

# INTEGRATION DE L'ENERGIE DE DEFORMATION MINIMUM EN USINAGE 5 AXES SUR LE FLANC

# Pierre-Yves Péchard, Christophe Tournier, Claire Lartigue

# ▶ To cite this version:

Pierre-Yves Péchard, Christophe Tournier, Claire Lartigue. INTEGRATION DE L'ENERGIE DE DEFORMATION MINIMUM EN USINAGE 5 AXES SUR LE FLANC. 11 eme colloque national AIP Primeca, Apr 2009, La Plagne, France. hal-01097741

# HAL Id: hal-01097741 https://hal.science/hal-01097741

Submitted on 21 Dec 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INTEGRATION DE L'ENERGIE DE DEFORMATION MINIMUM EN USINAGE 5 AXES SUR LE FLANC

Pierre -Yves Péchard (1), Christophe Tournier (1), Claire Lartigue (1,2)

(1) LURPA, ENS Cachan, Universite Paris Sud 11, 61 Av du president Wilson, 94235 Cachan, name@lurpa.ens-cachan.fr

(2)IUT de Cachan, Université Paris Sud 11, 9 avenue de la division Leclerc, 94234 Cachan Cedex

#### **Résumé :**

Dans cet article, une méthode de génération de trajectoire 5-axes UGV par flanc d'outil basée sur le concept de surface d'usinage est proposée. La représentation surfacique de la trajectoire permet une minimisation globale des écarts entre la surface à usiner et la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Cependant, en considérant le contexte d'usinage à grande vitesse, la fluidité de la trajectoire générée est essentielle pour assurer un usinage performant. En effet, les vitesses étant assez importantes, les oscillations de la trajectoire outil pénalisent l'usinage. La trajectoire étant définie à l'aide d'une surface, la fluidité de la trajectoire peut être contrôlée par le calcul de l'énergie de déformation de cette surface appelée surface d'usinage. Ainsi, nous montrons que la trajectoire d'énergie de déformation minimum est celle qui donne le temps d'usinage minimum. En contrepartie, la trajectoire la plus fluide n'est pas la plus optimale en terme d'écarts géométriques. En ce sens, nous proposons un schéma d'optimisation dont l'objectif est un compromis entre la minimisation des écarts et la fluidité. C'est pourquoi nous montrerons quelle est la méthode donnant le meilleur compromis entre écarts géométriques et fluidité de la trajectoire. Notre approche est illustrée au travers d'exemples issus de la littérature et plus industriels.

Mots clés : Usinage sur le flanc, fluidité, UGV 5 axes

# 1 Introduction

Le développement de l'usinage 5 axes permet aux industriels de réaliser des pièces de plus en plus complexes. Dans le domaine de l'aéronautique ou de la machine hydraulique les pièces sont conçues à partir de surfaces réglées développables ou non. Pour réaliser ce type de pièce deux approches sont envisageables, l'usinage en bout d'outil ou l'usinage par le flanc de l'outil. Une étude comparative [1] a montré que l'usinage par flanc d'outil paraît plus avantageux car l'enlèvement de matière plus important ainsi qu'un état de surface meilleur de la pièce usinée font que le temps de réalisation total de la pièce diminue fortement. L'utilisation de l'usinage par flanc d'outil combinée avec l'Usinage Grande Vitesse rendrait le processus plus performant. C'est pourquoi les industriels veulent favoriser l'utilisation de ce mode d'usinage pour tous les types de surface. Néanmoins, l'usinage en flanc ne peut théoriquement s'appliquer sans erreur de positionnement que dans le cas où la surface à usiner est réglée développable. En effet, une surface réglée non développable ne peut être usinée par un outil de rayon non nul [2].

Ainsi une majorité des travaux portant sur la génération de trajectoire par flanc d'outil s'est focalisée sur la gestion des erreurs de positionnement conduisant à des écarts géométriques sur la surface de type overcut (interférence négative) ou de type undercut (interférence positive). Les méthodes proposées dans la littérature s'attachent principalement à positionner l'outil par rapport à la surface à usiner en minimisant les écarts géométriques entre la surface usinée et la surface CAO. Les différentes positions calculées sont enchaînées pour obtenir une trajectoire. Pour positionner localement l'outil, les méthodes ont évolué selon la nature du contact et le nombre de points de contact.

La méthode "Simple Point Offset" (SPO) proposée par Liu [3] permet d'usiner par flanc des surfaces réglées non-développables avec des outils cylindriques et consiste à répartir l'interférence positive et l'interférence négative le long des règles de la surface à usiner. Pour cela, l'outil est positionné parallèle à la règle de la surface à usiner passant par un point offset au point milieu de la règle. Cette méthode simple à implémenter donne des résultats toujours exploitables, mais parfois avec des erreurs géométriques importantes. Liu propose alors une deuxième méthode de positionnement outil/surface appelée "Double Point Offset" (DPO) qui consiste à déterminer deux points de contact entre l'outil et la surface situés à 0.25 et 0.75 de la longueur de la règle, les points centre outil étant calculés en minimisant les interférences au milieu de la règle et aux extrémités.

