Identification bayésienne des paramètres des modèles de chloration dans le béton armé

Thanh-Binh Tran, Emilio Bastidas-Arteaga, Stéphanie Bonnet, Franck Schoefs

▶ **To cite this version:**

Thanh-Binh Tran, Emilio Bastidas-Arteaga, Stéphanie Bonnet, Franck Schoefs. Identification bayésienne des paramètres des modèles de chloration dans le béton armé. 8èmes Journées Fiabilité des Matériaux et des Structures, Apr 2014, Aix-en-Provence, France. hal-01100758

HAL Id: hal-01100758
https://hal.science/hal-01100758

Submitted on 7 Jan 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification bayésienne des paramètres des modèles de chloration dans le béton armé

Thanh-Binh Tran*—Emilio Bastidas-Arteaga*—Stéphanie Bonnet* — Franck Schoefs*

[*]Institut de Recherche en génie Civil et Mécanique GeM UMR CNRS 6183 Université de Nantes, Nantes, France

Thanh-Binh.Tran@univ-nantes.fr

RÉSUMÉ. *La pénétration des chlorures dans le béton est l'une des principales causes conduisant à la dégradation des structures en béton armé. Sa modélisation est une tâche importante pour planifier et quantifier les opérations de maintenance des structures. Des paramètres matériau et environnementaux pertinents pour la modélisation pourraient être déterminés à partir de données d'inspection qui sont très limitées en raison des coûts prohibitifs. L'objectif principal de cette étude est de développer une méthode basée sur la mise à jour des réseaux bayésiens pour l'amélioration de l'identification des paramètres des modèles de chloration. Les résultats indiquent que l'approche bayésienne pourrait être un outil utile pour les identifier, même à partir d'un faible nombre de données d'inspection.*

ABSTRACT. *Chloride ingress into concrete is one of the major causes leading to the degradation of reinforced concrete structures. Its modelling is an important task to plan and quantify maintenance operations of structures. Relevant material and environmental parameters for modelling could be determined from inspection data which is very limited due to expensive costs. The main objective of this paper is to develop a method based on Bayesian network updating for improving the identification of model parameters. The results indicate that Bayesian approach could be a useful tool to identify model parameters even from insufficient inspection data.*

MOTS-CLÉS : *chloration, corrosion, réseau bayésien, identification.*

KEYWORDS: *chloride ingress, corrosion, Bayesian network, identification.*

1. Introduction

La pénétration des chlorures dans le béton est l'un des principaux facteurs générant la corrosion des armatures qui réduit la durée de vie des structures (Rosquoët *et al*, 2006; Bonnet *et al*, 2009). Par conséquent, les inspections visant à déterminer la concentration des chlorures, sont importantes pour (i) minimiser les risques et les conséquences de l'initiation de la corrosion et (ii) garantir des niveaux optimaux de capacité de service et sécurité (Bastidas-Arteaga *et al*, 2012a). Sous conditions d'exposition réelles, la pénétration des chlorures est liée à un nombre important de incertitudes (Saassouh *et al*, 2012). Ainsi, la estimation des risques de corrosion devient tâche complexe et nécessite, par conséquent, un nombre de mesures important. Dans la pratique, les inspections ont lieu à l'aide des techniques destructives visant à déterminer des profils en ions chlorure. Ces inspections nécessitent du temps, sont couteuses et parfois la mise en œuvre s'avère compliquée. Par conséquent, en pratique, l'inspection est réalisée avec un nombre limité de profils. Par conséquent, il est nécessaire d'exploiter au mieux les informations disponibles pour la quantification des incertitudes en utilisant des méthodes statistiques et/ou probabilistes. La méthode bayésienne a été retenue dans cette étude pour traiter ce problème.

