



**HAL**  
open science

## Simulation results using a robot with flexibilities for machining and welding

Alexandr Klimchik, Anatol Pashkevich, Sébastien Garnier, Stéphane Caro, François Leonard, Gabriel Abba, Jinna Qin

► **To cite this version:**

Alexandr Klimchik, Anatol Pashkevich, Sébastien Garnier, Stéphane Caro, François Leonard, et al.. Simulation results using a robot with flexibilities for machining and welding. [Research Report] ANR-10-SEGI-003, Agence Nationale de la Recherche. 2014. hal-01092142

**HAL Id: hal-01092142**

**<https://hal.science/hal-01092142v1>**

Submitted on 7 Jan 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers ParisTech researchers and makes it freely available over the web where possible.


This is an author-deposited version published in: <http://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/9078>

### To cite this version :

Alexandr KLIMCHIK, Anatol PASHKEVICH, Sébastien GARNIER, Stéphane CARO, François LEONARD, Gabriel ABBA, Jinna QIN - Simulation results using a robot with flexibilities for machining and welding - 2014

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [archiveouverte@ensam.eu](mailto:archiveouverte@ensam.eu)

	<p>Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage</p>	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page de garde

Projet COROUSSO

ANR-10-SEGI-003


Tâche 4 : Commande du système procédé-robot

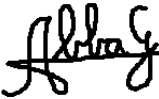

Livrable 4.3 : Résultats en simulation de  
l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour  
l'usinage et le soudage

Projet ANR-2010-SEGI-003-COROUSSO

Partenaires :




 <b>ANR</b>  <b>Corouso</b>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 2/34

	Rédigé par	Approuvé par	Validé par
Date	1/07/2014	30/09/2014	30/09/2014
Nom(s)	A. KLIMCHIK – IRCCyN A. PASHKEVITCH-IRCCyN S. GARNIER-IRCCyN S. CARO-IRCCyN F. LEONARD – LCFC G. ABBA – LCFC J. QIN – LCFC	G. ABBA – LCFC	G. ABBA – LCFC
Signature(s)			

Liste de diffusion		
Nom	Organisme	Fonction
BOUJDAINE Fatiha	ANR	
	HAL	
PASHKEVICH Anatol	EMN	PR
LEONARD François	ENIM	MCF

Indice de révision	Modifié par	Description des principales évolutions	Date de mise en application	Pages concernées


 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 3/34

## SOMMAIRE

<b>1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Modèles de simulation</b> .....	<b>6</b>
2.1	Modèle simplifié du comportement flexible du robot.....	6
2.2	Modèle avec raideurs localisées.....	6
2.2.1	Modèle de flexibilités dans l'espace cartésien.....	6
2.2.2	Modèle de flexibilités dans l'espace articulaire.....	10
2.3	Environnement de simulation .....	12
2.4	Modèle du procédé d'usinage .....	14
2.5	Modèle du procédé FSW.....	18
<b>3</b>	<b>Résultats de simulation en usinage</b> .....	<b>20</b>
3.1	Exemples avec un modèle d'usinage « Grid based Model ».....	20
3.2	Exemple avec un modèle d'usinage à effort spécifique de coupe.....	27
<b>4</b>	<b>Résultats de simulation pour le procédé FSW</b> .....	<b>29</b>
4.1	Validation des compensateurs en simulation .....	29
<b>5</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>31</b>
<b>6</b>	<b>Bibliographie</b> .....	<b>32</b>

Les auteurs s'excusent par avance auprès du lecteur de l'utilisation de deux langues (français et anglais) pour la rédaction de ce rapport.

<p>AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE</p> <p><b>ANR</b></p> <p><i>Corouso</i></p>	<p>Projet COROUSSO          Livrable n°4.3          Résultats en simulations de l'utilisation          d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et          le soudage</p>	<p>ANR-10-SEGI-003-LI 4.3</p> <hr/> <p>15/09/2014</p> <hr/> <p>indice A</p> <hr/> <p>Page 4/34</p>
---	---	--

	<p>Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage</p>	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 5/34

## 1 INTRODUCTION



L'objectif de cette tâche est de détailler les modèles utilisés en simulation et les résultats obtenus en simulation aussi bien pour le procédé d'usinage que pour le procédé FSW. De cette manière, on peut se rendre compte du comportement du robot durant le procédé et ainsi prévoir les meilleurs réglages mais également de limiter les coûts des essais qui seront réalisés dans la tâche 5.

Ce livrable contient donc dans une première partie les détails sur la modélisation des flexibilités des robots essentiellement par le biais d'un modèle de flexibilités localisées. Les flexibilités sont exprimées aussi bien dans l'espace cartésien des robots que dans l'espace articulaire et en tenant compte des éventuels couplages.

Une seconde partie traite du modèle dynamique utilisé dans le simulateur et de l'environnement de simulation. Un travail non négligeable a été de modéliser également le contrôleur de robot de l'entreprise Kuka.

Les procédés d'usinage et de soudage FSW sont eux-mêmes modélisés par des modèles simples mais traduisant bien la réalité du comportement. Ces modèles sont issus des livrables 2.1 à 2.3 et du livrable 3.4.

Ce rapport se termine par des résultats obtenus en simulation en usinage d'une part avec un robot Kuka KR 270 à l'Iut de Nantes et d'autre part en soudage FSW avec un robot Kuka KR 500 MT2 à l'institut de Soudure de Goin.

 	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 6/34

## 2 MODÈLES DE SIMULATION

### 2.1 Modèle simplifié du comportement flexible du robot

The dynamic behaviour of the robot under the loading  $\mathbf{F}$  caused by technological process can be described as

$$\mathbf{M}_c \delta \ddot{\mathbf{t}} + \mathbf{C}_c \delta \dot{\mathbf{t}} + \mathbf{K}_c \delta \mathbf{t} = \mathbf{F} \quad (1)$$

where  $\mathbf{M}_c$  is  $6 \times 6$  mass matrix that represents the global behaviour of the robot in terms of natural frequencies,  $\mathbf{C}_c$  is  $6 \times 6$  damping matrix,  $\mathbf{K}_c$  is  $6 \times 6$  Cartesian stiffness matrix of the robot under the external loading  $\mathbf{F}$ ,  $\delta \mathbf{t}$ ,  $\delta \dot{\mathbf{t}}$  and  $\delta \ddot{\mathbf{t}}$  are dynamic displacement, velocity and acceleration of the tool end-point in a current moment respectively (Briot, 2011).

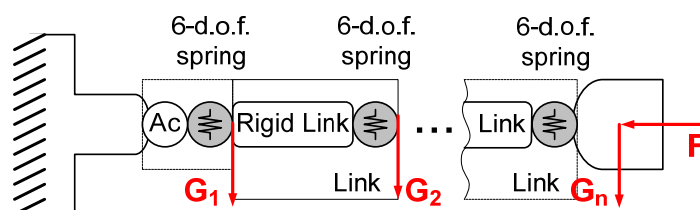
In general, the cutting force  $F_c$  has a *nonlinear* nature and depends on many factors such as cutting conditions, properties of workpiece material and tool cutting part, etc. (Ritou, 2006). But, for given tool/workpiece combination, the force  $F_c$  could be approximated as a function of an uncut chip thickness  $h$ , which represents the desired thickness to cut at each instant of machining.

Hence, to reduce errors caused by cutting forces in the robotic-based machining it is required to obtain an accurate elasto-static model of robot and elasto-dynamic model of machining process. These problems are addressed in the following sections taking into account some particularities of the considered application (robotic-based milling).


### 2.2 Modèle avec raideurs localisées

#### 2.2.1 Modèle de flexibilités dans l'espace cartésien

**Elasto-static model.** Elasto-static model of a serial robot is usually defined by its Cartesian stiffness matrix, which should be computed in the neighborhood of loaded configuration. Let us propose numerical technique for computing static equilibrium configuration for a general type of serial manipulator. Such manipulator may be approximated as a set of rigid links and virtual joints, which take into account elasto-static properties (Figure 1). Since the link weight of serial robots is not negligible, it is reasonable to decompose it into two parts (based on the link mass centre) and apply them to the both ends of the link. All this loadings will be aggregated in a vector  $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1 \dots \mathbf{G}_n]$ , where  $\mathbf{G}_i$  is the loading applied to the  $i$ -th node-point. Besides, it is assumed that the external loading  $\mathbf{F}$  (caused by the interaction of the tool and the workpiece) is applied to the robot end-effector.





 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 7/34

**Figure 1** : VJM model of industrial robot with end-point and auxiliary loading

Following the principle of virtual work, the work of external forces  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{F}$  is equal to the work of internal forces  $\boldsymbol{\tau}_\theta$  caused by displacement of the virtual springs  $\delta\boldsymbol{\theta}$

$$\sum_{j=1}^n (\mathbf{G}_j^T \cdot \delta\mathbf{t}_j) + \mathbf{F}^T \cdot \delta\mathbf{t} = \boldsymbol{\tau}_\theta^T \cdot \delta\boldsymbol{\theta} \quad (2)$$

where the virtual displacements  $\delta\mathbf{t}_j$  can be computed from the linearized geometrical model derived from  $\delta\mathbf{t}_j = \mathbf{J}_\theta^{(j)} \delta\boldsymbol{\theta}$ ,  $j = 1..n$ , which includes the Jacobian matrices  $\mathbf{J}_\theta^{(j)} = \partial \mathbf{g}_j(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}) / \partial \boldsymbol{\theta}$  with respect to the virtual joint coordinates.

So, expression (2) can be rewritten as

$$\sum_{j=1}^n (\mathbf{G}_j^T \cdot \mathbf{J}_\theta^{(j)} \cdot \delta\boldsymbol{\theta}) + (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{J}_\theta^{(n)} \cdot \delta\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau}_\theta^T \cdot \delta\boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

which has to be satisfied for any variation of  $\delta\boldsymbol{\theta}$ . It means that the terms regrouping the variables  $\delta\boldsymbol{\theta}$  have the coefficients equal to zero. Hence the force balance equations can be written as

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \sum_{j=1}^n \mathbf{J}_\theta^{(j)T} \cdot \mathbf{G}_j + \mathbf{J}_\theta^{(n)T} \cdot \mathbf{F} \quad (4)$$

These equations can be re-written in block-matrix form as

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F} \quad (5)$$


where  $\mathbf{J}_\theta^{(F)} = \mathbf{J}_\theta^{(n)}$ ,  $\mathbf{J}_\theta^{(G)} = [\mathbf{J}_\theta^{(1)T} \dots \mathbf{J}_\theta^{(n)T}]^T$ ,  $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1^T \dots \mathbf{G}_n^T]^T$ . Finally, taking into account the virtual spring reaction  $\boldsymbol{\tau}_\theta = \mathbf{K}_\theta \cdot \boldsymbol{\theta}$ , where  $\mathbf{K}_\theta = \text{diag}(\mathbf{K}_{\theta_1}, \dots, \mathbf{K}_{\theta_n})$ , the desired static equilibrium equations can be presented as

$$\mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{K}_\theta \cdot \boldsymbol{\theta} \quad (6)$$

To obtain a relation between the external loading  $\mathbf{F}$  and internal coordinates of the kinematic chain  $\boldsymbol{\theta}$  corresponding to the static equilibrium, equations (6) should be solved either for different given values of  $\mathbf{F}$  or for different given values of  $\mathbf{t}$ . Let us solve the static equilibrium equations with respect to the manipulator configuration  $\boldsymbol{\theta}$  and the external loading  $\mathbf{F}$  for given end-effector position  $\mathbf{t} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$  and the function of auxiliary-loadings  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$

$$\mathbf{K}_\theta \cdot \boldsymbol{\theta} = \mathbf{J}_\theta^{(G)T} \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \mathbf{F}; \mathbf{t} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}); \mathbf{G} = \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \quad (7)$$

where the unknown variables are  $(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{F})$ .