Une étude menée par Rubio [4] a abouti à la définition d'un "positionnement standard" d'un outil cylindrique sur la surface à usiner. Cette méthode vise à répartir les interférences par rotation de l'outil autour de la règle considérée. L'axe étant positionné parallèlement à la règle, un point de l'axe est calculé de telle manière que les interférences entre la pièce et l'outil sur les directrices soient égales. Cette méthode a été améliorée par la méthode de "positionnement optimisé" utilisant 3 points de contacts [5] et conduisant à la résolution d'un système de 7 équations transcendantales. Une extension de cette méthode est proposée dans le cas d'un outil conique dans [6]. Plus récemment, une amélioration de la méthode de "positionnement optimisé" a été apportée, considérant l'axe de rotation comme une des variables du système de 7 équations, le point de contact étant défini au milieu de la règle [7].

Les travaux menés par Bedi et al [8] ont conduit à une méthode de positionnement d'outil cylindrique sur la surface à usiner par deux points de contacts. L'outil est positionné tangent aux courbes frontières, ce qui entraîne que l'erreur maximum se situe au milieu de la règle considérée. Afin de réduire ces écarts géométriques Menzel propose [9] une méthode d'optimisation basée sur le positionnement précédent, qui consiste à répartir les interférences en translatant les points de contacts outil/surface réglée le long de la règle considérée. Les deux points de contact sont ensuite translatés suivant le paramètre u pour obtenir un troisième point de contact entre l'outil et la surface réglée.

D'autre approches plus globales ont été proposées. Ainsi, une autre étude [10] propose de positionner un outil générique sur une surface en assurant un écart positif entre la surface enveloppe de l'outil et la surface à usiner. Pour cela une position initiale est calculée en plaçant l'outil tangent aux extrémités de la règle considérée. La surface enveloppe de l'outil est ensuite déterminée par une approche cinématique puis les écarts entre cette surface et la surface à usiner sont calculés pour chaque position outil. L'auteur propose de décomposer la surface en bandelettes qui permettent d'usiner la pièce en plusieurs passes. Pour chaque passe le point du bas est en contact avec la surface et l'outil est basculé pour éliminer l'overcut. L'inconvénient de cette méthode est que la surface sera marquée par ces différentes bandelettes.

Plus récemment, des travaux menés par Gong proposent la méthode "three point offset" (TPO) qui consiste à positionner un outil cylindrique sur la surface offset de la surface à usiner au moyen de trois courbes appartenant à cette surface [11]. La position initiale est donnée par 2 points de paramètre u sur les courbes extrémités. Un des deux points est déplacé sur la courbe jusqu'à ce que l'écart entre l'axe outil et la troisième courbe soit inférieur à une valeur fixée. Une surface est alors construite par interpolation des extrémités des axes outil par des courbes B-Splines, puis déformée afin de minimiser les écarts entre la surface offset de la surface à usiner et la surface ainsi construite selon le critère des moindres carrés.

Dans [12], Wu propose une méthode de positionnement outil appelée "Dynamic programming". Cette méthode consiste à positionner l'axe de l'outil sur une surface offset de la surface à usiner. Wu propose alors 3 manières différentes de poser l'axe de l'outil sur la surface offset : soit poser l'axe au même paramètre en haut et en bas, soit faire avancer le haut ou le bas plus vite. Ainsi, ce positionnement force l'outil à basculer. Si cette méthode permet d'aboutir à une minimisation des écarts géométriques, la trajectoire ainsi générée est naturellement source d'oscillations, ce qui pourrait être pénalisant pour la performance du processus.

Peu de travaux mettent en avant la fluidité de la trajectoire qui est un des points clef de l'UGV. Des travaux ont montré que l'efficacité de l'UGV 5 axes est augmenté lorsque la trajectoire est fluide. Moins les axes de la machine sont sollicités et plus l'usinage est performant[13] [14]. Dans le cadre de l'usinage 5 axes en bout, Ho et al ont proposé un algorithme, le TOS (Tool Orientation Smoothing),

qui gère à la fois les interférences outil/pièce et une évolution fluide de l'orientation de l'axe de l'outil [15]. L'efficacité du processus aussi bien que la qualité géométrique de la surface usinée s'en trouvent améliorées. Dans une étude s'appuyant sur le DOA (Domaine d'Orientation Admissible), Castagnetti et al ont montré que le lissage de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil conduit à une diminution des temps d'usinage[16]. Bien que la gestion des écarts géométriques reste primordiale, la fluidité de la trajectoire générée est essentielle pour assurer la performance de l'usinage.