Le réseau bayésien (RB) est un outil efficace pour l'identification des paramètres. Bastidas-Arteaga *et al* (2012b) et Richard *et al* (2012) ont proposé une approche basée sur l'utilisation de RB permettant l'identification des paramètres à partir de données réelles et démontrant un accord entre les prévisions numériques et mesures expérimentales. Dans cette étude, le RB est principalement utilisé pour l'identification des paramètres des modèles de pénétration des chlorures en insistant sur l'influence de différentes configurations de RB dans l'erreur de l'identification et les conséquences dans l'estimation des risques de probabilité d'initiation de la corrosion.

2. Identification bayésienne appliquée à la chloration

2.1. Introduction aux réseaux bayésiens

Un RB est généralement représenté comme un graphe acyclique dirigé (GAD). Les nœuds du GAD sont des représentations graphiques d'objets et d'événements qui existent dans le monde réel, et sont appelés des variables ou des états. Les relations causales entre les nœuds sont représentées en dessinant un arc (flèche) entre eux. S'il y a un lien de causalité entre les variables (nœuds), il y aura une flèche de la variable de cause à la variable d'effet. Chaque variable dans le GAD est liée à une densité de probabilité (DP) qui dépend des relations de causalité avec les autres variables. Pour un ensemble de variables aléatoires $\mathbf{X}$, le RB représente la probabilité jointe de l'ensemble. Le RB permet une modélisation probabiliste où la probabilité jointe considère la probabilité conditionnelle de chaque variable.

2.2. Application à la pénétration des ions chlorure

2.1.1. *Modélisation de la pénétration des ions chlorure*

Dans le béton saturé, l'équation de diffusion de Fick est généralement utilisée pour estimer la diffusion unidirectionnelle des chlorures (Tuutti, 1982) :

$$\frac{\partial C_{f_c}}{\partial t} = D_c \frac{\partial^2 C_{f_c}}{\partial x^2} \tag{1}$$

où C_{fc} (kg/m^3) est la concentration de chlorures libres, t (s) est le temps et D_c (m^2/s) est le coefficient effectif de diffusion des chlorures. En supposant que le béton est un matériau homogène et isotrope avec les conditions initiales suivantes : (i) la concentration est égale à zéro à l'instant $t = 0$ et (ii) la concentration de chlorures en surface, C_s, est constante, la concentration de chlorures libres à une profondeur x et à un instant du temps t pour un milieu semi-infini est :

$$C(x,t) = C_s \left[1 - erf\left(\frac{x}{2\sqrt{D_c t}} \right) \right] \tag{2}$$

où erf(.) est la fonction d'erreur. L'équation (3) est uniquement valable quand la structure est dans un milieu saturé et elle est soumise à une concentration de chlorures en surface constante. Dans la plupart de structures réelles, ces conditions sont rarement représentées. Le béton est un matériau hétérogène et C_s varie avec le temps. En outre, cette solution ne tient pas compte de la capacité de fixation des chlorures, le vieillissement du béton et d'autres facteurs environnementaux tels que la température et de l'humidité (Bastidas-Arteaga *et al*, 2011). Bien que cette solution néglige certains phénomènes importants, ce modèle sera utilisé ici pour illustrer l'identification de variables aléatoires à l'aide des RB.

2.1.2. *Probabilité d'initiation de la corrosion*

Le temps d'amorçage de la corrosion, t_{ini}, est défini comme le temps nécessaire pour atteindre un niveau seuil de chlorures, C_{th}, au niveau des armatures. Cette valeur seuil représente la concentration en chlorure nécessaire pour détruire la couche de rouille protectrice et donc pour démarrer l'étape de propagation de la corrosion. Tenant compte des difficultés pour déterminer une valeur unique pour C_{th} (Bastidas-Arteaga *et al*, 2012a), on va modéliser C_{th} comme une variable aléatoire. t_{ini} se calcule par l'évaluation de l'évolution dans le temps de la concentration en chlorure au niveau des armatures à partir de l'équation (3). La fonction de répartition du temps d'amorçage de la corrosion, $F_{t_{ini}}(t)$, est défini comme:

$$F_{t_{ini}}(t) = p(t_{ini} \le t) = \int_{t_{ini} \le t} f(x) dx \tag{3}$$

où $f(x)$ est la fonction de densité de probabilité jointe du vecteur de variables aléatoires **X**. L'équation d'état limite en lien avec l'initiation de la corrosion est :

$$g(\mathbf{X},t) = C_{th}(\mathbf{X}) - C_{tc}(\mathbf{X},t) \tag{4}$$

où $C_{tc}(\mathbf{X}, t)$ est la concentration de chlorures au niveau de l'enrobage à temps t. La probabilité d'initiation de la corrosion, p_{ini}, est obtenue en intégrant la fonction de probabilité jointe sur le domaine de défaillance (équation (5)).

2.1.3. *Modélisation bayésienne de la pénétration des chlorures*

La pénétration de chlorures peut être modélisée par le RB présenté dans la figure 1 où C_s et D sont les nœuds parents (variables aléatoires à identifier). Il y a n nœuds enfants $C(x_i, t)$ (avec $i \in [1, n]$), représentant la concentration de chlorures à la profondeur x_i et temps t. Pour un temps donné, le nombre de nœuds enfant correspond au nombre de points en profondeur pour l'inspection. En supposant que C_s et D sont deux variables aléatoires indépendantes, les valeurs de $C(x_i, t)$ peuvent se calculer facilement à partir de l'équation (3). Dans le RB, la probabilité de la concentration en chlorure $p(C(x,t))$ peut être calculée comme suit (Nguyen 2007) :

$$p(C(x,t)) = \sum_{D,C_s} p(C(x,t) \mid D,C_s)\, p(D,C_s) \qquad \text{avec} \qquad p(D,C_s) = p(D)\,p(C_s) \tag{5}$$

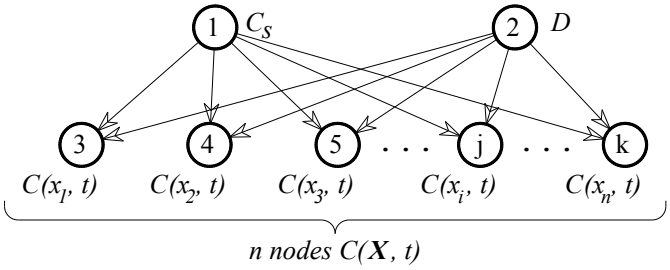

Figure 1. *Modélisation bayésienne de la pénétration des chlorures au temps t*

Afin de calculer $p(C(x,t))$ avec l'équation (6), la probabilité conditionnelle $p(C(x,t)|D,C_s)$ doit être connue. Cette probabilité conditionnelle tient compte de la dépendance entre la teneur en chlorure $C(x,t)$ et les deux paramètres du modèle (D et C_s) et elle est calculée en utilisant le tableau de probabilités conditionnelles (TPC) du RB. Le RB est actualisé avec des évidences/observations. Dans ce cas, les évidences correspondent à des mesures de la concentration de chlorures dans des points et à un des instants donnés. Ainsi, le terme $p(C(x,t)|o)$ représente la

distribution de probabilité de $C(x,t)$ en considérant l'évidence o. On peut donc identifier des lois a posteriori pour les variables aléatoires en appliquant le théorème de Bayes:

$$p(D \mid o) = p(D \mid C(x,t))\, p(C(x,t) \mid o) \text{ avec } p(D \mid C(x,t)) = \frac{p(C(x,t) \mid D)\, p(D)}{p(C(x,t))} \quad (6)$$

$$p(C_s \mid o) = p(C_s \mid C(x,t))\, p(C(x,t) \mid o) \text{ avec } p(C_s \mid C(x,t)) = \frac{p(C(x,t) \mid C_s)\, p(C_s)}{p(C(x,t))} \quad (7)$$

La détermination de toutes les probabilités conditionnelles ainsi que l'identification sont effectuées en utilisant la boîte à outils de RB de Matlab®.

