HAL open science

L'Amitié entre Poincaré et Mittag-Leffler

Philippe Nabonnand

To cite this version:

Philippe Nabonnand. L'Amitié entre Poincaré et Mittag-Leffler. Sciences et Techniques en Lorraine à l'époque de l'Ecole de Nancy, Editions de la MJC Pichon, pp.65-96, 2001. hal-01086774

HAL Id: hal-01086774

https://hal.science/hal-01086774v1

Submitted on 24 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'Amitié entre Poincaré et Mittag-Leffler[1]

Philippe Nabonnand – Archives Henri Poincaré (Université de Nancy 2)

Le mathématicien suédois Gösta Mittag-Leffler et Henri Poincaré entretiennent des relations suivies et amicales. En particulier, ils échangent une correspondance régulière qui s'étend entre 1881 et 1910 et qui couvre donc quasiment la carrière scientifique de Poincaré. On dispose de deux cent cinquante-neuf lettres et on peut estimer *a priori* qu'il s'en est perdu assez peu. Si cette correspondance n'est pas exceptionnellement importante d'un point de vue quantitatif pour Mittag-Leffler qui en entretint avec, entre autres, Hermite, Appell, Painlevé et Weierstrass de presque aussi abondantes, il n'en est pas de même pour Poincaré. Sa correspondance avec Mittag-Leffler est de loin la plus régulière et la plus longue de toutes celles qui nous restent. Bien sûr, il faut tenir compte du fait que Mittag-Leffler conservait la presque totalité du courrier qu'il recevait ainsi que les brouillons (*brefkoncept*) et copies de ses propres lettres. Ceux-ci sont conservés et classés chronologiquement à l'Institut Mittag-Leffler. On ne peut pas réellement dire que Poincaré en ait fait de même aussi systématiquement.

Comme à son habitude, Poincaré ne livre en général aucun sentiment particulier, ni même d'opinion personnelle dans ses lettres, et contraint Mittag-Leffler à une réserve contraire à son tempérament. En effet, Mittag-Leffler entretient une correspondance beaucoup plus personnelle et chaleureuse avec Appell et Painlevé, ainsi qu'avec ses deux maîtres Hermite et Weierstrass.

On peut distinguer quatre périodes dans cette correspondance qui couvre toute la carrière scientifique de Poincaré. Une première période assez courte (neuf lettres entre le 11 avril 1881 et le 9 août 1881) permet aux deux mathématiciens de faire connaissance par l'intermédiaire de Hermite ; la seconde période est celle, extrêmement féconde, de la création de la revue *Acta Mathematica* par Mittag-Leffler et de la rédaction par Poincaré des grands mémoires sur les fonctions fuchsiennes (quarante-huit lettres du 19 août 1881 au 5 mars 1887) ; suit la période du concours du Roi de Suède avec, en particulier, de très intéressantes lettres sur la gestion, tant scientifique qu'institutionnelle, de l'erreur de Poincaré dans son mémoire présenté au concours (quarante-cinq lettres du 13 juillet 1887 au 20 juillet 1890). La dernière période est celle de la "maturité", nettement moins scientifique, durant laquelle on voit deux universitaires de renom gérer leur réseau d'obligés et d'élèves, s'occuper de nominations dans diverses académies et de propositions au prix Nobel de Physique (cent cinquante-sept lettres du 13 mars 1891 au 10 septembre 1911).

La prise de contact

La période de prise de contact est centrée autour d'un article de Poincaré *Sur les fonctions à espace lacunaire* que Mittag-Leffler publie dans les *Acta Societatis Scientarum Fennicæ*. Hermite lui a fait parvenir le travail de Poincaré à fin de publication. Dans sa lettre à Mittag-Leffler du 28 mars 1881, Hermite exprime l'excellente opinion qu'il a de Poincaré en rapportant les reproches qui lui sont faits parce qu'il «place trop haut et qu'il vante trop Poincaré dans son rapport sur ses travaux» à l'occasion d'une élection à l'Académie des sciences ; néanmoins, Mittag-Leffler adoptera au début de leur correspondance un ton assez condescendant et protecteur avec le «jeune homme» qui lui est présenté par Hermite.

En effet, Mittag-Leffler est déjà un mathématicien confirmé et reconnu. Il est l'un des élèves les plus brillants de l'école de Berlin. Son théorème sur le développement des fonctions monogènes généralise des résultats de Weierstrass, son vieux maître berlinois, auquel, comme on va le voir, Mittag-Leffler voue une sincère dévotion. Consécration suprême, Hermite et Weierstrass proposeront d'autres démonstrations de son théorème. Mittag-Leffler a donc une position reconnue dans la communauté mathématique que n'a pas encore Poincaré car les travaux de ce dernier sur les équations différentielles ne sont pas encore publiés (seule une note est parue aux *Comptes rendus*). Poincaré a seulement présenté aux *Comptes rendus* deux notes sur les fonctions fuchsiennes en février 1881 qui contiennent certes l'essentiel de la théorie mais dont on peut penser que peu de mathématiciens en comprenaient l'importance à l'époque[2]. L'essentiel des notes sur la théorie des fonctions fuchsiennes n'est pas encore paru au début de la

---

[1] Ce texte est un résumé de l'introduction de l'ouvrage *La correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler* (Birkhäuser – 1999].