Dans des études précédentes, nous avons proposé de décrire la trajectoire de l'outil au travers d'un modèle surfacique, la surface d'usinage [17]. En usinage par le flanc, la surface d'usinage (SU) est le lieu des axes outils. La SU peut être déformée pour optimiser la trajectoire selon des critères géométriques mais également en réponse à des contraintes de types cinématiques [18] [13]. En ce sens, une méthode de positionnement outil globale [19] basée sur le concept de la SU a été mise en place. A partir d'un positionnement outil initial, la SU ainsi définie est optimisée de telle sorte que les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner soient minimum selon le critère des moindres carrés. Dans une étude récente, nous avons montré que cette méthode, implémentée dans un logiciel de FAO, permet d'optimiser les interférences outil/pièce [20]. Nous avons également proposé de contrôler la fluidité de la trajectoire au travers d'un critère basé sur le calcul de l'énergie de déformation surfacique. Cette première étude, pour laquelle l'énergie est calculée a posteriori, a permis de valider que l'énergie de déformation surfacique est un critère pertinent pour représenter la fluidité de la trajec-toire dans l'espace de la pièce. Il reste à intégrer ce critère dans le schéma d'optimisation de la surface d'usinage.

Dans cet article, nous montrons les avantages de l'approche basée sur la surface d'usinage et la minimisation de son énergie de déformation dans un contexte d'usinage 5 axes par le flanc en grande vitesse. Après une présentation de la méthode Geo5xF mise en place, une description de l'algorithme développé intégrant l'énergie de déformation est proposée. Une évaluation de la méthode est effectuée au travers de l'usinage d'une surface issue de la littérature et d'une surface à caractère plus industriel de type impeller.

## 2 Génération de trajectoires optimisées par flanc d'outil

La méthode de génération de trajectoires optimisées 5-axes par flanc d'outil appelée "Geo5XF" est une extension de la méthode développée dans [19] qui se déroule en 4 étapes (Figure 1) :

- Positionnement initial
- Création de la surface d'usinage initiale
- Evaluation des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface enveloppe du mouvement de l'outil
- Optimisation de la trajectoire par déformation de la surface d'usinage

# 2.1 Positionnement initial

Compte tenu de sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre, la méthode "SPO" développée par Liu [3] est utilisée pour calculer le positionnement initial de l'outil. En effet, quelle que soit la nature de la surface à usiner, cette méthode donne toujours un résultat "exploitable" en un minimum de temps de calcul. Au cours de cette étape, un ensemble de positions outil " $n_{init}$ ", déterminé par la tolérance de corde maximale sur les bords de la surface, est calculé.

Le nombre de positions est déterminé dans un premier temps à l'aide de l'erreur de corde sur les courbes de bords de la surface CAO et dans un deuxième temps on densifie ou non le nombre de points à l'aide de l'erreur de corde sur les courbes offset. Ainsi, nous obtenons un grand nombre de positions outil nous permettant de décrire au mieux la surface à usiner.

# 2.2 Construction de la surface d'usinage initiale

La surface d'usinage est construite à partir des positions outil calculées précédemment. Une courbe B-spline de degré 3 est associée à chaque ensemble de points extrémités des segments "axe outil". Nous avons choisi une méthode d'association par approximation en erreur de corde car, pour décrire au mieux



Figure 1. La méthode Geo5XF

la surface d'usinage nous avons besoin d'un grand nombre de "positionnements outil/surface" et l'interpolation d'un grand nombre de points par un courbe peut provoquer des oscillations qui ne permettraient pas de construire une surface d'usinage initiale aussi lisse que possible. Le choix du degré de la courbe est essentiellement lié aux deux raisons suivantes. D'une part, un degré 3 est suffisant pour éviter toute discontinuité en courbure néfaste au comportement cinématique de la machine. Et d'autre part, un faible degré fait que le mouvement d'un point de contrôle a une action localisée sur la Surface d'Usinage car il influe au maximum sur (degré + 1) arcs des courbes guides. Ces deux courbes définissent les directrices de la Surface d'Usinage initiale  $MS_0$  (Figure 2) dont l'équation est :

$$MS_0(u,v) = (1-v) \cdot Cb(u) + v \cdot Ct(u) \tag{1}$$

où Cb(u) et Ct(u) sont respectivement les courbes du bas et du haut, calculées comme suit :

$$\overrightarrow{Cb}(u) = \sum_{l=1}^{n_1} N_{l3}(u) \overrightarrow{Cb}_l \quad \text{et} \quad \overrightarrow{Ct}(u) = \sum_{m=1}^{n_2} N_{m3}(u) \overrightarrow{Ct}_m$$
(2)

où  $N_{l3}(u)$  et  $N_{m3}(u)$  sont les fonctions de base définies dans [21].



Figure 2. Directrices de la Surface d'Usinage initiale  $MS_0$ 



*Figure 3. Calcul des écarts géométriques par double projection* 

#### 2.3 Evaluation des écarts géométriques

Dans la littérature, les méthodes de calcul des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface usinée sont le plus souvent basées sur le calcul de la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Chaque auteur propose généralement une méthode de calcul des écarts propre à sa méthode de calcul de trajectoire [19], [8], [10].