 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 8/34

Since usually this system has no analytical solution, iterative numerical technique can be applied. So, the kinematic equations may be linearized in the neighbourhood of the current configuration  $\theta_i$

$$\mathbf{t}_{i+1} = \mathbf{g}(\theta_i) + \mathbf{J}_\theta^{(F)}(\theta_i) \cdot (\theta_{i+1} - \theta_i); \quad (8)$$

where the subscript 'i' indicates the iteration number and the changes in Jacobians  $\mathbf{J}_\theta^{(G)}$ ,  $\mathbf{J}_\theta^{(F)}$  and the auxiliary loadings  $\mathbf{G}$  are assumed to be negligible from iteration to iteration. Correspondingly, the static equilibrium equations in the neighborhood of  $\theta_i$  may be rewritten as

$$\mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F}_{i+1} = \mathbf{K}_\theta \cdot \theta_{i+1}. \quad (9)$$

Thus, combining (8), (9) and analytical expression for  $\theta = \mathbf{K}_\theta^{-1}(\mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F})$ , the unknown variables  $\mathbf{F}$  and  $\theta$  can be computed using following iterative scheme

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{i+1} &= \left( \mathbf{J}_\theta^{(F)} \cdot \mathbf{K}_\theta^{-1} \cdot \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \right)^{-1} \left( \mathbf{t}_{i+1} - \mathbf{g}(\theta_i) + \mathbf{J}_\theta^{(F)} \theta_i - \mathbf{J}_\theta^{(F)} \mathbf{K}_\theta^{-1} \mathbf{J}_\theta^{(G)T} \mathbf{G}_i \right) \\ \theta_{i+1} &= \mathbf{K}_\theta^{-1} \left( \mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G}_i + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F}_{i+1} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

The proposed algorithm allows us to compute the static equilibrium configuration for the serial robot under external loadings applied to any point of the manipulator and the loading from the technological process.

**Stiffness matrix.** In order to obtain the Cartesian stiffness matrix, let us linearize the force-deflection relation in the neighborhood of the equilibrium. Following this approach, two equilibriums that correspond to the manipulator state variables  $(\mathbf{F}, \theta, \mathbf{t})$  and  $(\mathbf{F} + \delta\mathbf{F}, \theta + \delta\theta, \mathbf{t} + \delta\mathbf{t})$  should be considered simultaneously. Here, notations  $\delta\mathbf{F}$ ,  $\delta\mathbf{t}$  define small increments of the external loading and relevant displacement of the end-point. Finally, the static equilibrium equations may be written as

$$\mathbf{t} = \mathbf{g}(\theta); \quad \mathbf{K}_\theta \cdot \theta = \mathbf{J}_\theta^{(G)T} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(F)T} \cdot \mathbf{F} \quad (11)$$

and


$$\begin{aligned} \mathbf{t} + \delta\mathbf{t} &= \mathbf{g}(\theta + \delta\theta) \\ \mathbf{K}_\theta \cdot (\theta + \delta\theta) &= \left( \mathbf{J}_\theta^{(G)} + \delta\mathbf{J}_\theta^{(G)} \right)^T \cdot (\mathbf{G} + \delta\mathbf{G}) + \left( \mathbf{J}_\theta^{(F)} + \delta\mathbf{J}_\theta^{(F)} \right)^T \cdot (\mathbf{F} + \delta\mathbf{F}) \end{aligned} \quad (12)$$

where  $\mathbf{t}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{K}_\theta$ ,  $\theta$  are assumed to be known.

After linearization of the function  $\mathbf{g}(\theta)$  in the neighbourhood of the loaded equilibrium, the system (11), (12) is reduced to equations

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{t} &= \mathbf{J}_\theta^{(F)} \delta\theta \\ \mathbf{K}_\theta \cdot \delta\theta &= \delta\mathbf{J}_\theta^{(G)} \mathbf{G} + \mathbf{J}_\theta^{(G)} \delta\mathbf{G} + \delta\mathbf{J}_\theta^{(F)} \mathbf{F} + \mathbf{J}_\theta^{(F)} \delta\mathbf{F} \end{aligned} \quad (13)$$

which defines the desired linear relations between  $\delta\mathbf{t}$  and  $\delta\mathbf{F}$ . In this system, small variations of Jacobians may be expressed via the second order derivatives  $\delta\mathbf{J}_\theta^{(F)} = \mathbf{H}_{\theta\theta}^{(F)} \cdot \delta\theta$ ,  $\delta\mathbf{J}_\theta^{(G)} = \mathbf{H}_{\theta\theta}^{(G)} \cdot \delta\theta$ , where

 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 9/34

$\mathbf{H}_{00}^{(G)} = \sum_{j=1}^n \partial^2 \mathbf{g}_j^T \mathbf{G}_j / \partial \theta^2$ ,  $\mathbf{H}_{00}^{(F)} = \partial^2 \mathbf{g}^T \mathbf{F} / \partial \theta^2$ . Also, the auxiliary loading  $\mathbf{G}$  may be computed via the first order derivatives as  $\delta \mathbf{G} = \partial \mathbf{G} / \partial \theta \cdot \delta \theta$

Further, let us introduce additional notation  $\mathbf{H}_{00} = \mathbf{H}_{00}^{(F)} + \mathbf{H}_{00}^{(G)} + \mathbf{J}_0^{(G)T} \cdot \partial \mathbf{G} / \partial \theta$ , which allows us to present system (13) in the form

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{t} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{J}_0^{(F)} \\ \mathbf{J}_0^{(F)T} & -\mathbf{K}_0 + \mathbf{H}_{00} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{F} \\ \delta \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

So, the desired Cartesian stiffness matrices  $\mathbf{K}_C$  can be computed as

$$\mathbf{K}_C = \left( \mathbf{J}_0^{(F)} (\mathbf{K}_0 - \mathbf{H}_{00})^{-1} \mathbf{J}_0^{(F)T} \right)^{-1} \quad (15)$$

Below, this expression will be used for computing of the elasto-static deflections of the robotic manipulator.

**Mass matrix.** To evaluate dynamic behaviour of the robot under the loading, in addition to the Cartesian stiffness matrix  $\mathbf{K}_C$  it is required to define the mass matrix  $\mathbf{M}_C$ . Comprehensive analysis and definition of this matrix have been proposed in (Briot, 2011). Here, let us summarise the main results that will be used further in the error compensation technique.



Similar to the stiffness matrix, here physical properties defined by the mass matrix  $\mathbf{M}_C$  are constant in the joint coordinates  $\mathbf{M}_0 = \text{const}$  and are defined by the mass matrices  $\mathbf{M}_{0i}$  of all  $n$  links of the robot  $\mathbf{M}_0 = \text{diag}(\mathbf{M}_{01}, \dots, \mathbf{M}_{0n})$ . Assuming that link may be approximated by a beam with a constant cross-section, the mass matrix  $\mathbf{M}_{0i}$  can be computed as

$$\mathbf{M}_{0i} = \text{diag}(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) \quad (16)$$

where  $a_1 = m_i / 3$ ,  $a_2 = 33m_i / 140$ ,  $a_3 = 33m_i / 140$ ,  $a_4 = I_i^p \rho_i L_i / 3$ ,  $a_5 = 8I_i^y \rho_i L_i / 15$ ,  $a_6 = 8I_i^z \rho_i L_i / 15$ ,  $m_i$  is physical mass of  $i$ -th link,  $\rho_i$  is density of  $i$ -th link,  $L_i$  is link length,  $I_i^p$  is the polar moment,  $I_i^y, I_i^z$  are the second moments of the area. Since the mass matrix  $\mathbf{M}_0$  is defined in the joint coordinates it can be recomputed into the Cartesian coordinates associated with the tool end-point using the Jacobian matrix  $\mathbf{J}_0$  (which depend on the robot configuration  $\mathbf{q}$  and computed with respect to virtual joint coordinates  $\theta$ ) using following expression

$$\mathbf{M}_C = \mathbf{J}_0^T \mathbf{M}_0 \mathbf{J}_0 \quad (17)$$

Thus, using expressions (16) and (17) it is possible to compute the mass matrix  $\mathbf{M}_C$  for a given robot configuration  $\mathbf{q}$ .

 <b>ANR</b> 	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 10/34

## 2.2.2 Modèle de flexibilités dans l'espace articulaire


La flexibilité des robots est souvent bien analysée sur les robots légers, par exemple, le Kuka-DLR LWR, le Barrett WAM, le Bras ASSIST, etc. Les robots manipulateurs lourds comme les robots utilisés dans cette étude sont souvent considérés comme rigides. Mais pour une opération qui demande des efforts très importants, la déformation à cause de la flexibilité ne peut pas être négligée, si l'on désire obtenir de bonnes performances de fabrication. De nombreuses recherches ont été faites sur la modélisation des robots. Les modèles les plus souvent utilisés pour les robots manipulateurs sont décrits dans les ouvrages (Craig *et al.*, 1986), (Sciavicco and Siciliano, 2000) et (Spong *et al.*, 2005). Les principes fondamentaux et les méthodes qui sont utilisées pour modéliser, concevoir et piloter un système robotique ainsi que la planification et la commande d'un robot réel sont discutés dans (Siciliano and Khatib, 2008).

La première étude des problèmes liés à la présence de transmissions flexibles dans les robots manipulateurs remonte à (Sweet and Good, 1985), (Good *et al.*, 1985), avec les premiers résultats expérimentaux sur le bras GE P-50. Des considérations mécaniques impliquées dans la conception des bras robotiques et dans l'évaluation de leurs éléments peuvent être trouvées dans (Rivin, 1988). Une analyse bibliographique sur la dynamique des manipulateurs flexibles peut être trouvée dans (Dwivedy and Eberhard, 2006). Du point de vue de la modélisation des manipulateurs flexibles, on peut supposer que la flexibilité est localisée au niveau des articulations et/ou distribuée le long des corps. En effet, ces deux types de flexibilité peuvent être présents en même temps. Les flexibilités aux articulations sont souvent présentées sur des robots industriels lorsque certains éléments de transmission de mouvement/réduction sont utilisés : les courroies, les longues tiges, les câbles, les réducteurs *harmonic drive* ou les trains d'engrenages épicycloïdaux. Ces composants permettent de placer les actionneurs au plus près de la base du robot, d'améliorer l'efficacité dynamique, ou de garantir des taux de réduction élevés. Par contre, sous des contraintes de forces importantes, ces composants deviennent intrinsèquement flexibles (Siciliano and Khatib, 2008).