[2] La correspondance avec Klein, qui était le mathématicien le plus concerné par les travaux de Poincaré sur les fonction fuchsiennes, débute en juin 1881.

correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler. Mittag-Leffler est certes impatient de lire les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsiennes dont il a lu un compte rendu dans le rapport de Hermite pour le grand prix des Sciences mathématiques, mais il considère qu'en ce qui concerne les fonctions à espace lacunaire, ses propres travaux sont d'une généralité beaucoup plus grande que ceux de Poincaré et de Picard.

> M. Poincaré est un jeune homme encore je suppose. J'ai été très frappé par le dernier article de M. Picard : "Sur la décomposition en facteurs primaires des fonctions uniformes ayant une ligne de points singuliers essentiels". Mais les résultats de M. Picard comme ceux de M. Poincaré s'obtiennent immédiatement des formules générales que je possède pour exprimer analytiquement une fonction uniforme ayant une infinité de la première classe de points singuliers essentiels. Chez M. Picard les points singuliers sont distribués sur la circonférence d'un cercle. Chez M. Poincaré, ils remplissent l'intérieur d'un espace qui a pour limite un polygone rectiligne. Il n'y a pas de différence essentielle entre les deux résultats. J'espère de trouver assez de loisirs pendant cet été pour pouvoir rédiger mes recherches. [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 6 avril 1881]

De plus, Poincaré, alors qu'il adopte la présentation de Weierstrass des fonctions analytiques, ne cite pas celui-ci dans la version préliminaire de son article *Sur les fonctions à espace lacunaire*. Il attribue en outre la paternité des fonctions qui «n'ont d'existence que dans un domaine limité» à Hermite. Or, Weierstrass s'était intéressé aux fonctions à espace lacunaire et avait exhibé un certain nombre d'exemples dans son mémoire *Zur Functionlehre*. Mittag-Leffler rappelle avec vigueur la priorité de Weierstrass à Hermite et Poincaré en signalant que «Weierstrass a parlé de telles fonctions depuis des années dans son cours».

Mittag-Leffler s'attachera à plusieurs reprises dans sa correspondance avec Poincaré à faire reconnaître la priorité de Weierstrass. Ainsi, lorsque Poincaré propose à Mittag-Leffler de publier dans les *Acta mathematica* un travail de Humbert *Sur les intégrales algébriques de différentielles algébriques*, Mittag-Leffler accepte ce mémoire car la démonstration est originale, mais précise dans une note de l'éditeur que «les résultats obtenus par M. Humbert ont déjà été trouvés par M. Weierstrass bien des années auparavant et communiqués par lui dans son cours sur les fonctions abéliennes».

De même, Mittag-Leffler tentera de rendre justice à Weierstrass au sujet du théorème qui affirme que toute fonction de n variables, $2n$ fois périodique, peut être exprimée comme un quotient de fonctions thêta. Hermite, suite au voyage de Riemann à Paris en 1860, attribuait à ce dernier ce résultat ; Poincaré et Picard proposent en 1883 une démonstration de ce théorème en l'attribuant à Riemann, précisant cependant qu'il n'en a pas donné de démonstration alors que Weierstrass «aurait depuis annoncé à quelques-uns de ses élèves qu'il possédait une démonstration» de ce théorème. Longtemps après, en 1897, alors que Poincaré en propose une nouvelle, il l'attribue de nouveau à Riemann ; Mittag-Leffler intervient vivement en affirmant que Riemann «connaissait ce théorème par Weierstrass qui lui en avait fait la communication» et que «Riemann n'a pu trouver la démonstration par ses procédés».

A la mort de Weierstrass, considérant Poincaré comme «le premier analyste maintenant vivant», Mittag-Leffler lui demandera de rédiger une étude sur Weierstrass. Poincaré répondra favorablement à la demande de Mittag-Leffler et étudiera, en même temps que *l'œuvre mathématique de Weierstrass*, son style. Il soulignera que Weierstrass est un mathématicien qui «ne cherche pas à voir, mais à comprendre» ; tout en reconnaissant les mérites du géomètre et de l'analyste, Poincaré se plaçait résolument du côté de ceux qui veulent voir plutôt que comprendre, qui fondent leur approche sur l'intuition plutôt que sur la logique. Mittag-Leffler, formé à l'école de rigueur "weierstrassienne", critique assez souvent le style d'exposition de Poincaré. Dans sa lettre adressée à Weierstrass le 11 mai 1883, il regrette que le manque de clarté et de rigueur du mode d'exposition de Poincaré nuise à ses idées et affirme la nécessité d'un exposé rigoureux de ses travaux :

> Comment trouvez vous le deuxième mémoire de Poincaré «*sur les fonctions fuchsiennes*» ? C'est vraiment très dommage qu'il n'est pas été formé dans une université allemande. Bien qu'il soit fourmillant d'idées nouvelles, son travail, me semble-t-il, laisse beaucoup trop à désirer du point de vue formel.