La méthode de calcul de l'écart géométrique par double projection que nous avons utilisée [19] permet d'approximer l'écart entre la surface enveloppe de l'outil et la surface à usiner sans calculer exactement la surface enveloppe (Figure 3). Pour chaque position outil  $(A(u^*) \text{ où } u^*$  représente le paramètre associé à la position outil considérée), l'axe de l'outil est discrétisé en k points  $A_k(u^*)$ . Chaque point est projeté sur la surface à usiner dans la direction de la normale à la surface à usiner donnant k points  $B_k(u^*)$ , points à leur tour projetés sur l'axe outil considéré pour donner les k points  $B_k^p(u^*)$ . L'écart en chaque point discrétisé  $\xi_k(u^*)$  est alors donné par (Figure 3) :

$$\xi_k(u^*) = \overrightarrow{C_k(u^*)B_k(u^*)} \cdot \overrightarrow{n}_k(k, u^*)$$
(3)

où  $n_k(k, u^*)$  est la normale à la Surface d'Usinage MS(u, v) au point  $C_k(u^*)$ .

Dans [22], les principales méthodes d'évaluation des écarts géométriques sont comparées par l'intermédiaire de deux exemples. Il apparaît dans cette étude que la méthode de calcul par double projection, qui est la plus simple à implémenter, donne des résultats proches des résultats expérimentaux. De notre côté, nous avons validé l'utilisation de cette méthode de calcul des écarts par comparaison avec une simulation de type N-buffer sur différents exemples.

# 2.4 Optimisation de la Surface d'Usinage

L'optimisation de la trajectoire consiste à déformer la surface d'usinage dans le but de minimiser les écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner. Cette optimisation consiste à appliquer un petit déplacement  $\vec{D}_{C_k(u^*)}$  à la surface d'usinage (Figure 3) :

$$e_k(u^*) = \xi_k(u^*) - \overrightarrow{D}_{C_k(u^*)} \cdot \overrightarrow{n}_k(k, u^*)$$
(4)

Cependant, en considérant des petits déplacements, nous faisons l'hypothèse que la projection du petit déplacement du point  $B_k^p(u^*)$  sur la normale à la SU  $n_k(u^*)$  est la même que le petit déplacement du point  $C_k(u^*)$  projeté sur cette même normale. Ainsi, en exprimant  $\overrightarrow{D}_{B_k^p(u^*)}$  en fonction des déplacements des points de contrôle de chaque directrice, nous obtenons éq. (5) :

$$e_{k}(u^{*}) = \xi_{k}(u^{*}) - \left(1 - \frac{k_{p}(u^{*})}{h(u^{*})}\right) \cdot \sum_{l=0}^{n1} \left[N_{l3}(u^{*}) \cdot \overrightarrow{\delta C b_{l}}\right] \cdot \overrightarrow{n}_{k}(k, u^{*}) + \left(\frac{k_{p}(u^{*})}{h(u^{*})}\right) \cdot \sum_{m=0}^{n2} \left[N_{m3}(u^{*}) \cdot \overrightarrow{\delta C t_{m}}\right] \cdot \overrightarrow{n}_{k}(k, u^{*})$$

$$(5)$$

L'objectif est de trouver la Surface d'Usinage optimisée  $MS_{opti}$  telle que la surface enveloppe du mouvement de l'outil s'approche au mieux des points  $B_k^p(u^*)$  définissant la surface à usiner. Le critère des moindres carrés est utilisé conduisant l'optimisation suivante :

Trouver  $\overrightarrow{\delta C b_l}$  et  $\overrightarrow{\delta C t_m}$ , les déplacements des points de contrôle des directrices de la Surface d'Usinage initiale  $MS_0$  tels que  $W = \sum_{u^*} \sum_k e_k^2(u^*)$  soit minimum.

Cette optimisation conduit à la résolution d'un grand système linéaire,  $A \cdot x = b$  avec  $3 \cdot (n1 + n2)$ équations, où  $n_1$  et  $n_2$  sont le nombre de points de contrôle respectivement de la courbe du bas et du haut.

#### 3 Intégration d'un critère de fluidité : l'énergie de déformation

Dans un contexte d'Usinage à Grande Vitesse, la fluidité de la trajectoire est un facteur important vis à vis de la performance de l'usinage. En effet, les sollicitations sur les axes de la machine sont diminuées si les trajectoires sont au moins continues en courbures [23].

#### 3.1 Choix d'un critère de fluidité

Dans nos précédents travaux [20], nous avons montré que l'énergie de déformation surfacique de la Surface d'Usinage caractérisait bien la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. En effet, pour une même surface à usiner, une trajectoire d'énergie de déformation minimale donne une évolution plus fluide des cosinus directeurs définissant l'orientation de l'axe de l'outil dans l'espace de la pièce (i, j & k). De plus, nous avons remarqué que si les trajectoires appartiennent au même domaine, la trajectoire la plus rapide est celle dont l'énergie de déformation est minimum.

