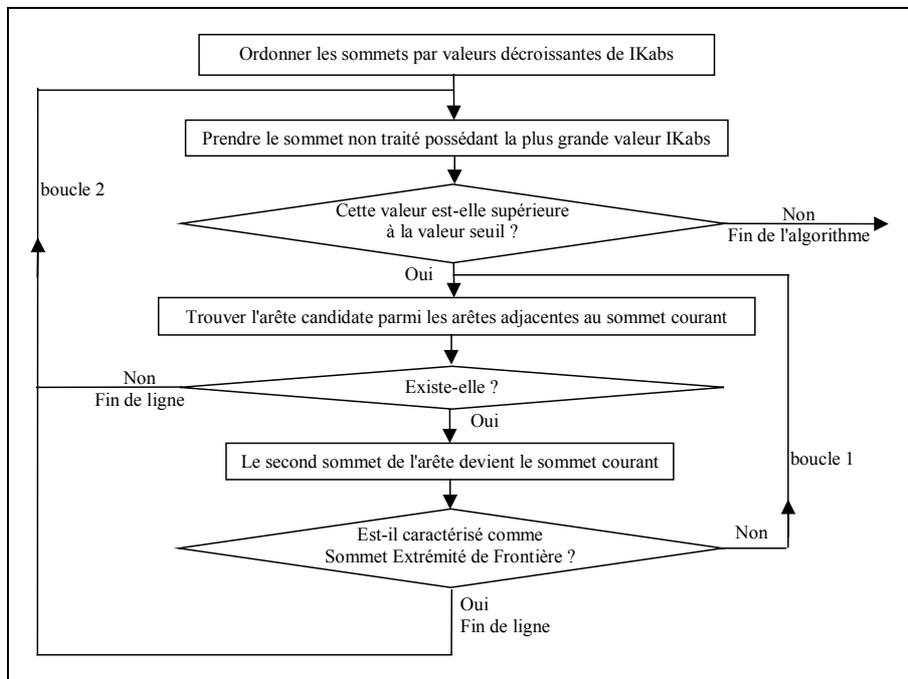


Figure 7. Algorithme d'identification de "lignes caractéristiques".

Pendant la recherche des "arêtes vives", les arêtes candidates sont enregistrées sous forme de listes ordonnées (Figure 8). Il arrive fréquemment que les lignes identifiées s'intersectent. Par conséquent, ces données doivent être traitées à nouveau pour extraire des frontières. La construction des frontières s'effectue par parcours des listes d'arêtes en commençant par un sommet "SEF" et en s'arrêtant au prochain sommet de ce type rencontré (Figure 9).

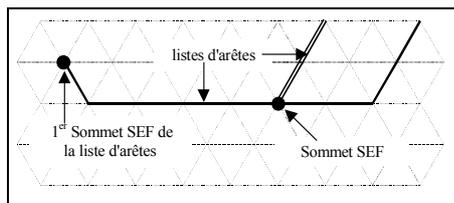


Figure 8. Données initiales : listes d'arêtes et sommets SEF.

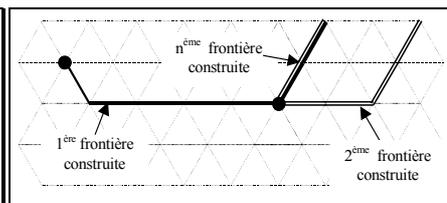


Figure 9. Construction des frontières par traitement des listes d'arêtes identifiées.

3.2 Critère de recherche de l'arête candidate.

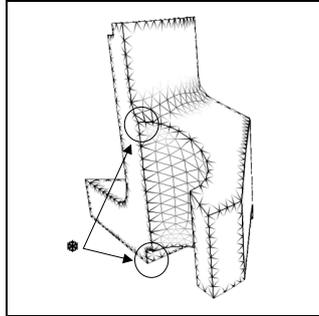


Figure 10. Carte de l'invariant de la courbure absolue.