Les commentaires de Mittag-Leffler concernant les travaux de Poincaré oscilleront toujours entre l'enthousiasme le plus vif pour les résultats et une critique non moins acerbe de son style d'exposition. En effet, s'il ne ménageait pas ses commentaires admiratifs pour «le génie de Poincaré» et «ses travaux admirables», il ne ratait pas pour autant une occasion de rappeler que souvent, ses travaux étaient trop peu rigoureux :

> Mais il [Poincaré] a pourtant une faute qui est extrêmement à regretter. Il écrit avec trop peu de soin, c'est incontestable, et ses mémoires sont remplis d'inexactitudes. Que ça ne soit dit qu'entre nous ! Il faut laisser aux grands génies de suivre leur propre chemin et accepter avec reconnaissance ce qu'il nous donne, même si

> l'on aurait désiré de le recevoir sous une forme plus digestible. [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 27 octobre 1887]

Mittag-Leffler aura encore le souci, lors du second Congrès international des mathématiciens de Paris en 1900, de saluer la mémoire de Weierstrass et celle de Kowalevskaja en consacrant sa conférence plénière à leur correspondance. Par ailleurs, il écrira à plusieurs reprises des articles sur l'œuvre et la vie de Weierstrass.
En 1881, Poincaré ne fait pas de difficultés pour «rectifier une erreur historique». Il propose quelques modifications à son article dans lesquelles il attribue clairement à Weierstrass la paternité des fonctions à espace lacunaire. Toutefois, Mittag-Leffler ne sera pas très satisfait de ces rectifications et le confiera à Hermite dans une lettre datée du 20 août.

> M. Poincaré a bien voulu faire quelques corrections mais je trouve pourtant qu'il soit injuste envers Weierstrass.

La création des *Acta Mathematica*

Dans le même temps, impressionné par la lecture des notes de Poincaré aux *Comptes rendus* et convaincu par sa correspondance avec Hermite, Mittag-Leffler se rend compte que Poincaré est un «véritable génie mathématique». L'importance des résultats obtenus par Poincaré offre alors à Mittag-Leffler l'opportunité de mettre en œuvre un projet de publication d'un journal mathématique. Les revues françaises n'étaient plus aussi dynamiques que dans la période précédente. Les journaux allemands, en particulier le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* et les *Mathematische Annalen*, reflétaient bien l'intense activité et la créativité des mathématiciens allemands. Cependant, leur diffusion était limitée du fait de la langue allemande, peu lue en dehors de sa zone d'influence naturelle. D'autre part, les relations amicales qu'entretenait Mittag-Leffler avec son maître français Hermite et ses maîtres allemands, Weierstrass et Kronecker, lui permettaient d'envisager le soutien des écoles mathématiques françaises et allemandes à son entreprise[3]. L'occasion de mettre en œuvre son projet éditorial lui était fournie par sa rencontre avec Poincaré. En effet, pour hisser rapidement sa revue au niveau international qu'il souhaitait, Mittag-Leffler avait non seulement besoin des contributions des meilleures plumes mathématiques mais aussi de publier dès les premiers tomes des travaux d'une importance exceptionnelle. Il se souvenait que le succès de la revue fondée par Crelle, le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, avait été assuré par les contributions d'Abel à la résolution de quelques unes des plus fameuses conjectures de la théorie des fonctions elliptiques. Les fonctions fuchsiennes sont de l'avis de Mittag-Leffler «les plus remarquables qui ont été trouvées d'après les fonctions elliptiques» et les résultats obtenus par Poincaré «feront la concurrence avec ceux d'Abel». Mittag-Leffler considère que les circonstances sont comparables à celles de la découverte des fonctions elliptiques et que la diffusion des nouvelles idées nécessite la création d'un nouveau journal. Mittag-Leffler reprend les mêmes arguments dans la préface du premier fascicule des *Acta mathematica* en insistant sur l'aspect international de son entreprise :

> L'époque à laquelle nous commençons notre publication est certainement l'une des plus fécondes dans l'histoire des mathématiques, par le grand nombre et l'importance des découvertes qui touchent aux principes les plus essentiels de l'analyse. On sait combien, en divers pays, ce mouvement a été puissamment secondé par des journaux mathématiques, qui contiennent les œuvres des plus grands géomètres de notre temps. Nous nous sommes proposés le même but, de servir la science, en réunissant et associant les recherches nouvelles qui concourent à son progrès, par la nouveauté des résultats ou l'originalité des méthodes.
> Des mathématiciens éminents dans tous les pays, en nous assurant de leur collaboration, nous ont donné un témoignage de sympathie qui nous pénètre de reconnaissance, et que nous voulons justifier par les soins et le zèle que nous apporterons à notre publication.

Mittag-Leffler espère donc à juste raison que Poincaré fera le succès du journal suédois de la même manière qu'Abel pour le *Journal de Crelle*. Poincaré accepte de rédiger cinq mémoires, dans lesquels il expose les démonstrations des résultats annoncés dans les notes aux *Comptes rendus*, et de les confier au nouveau journal. Les lettres dans lesquelles il transmet à Mittag-Leffler son accord sont malheureusement perdues. On est réduit à faire des suppositions sur les motivations du choix de Poincaré de publier ses mémoires fondamentaux sur les fonctions fuchsiennes dans les *Acta mathematica*. On peut d'abord penser qu'il est flatté que Mittag-Leffler fonde le succès de son journal sur sa participation. D'autre part, il est

---

[3] Si Hermite soutient sans ambiguïté le projet de Mittag-Leffler, ce dernier pouvait craindre que les Allemands n'accueillent pas avec le même enthousiasme la création d'un nouveau journal, qui ne pouvait que concurrencer le *Journal de Crelle*, alors dirigé par Kronecker et Weierstrass. Ces derniers ne s'opposeront pas au projet puisque Kronecker, selon ses dires, trouvera le nom définitif des *Acta mathematica* et que Weierstrass manifestera à plusieurs reprises son intention de publier des articles dans la nouvelle publication.

clair que Poincaré est conscient de la nécessité de diffuser rapidement ses travaux en Allemagne, tant pour des raisons de prestige que de priorité. L'Allemagne reste sans conteste la nation dominante en mathématiques ; de plus sa querelle de priorité et de dénomination avec les mathématiciens allemands Klein et Schwarz ne pouvait que l'inciter à se faire reconnaître le plus rapidement possible en Allemagne. En outre, comme il l'explique dans une lettre adressée à l'historien des mathématiques suédois Eneström le 3 juin 1884, Poincaré accorde une importance particulière à annoncer rapidement ses nouveaux résultats à quelques mathématiciens reconnus :

> Si les auteurs sont généralement pressés d'avoir leurs tirages à part, ce n'est pas pour faire une ample distribution à tous leurs amis, mais pour envoyer aussitôt que possible un exemplaire à une dizaine de grands noms à qui ils désirent faire connaître leurs travaux.