Le modèle à articulations flexibles suppose que les élasticités sont concentrées dans la chaîne de transmission mécanique entre les moteurs et les corps rigides du robot (Makarov, 2013). Les robots étudiés ici sont des robots séries à chaînes ouvertes. Ces robots peuvent être considérés avec des articulations flexibles et une chaîne cinématique ouverte à  $n + 1$  corps rigides. La base et les  $n$  corps sont reliés par  $n$  articulations et actionnés par  $n$  moteurs électriques. De plus, toutes les articulations sont considérées comme flexibles (Siciliano and Khatib, 2008). De Luca a présenté en détail la modélisation de robots avec des éléments flexibles dans (De Luca and Book, 2008). Une étude sur les sources de flexibilités des robots séries a été faite par Dumas (Dumas, 2011). Les résultats montrent que les flexibilités localisées aux articulations sont les sources principales des flexibilités des robots séries. Quand il y a des réducteurs, on peut placer la déformation avant ou après le réducteur. L'élasticité au niveau de la transmission peut être modélisée par un ressort avec une raideur de torsion sur les axes de rotation et avec une raideur de traction/compression pour les axes en translation.

Les flexibilités localisées aux articulations peuvent s'expliquer aisément si on suppose qu'elles sont dues à la torsion de l'arbre de transmission des réducteurs. Si on adopte alors le modèle de la Figure 1, on obtient l'équation suivante :

$$\Gamma = K(N_v \theta - q) = K(\theta_i - q) \quad (18)$$

 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 11/34

Avec  $\Gamma$  le vecteur des couples à la sortie des réducteurs,  $K$  la matrice des raideurs articulaires,  $N_v$ , l'inverse de la matrice des rapports de réduction des réducteurs,  $\theta$  le vecteur des angles moteurs et  $q$  le vecteur des angles articulaires.

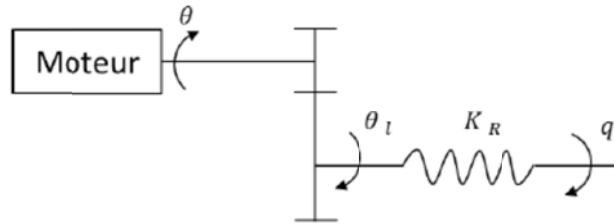


Figure 1 : Flexibilité localisée sur l'axe de sortie des réducteurs

Le modèle dynamique complet du robot utilisé dans le simulateur est donc donné par :

$$D(q)\ddot{q} = \Gamma - H(q, \dot{q}) - F_{fr}(\dot{q}) - J^T(q)T_e \quad (19)$$

$$I_a \ddot{\theta} = \Gamma_m - N_v^T \Gamma - F_{fm}(\dot{\theta}) \quad (20)$$


$$F_{fr}(\dot{q}) = B_s \dot{q} + F_s(\text{sign}(\dot{q})) \quad (21)$$

$$F_{fm}(\dot{q}) = B_m \dot{q} + F_m(\text{sign}(\dot{q})) \quad (22)$$

$$\Gamma_m = k_t I \quad (23)$$

Où :

- $J(q)_{(6 \times 6)}$  est la matrice jacobienne du repère outil ( $R_t$ ) projeté dans le repère fixe ( $R_0$ ),
- $T_e = [F_x \ F_y \ F_z \ C_x \ C_y \ C_z]^T$  est le torseur des efforts appliqués sur l'environnement externe par le robot dans le repère d'outil ( $R^t$ ),
- $\Gamma_m = [\Gamma_{m1} \ \Gamma_{m2} \ \Gamma_{m3} \ \Gamma_{m4} \ \Gamma_{m5} \ \Gamma_{m6}]^T$  est le vecteur des couples moteurs,
- $\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3 \ \Gamma_4 \ \Gamma_5 \ \Gamma_6]^T$  est le vecteur des couples en sortie des réducteurs,
- $q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T$ ,  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  représentent les vecteurs des positions, vitesses et accélérations articulaires,
- $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\ddot{\theta}$  représentent les vecteurs des positions, vitesses et accélérations des axes des moteurs,
- $D(q)_{(6 \times 6)}$  est la matrice d'inertie généralisée du robot qui est symétrique, définie uniformément positive et bornée,
- $I_a = \text{diag}([I_{a1} \ I_{a2} \ I_{a3} \ I_{a4} \ I_{a5} \ I_{a6}]^T)$  est la matrice d'inertie des arbres moteurs,
- $I = [I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6]^T$  est la matrice des courants moteurs,

 <b>ANR</b>  <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livraison n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 12/34

- $H(q, \dot{q})_{(6 \times 1)}$  représente la contribution des effets centrifuges, de Coriolis et de gravité et le système de compensation de gravité. Dans notre modèle, on tient donc également compte de l'effet du compensateur de gravité,
- $B_m$  et  $B_s$  : les matrices des coefficients de frottement visqueux au niveau des arbres moteurs et aux articulations en  $Nm/[rad/s]$ ,
- $F_m$  et  $F_s$  : les matrices de frottement de Coulomb aux niveaux des moteurs des articulations en  $Nm$ ,
- $N$  la matrice (6x6) des rapports de réduction et  $N_v$  son inverse.

Tous les paramètres de ce modèle ont été identifiés (voir livrable 4.2, projet ANR Corouso) pour les robots Kuka KR270-2F et KR500-2MT.

Les valeurs des flexibilités (en  $Nm/rd$ ) et des rapports de réduction sont données dans les tableaux ci-dessous.

$K_{ij}$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$
KR270-2F	$3.8 \times 10^6$	$6.6 \times 10^6$	$3.9 \times 10^6$	$5.6 \times 10^5$	$6.6 \times 10^5$	$4.7 \times 10^5$
KR500 MT-2	$6.61 \times 10^6$	$7.16 \times 10^6$	$3.08 \times 10^6$	-	-	-

**Tableau 1 : Valeurs des raideurs articulaires des robots utilisés.**

$N_{ij}$	$N_{11}$	$N_{22}$	$N_{33}$	$N_{44}$	$N_{55}$	$N_{66}$	$N_{54}$	$N_{64}$	$N_{65}$
KR270-2F	-219.00	-286.00	-	-	-	157.552	1.002	2.020	2.520
KR500 MT-2	469.375	469.375	-	-	-	164.570	-1.0964	-1.5836	1.5311

**Tableau 2 : Valeurs des coefficients de réduction des transmissions mécaniques des robots utilisés.**

Ici,  $\theta_l = N^{-1}\theta$  est le vecteur des angles après réduction et avant la flexibilité des réducteurs.  $N$  de dimension  $6 \times 6$  est la matrice des rapports de réduction. Elle est non diagonale à cause du couplage entre axe 4, 5 et 6.

### 2.3 Environnement de simulation

Le simulateur a été développé dans un environnement de travail Matlab/Simulink®. Il est composé d'un fichier Simulink décrivant l'ensemble des équations de comportement du robot, du procédé et de la commande (y compris les capteurs et les boucles de retour en effort). La Figure 2 donne un exemple de la vue du simulateur et des différents blocs qui le composent.

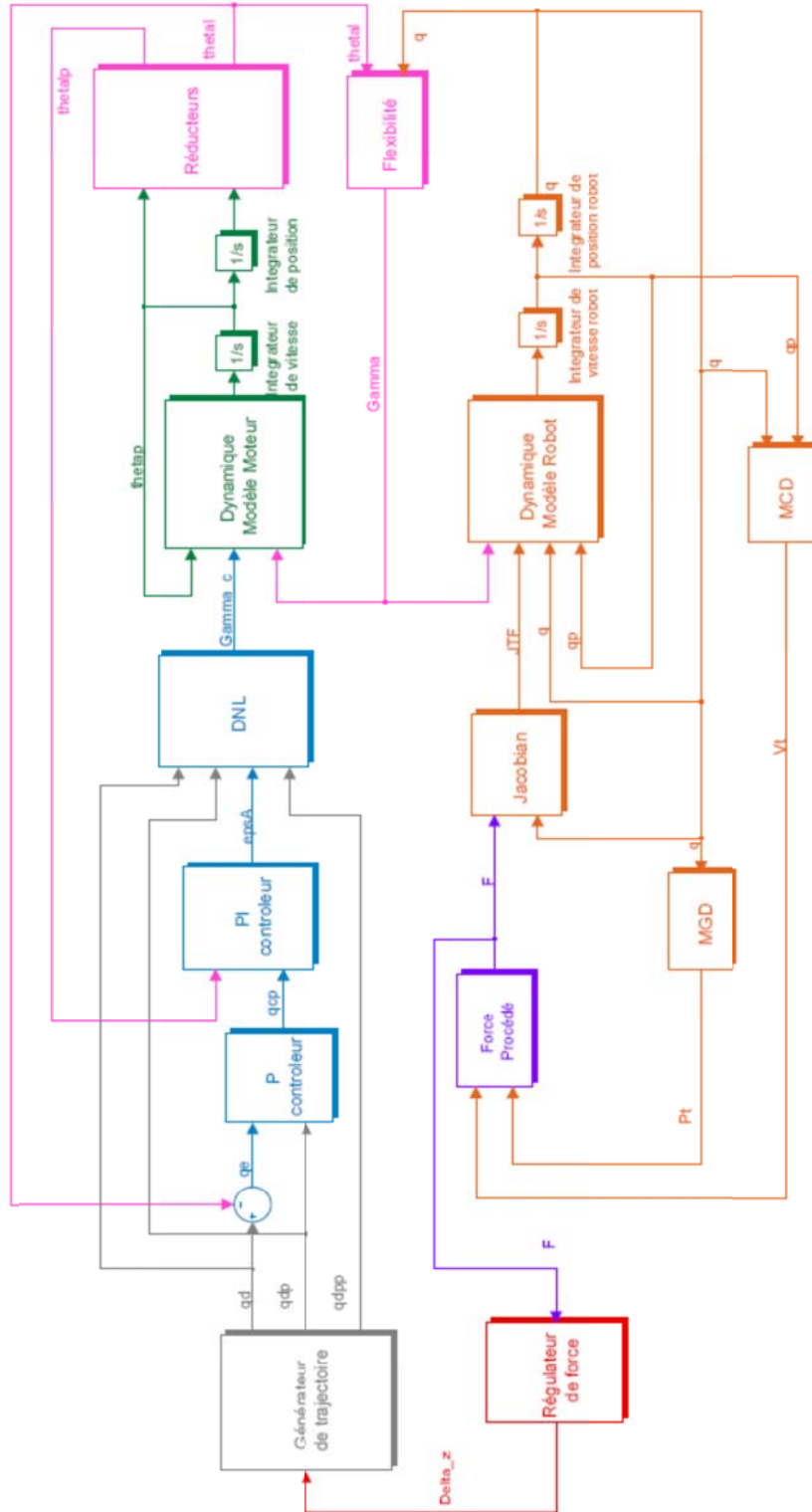



Figure 2 : schéma bloc du simulateur sous Simulink©

 <b>ANR</b>  <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 14/34

Les détails des explications du simulateur sont donnés dans la thèse Qin, 2013. Un résumé succinct extrait de ce mémoire est donné ci-dessous. Les blocs en bleu représentent la partie de la commande du robot, en rouge la régulation de force, en gris le générateur de trajectoire, en vert le système simulant le comportement dynamique des moteurs, et en orange la partie correspondant à la dynamique des axes du robot, ensuite en magenta la partie liée aux flexibilités, et en violet le modèle du procédé. Dans ce simulateur, les modèles du robot et du procédé peuvent être remplacés par ceux d'un autre robot ou procédé.