La formulation de l'énergie de déformation surfacique retenue est celle proposée par Wang [24]. Il s'agit d'une approximation de l'énergie de déformation d'une surface éq.(6).

$$E_{def} = \iint_{D} \left( \left| S_{uu} \right|^{2} + 2 \cdot \left| S_{uv} \right|^{2} + \left| S_{vv} \right|^{2} \right) du dv \tag{6}$$

Cette formulation surfacique permet de prendre en compte l'évolution des angles de vrille et d'inclinaison des règles (différence de vitesses entre la courbe du haut et la courbe du bas) au cours de la déformation par l'intermédiaire de  $S_{uv}$ . Si nous avions minimisé la somme des énergies de déformation de chacune des courbes directrices, nous n'aurions pas pris en compte l'évolution de ces angles.

Dans notre étude la surface d'usinage est une surface réglée car elle est le lieu de tous les axes outils. Ainsi :  $S_{vv} = 0$  et l'énergie de déformation surfacique devient éq.(7) :

$$E_{def} = \iint_{D} \left( \left| S_{uu} \right|^2 + 2 \cdot \left| S_{uv} \right|^2 \right) du dv \tag{7}$$

#### 3.2 Intégration du critère

Pour simplifier la résolution du système nous devons nous ramener à un système linéaire en déplacement de points de contrôle  $\delta Cb_l$  et  $\delta Ch_m$ .

Cependant, la minimisation de l'énergie de déformation de la surface d'usinage conduit à trouver une surface aussi lisse que possible ne prenant pas en compte la problématique d'usinabilité (accessibilité outil, collision, etc...). Ainsi, nous avons décidé de minimiser non pas l'énergie de déformation  $E_{def}$  mais la variation d'énergie de déformation  $\Delta E_{def}$  par rapport à la surface initiale. Ceci donne un résultat satisfaisant du point de vue de la minimisation de l'énergie de déformation car par construction, la surface d'usinage initiale possède une énergie de déformation faible.

Pour déterminer la variation d'énergie de déformation on peut écrire que  $\Delta E_{def} = E_{def}(S + \Delta S) - E_{def}(S)$  en considérant que  $S + \Delta S$  soit la nouvelle surface obtenue après déplacement des points de contrôle. D'où :

$$\Delta E_{def} = \iint_{D} \left( \left| (S + \Delta S)_{uu} \right|^{2} + 2 \cdot \left| (S + \Delta S)_{uv} \right|^{2} \right) du dv - \iint_{D} \left( \left| S_{uu} \right|^{2} + 2 \cdot \left| S_{uv} \right|^{2} \right) du dv$$
$$= \iint_{D} \left( \left| \Delta S_{uu} \right|^{2} + 2 \cdot \left| \Delta S_{uv} \right|^{2} \right) du dv + \iint_{D} \left( 2 \cdot \left| S_{uu} \Delta S_{uu} \right| + 4 \cdot \left| S_{uv} \Delta S_{uv} \right| \right) du dv$$
(8)

Afin d'obtenir un système linéaire, nous considérons que le terme de droite est négligeable devant celui de gauche, ce qui donne :

$$\Delta E_{def}(S) = E_{def}(\Delta S) \tag{9}$$

Nous arrivons donc à la formule suivante :

$$\Delta E_{def} = \iint_{u,v} \left| (1-v) \sum_{b} \ddot{N}_{b} \overrightarrow{\delta C_{b}} + v \sum_{h} \ddot{N}_{h} \overrightarrow{\delta C_{h}} \right|^{2} + 2 \left| \sum_{h} \dot{N}_{h} \overrightarrow{\delta C_{h}} - \sum_{b} \dot{N}_{b} \overrightarrow{\delta C_{b}} \right|^{2} du dv \quad (10)$$

Matriciellement, en considérant toujours que  $X = [\overrightarrow{\delta Cb_0}, \cdots, \overrightarrow{\delta Cb_{n1}}, \overrightarrow{\delta Ch_0}, \cdots, \overrightarrow{\delta Ch_{n2}}]^T$  l'expression de  $\Delta E_{def}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\Delta E_{def} = \iint_{u,v} \left| \ddot{N}_x^T \cdot X \right|^2 + \left| \ddot{N}_y^T \cdot X \right|^2 + \left| \ddot{N}_z^T \cdot X \right|^2 + 2\left| \dot{N}_x^T \cdot X \right|^2 + 2\left| \dot{N}_y^T \cdot X \right|^2 + 2\left| \dot{N}_z^T \cdot X \right|^2 dudv$$
(11)