2.1.4. *Identification des variables aléatoires avec des RB*

La boîte à outils pour les réseaux bayésiens (BRB) est un package open-source développé en Matlab®. Sous l'environnement du Matlab®, les utilisateurs peuvent ajouter, modifier ou faire des compléments de fonctions afin de s'adapter aux différents applications. La BRB supporte un nombre de nœuds très large, de nombreux algorithmes d'inférence (exacts et approximatifs), des RB statiques et dynamiques ainsi que plusieurs algorithmes d'actualisation (Murphy, 2001). Cependant, la BRB est un environnement d'interface non graphique et, par conséquent, la construction d'un RB doit suivre les étapes indiquées sur la figure 2.

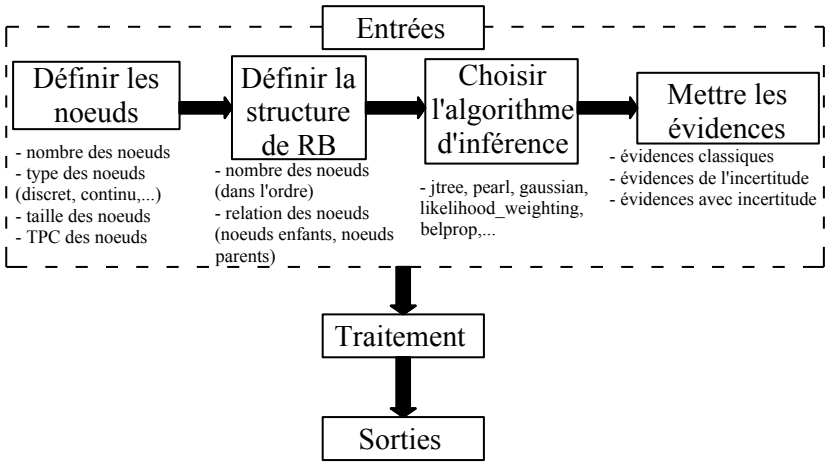

Figure 2. Algorithme pour la construction du RB

On cherche à identifier les variables aléatoires C_s et D à partir de profils en ions chlorure. Afin d'éviter des hypothèses sur les informations a priori (type de distribution, moyenne et écart-type), on suppose que C_s et D suivent des distributions uniformes dans des intervalles donnés. Ces intervalles doivent contenir

toutes les valeurs probables de chaque paramètre à identifier. En pratique, les intervalles sont fixés en s'appuyant sur des données issues de la littérature ou sur l'avis d'experts. On cherche généralement à identifier des variables continues pour la modélisation probabiliste. Toutefois, afin d'éviter d'utiliser d'algorithmes approximatifs d'inférence pour des variables continues, les variables continues sont remplacées par des variables aléatoires discrètes (Straub, 2009). La discrétisation de chaque paramètre est décrite dans le tableau 1.

Paramètres	Nombre d'intervalles	Distribution a priori	Intervalle
C_s (kg/m^3)	16	Uniforme	(1; 17)
D (m/s²)	20	Uniforme	(2e-12 ; 8e-12)
$C(x,t)$ (kg/m^3)	15	-	(0 ; 12)

Tableau 1. Discrétisation des variables aléatoires

Les données d'inspection sont utilisées comme des évidences pour actualiser le RB. Ces données sont généralement obtenues à partir de mesures expérimentales ou des connaissances d'experts. Dans cette étude, nous utilisons des évidences numériques obtenues par simulations de Monte-Carlo à partir des variables aléatoires d'entrée connues (tableau 2). La probabilité que $C(x,t)$ appartienne à un intervalle donné pour une profondeur x est calculée pour l'identification des probabilités conditionnelles $p(C(x,t) \mid o)$. Ces probabilités sont ensuite ajoutées au RB pour l'actualisation à l'aide des équations (7) et (8).