Les cartes d'invariant de courbure absolue "IKabs" font apparaître que les "lignes caractéristiques" d'un objet sont localisées dans des zones à forte courbure absolue par rapport à leur voisinage immédiat (Figure 10). Par contre, dans les zones de jonction "d'arêtes vives" où il y a une forte densité de points à forte courbure absolue (Figure 10*), le critère IKabs n'est pas suffisant. Il est alors couplé avec l'invariant de courbure moyenne IHa. En effet, ce sont deux critères locaux. L'IHa donne une indication de la courbure au niveau d'une arête, on a donc une vision locale autour du sommet courant. L'IKabs donne une indication de la courbure au niveau d'un sommet, on a alors une vision locale au niveau des sommets voisins du sommet courant.

La méthode de sélection de la meilleure arête candidate consiste à effectuer une première sélection en utilisant la vision locale de la courbure autour du sommet courant (IHa), puis une seconde sélection pour augmenter le champ de vision (IKabs). Elle se résume de la façon suivante :

*Chercher dans les arêtes adjacentes du sommet courant les 3 arêtes à plus fort "IHa".
 Ne garder que les arêtes dont "IHa" est supérieur à la 1^{ère} valeur seuil (V_{S1})
 Chercher dans les arêtes sélectionnées, l'arête qui a le plus fort "IKabs" à son 2^{ème} sommet.
 Si "IKa" a une valeur supérieure à la 2^{ème} valeur seuil (V_{S2})
 L'arête devient arête candidate.
 Fin si
 Si non il n'y a pas d'arête candidate.*

Remarque : V_{S1} , choisi par l'utilisateur, est l'angle minimal entre deux surfaces adjacentes à une arête vive. V_{S2} est déduit de V_{S1} par l'algorithme (V_{S2} est l'IKabs qu'aurait un sommet sur une "arête vive" caractérisée par un angle égal à V_{S1}).

3.3 Post-traitements des lignes identifiées.

Un certain nombre de traitements ont été développés pour corriger les lignes fournies par l'algorithme précédent de manière à améliorer leur qualité et à les rendre exploitables pour l'étape d'extraction des partitions de surface (cf. section 5). Lesage⁽¹⁰⁾ présente une description détaillée de ces traitements.

3.3.1 Traitements automatiques

- ◆ Union de frontières,
- ◆ Suppression des frontières parallèles,
- ◆ Suppression des petites frontières.

3.3.1 Traitements interactifs

Les corrections de l'identification des lignes caractéristiques ne peuvent pas toutes être automatiques. En effet, chaque polyèdre est un cas particulier. L'utilisateur devra donc corriger les défauts de façon interactive. Pour cela, quelques outils ont été conçus afin de pouvoir mener à bien les corrections.

- ◆ Outil de suppression de frontière : malgré toutes les précautions prises, il est fréquent que l'algorithme définisse des "arêtes vives" alors qu'elles n'en sont pas. Ce problème apparaît surtout sur les surfaces de raccordement qui sont faiblement discrétisées. Une fonction qui supprime de façon interactive les frontières indésirables a donc été mise en œuvre à cet effet,
- ◆ Prolongement de frontière : dans le cas où l'utilisateur a défini un seuil trop élevé pour la détection des arêtes vives, il est possible que certaines frontières soient incomplètes. L'utilisateur peut alors traiter indépendamment chacune de ces frontières en augmentant la valeur du seuil pour prolonger cette frontière,
 - ◆ Jonction de frontières : dans le cas où deux frontières ne se rejoindraient pas, l'utilisateur peut forcer leur intersection.

4. Segmentation de la surface.

L'algorithme de segmentation de la surface est basé sur une technique de propagation de fronts et s'appuie sur les frontières précédemment définies. Les sommets du polyèdre sont ordonnés par valeurs décroissantes de courbure absolue " K_{abs} " pour extraire les surfaces caractéristiques (zones à forte valeur de " K_{abs} "), les surfaces planes (zones à faible valeur de " K_{abs} ") et les surfaces à courbure intermédiaire.