 $\mathrm{Or} \left| \ddot{N}_x^T \cdot X \right|^2 = X^T \ddot{N}_x \ddot{N}_x^T X \ \mathrm{donc}:$ 

$$\Delta E_{def} = X^T \cdot \underbrace{\iint_{u,v} \ddot{N}_x \ddot{N}_x^T + \ddot{N}_y \ddot{N}_y^T + \ddot{N}_z \ddot{N}_z^T + 2 \cdot \left(\dot{N}_x \dot{N}_x^T + \dot{N}_y \dot{N}_y^T + \dot{N}_z \dot{N}_z^T\right) du dv \cdot X}_{X^T \cdot K \cdot X}$$

$$(12)$$

#### 3.3 Le système final

Les deux systèmes sont regroupés pour n'en faire qu'un. La nouvelle fonctionnelle devient donc :

$$W = \alpha \cdot \sum e_k^2(u) + \beta \cdot \Delta E_{def}$$
(13)

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients à choisir par l'utilisateur selon qu'il privilégie la maîtrise des écarts ou la fluidité. Trouver le minimum de la fonctionnelle W revient à résoudre le système linéaire suivant :

$$min(W) \Leftrightarrow \left[\alpha A + \beta K\right] X = \alpha B \tag{14}$$

### 4 Application

Le système est implémenté dans le logiciel TopSolid'Cam. Dans le but de simplifier la tâche de l'utilisateur, le paramètre  $\beta$  est remplacé par  $(1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|}$ :

- le terme  $\frac{\|A\|}{\|K\|}$  permet de donner le même poids aux matrices d'écarts A et d'énergie K

– le terme  $(1 - \alpha)$  permet d'accorder plus d'importance aux écarts ou à l'énergie.

Différents tests sont présentés par la suite sur une surface de la littérature ( issue de Wu [12]) et sur une surface de type industriel (un impeller). Ces tests consistent à évaluer l'influence du paramètre  $\alpha$  sur les écarts géométriques entre le modèle CAO et la surface enveloppe du mouvement de l'outil et sur la fluidité de la trajectoire. La fluidité de la trajectoire est évaluée d'une part visuellement par le tracé des évolutions des cosinus directeurs (i, j & k) au cours de l'usinage.

#### 4.1 Surface de la littérature

La surface représentée (Figure 4) est la surface utilisée dans [12] pour comparer la méthode "Dynamic programming" mise en place par l'auteur aux méthodes classiques d'un logiciel de FAO. La méthode de génération de trajectoire proposée par Wu oblige l'outil à avancer en crabe sur cette surface. Ainsi, la trajectoire de l'outil ne sera pas fluide dans l'espace de la machine. C'est pourquoi nous avons voulu vérifier si la trajectoire générée par Geo5xF engendre les mêmes oscillations. La surface considérée est une surface réglée dont les courbes de bords sont deux courbes de Bézier de degré 3 appelées  $BC_1(u)$  et  $BC_2(u)$ . Les points de contrôle de ces courbes sont les suivants :

 $BC_{10} = (30.144, 5.49025, -1) BC_{11} = (43.6377, -10.25.8, -1)$  $BC_{12} = (47.3207, 28.6585, -1) BC_{13} = (64.4553, 22.3657, -1)$   $\begin{array}{ll} & - BC_{20} = (22.5544, 18.0812, -19) & BC_{21} = (38.5681, -14.49, -19) \\ & BC_{22} = (58.7365, 34.7699, -19) & BC_{23} = (75.8179, 12.9224, -19) \\ & \text{L'équation de cette surface est } S(u, v) = (1-v) \cdot BC_2(u) + v \cdot BC_1(u) \text{ avec}: \end{array}$ 



Figure 4. Surface de la littérature : Wu [12]

Pour vérifier l'influence du paramètre  $\alpha$  nous avons généré des trajectoires pour  $\alpha = 0.5$  et 0.99. Les résultats en terme d'écarts géométriques ainsi que la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage sont représentés (Table 1).

Surface de la littérature	"Wu"				
Valeur de $\alpha$	SPO	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.99$		
$\sum e_k^2 (10^{-6} mm^2)$	422	429	380		
Energie de déformation	4.463	4.156	4.375		
Undercut (mm)	0.243	0.130	0.130		
Overcut (mm)	0.128	0.047	0.014		

Tal	bl	le .	1.	Infi	luence	d d	$e \alpha$	sur	la	pièce	de	Wu
-----	----	------	----	------	--------	-----	------------	-----	----	-------	----	----

Concernant les écarts géométriques on peut remarquer que plus  $\alpha$  est grand et plus la somme des carrés des écarts est petite. Ceci peut aussi se remarquer sur les différentes cartes d'écarts (Figure 5) et (Figure 6). En effet, mis à part les premières et dernières positions outil qui ne sont volontairement pas modifiées, c'est à dire égales à la solution initiales, l'évolution des écarts géométriques reste conforme à l'évolution attendue et sont nettement plus faibles que ceux obtenus par une solution de type "SPO".