Paramètres	Distribution	Moyenne	CV
C_s	Log-normale	5.5 (kg/m²)	21.8%
D	Log-normale	4 10^{-12} (m/s)	13%

Tableau 2. *Valeurs théoriques pour les paramètres à identifier*

3. Influence de la configuration du RB et application

Dans cette section, différentes configurations du RB correspondant à des schémas d'inspection différents seront étudiées. Chaque configuration sera évaluée en fonction de l'erreur par rapport aux valeurs théoriques :

$$\text{Error}(y) = \frac{y_{identifié} - y_{théorique}}{y_{théorique}} 100\% \quad (8)$$

où y représente la moyenne ou l'écart type du paramètre à identifier. 48000 simulations on été utilisées pour déterminer le TPC dans tous les cas étudiés.

3.1. Identification à partir de mesures prises dans d'un point en profondeur

Dans cette partie, on s'intéresse à l'identification des moyennes et des écart-types de C_s et D à partir des évidences obtenues à un point en profondeur et un instant du temps. La figure 3a présente le profil de chlorure calculé à partir de l'équation (3) en utilisant les valeurs du tableau 2 et à l'instant t = 10 ans. On considèrera dans la suite uniquement l'identification basée sur des mesures prises à l'instant t = 10 ans. Le RB se compose désormais de trois nœuds : deux nœuds parents (C_s et D) et un nœud enfant représentant la concentration en chlorure à la profondeur x.

Comme nous avons évoqué précédemment, les variables continues ont été discrétisées en intervalles de la même largeur. Le nombre d'intervalles peut s'ajuster pour augmenter la précision des résultats et la rapidité du calcul. Quand un résultat précis est souhaité, un nombre élevé d'intervalles est donc choisi. La figure 3b décrit l'erreur dans l'estimation de la moyenne de C_s avec des discrétisations différentes. Pour toutes les configurations, l'erreur est très faible lorsque les mesures sont proches de la surface. On observe aussi des fluctuations à des profondeurs où les teneurs en chlorures sont faibles et le nombre d'intervalles moins important. Il n'y a pas de fluctuation lorsque le nœud est divisé en 200 intervalles. Cela signifie qu'un grand nombre d'intervalles pourrait conduire à une convergence dans les résultats de l'inférence. On retiendra 200 intervalles pour la suite des études.

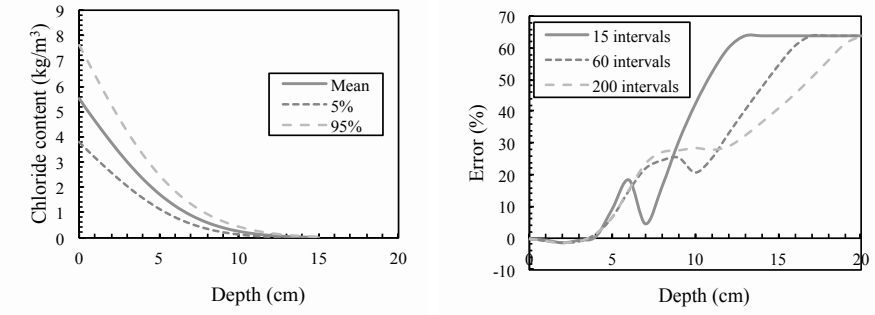

Figure 3. *(a) Profils en ions chlorure à t = 10 ans - (b) Convergence du RB avec le nombre d'intervalles*

La figure 4 montre les erreurs dans l'identification de la moyenne et l'écart-type de C_s et D. Pour C_s, les erreurs dans la moyenne et l'écart-type augmentent avec la

profondeur. Ce comportement peut s'expliquer avec le profil du chlorure présenté dans la figure 3a où la teneur en chlorure diminue avec la profondeur. Cela signifie que, les données de profils de chlorure proches de la surface fourniront de plus amples informations pour la mise à jour de C_s, tandis que la faible information dans les parties les plus profondes augmente les erreurs d'identification. Lorsque la teneur en chlorure est proche à zéro, les erreurs sont proches à 40 %. Au contraire, avec des évidences proches de la surface ($x \approx 0$cm), nous pouvons obtenir la meilleure identification pour la moyenne et l'écart type de C_s avec des erreurs de 1% et 3%, respectivement. D'après l'équation (3), lorsque $x \approx 0$cm, $C(x, t) \approx C_s$. Par conséquent, lorsque $x \approx 0$cm, le RB mettra plus de poids sur l'identification de C_s.