4.1 Algorithme d'identification des partitions de la surface

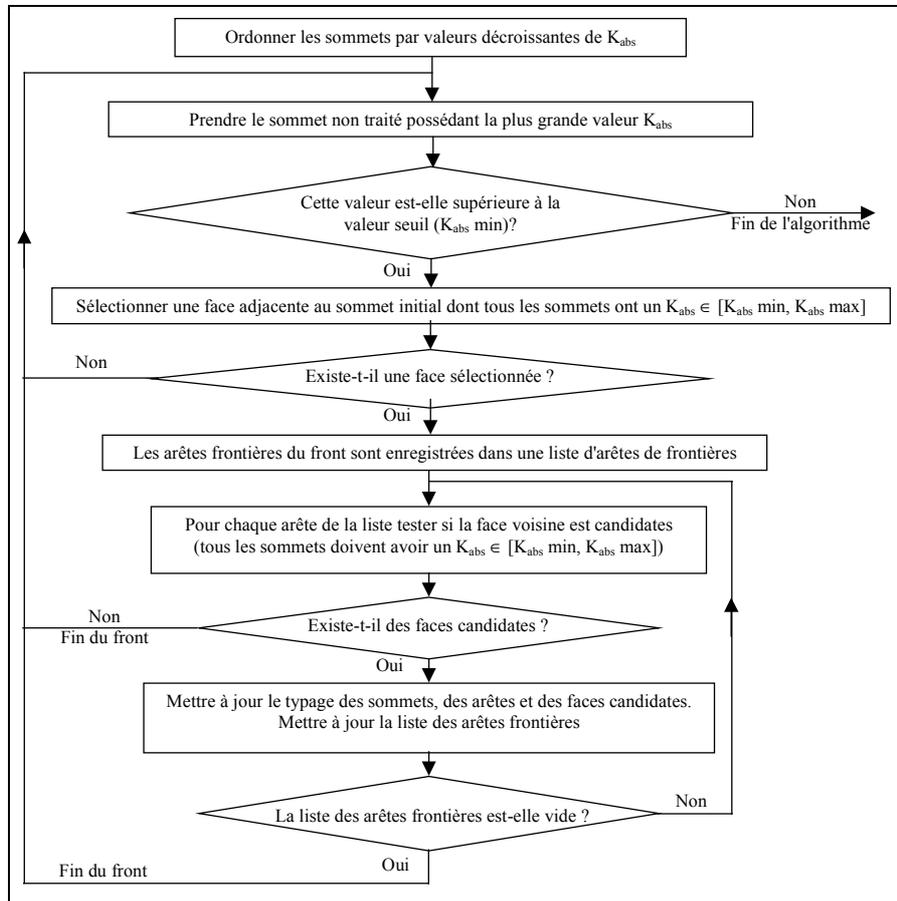


Figure 11. *Algorithme d'identification des "surfaces caractéristiques".*

Cet algorithme (Figure 11) permet d'identifier les zones à courbure plus ou moins constante. De la même façon que pour les lignes caractéristiques, chaque face candidate est qualifiée du numéro de la partition. Les arêtes sont qualifiées de "Frontière de partition" si elles sont situées à la périphérie de la partition et si elles n'étaient déjà pas typées. Sinon, elles deviennent des "Arêtes de partition". Les sommets sont typés de la même manière. En modifiant les seuils fixés par l'utilisateur, l'algorithme permet d'identifier des zones dont la courbure appartient à un intervalle de courbure défini par l'utilisateur.

Les frontières de chaque partition sont ensuite traitées de manière similaire à ce qui a été décrit pour l'identification de lignes caractéristiques (cf. section 4). A ce stade, les frontières sont associées à leurs partitions respectives et les partitions voisines de chaque frontière sont ainsi connues. Les frontières de deux partitions différentes seront qualifiées de frontières "Gⁿ" (si elles n'étaient pas déjà définies comme frontières "C⁰").