Les fonctions des blocs dans le simulateur sont :

- Générateur de trajectoire : transfère les trajectoires désirées  $T_d = (p_d \quad v_d \quad a_d)$  (positions, vitesses et accélérations désirées, respectivement) du repère cartésien aux articulaires  $(q_d \quad \dot{q}_d \quad \ddot{q}_d)$  ;
- P contrôleur : régulateur proportionnel d'asservissement de la position ;
- PI contrôleur : régulateur proportionnel-intégral d'asservissement de la vitesse ;
- DNL : Dynamique Non-Linéaire ;
- Modèle Dynamique du Moteur : modèle dynamique des moteurs ;
- Réducteurs : avec les rapports de transmission et intégral ;
- Flexibilité : modèle de la flexibilité aux articulations ;
- Modèle Dynamique du Robot : modèle dynamique du robot ;
- Force Procédé : modèle d'effort du procédé ;
- Régulateur de force : régulateur proportionnel-intégral des efforts.



## 2.4 Modèle du procédé d'usinage

Let us obtain the model of the cutting force which depends on the relative position of the tool with respect to the workpiece at each instant of machining. As follows from previous works (Brissaud, 2008), for the known chip thickness  $h$ , the cutting force  $F_c$  can be expressed as:

$$F_c(h) = k_0 \frac{h/h_s + r(h/h_s)^2}{1 + h/h_s} a_p, \quad h \geq 0 \quad (24)$$

where  $a_p$  is a depth of cut,  $r = k_\infty/k_0 < 1$  depends on the parameters  $k_\infty, k_0$  that define the so called stiffness of the cutting process for large and small chip thickness  $h$  respectively (Figure 3) and  $h_s$  is a specific chip thickness, which depends on the current state of the tool cutting edge. The parameters  $k_0, h_s, r$  are evaluated experimentally for a given combination of tool/working material. To take into account the possible loss of contact between the tool and the workpiece, expression (24) should be supplemented by the case of  $h < 0$  as



 	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 15/34

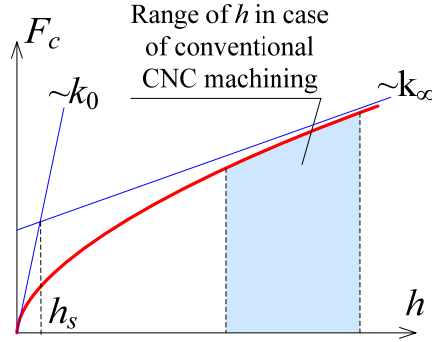


Figure 3 : Fractional cutting force model  $F_c(h)$

$$F_c(h) = 0, \text{ if } h < 0 \quad (25)$$

For the multi-edge tool the machining surface is formed by means of several edges simultaneously. The number of working edges varies during machining and depends on the width of cut. For this reason, the total force  $F_c$  of such interaction is a superposition of forces  $F_{c,i}$  generated by each tool edge  $i$ , which are currently in the contact with the workpiece. Besides, the contact force  $F_{c,i}$  can be decomposed by its *radial*  $F_{r,i}$  and *tangential*  $F_{t,i}$  components (Figure 4). In accordance with Merchant's model (Merchant, 1945), the *t*-component of cutting force  $F_{t,i}$  can be computed with the equation (24). The *r*-component  $F_{r,i}$  is related with  $F_{t,i}$  by following expression (Laporte, 2009)

$$F_{r,i} = k_r F_{t,i} \quad (26)$$

where the ratio factor  $k_r$  depends on the given tool/workpiece characteristics.

It should be mentioned that in robotic machining it is more suitable to operate with forces expressed in the robot tool frame  $\{x,y,z\}$ . Then, the corresponding components  $F_x, F_y$  (Figure 4) of the cutting force  $F_c$  can be expressed as follows

$$\begin{aligned}
 F_x &= \sum_{i=1}^{n_z} -F_{r,i} \cos \varphi_i + \sum_{i=1}^{n_z} F_{t,i} \sin \varphi_i \\
 F_y &= \sum_{i=1}^{n_z} F_{r,i} \sin \varphi_i + \sum_{i=1}^{n_z} F_{t,i} \cos \varphi_i
 \end{aligned} \quad (27)$$

where  $n_z$  is the number of currently working cutting edges,  $\varphi_i$  is the angular position of the  $i$ -th cutting edge (the cutting force in  $z$  direction  $F_z$  is negligible here). So, the vector of external loading of the robot due to the machining process can be composed in the frame  $\{x,y,z\}$  using the defined components  $F_x, F_y$  as  $\mathbf{F}=[F_x, F_y, 0, 0, 0, 0]^T$ .

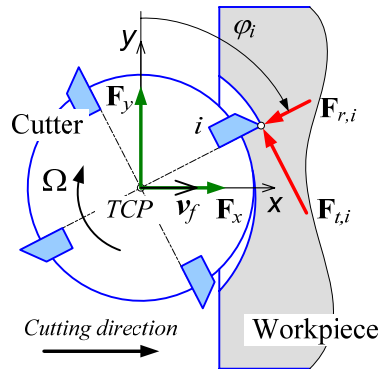


Figure 4 : Forces of tool/workpiece interaction

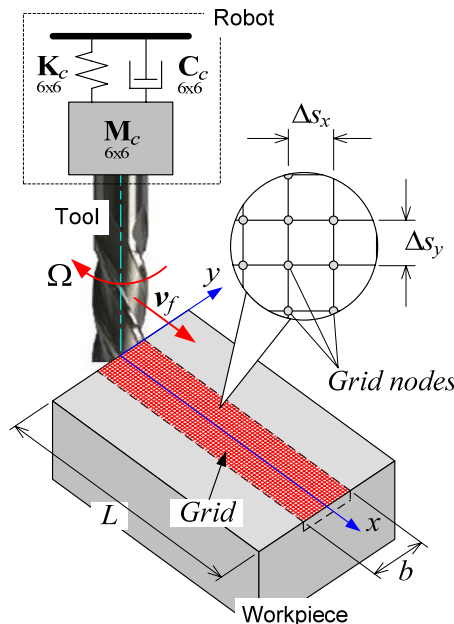



Figure 5 : Meshing of the workpiece area

It should be stressed that the cutting force components  $F_{r,i}$ ,  $F_{t,i}$  mentioned in equation (24),(26) are computed for the given chip thickness  $h_i$ , which should be also evaluated. Let us define model for  $h_i$  using mechanical approach. Then the chip thickness  $h_i$  removed by  $i$ -th tooth depends on the angular position  $\varphi_i$  of this tooth and it can be evaluated using to the geometrical distance between the position of the given tooth  $i$  and the current machining profile (Figure 4). It should be mentioned, that the main issue here is to follow the current relative position between the  $i$ -th tooth and the working material or to define whether the  $i$ -th tooth is involved in cutting for given instant of process. Because of the robot dynamic behaviour and the regenerative mechanism of surface formation (Tlustý, 1981) this problem cannot be solved directly using kinematic relations. In this case it is reasonable to introduce a special rectangular grid, which decomposes the workpiece area into segments and allows tracking the tool/workpiece interaction and the formation of the machining profile (Figure 5).

	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 17/34

Here, Steps  $\Delta s_x, \Delta s_y$  between grid nodes are constant and depend on the tool geometry, cutting condition and time discretization  $\Delta \tau$ . Each node  $j$  ( $j = \overline{1, N_w}$ ,  $N_w$  is the number of nodes) of the grid can be marked as "1" or "0": "1" corresponds to nodes situated in the workpiece area with material (rose nodes in Figure 6), "0" corresponds to nodes situated in workpiece area that was cut away (white nodes in Figure 6).

In order to define the number of currently cut nodes by the  $i$ -th tooth, the previous instant of machining process should be considered. Let us define  $A_i$  as an amount of working material that is currently cut away by the  $i$ -th tooth (Figure 6). So, if node  $j$  marked as "1" is located inside the marked sector (green nodes in Figure 6), it changes to "0" and  $A_i$  is increasing by  $\Delta s_x \Delta s_y$ . Analysing all potential nodes and computing  $A_i$ , the chip thickness  $h_i$ , removed at given instant of the process by the  $i$ -th tooth, can be estimated by  $h_i = A_i / R \Delta \alpha_i$ ,  $i = \overline{1, N_z}$ . The angle  $\Delta \varphi_i$  determines the current angular position of the  $i$ -th tooth regarding to its position at the instant  $\tau - \Delta \tau$  and referred to the position of TCP at  $\tau - \Delta \tau$ .

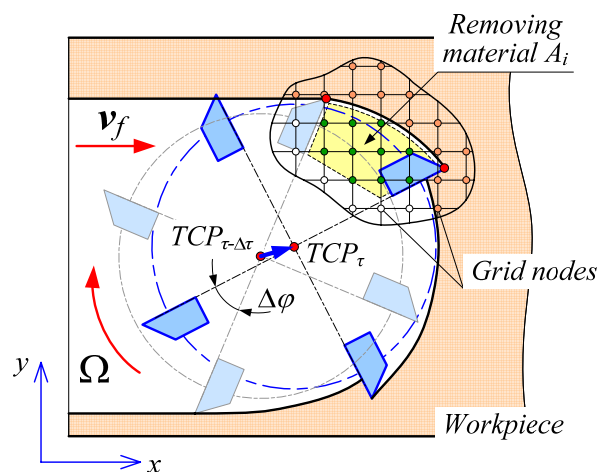


Figure 6 : Evaluating the tool/workpiece intersection  $A_i$  and computing the corresponding chip thickness  $h_i$

Described mechanism of chip formation and the machining force model (24) allow computing the dynamic behaviour of the robotic machining process where models of robot inertia and stiffness are discussed in the section 3 of the paper. The detailed algorithm that is used in numerical analysis is presented in 0, where the analysis of the robot dynamics is performed in the tool frame with respect to the dynamic displacement of the tool  $\delta t_{dyn}$  fixed on the robot end-effector around its position on the trajectory.

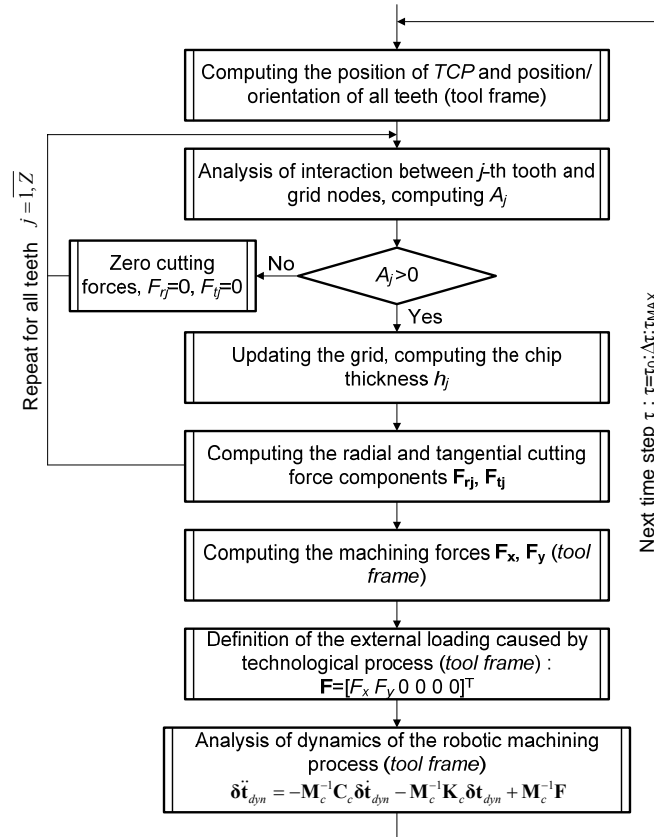


Figure 7 : Algorithm for numerical simulation of robotic machining process dynamics


## 2.5 Modèle du procédé FSW

Le principe du FSW consiste à apporter une énergie d'origine mécanique par l'action d'un outil à l'interface entre les pièces à souder. La liaison se crée de proche en proche à l'état solide. Le procédé FSW a été mis en œuvre, en premier lieu, dans les industries du transport, qui ont recours à l'aluminium pour alléger les structures mécaniques.