Néanmoins, compte tenu de la germanophobie en France, Poincaré ne pouvait pas publier l'intégralité de ses mémoires dans une revue allemande. L'offre de Mittag-Leffler, élève de Weierstrass, introduit auprès de la communauté mathématique allemande, lui donne l'occasion d'être lu par les mathématiciens allemands sans heurter les sentiments nationalistes de ses compatriotes. Enfin, Poincaré ne cesse pas pour autant ses collaborations avec les journaux français ; ses travaux concernant la théorie qualitative des équations différentielles sont publiés dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* et ceux sur les formes quadratiques et cubiques dans le *Journal de l'Ecole polytechnique*. Si Mittag-Leffler considère la collaboration de Poincaré comme essentielle au succès de son entreprise, Poincaré assoit son statut et sa reconnaissance internationale grâce à ses publications dans les *Acta mathematica*.

Les espoirs de Mittag-Leffler ne sont pas déçus et très rapidement, grâce en particulier aux contributions régulières de Poincaré, les *Acta mathematica* deviennent un journal de renommée internationale dans lequel publient des mathématiciens de premier plan et de tous pays. Certes, l'essentiel des mémoires publiés dans les dix premiers numéros proviennent d'Allemagne et de France ; néanmoins, Mittag-Leffler a réussi à créer une entreprise qui permet les échanges et la diffusion des travaux entre les deux pays ; on peut penser que les idées de Poincaré n'auraient pas été reçues en Allemagne de la même manière sans les *Acta mathematica*. De même, les travaux de Cantor seraient certainement restés ignorés en France pendant longtemps sans leur traduction en français dans les *Acta*.

Poincaré et Klein étaient parfaitement convaincus de l'importance acquise par les *Acta*, notamment pour la diffusion des idées nouvelles en mathématiques. Dans le cadre de la politique de traduction de textes allemands, Poincaré propose le 14 août 1883 à Mittag-Leffler de publier celle du programme d'Erlangen de Klein en argumentant qu'«une certaine publicité donnée à ces idées sera utile à bien des géomètres et surtout aux Français». Mittag-Leffler ne donnera pas suite à ce projet qui avait suscité l'enthousiasme de Klein.

En un peu plus d'une année, les *Acta* apparaissaient aux yeux de la plupart des mathématiciens comme un vecteur essentiel pour la diffusion de leurs travaux. Dès le début, Mittag-Leffler se préoccupa de créer les meilleures conditions pour en assurer la pérennité et la qualité. Outre le soutien de nombreux mathématiciens européens, Mittag-Leffler s'était aussi assuré celui des autorités politiques et administratives de Scandinavie. Ainsi, le roi de Suède et de Norvège Oscar II soutiendra financièrement le journal, de même que les gouvernements du Danemark, de Norvège et de Suède.

La création des *Acta* est aussi à comprendre dans cette stratégie visant à faire reconnaître tant en Scandinavie qu'en Europe la qualité de la recherche du département de mathématiques de la nouvelle université de Stockholm, la *Högskola*. Mittag-Leffler s'impliquera dans la gestion de la *Högskola* dont il sera à plusieurs reprises le recteur. La position qu'il occupait ainsi lui permettait d'influencer les recrutements de professeurs dans le département de mathématiques et à un degré moindre dans le département de physique. Kowalevskaja, Phragmén et Fredholm furent ainsi recrutés comme professeurs grâce à Mittag-Leffler. Par contre, il subit un certain nombre d'échecs dans ses tentatives pour renforcer la physique mathématique dans le département de physique. A ces occasions, Mittag-Leffler n'hésitait pas à mobiliser ses amis européens. Hermite sera sollicité à l'occasion du recrutement de Kowalevskaja, Appell et Hurwitz pour celui de Phragmén, Volterra pour celui de Fredholm. Mittag-Leffler demandera à Poincaré de rédiger des rapports sur les titres scientifiques de Bjerknes (à l'occasion de son recrutement comme professeur de mécanique) et de Bohlin lors de la succession de l'astronome Gyldén.

De la même manière, Mittag-Leffler s'appuiera sur le réseau de ses amis européens pour faire échec aux tentatives de liquidation des *Acta mathematica*. En effet, malgré ses nombreux abonnés, son succès et l'investissement personnel de Mittag-Leffler, la situation financière de la revue restait toujours précaire et dépendait de la subvention que le parlement suédois accordait.