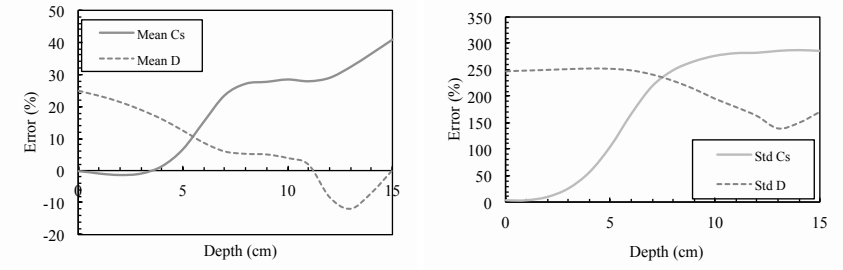

Figure 4. *Erreur dans l'identification avec un point en profondeur*

On observe également dans la figure 4 que l'erreur dans l'identification de D diminue lorsque $x < 11$cm et puis augmente. Ce comportement correspond au fait que la teneur en chlorure au niveau des parties les plus profondes est plus utile dans l'identification du coefficient de diffusion. Cependant, l'erreur augmente pour les points très profonds où les teneurs en chlorure deviennent presque nulles. Les erreurs de l'identification de l'écart-type ont une tendance similaire mais leurs valeurs sont très éloignées des valeurs théoriques (plus de 150 %). Par conséquent, on peut conclure qu'il n'est pas possible effectuer une bonne identification de D en utilisant des évidences obtenues uniquement pour un point en profondeur.

3.2. Identification avec des données sur toute la profondeur

Dans cette section, l'identification bayésienne utilisera des données sur toute la profondeur. La profondeur totale est fixée à 15 cm car selon la figure 3a et la figure 4, à des points plus profonds, les informations ne sont pas utiles dans l'actualisation. Le nombre de nœuds enfants dans les RB est maintenant égal au nombre de mesures en profondeur (tableau 3).

La figure 5 présente les erreurs dans l'identification de la moyenne et l'écart-type en fonction de la séparation entre les points du profil en ions chlorure, Δx. Il n'y a pas de changements importants dans l'identification de la moyenne de C_s lorsque Δx varie (figure 5a). Les erreurs dans ce cas sont d'environ 5%. Au contraire, l'écart

entre les valeurs identifiées et les valeurs théoriques pour la moyenne et l'écart-type de D diminue façon significative lorsque Δx est très petit. Ce comportement est prévu car lorsqu'il y a plus d'informations disponibles pour mieux décrire la cinétique du phénomène de diffusion, on améliore la caractérisation de D. Par conséquent, une inspection plus complète est plus utile dans l'identification de D.

Cas	Δx (cm)	Discrétisation	Nombre de mesures
1	3	0:3:15	6
2	2	0:2:15	8
3	1	0:1:15	16
4	0.5	0:0.5:15	31
5	0.3	0:0.3:15	51
6	0.2	0:0.2:15	76

Tableau 3. *Cas considérés dans l'identification avec plusieurs mesures en profondeur*