En simulation, on utilise des modèles présentés dans le rapport Livrable 2.3 : Modèle exploitable pour la définition de la commande du robot. Les forces du soudage dépendent des paramètres physiques : matériaux des pièces à souder, épaisseur, forme et taille de l'outil, etc. Elles dépendent également de paramètres dynamiques : position et angle relatifs entre l'outil et la pièce, la vitesse avance, la vitesse de la rotation, etc.

Les paramètres opératoires avec lesquels on contrôle la phase de soudage sont :

- La vitesse d'avance de l'outil ou vitesse d'avance  $V_a$ .
- L'effort axial  $F_z$  appliqué sur l'outil suivant son axe de rotation.
- La fréquence de rotation  $N_r$ .
- L'angle d'inclinaison de l'outil dénommé angle de tilt.

 <b>ANR</b> AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE  <b>Corouso</b>	Projet COROUSSO Livraison n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 19/34



**Figure 8 : Algorithm for numerical simulation of robotic machining process dynamics**

Les paramètres opératoires lors de la phase de soudage changent en fonction de l'épaisseur à souder, le matériau et la géométrie de l'outil. L'ensemble conditionne l'apport d'énergie, le flux de matière, la formation du cordon, les propriétés mécaniques de l'assemblage et les efforts générés [Mishra 2005].

### **Modèle :**

Selon les conditions dans notre étude, les forces extérieures pendant le procédé FSW peuvent être modélisées dans le simulateur comme suit :



$$F_x = A_x \cdot V_a^{\alpha_x} \cdot N_r^{\beta_x} \cdot F_z^{\mu_x}$$

$$F_y = A_y \cdot V_a^{\alpha_y} \cdot N_r^{\beta_y} \cdot F_z^{\mu_y}$$

Par identification, on peut calculer les valeurs des coefficients du modèle avec la méthode des moindres carrés. On choisit les valeurs suivantes pour les simulations :  $A_x = 0,54$ ;  $\alpha_x = 0,938$ ;  $\beta_x = -0,647$ ;  $\mu_x = -0,021$  et  $A_y = 13 \cdot 10^{-4}$ ;  $\alpha_y = 0,596$ ;  $\beta_y = 0,37$ ;  $\mu_y = -0,02$

Évolution des variables principales en FSW

- Identification des phénomènes limites aux frontières du domaine de fonctionnement
- Évolution des composantes du torseur des interactions mécaniques outil/matière dans le domaine de fonctionnement
- Modélisation statistique des composantes du torseur des efforts en fonction des principaux paramètres de conduite du procédé

 <b>ANR</b> AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE   <b>Corouso</b>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 20/34

### 3 RÉSULTATS DE SIMULATION EN USINAGE

#### 3.1 Exemples avec un modèle d'usinage « Grid based Model »

**CASE A: RIGID TOOL FIXATION.** The objective of this case study is to understand the mechanics of the tool/workpiece interaction, while any dynamic aspect related to the robot compliance is excluded from the analysis. In that case the applied feed rate and spindle rotational speed totally determine the position  $\{x_i, y_i\}$ ,  $i = \overline{1, N_z}$  of all tool cutting edges referred to robotic base frame at each instant of machining  $\tau$

$$\begin{aligned} x_i &= v_f \tau + R \sin \phi_i, & y_i &= R \cos \phi_i \\ \phi_i &= \Omega \tau + (2\pi/N_z)(i-1), & i &= \overline{1, N_z} \end{aligned} \quad (28)$$

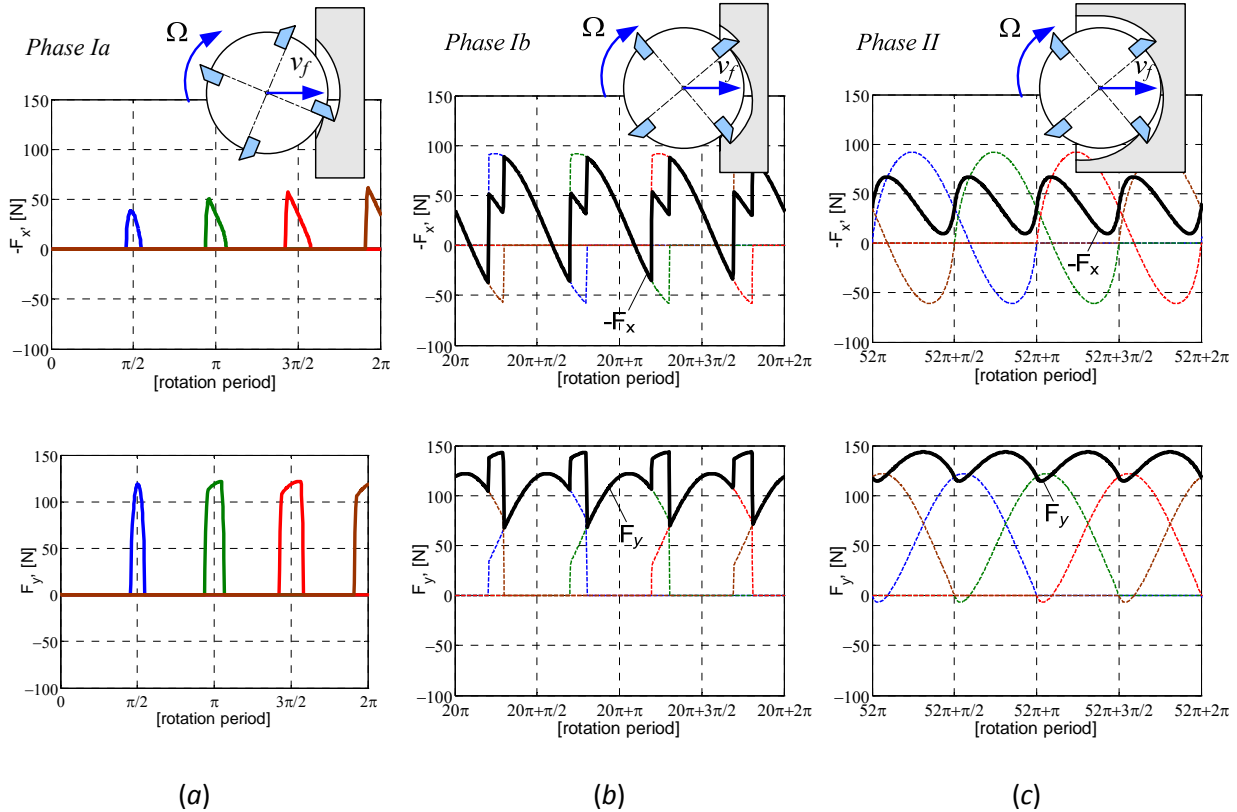
The orientation  $\alpha_i$  of the  $i$ -th tooth velocity  $v_i$  can be defined by the feed rate  $v_f$  and the spindle rotational speed  $\Omega$  at each instant as  $\alpha_i = \text{atan2}\left(\left(v_f + v_{\Omega x}\right)/v_{\Omega y}\right)$  with  $v_{\Omega x} = \Omega R \sin \phi_i$ ,  $v_{\Omega y} = \Omega R \cos \phi_i$ . The angle  $\alpha_i$  provides computing the chip thickness  $h_i$  as the displacement of TCP corresponding to the one tooth period  $2\pi/\Omega N_z$  and referenced to the  $i$ -th tooth, when it is situated inside the working material. If the given tooth is located outside the working material, the corresponding chip thickness  $h_i$  is equal to zero. The following expressions allow evaluating  $h_i$  for all possible positions of the  $i$ -th tooth on its path while machining

$$h_i = \begin{cases} 0, & x_i < R \\ x_i \sin \alpha_i, & R \leq x_i < v_f 2\pi/\Omega N_z, \\ v_f 2\pi/\Omega N_z \sin \alpha_i, & x_i \geq v_f 2\pi/\Omega N_z \end{cases}, \quad i = \overline{1, N_z} \quad (29)$$

The advantage of the presented algorithm of computing the chip thickness is that different phases of tool/workpiece interaction illustrated in Figure 9 can be identified.

It should be mentioned that the phase of tool approaching to the workpiece corresponding to the zero machining force is not considered here. For the remaining phases a detailed analysis is presented below:

The *phase of tool engaging* into the working material (phase I) corresponds to the variable contact area between the tool and the workpiece. The TCP during this phase is located always outside the workpiece. In fact, the phase I can be divided into two sub phases:



**Figure 9 : Different phases of tool/workpiece interaction (case  $N_z=4$ ) and corresponding machining forces; (a) – tool entry into the workpiece, only one tooth can be in contact with workpiece at the same time, (b) – increasing tool engagement into the workpiece, several teeth could be in contact with workpiece at the same time, (c) – slot machining with fully engaged tool.**

Phase Ia: In the beginning of milling operation a small area of workpiece is affected by the machining process. This fact and presence of two types of motion (feed, spindle rotation) form the case, when only one tooth can participate in cutting at the same time (Figure 9-a). Such behaviour produces intermittent machining forces  $F_x$  and  $F_y$  with the frequency  $\Omega N_z / 2\pi$  Hz. The sub phase 1 is very limited in time and its duration depends on the feed rate, the spindle rotational speed and the number of teeth  $N_z$ . For example, if  $v_f=4\text{m/min}$ ,  $\Omega=10^4\text{rpm}$ ,  $N_z=4$  the duration of phase Ia is only 0.04sec.

Phase Ib: It corresponds to a case, when several teeth can participate in cutting at the same time, but the TCP does not reach the workpiece border (Figure 9-b). As a result an oscillatory periodic behaviour in machining forces  $F_x$  and  $F_y$  is observed. But, because of different number of currently working teeth, the force patterns are not homogenous.

The *phase of machining with fully engaged tool* (Phase II) starts when TCP reaches the workpiece border (Figure 9-c). In that case always the same number of teeth ( $n_c=2$  for the tool with  $N_z=4$ ) is working at every instant of cutting process. It produces harmonic periodic machining forces  $F_x$  and  $F_y$  with the frequency  $\Omega Z / 2\pi$  Hz.

So, even with the analysis of tool motion during machining without any dynamic aspect, the oscillatory behaviour of machining forces can be detected for whole process (Figure 10). The high frequency of such oscillation (for example,  $\Omega=10^4$ rpm,  $N_z=4$  give frequency of 667Hz) does not affect the motion of robot but it can be crucial for robot control system and should be considered in design of robotic machining process.