En 1887, alors que l'utilité des *Acta mathematica* est contestée à la diète suédoise une première fois, Mittag-Leffler sollicite l'aide de Hermite et des mathématiciens français. Le 15 février 1887, Bertrand, le secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, fait parvenir par la voie diplomatique au ministre des

affaires étrangères suédois une vigoureuse lettre de soutien à *Acta mathematica* et à son fondateur signée par de nombreux mathématiciens français :

> Monsieur le Ministre,
>
> Le monde mathématique doit à la munificence de Sa Majesté Oscar II et au concours de savants suédois distingués la fondation en 1882 d'un recueil périodique, les "*Acta mathematica*", qui s'est placé par son haut intérêt scientifique et le dévouement de son rédacteur M. Mittag-Leffler, au rang des publications analogues les plus importantes de toute l'Europe. Ayant appris que des doutes s'étaient produits relativement à l'utilité de ce journal pour la Suède, nous venons, Monsieur le Ministre, vous exprimer le vœu des géomètres français pour sa continuation, et vous prier de le faire parvenir à Sa Majesté et S. E. le Ministre de l'Instruction Publique, si vous le pensez convenable.
> Il y a dans toutes les sciences des périodes fécondes, où les travaux, suscités par des inventions de génie, concourent vers le même but, où les découvertes se multiplient par l'émulation et l'association des efforts. Après Gauss, Cauchy et Jacobi qui ont été les créateurs des mathématiques modernes, Riemann et M. Weierstrass, les héritiers de leur gloire, poursuivent la même œuvre, et, comme ces grands géomètres exercent une action puissante sur leurs contemporains.
> Élève de M. Weierstrass, M. Mittag-Leffler a su apporter le concours le plus efficace à cette action par la publication des "*Acta mathematica*". On doit au savant suédois la découverte d'une proposition importante, complétant, en un point capital, les travaux de ce maître illustre sur la théorie des fonctions, et qui a occupé tous les géomètres ; cette circonstance a naturellement appelé dans le nouveau journal les mémoires concernant la théorie des fonctions et l'étude des nouvelles transcendantes de l'analyse, des mathématiciens suédois, français, allemands, etc., qui sont l'élite de la science. Les "*Acta mathematica*", dès leur fondation, ont ainsi offerts aux amis de la haute analyse des mémoires d'une importance capitale, dont la publication est un grand et incontestable honneur pour le pays qui en eut l'initiative. Il serait profondément regrettable qu'un tel monument restât inachevé, lorsque s'offrent tant d'ouvriers pour continuer l'œuvre si heureusement entreprise, lorsque tous les géomètres sont conviés à concourir au prix que vient de fonder Sa Majesté, dans l'intention de provoquer de nouveaux effort qui servent au progrès de l'analyse mathématique.

En 1895, les adversaires de Mittag-Leffler à l'université réussirent à convaincre la diète suédoise de retirer, malgré l'avis du roi, une partie de son soutien financier. A cette occasion, la section de géométrie de l'Académie des Sciences et les amis mathématiciens français interviendront auprès du parlement en faisant parvenir un télégramme exprimant le vœu des mathématiciens français que les *Acta* poursuivent leur œuvre.
Peu après, le soutien européen à l'œuvre de Mittag-Leffler sera particulièrement massif à l'occasion de son 50e anniversaire, lorsque, à l'instigation de Painlevé, la communauté mathématique européenne lui offrira son portrait accompagné d'une adresse dans laquelle, après avoir insisté sur les mérites des *Acta* et de son fondateur, est exprimé avec vigueur le «vœu que les *Acta mathematica* poursuivent, pour le bien de la science, une carrière commencée avec éclat et encouragée par l'universelle sympathie des géomètres».
Mittag-Leffler structura autour des *Acta mathematica* un réseau de collaborateurs réguliers ou occasionnels particulièrement efficace qui le rendit incontournable dans la communauté mathématique européenne. Il fut ainsi membre de tous les comités d'organisation des congrès internationaux des mathématiciens, invité dans toutes les manifestations scientifiques internationales, et le premier à être nommé à la fois correspondant étranger de la Société royale de Londres et de l'Académie des sciences de Paris. En retour, sa position en Suède, tant vis à vis de ses collègues que du roi, avec lequel Mittag-Leffler entretint des relations étroites et amicales, fut renforcée par la reconnaissance acquise dans la communauté mathématique internationale par les *Acta mathematica*.
Poincaré publiera, dans les 10 premiers tomes des *Acta mathematica*, dix mémoires, soit 676 pages[4] parmi les 1594 pages dues à des auteurs français. Non seulement l'auteur sur lequel Mittag-Leffler compte établir le succès des *Acta* ne le décevra pas en lui confiant ses cinq mémoires consacrés à la théorie des fonctions fuchsiennes, mais de surcroît, il sera au début des années 1880, particulièrement prolifique et créatif.
Dans un mémoire *Sur les fonctions de deux variables*, Poincaré montre la généralisation à deux variables du célèbre théorème de Weierstrass, selon lequel une fonction méromorphe peut s'exprimer comme un quotient de deux fonctions holomorphes. Weierstrass avait vainement cherché à prouver une telle généralisation, et ce résultat impressionne fortement Mittag-Leffler puisqu'il considère qu'«une difficulté qui lui paraît être une des plus grandes dans l'analyse» est surmontée. Poincaré publie en 1885 un mémoire *Sur l'équilibre d'une masse fluide* dans lequel il reprend le vieux problème des figures d'équilibre et en obtient de nouvelles.