Figure 5. Ecarts géométriques par double projection ( $\alpha = 0.5$ )

Figure 6. Ecarts géométriques par double projection ( $\alpha = 0.99$ )

Concernant cette fois-ci la fluidité de la trajectoire, l'évolution de la valeur de l'indicateur "Energie de déformation" est conforme à nos attentes. En effet, plus  $\alpha$  est grand et moins la trajectoire est fluide,

donc plus l'énergie de déformation est grande. Ainsi, l'énergie de déformation de la surface d'usinage est plus faible pour  $\alpha = 0.5$  que pour  $\alpha = 0.99$ . En analysant l'évolution des composantes du vecteur orientation outil *i* (Figure 7), *j* (Figure 8) et *k* (Figure 9) on ne constate pas de différences significatives, compte tenu du fait que l'augmentation des énergies de déformation est de l'ordre de 5 %.



Ainsi, malgré une évolution d'énergie de déformation non significative, l'influence du paramètre  $\alpha$  est celle que nous attendions au vu de la fonctionnelle  $W = \alpha \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot K$ .

## 4.2 Surface industrielle

Les turbines sont des pièces utilisées dans les domaines de l'hydraulique et de l'aéronautique. Ces pièces sont constituées de plusieurs aubes (Figure 10) qui sont généralement réalisées par des surfaces réglées non développables. Nous avons décidé d'appliquer la méthode Geo5xF sur ce type de pièce car les enjeux économiques sont tels que les industriels souhaitent utiliser une méthode d'usinage par flanc d'outil 5 axes U.G.V. pour réaliser ce type de pièces.

Une des difficultés de la génération de trajectoire sur ce type de pièces est qu'elles sont constituées de plusieurs carreaux. Dans la littérature, peu de méthodes sont appliquées à des enchaînements de carreaux. Il est donc difficile d'évaluer leur pertinence sur des pièces industrielles.



Figure 10. Surface industrielle : Impeller

Pour vérifier l'influence du paramètre  $\alpha$  sur la trajectoire, nous avons généré des trajectoires pour  $\alpha = 0.5$ , 0.9 et 0.99. Les résultats en terme d'écarts géométriques ainsi que la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage sont présentés (Table 2).

Surfcae industrielle	"Impeller"							
Valeur de $\alpha$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.9 \qquad \alpha = 0.99$					
$\sum e_k^2 (10^{-6} mm^2)$	27.9	13.9	6.00	536				
Energie de déformation	1030	1068	1593	4016				
Undercut (mm)	0.465	0.413	0.146	1.452				
Overcut (mm)	0.768	0.517	0.344	0.954				

Table	2.	Influence	de	$\alpha$	sur	l	'impel	ler
-------	----	-----------	----	----------	-----	---	--------	-----

Pour cet exemple également, l'évolution des écarts géométriques reste conforme à l'évolution attendue (Figure 11) (Figure 12) et (Figure 13). De plus, les écarts géométriques restent grands mais sont nettement moins importants que ceux obtenus par la méthode "SPO". La valeur importante des écarts est due au fait que l'usinage se fait en une seule passe et non en bandelettes néfastent à la qualité de l'état de surface de la pièce.



Figure 11. Ecarts géométriques Figure 12. Ecarts géométriques Figure 13. Ecarts géométriques par double projection( $\alpha = 0.5$ ) par double projection ( $\alpha = 0.9$ ) par double projection ( $\alpha = 0.99$ )

L'évolution de l'indicateur "Energie de déformation" est conforme à nos attentes. En effet, plus  $\alpha$  est grand et moins la trajectoire est fluide, donc plus l'énergie de déformation est grande. En regardant maintenant l'évolution des composantes du vecteur orientation outil *i* (Figure 14), *j* (Figure 15) et *k* (Figure 16) on peut voir que les courbes oscillent de plus en plus en fonction de la valeur de  $\alpha$ . L'évolution de la fluidité est cette fois-ci significative car l'énergie de déformation de la surface d'usinage est 1.5 fois plus élevée pour  $\alpha = 0.99$  que pour  $\alpha = 0.5$ .



Ainsi, pour la pièce de type industrielle, le système réagit tout à fait comme on l'avait prévu à savoir, plus  $\alpha$  est grand et plus les écarts sont faibles et plus la trajectoire oscille.

## 5 Conclusion

En conclusion, nous avons montré dans ce papier que l'intégration de l'énergie de déformation dans le schéma d'optimisation donne de bons résultats en terme d'écarts géométriques et de fluidité de trajectoire dans l'espace de la pièce. Néanmoins, nous n'avons pas traité le cas de la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la machine. En effet, des travaux précédents [20] ont montré que pour deux trajectoires usinant la même pièce, celle dont l'énergie de déformation est minimum (la plus fluide dans l'espace de la pièce) est celle dont le temps d'usinage est le plus court ; c'est à dire la plus fluide dans l'espace de la machine si et seulement si elles sont dans le même domaine articulaire et qu'il n'y a pas de changement d'espace de solution en cours d'usinage.