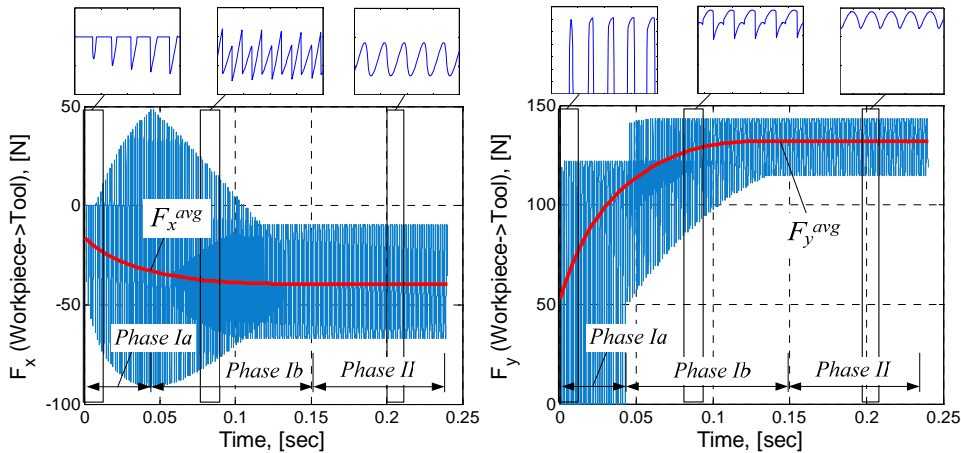


Figure 10 : Machining force patterns with average forces referenced to the frame  $\{x, y\}$ .

**CASE B: TOOL FIXATION WITH COMPLIANCE IN X DIRECTION.** In contrast to Case A, the dynamic aspect of tool motion associated with the robot compliance is considered here. Thus, at each instant of machining, the position  $x_{TCP}$  is defined as a superposition of tool displacement  $x_f$  due to feed and a dynamic displacement  $\delta x$  due to compliance of the fixation:  $x_{TCP} = x_f + \delta x$ . The first component  $x_f = v_f \tau$  is known at each instant of process while the second one depends on the current position of the tool regarding to the machining profile. In this case, the dynamic displacement  $\delta x$  can be obtained by reducing the equation (1) to a one-dimensional problem and by introducing the damping related to the machining process and robot control algorithms

$$M \delta \ddot{x} + C_x \delta \dot{x} + K_x \delta x = F_x \quad (30)$$


where  $M$  is the equivalent mass of the tool fixation,  $K_x$  and  $C_x$  are its stiffness and damping respectively. The damping  $C_x = 2\zeta \sqrt{K_x M}$  is related to the damping factor  $\zeta$ , which can be estimated experimentally. The machining force  $F_x$  acting in  $x$  direction, depends on the chip thickness  $h$  which in its turn depends on the relative position between teeth of the tool and the workpiece (i.e.  $\delta x$ ) at each instant of machining.

Next, the position of the  $i$ -th tooth in the robot base frame  $\{x,y\}$  can be easily determined:

$$x_i = x_{TCP} + R \sin \varphi_i, \quad y_i = R \cos \varphi_i, \quad i = \overline{1, N_z}.$$

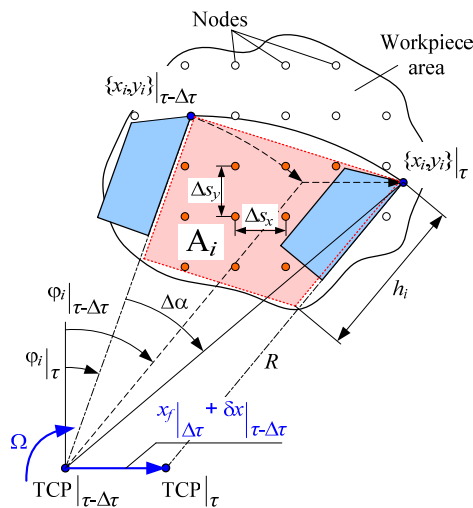
Comparative analysis of this position with respect to the current machining profile defines the chip thickness  $h_i$  removing by  $i$ -th tooth. But, the main issue here is to define whether  $i$ -th tooth participates in cutting for given instant of process. For this reason, it is proposed to create a *mesh on the workpiece*, where each node  $j$  (



 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 23/34

$j = \overline{1, N_w}$ ,  $N_w$  is the number of nodes) can be filled with "1" or "0": "1" corresponds to nodes situated in the workpiece area with material, "0" corresponds to nodes situated in workpiece area that was cut away.

In order to define the number of currently cut nodes by the  $i$ -th tooth, the previous instant of machining process should be considered. Let us define  $A_i$  as an amount of working material that is currently cut away by the  $i$ -th tooth (Figure 11). So, if node  $j$  filled with "1" is located inside the sector, it changes to "0" and  $A_i$  is increasing by  $\Delta s_x \Delta s_y$  ( $\Delta s_x$ ,  $\Delta s_y$  are node steps in  $x$  and  $y$  directions respectively). Analysing all potential nodes and computing  $A_i$ , the chip thickness  $h_i$ , removed at given instant of process by the  $i$ -th tooth, can be estimated by  $h_i = A_i / R \Delta \alpha_i$ ,  $i = \overline{1, N_z}$ . The angle  $\Delta \alpha_i$  determines the current angular position of the  $i$ -th tooth regarding to its position at the instant  $\tau - \Delta \tau$  ( $\Delta \tau$  is the time step) and referred to the position of TCP at  $\tau - \Delta \tau$ .



**Figure 11 : Evaluating the tool/workpiece intersection  $A_i$  and computing the corresponding chip thickness  $h_i$**

Here, in contrast to the previous case, the dynamic aspect of the tool motion allows:

*Estimating of deviation in tool motion* from the desired one because of the robot compliance in the feed direction. It should be mentioned that this deviation affects the Cartesian stiffness of robot but does not influence the machining profile quality. For example, following parameters  $M=100$  kg,  $K_x=3 \times 10^5$  N/m,  $\zeta=0.05$ ,  $N_z=4$ ,  $\Omega=10^4$  rpm,  $v_f=4$  m/min provide deviation in the feed direction of 0.13mm (Figure 12). But it is not essential for this application.

*Detecting of vibratory behaviour* of tool motion while it is engaging into the workpiece. In some cases the low frequency of such motion can excite robot natural frequency, destabilize machining operation and may even damage the tool or/and workpiece. For example, the milling process with following parameters  $M=100$  kg,  $K_x=3 \times 10^5$  N/m,  $\zeta=0.05$ ,  $N_z=4$ ,  $\Omega=10^4$  rpm,  $v_f=4$  m/min generates vibration of  $f_1=8.8$ Hz from the beginning of cutting process in addition to the frequency 667Hz related to the spindle rotation.

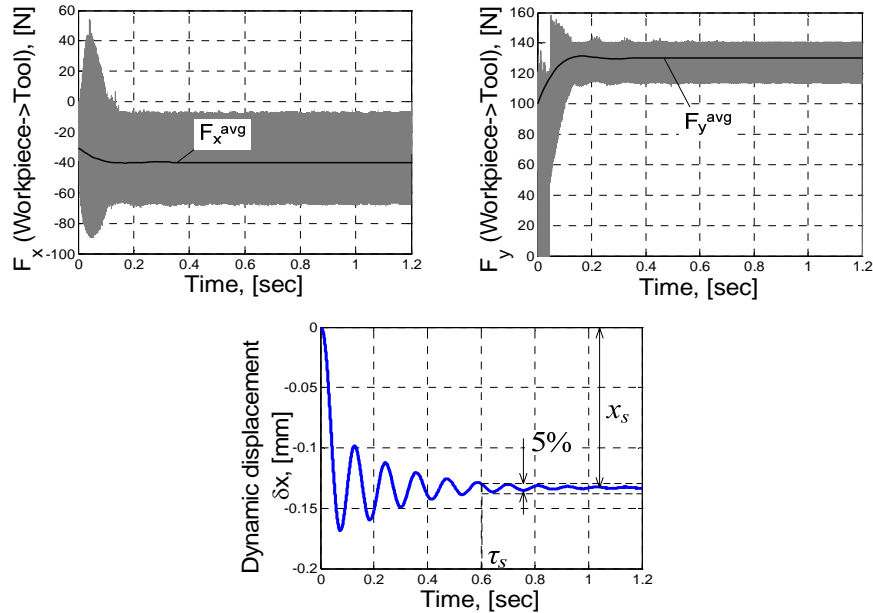



Figure 12 : Machining force patterns and TCP dynamic displacement in case of 1DOF model ( $M=100$  kg,  $K_x=3 \times 10^5$  N/m,  $\zeta=0.05$ ,  $N_z=4$ ,  $\Omega=10^4$  rpm,  $v_f=4$  m/min).

More details on influence of the tool fixation parameters ( $M$ ,  $K_x$ ) on the dynamics of its motion during machining are presented in Table 1, which covers the range of values for  $M$ ,  $K_x$  computed for different configurations of the robot KUKA KR 270.

$M$ , kg	$K_x$ , N/m	$\tau_s$ , sec	$ x_s $ , mm	$PO$ , %	$f_1$ , Hz
100	$0.05 \times 10^6$	1.2	0.80	52	3.5
100	$0.30 \times 10^6$	0.6	0.13	30	8.8
100	$0.60 \times 10^6$	0.5	0.07	23	12.4
100	$1.00 \times 10^6$	0.4	0.04	17	15.6
100	$2.00 \times 10^6$	0.4	0.02	11	22.6
150	$2.00 \times 10^6$	0.5	0.02	14	18.3
200	$2.00 \times 10^6$	0.5	0.02	18	15.6

Table 1: Influence of tool fixation parameters on the tool motion;  $\tau_s$  is the settling time,  $PO$  is the overshoot,  $f_1$  is the first frequency of the tool dynamic displacement in feed direction  $\zeta=0.05$ ,  $N_z=4 \cdot 10^4$  rpm,  $v_f=4$  m/min

As it can be observed from the table, changing the fixation parameters (i.e. the robot configuration) influences low frequencies (about 10 – 20 Hz) of the tool motion.

 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 25/34

Suitable robot configurations to perform given machining operation could be defined. But, it should be mentioned that this one dimensional equivalent model presented here allows analysis of machining process dynamics in the feed direction only. In order to evaluate behaviour of the tool motion more closely to the real machining operation, this model should be extended.

$M_{r,xx}=M_{r,yy}$ , kg	$K_{r,xx}=K_{r,yy}$ , N/m	$ x_s $ , mm	$ y_s $ , mm	$f_{1x}$ , Hz	$f_{1y}$ , Hz
100	$0.05 \times 10^6$	0.80	2.61	3.2	2.2
100	$0.30 \times 10^6$	0.13	0.43	8.2	7.3
100	$0.60 \times 10^6$	0.07	0.22	12.4	11.4
100	$1.00 \times 10^6$	0.04	0.13	15.6	14.6
100	$2.00 \times 10^6$	0.02	0.06	22.4	21.5
150	$2.00 \times 10^6$	0.02	0.06	18.3	17.4
200	$2.00 \times 10^6$	0.02	0.06	15.6	15.6



Table 2: Influence of the tool fixation parameters on tool dynamic behavior;  $f_{1x}$ ,  $f_{1y}$  are first frequencies of the tool dynamic displacement in x and y directions respectively;  $N_z = 4 \cdot 10^4$  rpm,  $v_f = 4$  m/min

**CASE C: TOOL FIXATION WITH COMPLIANCE IN X AND Y DIRECTIONS.** In this case, a dynamic aspect of tool motion in feed direction (x) and orthogonal to it (y) is considered. Then, similarly to the Case B, at each instant of machining process, the position of TCP is determined by  $x_{TCP} = x_f + \delta x$ ,  $y_{TCP} = y_f + \delta y$ , where  $x_f = v_{f,x} \tau$ ,  $y_f = v_{f,y} \tau$ . The dynamic displacements  $\delta x$ ,  $\delta y$  could be obtained from the equation (1) which, in this case, is reduced to

$$\mathbf{M}_r \begin{bmatrix} \delta \ddot{x} \\ \delta \ddot{y} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \dot{y} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_r \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (31)$$

where  $\mathbf{M}_r$  (2x2) is the equivalent mass matrix of the tool fixation, the matrices  $\mathbf{K}_r$  (2x2) and  $\mathbf{C}$  (2x2), where  $\mathbf{C}_{i,j} = 2\zeta_{i,j} \sqrt{\mathbf{K}_{i,j} \mathbf{M}_{i,j}}$  characterize the fixation stiffness and damping respectively (which can be estimated experimentally),  $F_x$  and  $F_y$  are the machining forces in x and y directions.