---

4 Quantitativement, les articles de Poincaré représentent 17% des 10 premiers tomes des *Acta mathematica.*

Poincaré, un redoutable polémiste

Un autre article *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires* lui donnera l'occasion de faire montre de ses redoutables talents pour la polémique universitaire. Ces épisodes sont d'ailleurs à peu d'exceptions près, les seuls où Poincaré sorte de sa réserve et de son impassibilité. Au début de leur correspondance, Mittag-Leffler avait rapidement abandonné ses critiques concernant un des exemples énoncés par Poincaré dans son article *sur les fonctions à espace lacunaire*. De même, le jeune mathématicien n'avait rien cédé dans sa plus que vive correspondance avec Klein tant sur les questions de priorité, que sur celle, non moins épineuse du point de vue allemand, de la dénomination «fonction fuchsienne». Cette polémique est évoquée à plusieurs reprises par Mittag-Leffler. Dans sa lettre du 18 juillet 1882, il relate sa visite chez Schwarz et évoque les récriminations de ce dernier. Il n'exclut pas complètement l'éventualité que Poincaré fasse dans son article *Sur les groupes fuchsiens* «une petite correction» concernant l'évaluation des travaux de Schwarz, mais il laisse Poincaré seul juge. Dans sa réponse, celui-ci répond fermement qu'après avoir relu les mémoires de Schwarz et analysé rapidement les résultats obtenus, il ne voit aucune raison de changer d'opinion. Poincaré conclut sa lettre de manière assez sèche et sans offrir la moindre possibilité de compromis :

> Je n'espère pas ainsi calmer M. Schwarz. Quelles sont en effet les causes de sa fureur ? D'abord il est furieux d'avoir tenu entre les mains un résultat important et de n'en avoir pas su tirer profit. A cela je ne puis rien.

De la même manière qu'il ne s'était pas laissé impressionner lors de sa controverse avec Klein, Poincaré répondra avec la même assurance aux objections de Weierstrass. Dans sa note *Sur l'intégration des équations différentielles par les séries*, il montre que, moyennant des changements de variables, «il était possible d'intégrer une équation différentielle quelconque par des séries toujours convergentes pour des valeurs réelles de la variable». Weierstrass objecte que si on applique ce résultat au problème des trois corps, il y a une difficulté dans le cas des collisions. Poincaré, dans sa réponse, explique que dans le cas des collisions, sa variable auxiliaire tend vers l'infini, et qu'à partir de la collision, «les formules ne donnent plus rien» et que «c'est ce qu'elles ont de mieux à faire». La réponse de Poincaré, jeune mathématicien de 28 ans, sûr de son talent, aux questions du vieux maître, admiré et respecté dans toute l'Europe, est pour le moins assez désinvolte.

Un peu plus tard, après qu'il se soit vu décerner le prix du roi Oscar, Poincaré, à la demande de Mittag-Leffler, poursuivra avec la même détermination une vigoureuse polémique avec Gyldén. Les procédés d'approximations successives appliqués à la résolution des équations de la dynamique faisaient apparaître des termes, dits séculaires, qui croissent au moins linéairement par rapport au temps. Ces termes, évidemment, ne restent pas bornés quand le temps croît vers l'infini. Lorsque il n'apparaît pas de terme séculaire dans les développements en série des solutions, on peut conclure à la stabilité ; par contre, dans le cas contraire, le système peut être stable ou instable selon que les termes séculaires se combinent en s'annulant ou non. Les astronomes inventèrent alors d'autres développements en série «dont tous les termes sont périodiques» et dans lesquels ils ont réussi à «faire disparaître ainsi les termes dits séculaires». Newcomb, Lindstedt et Gyldén proposèrent des séries qui «ne contiennent que des termes en $A\sin\alpha t$ ou $A\cos\alpha t$ ». La question de la convergence de ces développements n'avait pas été abordée et comme «la présence de "petits diviseurs" a pour effet de rendre certains termes très grands», il était légitime de douter de leur convergence. Un des résultats les plus importants aux yeux de Weierstrass du mémoire de Poincaré est de montrer la divergence de telles séries.

Cependant, si la divergence de ces séries les rend inutiles pour «établir rigoureusement certains résultats, par exemple la stabilité du système solaire», comme «les termes de ces séries décroissent d'abord très rapidement et se mettent ensuite à croître» et «comme les astronomes s'arrêtent aux premiers termes de la série et bien avant que ces termes aient cessé de décroître, l'approximation est suffisante» pour les besoins des calculs de l'astronomie. Dans son mémoire original, Poincaré précise bien que, si de par leur divergence, les développements de Lindstedt «ne peuvent donner une approximation indéfinie», ils peuvent néanmoins «donner rapidement une approximation très grande et très suffisante pour les besoins de la pratique».

Après la remise du prix du roi Oscar à Poincaré, Gyldén lui contestait la priorité de certains résultats sur l'existence des solutions asymptotiques et prétendait que ses développements étaient convergents. Gyldén se souciait de cette question à cette époque puisque un peu avant la décision du jury du prix Oscar, en janvier 1889, il écrivait à Hermite qu'il venait de terminer une communication dans laquelle il espérait clarifier la question de la convergence des termes élémentaires, «c'est-à-dire les termes qui ne disparaissent pas avec les masses des corps troublants». Le roi Oscar exigea de Mittag-Leffler une réponse aux récriminations de Gyldén devant l'Académie des Sciences de Suède. Mittag-Leffler demanda alors à Poincaré des précisions sur les développements de Gyldén puisque dans l'introduction de son mémoire initial, il avait réservé son opinion quant à leur éventuelle convergence.

Dans un premier temps, Poincaré évoque la difficulté à lire le mémoire de Gyldén et à comprendre des résultats peu clairs. A cette occasion, il explique sa méthode de travail.