# 6 Remerciements

Ce travail a été fait en collaboration avec Missler Software. Il est aussi conduit sous l'égide du groupe de travail Manufacturing 21 qui comprend 16 laboratoires français. Les thèmes abordés sont :

- Modélisation du processus de fabrication,
- Fabrication virtuelle,

- Développement de nouvelles méthodes de fabrication.

## Références

- [1] H. Tonshoff, N. Rackow, Optimal tool positioning for five-axis flank milling of arbitrary shaped surfaces., Production Engineering 7 (1).
- [2] F. Rehsteiner, H.-J. Renker, Collision free five-axis milling of twisted ruled surfaces, Annals of the CIRP 42(1) (1993) 457 – 461.
- [3] W.-W. Liu, Five-axis nc cylindrical milling of sculptured surfaces, Computer-Aided Design 27 (12) (1995) 887 894.
- [4] W. Rubio, P. Lagarrigue, G. Dessein, F. Pastor, Calculation of tool paths for a torus mill on free-form surfaces on five-axis machines with detection and elimination of interference, The International Journal of advanced Manufacturing Technology 14 (1) (1998) 13 – 20.
- [5] J. Redonnet, W. Rubio, G. Dessein, Side milling of ruled surfacesNoptimum positioning of the milling cutter and calculation of interference, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 14(7) (1998) 459–465.
- [6] F. Monies, J.-M. Redonnet, W. Rubio, P. Lagarrigue, Improved positioning of a conical mill for machining ruled surfaces : application to turbine blades, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture 214/7 (2000) 625–634.
- [7] J. Senatore, F. Monies, J-M.Redonnet, W. Rubio, Improved positioning for side milling of ruled surfaces : Analysis of the rotation axis's influence on machining error, International Journal of Machine Tools and Manufacture 47/6 (2007) 934–945.
- [8] S. Bedi, S. Mann, C. Menzel, Flank milling with flat end milling cutters, Computer-Aided Design 35 (2003) 293 – 300.
- [9] C. Menzel, S. Bedi, S. Mann, Triple tangent flank milling of ruled surfaces, Computer-Aided Design 36 (2004) 389–296.
- [10] J. Chiou, Accurate tool position for five-axis ruled surface machining by swept envelope approach, Computer-Aided Design 36 (2004) 967–974.
- [11] H. Gong, L.-X. Cao, J. Liu, Improved positioning of cylindrical cutter for flank milling ruled surfaces, Computer-Aided Design 37 (2005) 1205–1213.
- [12] P.-H. Wu, Y.-W. Li, C.-H. Chu, Optimized tool path generation based on dynamic programming for five-axis flank milling of rule surface, International Journal of Machine Tools and Manufacture 48 (2008) 1224–1233.
- [13] S. Lavernhe, C. Tournier, C. Lartigue, Kinematical performance prediction in multi-axis machining for process planning optimization, International Journal of Advanced Manufacturing Technology 37 (5-6) (2008) 534–544.
- [14] S. Lavenrhe, C. Tournier, C. Lartigue, Optimization of 5-axis high-speed machining using a surface based approach, Computer-Aided Design 40 (2008) 1015–1023.
- [15] M.-C. Ho, Y.-R. Hwang, C.-H. Hu, Five-axis tool orientationnext term smoothing using previous termquaternionnext term interpolation algorithm, International Journal of Machine Tools and Manufacture 43 (12) (2003) 1259–1267.
- [16] C. Castagnetti, E. Duc, P. Ray, The domain of admissible orientation concept : A new method for five-axis tool path optimisation, Computer Aided Design.
- [17] E. Duc, C. Lartigue, C. Tournier, P. Bourdet, A new concept for the design and the manufacturing of free-form surfaces : the machining surface, Annals of the CIRP 48/1 (1999) 103–106.
- [18] A. Affouard, E. Duc, C. Lartigue, J.-M. Langeron, P. Bourdet, Avoiding 5-axis singularities using tool path deformation, International Journal of Machine Tools and Manufacture 44 (4) (2004) 415 - 425.

- [19] C. Lartigue, E. Duc, A. Affouard, Tool path deformation in 5-axis milling using envelope surface, Computer-Aided Design 35 (2003) 375– 382.
- [20] P.-Y. Pechard, C. Tournier, C. Lartigue, J.-P. Lugarini, Introducing minimum energy tool path in 5-axis flank milling, in : 3rd CIRP International Conference High Performance Cutting, Dublin, 2008.
- [21] L. Piegl, W. Tiller, The Nurbs Book : Second Edition, Springer, 1997.
- [22] C. Li, S. Mann, S. Bedi, Error measurements for flank milling, Computer-Aided Design 37 (2005) 1459–1468.
- [23] A. Dugas, J. Lee, J.-Y. Hascoet, An enhanced machining simulator with error analysis, Int. Journal of Manufacturing System 21(6) (2003) 451–564.
- [24] X. Wang, F. Cheng, B. Barsky, Energy and b-spline interproximation, Computer-Aided Design 29 (7) (1997) 485 – 496.