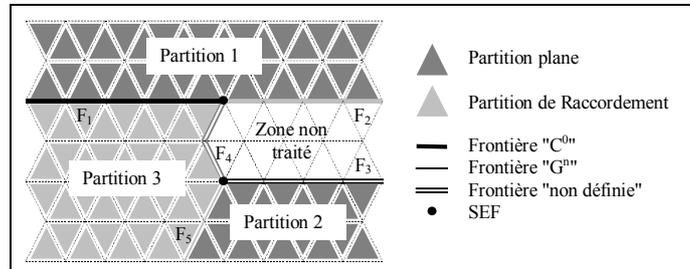


Figure 12. Exemple schématique de résultat de l'algorithme de segmentation de surfaces.

La Figure 12 illustre l'algorithme précédent :

- ◆ la frontière "F₁" est une frontière "C⁰" ; elle a pour partitions adjacentes "Partition 1" et "Partition 2",
- ◆ la frontière "F₂" n'a pour le moment qu'une partition adjacente : "Partition 1" et est une frontière "C⁰",
- ◆ les frontières "F₃" et "F₄" n'ont qu'une partition adjacente ; elles sont donc "non définies",
- ◆ pour finir, la frontière "F₅" a deux partitions adjacentes différentes ; elle devient donc une frontière "Gⁿ".

En fonction du seuil choisi, la segmentation peut ne pas être parfaite et ne pas correspondre aux attentes de l'utilisateur. En effet, pour certaines parties de la surface le seuil peut ne pas convenir (valeur trop petite ou trop grande) ou bien, suivant la nature de l'objet traité et l'amplitude du bruit de mesure dû à la numérisation (le bruit peut ne pas être entièrement éliminé), de nombreuses partitions inutiles peuvent apparaître. Par conséquent, comme précédemment pour l'identification des frontières, des opérateurs de post-traitements sont mis en œuvre.

4.2 Post-traitements des partitions.

- Propagation de partitions : l'utilisateur peut étendre une partition en changeant la valeur du seuil. L'algorithme cherche alors les arêtes frontières permettant de propager le front et la dernière boucle de l'algorithme d'identification de surfaces est à nouveau exécutée.
- Union de partitions : il arrive que l'utilisateur souhaite unir deux partitions afin de n'en faire plus qu'une. L'algorithme n'a besoin que de connaître les deux partitions à unir.
- Suppression de partitions : l'utilisateur peut détruire toutes les partitions qui, suite à une erreur de choix du seuil, ne conviennent plus ou qui étaient initialement trop petites pour être intéressantes. Deux choix lui sont proposés :

soit de supprimer la partition qu'il désigne, soit de supprimer toutes les partitions dont le nombre de faces est inférieur à un seuil qu'il fixe.

- Lissage des frontières de partitions : les frontières de partitions obtenues ont tendance à être en "dents de scie". Un lissage basé sur un opérateur de commutation d'arêtes et sur un opérateur d'échange de faces entre partitions voisines devra être mis en œuvre.

5. Résultats.

5.1 Polyèdres issus de modeleurs géométriques.

Les polyèdres présentés ci-dessous ont été obtenus par maillage d'une surface définie à partir d'un modeleur géométrique. Ils constituent des exemples tests compte tenu du fait que les surfaces qu'ils décrivent ne sont pas bruitées.

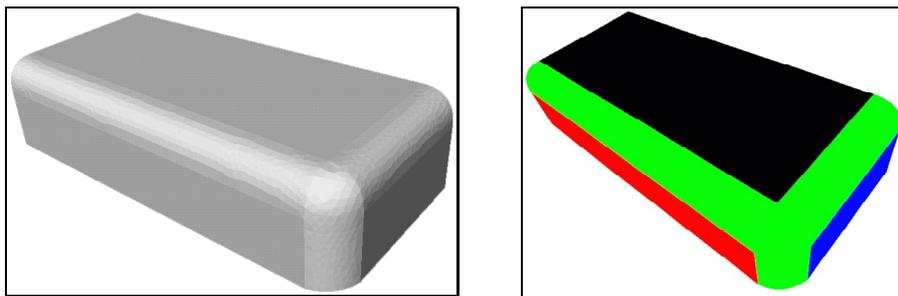


Figure 15. Polyèdre initial constitué de formes simples et résultat de la segmentation de surface.