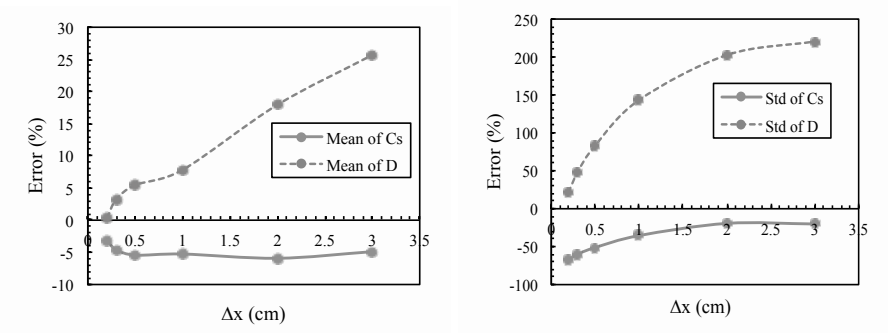

Figure 5. *Erreurs dans l'identification pour (a) la moyenne – (b) l'écart-type*

3.3. Influence des données identifiées sur la probabilité d'initiation de la corrosion

Cette section étudie l'influence des données identifiées sur l'évaluation de la probabilité d'initiation corrosion calculée avec les données obtenues à partir des RB. Pour l'estimation de cette probabilité, nous avons considéré que la concentration seuil pour l'initiation de la corrosion suit une loi normale – $C_{th} \sim N(\mu=2\text{kg/m}^3, \sigma=0.4\text{kg/m}^3)$ et que l'enrobage est 6 cm. Nous avons utilisé les histogrammes issus de l'identification bayésienne directement dans les simulations de Monte-Carlo utilisés pour estimer la probabilité d'initiation de la corrosion pour éviter les hypothèses sur des lois distributions analytiques.

La figure 6a montre que la prédiction de la probabilité d'initiation de la corrosion à partir des données identifiées suit la même tendance que celle obtenue à partir des valeurs théoriques. Elle montre également que, lorsque Δx est petit, les résultats de l'identification sont proches des valeurs théoriques. En revanche, à partir de la figure 6b, il est clair que les données identifiées à partir d'un point en profondeur ne fournissent pas des prédictions suffisamment acceptables par rapport aux valeurs théoriques.

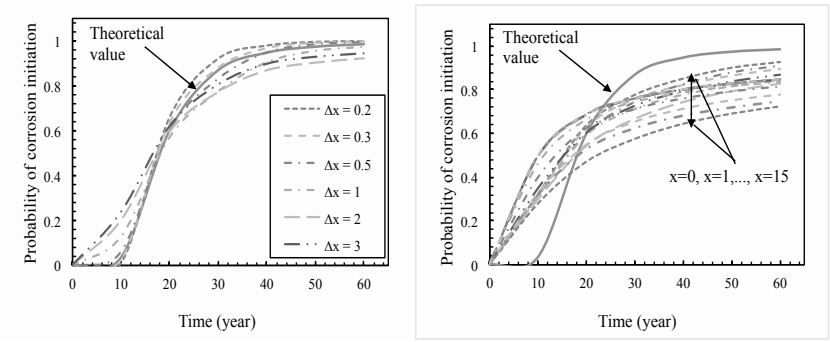

Figure 6. *Probabilité d'initiation de la corrosion initiation avec données identifiées : (a) à partir de toute la profondeur - (b) à partir d'un point*

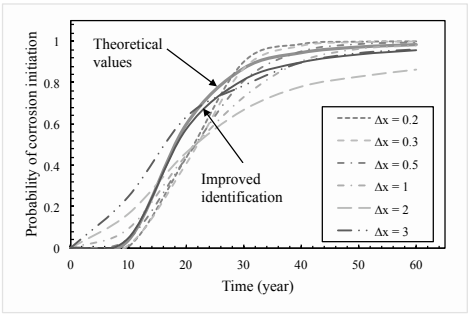

Figure 7. *Probabilité d'initiation de la corrosion initiation avec un faible nombre de données*

Les résultats présentés précédemment utilisent un nombre de simulations très large pour la génération des évidences. Cependant, en pratique le nombre de profiles obtenus dans le cadre d'une campagne d'inspection reste limité. La figure 7 montre la probabilité d'initiation de la corrosion lorsque il y a uniquement 15 profils

disponibles. On note que les écarts sont plus importants en comparaison avec la figure 6a. Afin d'améliorer l'identification dans ce cas, nous allons utiliser les résultats de l'identification de C_s obtenus avec un point d'inspection ($x \approx 0$) comme des données a priori pour l'identification de D avec plusieurs points dans la profondeur (Δx=0.2cm). D'après la figure 7, on observe que cette identification améliorée donne des estimations de la probabilité de défaillance proches aux valeurs théoriques. L'écart augmente lorsque le temps est supérieur au temps d'inspection (t=10ans) mais il pourrait se réduire en considérant un deuxième temps d'inspection.