> J'ai l'habitude, quand je lis un mémoire, de le parcourir rapidement de façon à me donner une idée de l'ensemble et de revenir ensuite sur les points qui me semblent obscurs. Je trouve plus commode de refaire les démonstrations que d'approfondir celles de l'auteur. Mes démonstrations peuvent être généralement beaucoup moins bonnes mais elles ont pour moi l'avantage d'être miennes.

Comme Poincaré n'arrive pas à saisir le fil conducteur du raisonnement de Gyldén, il ne peut suivre sa méthode de travail et est donc obligé d'étudier ligne à ligne son article. Il reprend les arguments de Gyldén et montre qu'«à chaque approximation, il faut faire intervenir sa jugeote (comme on dit vulgairement) pour décider dans quel sens on doit aiguiller (comme on dit dans les chemins de fer)». Comme l'algorithme de Gyldén n'est pas rigoureusement défini, il est clair que la question de la convergence est difficilement abordable. En étudiant précisément le mémoire de Gyldén, Poincaré montre que ses raisonnements ne sont pas rigoureux. Il conclut avec verve que la démonstration de Gyldén revient à admettre le principe suivant :

> Toute série procédant suivant les puissances croissantes d'une variable plus petite que 1 est convergente à moins qu'on n'ait des raisons sérieuses de douter de cette convergence.

Certes, Poincaré module la férocité de son propos en signalant la différence d'objectifs et d'exigence entre l'astronome et le mathématicien :

> M. Gyldén dit avoir démontré l'existence de solutions asymptotiques et nous, nous prétendons qu'il ne l'a pas fait. D'où vient cela ! De ce que les mots démonstration et convergence n'ont pas le même sens pour lui et nous. M. Gyldén croit avoir démontré la convergence d'une série lorsqu'il a fait voir que les premiers termes vont en décroissant et qu'il est invraisemblable qu'un des 99 premiers termes par exemple ait une valeur très grande. Cela peut être très suffisant pour les applications astronomiques mais cela ne saurait contenter le géomètre.

Néanmoins, les controverses mathématiques sont autant d'épisodes où Poincaré sort de sa réserve habituelle et de son indifférence aux péripéties quotidiennes. Dans sa correspondance universitaire, il exprime peu de sentiments personnels, évoque rarement les événements politiques et sociaux et s'il participe activement à la vie académique, il se désintéresse des commérages et intrigues de la communauté scientifique. La mort de sa mère est la seule circonstance de sa vie privée évoquée dans la correspondance (en dehors des faire-part). Poincaré laisse par contre apparaître son désarroi et sa tristesse lorsque il est amené à reconnaître la gravité des erreurs qui entachent le mémoire couronné lors du prix du roi de Suède.

Le concours du roi de Suède

A l'occasion du soixantième anniversaire du roi de Suède, Oscar II, il avait été créé, à l'instigation de Mittag-Leffler, un prix devant récompenser «une découverte importante dans le domaine de l'analyse supérieure». Une commission comportant outre Mittag-Leffler, Hermite et Weierstrass posa quatre questions «qui à divers titres préoccupent également les analystes et dont la solution serait du plus grand intérêt pour les progrès de la science». La première concernait le problème des *n* corps ; plus précisément, il était proposé «de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable» et de résoudre la question de la stabilité d'un tel système. L'annonce du concours fut faite au printemps 1885 et insérée dans de nombreux journaux scientifiques. Les mémoires devaient parvenir à Stockholm avant le mois de juin 1888.

Poincaré proposa une contribution à la résolution de la première question. Son mémoire comportait 158 pages, auxquelles il ajouta à la demande de Mittag-Leffler, 100 pages de notes additionnelles. Le 21 janvier 1889, le roi Oscar, après consultation de la commission, lui décernait le prix[5]. Le résultat principal de son mémoire primé était une démonstration de la stabilité dans le cadre du problème restreint des trois corps. Il était arrivé assez vite à ce résultat puisqu'il l'annonçait à Mittag-Leffler dès juillet 1887. Poincaré pensait alors aborder le problème général, et s'il n'espérait pas résoudre complètement cette question qui occupait les mathématiciens et les astronomes depuis près d'un siècle, il ne désespérait pas de trouver des «résultats assez complets pour pouvoir être envoyés au concours». Ses espérances durent être déçues car il organisa son mémoire autour de ce seul résultat. Il exprime d'ailleurs sa déception dans l'introduction de son mémoire original :

---

[5] Un mémoire d'Appell sera aussi récompensé d'une mention spéciale.

> Le présent mémoire a été entrepris pour répondre à la première des quatre questions du concours ; mais les résultats que j'ai obtenus sont tellement incomplets que j'aurais hésité à les publier si je ne savais que l'importance et la difficulté du problème donne de l'intérêt à tout ce qui s'y rapporte et qu'on ne peut attendre une solution définitive que d'une longue série d'efforts successifs. [...] j'ai dû me restreindre à un cas particulier. J'ai traité seulement des équations de la dynamique quand il n'y a (pour employer une expression usitée en Angleterre) que deux degrés de liberté (degrees of freedom).

L'étude du mémoire de Poincaré occupera Mittag-Leffler et Weierstrass une partie de l'été 1888. Le 15 novembre 1888, dans une lettre adressée à Poincaré, Mittag-Leffler s'enthousiasme[6] :

> [...] nous [Mittag-Leffler et Weierstrass] sommes de l'opinion unanime que vous avez fait de nouveau un chef d'œuvre de première genre et que la publication de votre mémoire sera le commencement d'une nouvelle époque dans la mécanique céleste.