In contrast to the previous case, the position of the  $i$ -th tooth at each process instant  $t$  includes dynamic components in both directions:  $x_i = x_{TCP} + R \sin \varphi_i$ ,  $y_i = y_{TCP} + R \cos \varphi_i$ ,  $i = \overline{1, N_z}$ . The algorithm of computing the chip thickness  $h_i$  for given position of tooth  $\{x_i, y_i\}$  is similar to Case B.

 	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 26/34

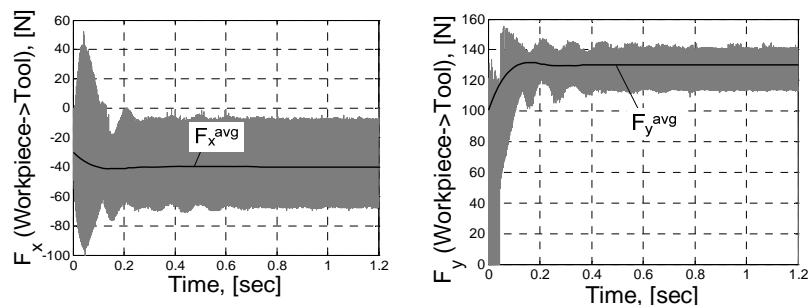
In order to illustrate the advantages of this two dimensional model and its ability to detect some phenomena (that are not visible in Cases A, B) the robotic milling process is simulated for KUKA KR 270 robot with the following parameters

$$\mathbf{M}_r = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \text{kg}, \mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} 3 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 3 \times 10^5 \end{bmatrix}, \frac{N}{m}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 550 & 0 \\ 0 & 550 \end{bmatrix}, \frac{kg}{sec}.$$

Here, the equivalent mass matrix  $\mathbf{M}_r$  is computed in accordance with the method presented in the Section 2 of this paper. The stiffness  $\mathbf{K}_r$  is the structural stiffness of the robot, referred to its end-effector. It should be noted that in practice the non-diagonal elements in these matrices are non-zero. But, with this simplified case it is possible to identify qualitatively the dynamic nature of the tool behaviour in the direction (y) orthogonal to the feed. Simulation results corresponding to this case study are presented in Fig. 9.

It should be also stressed that the tool dynamic behaviour in the feed direction (x) is similar to the results, which were obtained in the Case B. The displacement in y-direction has an essential dynamic component during the phase of tool engagement (Phase I) into the workpiece and becomes constant while machining with fully engaged tool. The corresponding frequency  $f_{1y}=7.3\text{Hz}$  is comparable with the frequency  $f_{1x}=8.2\text{Hz}$  of the tool dynamic displacement in feed direction. More details on the tool motion during milling process regarding to the parameters of the tool fixation are presented in Table 2 (it covers the range of values for  $M_{r,xx}$ ,  $M_{r,yy}$ ,  $K_{r,xx}$ ,  $K_{r,yy}$  computed for different configurations of the robot KUKA KR 270 using the methodology presented in Section 2)

It should be noted that changing the robot configuration affects the tool dynamics in y direction which is crucial regarding to the quality of the final product. Hence, considering the tool displacement orthogonal to the feed direction is essential and the Case C gives more realistic results comparing Cases A and B. As it is shown in 0, the deviation (0.31 – 0.56mm) in machining profile from the desired one has a vibratory behaviour during the phase of tool engagement into the workpiece. Thus it cannot be suppressed by straightforward compensation methods and other compensation techniques should be proposed.



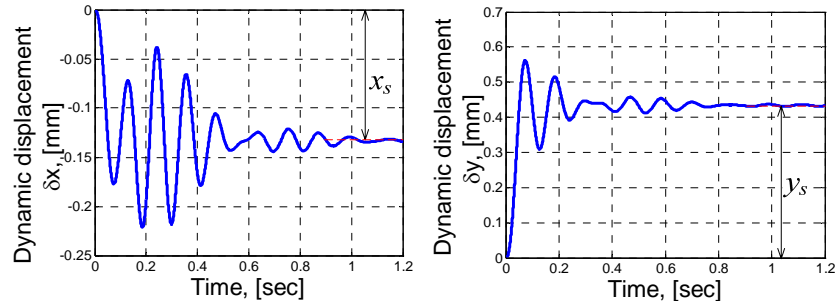


Figure 13 : Machining force patterns and TCP dynamic displacements in case of 2DOF model ( $M_{r,xx}=M_{r,yy}=100$  kg,  $K_{r,xx}=K_{r,yy}=3 \times 10^5$  N/m,  $N_z=4$ ,  $\Omega=10^4$  rpm,  $v_f=4$  m/min).

### 3.2 Exemple avec un modèle d'usinage à effort spécifique de coupe


Le modèle d'effort de coupe choisi est adapté à une opération de détournage. L'outil est une fraise cylindrique revêtue de grains abrasifs. L'outil est solidaire de la partie terminale de l'outil et son axe de rotation est perpendiculaire au plan du travail. On suppose que la trajectoire du bout d'outil reste dans le plan  $(x, y)$ . Les forces sont exercées au point  $M$  par la pièce sur l'outil qui est fixé au 6<sup>ème</sup> corps du robot. Les forces peuvent être calculées par une modélisation des efforts de coupe. En première approximation, on peut considérer que la force de coupe est proportionnelle à la section de matière enlevée et à l'effort spécifique de coupe  $K_c$ . Lorsque le robot est soumis à un effort, les raideurs en torsion  $K$  non infinies entraînent un déplacement de celui-ci et donc une modification de la section de matière enlevée comme le montre la Figure 14. On obtient l'effort de coupe par :

$$F_c = K_c p (x_t(t) - x_{p0})$$

avec  $p$  la profondeur de coupe et  $x_2(t) - x_{p0}$  représentant la largeur de matière enlevée. L'effort spécifique de coupe dépend de la matière, de l'outil et de la vitesse d'avance qui est imposée par le robot. Dans le cas du détournage considéré sur la Figure 14, la vitesse d'avance est définie par  $\dot{y}_t(t)$  qui dépend à l'instant  $t$  des déformations du robot dans la direction  $y$ . La modélisation de la coupe des matériaux composites n'a pas fait l'objet de travaux aussi approfondis que la coupe des métaux. Par analogie avec les modèles de coupe considérant un cisaillement primaire, l'effort spécifique peut être exprimé par :

$$K_c = k \left[ \frac{\dot{y}_t}{p(x_t(t) - x_{p0})} \right]^m$$

avec  $k$  un coefficient dépendant du matériau et qui sera déterminé expérimentalement et  $m$  l'indice viscoplastique dans les conditions données de température et de coupe.

 <b>ANR</b> <i>Corouso</i>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 28/34

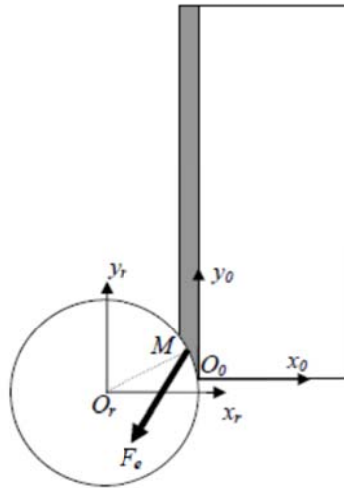


Figure 14 : Modélisation de l'usinage pour le détournage.

L'effort normal de coupe est obtenu à partir de l'étude des frottements. Ici encore, les conditions de l'usinage des matériaux composites sont assez éloignées de celles de l'usinage conventionnel des métaux, mais en première approximation, on peut admettre que :

Le vecteur des forces extérieures qui s'appliquent donc au robot est défini par .

## 4 RÉSULTATS DE SIMULATION POUR LE PROCÉDÉ FSW

### 4.1 Validation des compensateurs en simulation

Afin de comparer les compensateurs, on a simulé un soudage FSW et on ajoute seulement les différents compensateurs proposés (voir figure 4.1) et on analyse les avantages et les inconvénients, ainsi que la facilité de l'implémentation avec les robots réels. Les courbes de la figure 4.2 sont les résultats en simulation des positions cartésiennes sur le plan  $(x, y)$  avec les différents compensateurs. On rappelle que le décalage dans la direction  $y$  était d'environ  $4mm$  avant la compensation. Selon les résultats de simulation, on voit que le premier compensateur est le plus précis, il a diminué l'erreur statique jusqu'à  $2\mu m$ . Les détails sont montrés dans le tableau 4.1.

Compensateur	erreur absolue en $y$ [ $\mu m$ ]
Compensateur 1	2
Compensateur 2	200
Compensateur 3	150
Compensateur 4	66
Compensateur 5	170

Tableau 4.1, Comparaison des performances des compensateurs

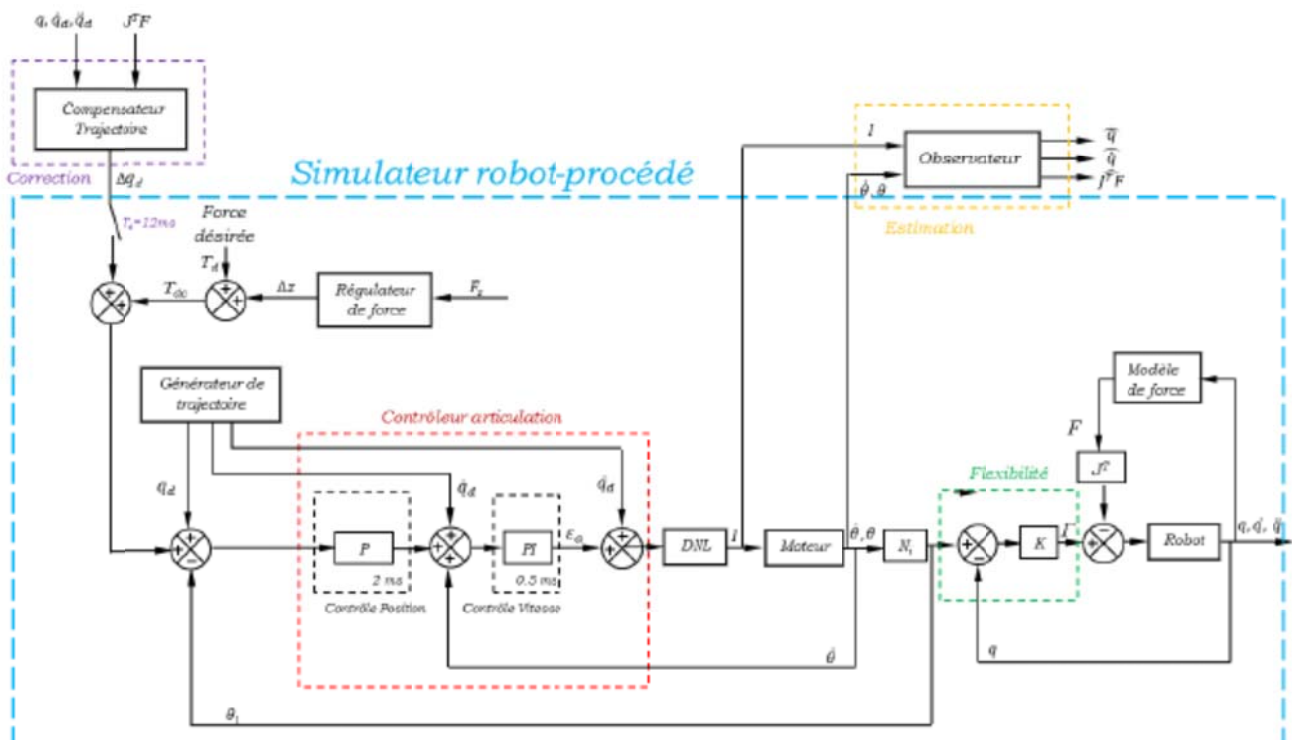


Figure 15 : Schéma bloc de la commande du robot avec compensateur et observateur.