4. Conclusions

La pénétration des chlorures génère des risques de corrosion importants dans des structures en béton armé. L'identification de paramètres pour modéliser les mécanismes de chloration est donc cruciale pour prédire le niveau de chlorures au niveau des armatures qui permettra d'optimiser la maintenance structures exposés à des environnements avec des taux de chlorures importants. Les données d'inspection utilisées pour l'identification (profils en chlorures) sont très limitées en raison des coûts élevés. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser au mieux les données disponibles. Les RB pourraient s'utiliser dans le but d'identifier les incertitudes liées à ce type de problématique. Dans cette étude, des résultats fondés sur des évidences numériques ont révélé qu'il existe une stratégie optimale pour l'identification des variables aléatoires C_s et D. Pour C_s, la concentration en chlorure mesurée dans un point proche à la surface peut fournir une bonne identification. Ces résultats peuvent se combiner avec des mesures exhaustives pour améliorer l'identification de D lorsque le nombre de profils reste limité.

Références

Bastidas-Arteaga, E. Chateauneuf, A., Sánchez-Silva, M., Bressolette, P., & Schoefs, F., 2011. A comprehensive probabilistic model of chloride ingress in unsaturated concrete. Engineering Structures, 33, pp.720–730.

Bastidas-Arteaga, E. & Schoefs, F., 2012a. Stochastic improvement of inspection and maintenance of corroding reinforced concrete structures placed in unsaturated environments. Engineering Structures, 41, pp.50–62.

Bastidas-Arteaga, E., Schoefs, F. & Bonnet, S., 2012b. Bayesian identification of uncertainties in chloride ingress modeling into reinforced concrete structures. IALCCE 2012.

Bonnet, S., Schoefs, F., Ricardo, J., & Salta, M., 2009. Effect of error measurements of chloride profiles on reliability assessment. In H. Furuta, D. M. Frangopol, & M. Shinozuka, eds. 10th International Conference on Structural Safety and Reliability. Osaka, Japan.

Duracrete, 2000. Statistical quantification of the variables in the limit state functions, DuraCrete - Probabilistic Performance based Durability Design of Concrete Structures, EU - Brite EuRam III, Contract BRPR-CT95-0132, Project BE95-1347/R9,

Nguyen, X.S., 2007. Algorithmes probabilistes appliqués à la mécanique des ouvrages de génie civil. PhD Thesis, INSA de Toulouse.

P.Murphy, K., 2001. The Bayes Net Toolbox for Matlab.

Richard, B., Adelaide, L. & Cremona, C., 2012. A Bayesian approach to estimate material properties from global statistical data. European Journal of Environmental and Civil Engineering, (March 2013), pp.37–41.

Rosquoët, F., Bonnet, S., Schoefs, F., & Khelidj, A., 2006. Chloride propagation in concrete harbor. In J. Marchand et al., eds. 2nd International {RILEM} Symposium on Advances in Concrete through Science and Engineering. Quebec, Canada: RILEM Publications.

Saassouh, B. & Lounis, Z., 2012. Probabilistic modeling of chloride-induced corrosion in concrete structures using first- and second-order reliability methods. Cement and Concrete Composites, 34(9), pp.1082–1093.

Straub, D., 2009. Stochastic Modeling of Deterioration Processes through Dynamic Bayesian Networks. , (October), pp.1089–1099.

Tuutti, K., 1982. Corrosion of steel in concrete. Swedish Cement and Concrete Institute.