Ce premier modèle, constitué de formes relativement simples à identifier, a permis de valider les algorithmes de segmentation. Comme le montre la Figure 15, des lignes caractéristiques existent dans la représentation polyédrique du modèle compte tenu du fait que ce modèle provient du maillage d'une surface paramétrique. Ce premier exemple ne comporte aucune difficulté en soit mais il montre que les critères de base ne sont pas suffisants pour produire une segmentation directement exploitable pour la reconstruction. En effet, la partition verte doit être à nouveau segmentée avec un nouveau critère. Le processus de décomposition est donc bien interactif et itératif.

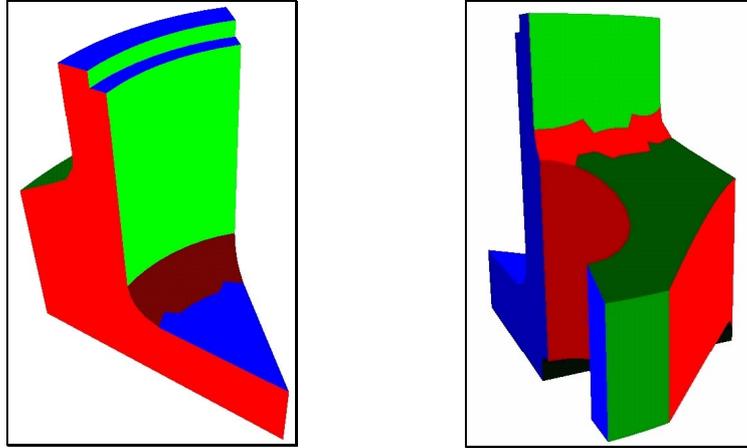


Figure 16. Résultat de la segmentation du polyèdre

Ce deuxième modèle (Figure 16) comporte plusieurs particularités de forme et il est localement grossier par rapport aux détails qu'il décrit ce qui pose des problèmes d'identification. De plus, les arêtes vives ne sont pas toutes franches. Les résultats obtenus sont satisfaisant mais on peut noter la nécessité de mettre en œuvre des algorithmes de lissage des frontières de partitions.

5.2 Polyèdres issus de numérisation.

Le polyèdre ci-dessous a été construit par triangulation d'un nuage de points issus du palpement mécanique d'une maquette physique (courtoisie société FIDIA-KMR). Ce polyèdre est donc bruité ; le bruit de mesure est estimé à 0.05 mm. Afin d'identifier les lignes caractéristiques, il est initialement simplifié à ± 0.02 mm puis lissé. La Figure 17 montre les lignes caractéristiques identifiées par l'algorithme. La segmentation de la surface peut ensuite être initialisée (Figure 18). L'algorithme identifie 83 partitions. Les partitions sont corrigées (Figure 19), les partitions inutiles sont supprimées (Figure 20). Après ces traitements, 11 partitions seulement subsistent. Le résultat final (Figure 21) est obtenu grâce à l'opérateur d'extension des partitions. A partir de ce résultat, l'utilisateur peut supprimer certaines partitions qu'il juge inutiles. Par exemple, la partition en forme de croix (jaune) au milieu de la pièce qui est due à une rayure sur l'objet physique. Là encore, un lissage des frontières de partitions sera nécessaire (Figure 21) et certaines partitions devront être subdivisées avec d'autres critères pour satisfaire les contraintes de construction optimale des carreaux.

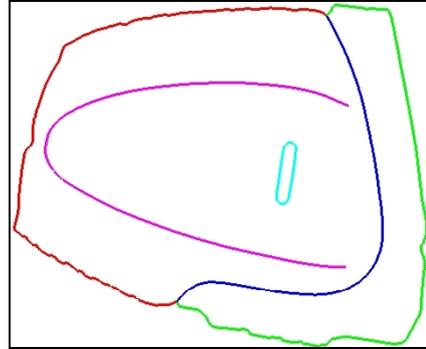


Figure 17. Polyèdre initial et résultat de l'identification des lignes caractéristiques.