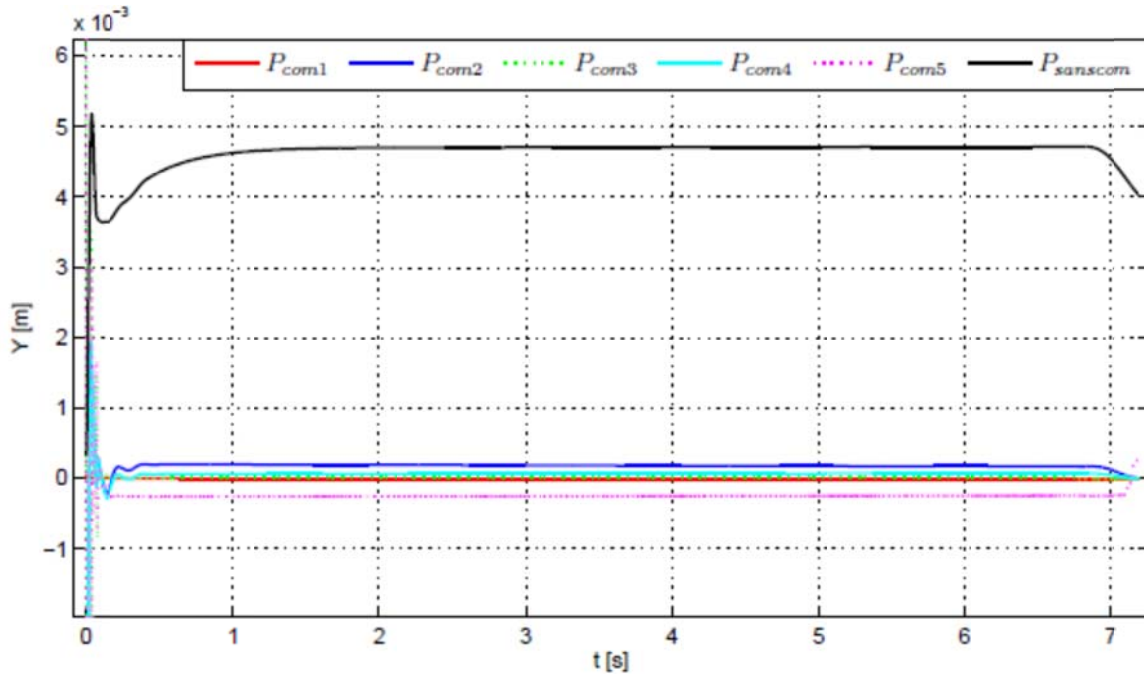



Figure 16 : Comparaison des erreurs de position cartésiennes des différents compensateurs proposés pour le FSW.

Le simulateur a permis d'obtenir la Figure 16 qui montre clairement l'apport des compensateurs dans la correction de trajectoire du robot durant le soudage.



 <b>ANR</b> AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE  <b>Corouso</b>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 31/34

## 5 CONCLUSION

Dans cette tâche, des modèles simplifiés et avec flexibilités localisées sont proposés pour traduire au mieux les déformations des robots manipulateurs utilisés dans les procédés de production. Les modèles de déformations peuvent être utilisés dans l'espace articulaire ou dans l'espace cartésien. Ces modèles sont ensuite intégrés dans une simulation qui comprend également la modélisation dynamique des robots, des actionneurs et des transmissions mécaniques et de la commande.

La modélisation de la commande se limite au contrôleur des robots Kuka. Le constructeur ne donne pas d'informations sur l'asservissement de position et le suivi de trajectoires de ce robot. C'est donc par des mesures que l'on a pu valider le modèle de la commande.



Le simulateur comprend également un modèle de comportement effort-position des procédés d'usinage et de soudage FSW. Ces procédés étant complexes, les modèles sont approchés et reflètent le comportement de l'interaction outil-matière dans un cadre précis mais restreint. Toutes les interactions quel que soit la trajectoire ne sont donc pas modélisées.

Le procédé FSW nécessite de plus un contrôle en effort selon la direction normal à la surface de joint. La boucle d'asservissement d'effort a donc également été modélisée dans ce cas.

La seconde partie de ce livrable montre des exemples de simulation. D'abord dans le cas du procédé d'usinage, les efforts et les trajectoires sont obtenus dans le simulateur et comparés aux mesures. Les modèles d'interactions des procédés peuvent ainsi être affinés.

Les simulations pour le procédé usinage sont faites avec les paramètres du robot KR270-2F avec un modèle appelé « Grid based model », puis avec un modèle approché pour outil abrasif utilisé dans les opérations de détournage.

Ensuite, des simulations sont faites pour le procédé de soudage FSW avec les paramètres du robot KR500 MT-2. On a pu valider ainsi le modèle proposé avec un observateur pour corriger la trajectoire. La comparaison entre le courant mesuré et le courant simulé a permis de valider les régulateurs.

 <b>ANR</b> AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE   <b>Corouso</b>	Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 32/34

## 6 BIBLIOGRAPHIE

Brissaud D., Gousskov A., Paris H., Tichkiewitch S., 2008. The Fractional Model for the Determination of the Cutting Forces. *Asian Int. J. of Science and Technology - Production and Manufacturing*, vol. 1, pp.17-25.

Briot S., Pashkevich A., Chablat D. Reduced elastodynamic modelling of parallel robots for the computation of their natural frequencies. 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, 19 - 25 Juin, 2011, Guanajuato, Mexico.

Laporte S., K'nevez J.-Y., Cahuc O., Darnis P., 2009. Phenomenological model for drilling operation. *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, vol.40, pp.1-11.

Merchant M.E., 1945. Mechanics of metal cutting process. I-Orthogonal cutting and type 2 chip. *Journal of Applied Physics*, vol.16(5), pp.267-275.

Ritou M., Garnier S., Furet B., Hascoet J.Y., 2006. A new versatile in-process monitoring system for milling, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, 46/15:2026-2035.

Tlustý J., Ismail F., 1981, Basic non-linearity in machining chatter. *Annals of CIRP*, Vol.30/1, pp.299-304.

[Zimmer2010] Zimmer S., L. Langlois, J. Laye, and R. Bigot, "Experimental investigation of the influence of the fsw plunge processing parameters on the maximum generated force and torque," *Int. Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 47, no. 1-4, pp. 201-215, 2010.


[Mishra2005] Mishra R. S. and Z. Y. Ma, "Friction stir welding and processing," *Materials Science and Engineering, Reports*, vol. 50, pp. 1-78, 2005.

[Besançon2007] Besançon G., *Nonlinear Observers and Applications*, 1st ed. G. Besançon, Ed. Berlin Heidelberg: Springer, 2007.

[Talole2010] Talole S. E., J. P. Kolhe, and S. B. Phadke, "Extended-state-observer based control of flexible-joint system with experimental validation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 4, pp. 1411-1419, 2010.

[DeLuca2007] De Luca A., D. Schröder, and M. Thümmel, "An acceleration-based state observer for robot manipulators with elastic joints." in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, April 2007, pp. 3817-3823.

[Henriksson2009] Henriksson R., M. Norrlöf, S. Moberg, E. Wernholt, and T. B. Schön, "Experimental comparison of observers for tool position estimation of industrial robots," in *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2009, pp. 8065-8070.

 <p>AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE <b>ANR</b> <i>Corouso</i></p>	<p>Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage</p>	ANR-10-SEGI-003-LI 4.3
		15/09/2014
		indice A
		Page 33/34

[Kravaris2007] Kravaris C., V. Sotiropoulos, C. Georgiou, N. Kazantzis, M. Q. Xiao, and A. J. Krener, "Nonlinear observer design for state and disturbance estimation," *Systems Control Letters*, vol. 56, no. 11-12, pp. 730–735, 2007.

[Davis2011] Davis T. A., Y. C. Shin, and B. Yao, "Observer-based adaptive robust control of friction stir welding axial force," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 16, no. 6, pp. 1032–1039, 2011.

[Yao2001] Yao B. and L. Xu, "Observer-based adaptive robust control of a class of nonlinear systems with dynamic uncertainties," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 11, no. 4, pp. 335–356, 2001.

[Park2007] Park S. K. and S. H. Lee, "Disturbance observer based robust control for industrial robots with flexible joints," in *International Conference on Control, Automation and Systems 2007*. Seoul, Korea: ICCAS '07, December 2007, pp. 584 – 589.

[Jankovic1995] Jankovic M., "Observer based control for elastic joint robots," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 4, pp. 618–623, 1995.

[Khalil2004] Khalil W. and E. Dombre, *Modeling, Identification and Control of Robots*, K. P. S. Paper, Ed. Oxford: Elsevier Ltd, 2004.

[SYMORO] *SYMORO+ Symbolic Modeling of Robots, User's Guide*.

[Khalil1997] Khalil W. and D. Creusot, "Symoro+: A system for the symbolic modelling of robots," *Robotica*, vol. 15, pp. 153–161, 1997.

[Spong1987] Spong M. W., "Modeling and control of elastic joint robots," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, no. 4, pp. 310–318, 1987.

[Spong2005] Spong M. W., S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, M. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, Eds. Berlin Heidelberg: John Wiley and Sons, Inc., 2005.

[Nandan2008] Nandan R., T. DebRoy, and H. Bhadeshia, "Recent advances in friction-stir welding - process, weldment structure and properties," *Progress in Materials Science*, vol. 53, no. 6, pp. 980–1023, 2008.

[Zhao2009] Zhao X., P. Kalya, R. G. Landers, and K. Krishnamurthy, "Empirical dynamic modeling of friction stir welding processes," *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 131, no. 2, pp. 1–9, 2009.

[Yue2005] Yue X., D. Vilathgamuwa, and K.-J. Tseng, "Robust adaptive control of a three-axis motion simulator with state observers," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 10, no. 4, pp. 437–448, 2005.

[Qin2012] Qin J., F. Léonard, and G. Abba, "Non-linear observer-based control of flexible-joint manipulators used in machine processing." in *Proceedings of The ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, no. 82048, Nantes, France, July 2012.

<p>AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE</p> <p><b>ANR</b></p> <p><i>Corouso</i></p>	<p>Projet COROUSSO Livrable n°4.3 Résultats en simulations de l'utilisation d'un robot avec flexibilités pour l'usinage et le soudage</p>	<p>ANR-10-SEGI-003-LI 4.3</p> <hr/> <p>15/09/2014</p> <hr/> <p>indice A</p> <hr/> <p>Page 34/34</p>
---	---	---