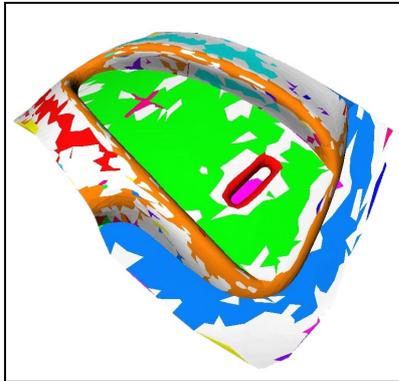


Figure 18. Initialisation des partitions.

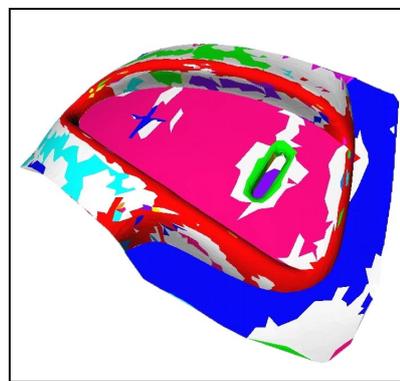


Figure. 19. Correction des partitions



Figure 20. Suppression des partitions inutiles

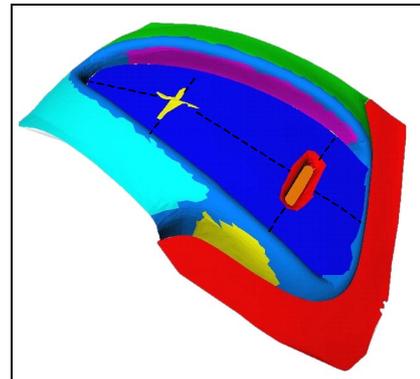


Figure 21. Fin de la segmentation par propagation des partitions restantes

6. Conclusion.

L'utilisation de critères de courbure discrète sur un polyèdre construit à partir des données de numérisation a montré son efficacité pour proposer une segmentation (décomposition) judicieuse de la surface de l'objet en vue d'une reconstruction de surface CAO. Les pré-traitements (simplification, lissage et équilatéralisation), qui permettent d'améliorer la qualité géométrique du polyèdre, utilisés ont également montré leur intérêt. Les travaux futurs seront consacrés à la mise en place de critères permettant de générer des partitions adaptées à la construction des carreaux (4 côtés, etc.) et au développement d'algorithmes de lissage des frontières des partitions identifiées.

7. Référence.

- [BAH 97] BAH A. : Segmentation de surfaces représentées par des nuages de points non organisés, thèse de doctorat, université Claude Bernard – Lyon 1, 1997
- [BOI 95] BOIX E.: Approximation linéaire des surfaces de R3 et applications, thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Paris, 1995.
- [BOU 96] BOUSQUET J.: détection et élimination d'irrégularités sur les surfaces manipulées en C.A.O., thèse de doctorat, université de Nantes, 1996.
- [ECK 96] ECK M., HOPPE H. : "Automatique reconstruction of B-Spline surfaces of arbitrary topological type", *Computer Graphics (SIGGRAPH 1996 Proceedings)*, pp 325-334 1996.
- [GUO 97] GUO B. : "Surface reconstruction from points to splines", *Computer Aided-Design*, vol 29, n°4, pp 269-277, 1997.
- [LES 98] LESAGE D., Segmentation d'une surface définie par un modèle polyédrique, Mémoire de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.
- [MAZ 98] MAZA S., NOËL F., LEON J.C., SILLON F. : "Polyhedron partitionning dedicated to a hierarchical meshing technique", *IDMME'98*, vol 2 pp 621-628, Compiègne, mai 1998
- [VAR 97] VARADY T., MARTIN R.R., COX J. : "Reverse engineering of geometric models – an introduction", *Computer Aided-Design*, vol 29, n°4, pp 255-268, 1997.
- [VER 97.1] VERON Ph. : Technique de simplification de modèles polyédriques pour un environnement de conception mécanique", thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997.
- [VER 97.2] VERON Ph., LEON J.C.: "Static polyhedron simplification using error measurements", *Computer Aided-Design*, Vol 29, n°4, pp 287-298, 1997.