Cependant, il ne cache pas la difficulté du mémoire de Poincaré, ni que les démonstrations lui paraissent incomplètes ou un peu rapides :

> Mais je ne veux point vous cacher que l'étude de votre œuvre nous a paru offrir des difficultés fort grandes. Vous omettez très souvent les démonstrations des théorèmes généraux et très difficiles ou vous donnez des indications tellement courtes qu'il faut se tourmenter pendant des jours avant qu'on parvient à mesurer au juste la profondeur de vos idées.

Poincaré répond en rédigeant des notes aux questions que Mittag-Leffler lui transmet, tant de sa part que de celle de Weierstrass. Il répond à une objection de Weierstrass concernant la définition de la stabilité et, comme on l'a vu plus haut, soutient activement Mittag-Leffler, dans sa polémique avec Gyldén.
Début juillet, Mittag-Leffler transmet à Poincaré des questions posées par son secrétaire, le mathématicien Phragmén, concernant la convergence de certains développements en fonction de la racine carrée du paramètre du problème. Poincaré y répond dans une dernière note intitulée *Sur les solutions asymptotiques*. Cependant, il semble que les interrogations de Phragmén amènent Poincaré à revoir la démonstration de la convergence des solutions asymptotiques qu'il propose et malheureusement, à y découvrir des erreurs fondamentales. Le 1er décembre, Poincaré annonce à Mittag-Leffler d'un ton désespéré qu'une grande partie de son travail, dont les résultats de stabilité, s'est effondrée.

> Je ne vous dissimulerai pas le chagrin que me cause cette découverte. Je ne sais d'abord si vous jugerez encore que les résultats qui subsistent [...] méritent la haute récompense que vous avez bien voulu m'accorder.

Le résultat de stabilité du problème restreint des trois corps reposait sur le fait que les surfaces asymptotiques[7], les surfaces engendrées par les solutions asymptotiques, se refermaient. Toutes les autres solutions étaient "enfermées" dans une telle surface. Dans sa démonstration, Poincaré utilisait un lemme plus général de fermeture d'une courbe. Ce dernier résultat était lié à la convergence des développements des solutions asymptotiques. Or, le lemme s'avéra faux car Poincaré avait oublié un cas dans son analyse.
On peut penser qu'il a cru un moment sauver son résultat de stabilité en montrant directement la fermeture des surfaces asymptotiques à partir de ses résultats de convergence des développements des séries asymptotiques. En effet, le 10 décembre 1889, Hermite annonce à Mittag-Leffler que «la situation n'est nullement aussi grave que Poincaré l'avait d'abord pensé» et qu'«il ne s'agit que d'un remaniement dans la rédaction de son magnifique travail». Malheureusement, si Poincaré avait aisément répondu aux questions de Phragmén sur la convergence des développements des solutions asymptotiques, une étude un peu plus approfondie montre qu'au contraire ces développements ne peuvent être convergents mais qu'ils sont, au contraire, asymptotiques.

> Malheureusement les séries ainsi obtenues ne sont pas convergentes. [...] Mais quoiqu'elles soient divergentes ne peut-on en tirer quelque parti ? [...] On peut dire que les séries que nous avons obtenues dans le présent paragraphe représentent les solutions asymptotiques pour les petites valeurs de μ de la même manière que la série de Stirling représente les fonctions eulériennes.

---

6 A la lecture des lettres adressées à Mittag-Leffler, durant cette période, par Weierstrass, on peut raisonnablement penser que Mittag-Leffler exagère l'enthousiasme de son maître. Weierstrass, tout en reconnaissant l'importance des résultats de Poincaré et la nouveauté de ses méthodes, a toujours exprimé des réserves par rapport aux commentaires dithyrambiques de Hermite et Mittag-Leffler. Selon lui, les questions les plus importantes et les plus difficiles du problème des *n* corps n'ont pas encore été abordées.

7 Dans la terminologie actuelle, ces surfaces sont désignées sous le terme de «variété stable».

De nombreux résultats subsistent, en particulier la divergence des séries de Lindstedt[8]. En outre, Poincaré sauvera, en utilisant des résultats de Hill et Bohlin, un résultat de stabilité, connu sous le nom de théorème de récurrence de Poincaré.
Mittag-Leffler répond qu'il ne regrette pas le prix «qui a été bien dignement placé» et s'occupe, avec son efficacité coutumière, à gérer la crise institutionnelle engendrée par la découverte de l'erreur. Or le mémoire avait été imprimé au mois de novembre 1889 et, en partie, déjà distribué. Mittag-Leffler se propose alors de récupérer les exemplaires distribués sans indiquer les raisons de cette procédure et d'imprimer une nouvelle version.

> Et voici maintenant ce que je vous propose à faire et ce qui sera d'après mon opinion le plus honorable pour vous comme pour nous. Vous écrivez un nouveau mémoire dans lequel vous introduisez tout ce qui reste de votre mémoire original ainsi que les développements qui se trouvent dans les notes ainsi que tous les autres développements que vous jugez bon d'introduire. Vous écrivez à ce nouveau mémoire une introduction dans laquelle vous dites qu'il est un remaniement du mémoire couronné dans lequel des développements qui se trouvaient seulement indiqués dans le mémoire originaire sont donnés et dans lequel une erreur que vous indiquez et qui s'était glissée dans vos premières recherches a été corrigée. [...] Je trouve que toute cette histoire doit rester entre nous jusqu'à la publication de votre nouveau mémoire.

Mittag-Leffler réussira à assurer une certaine confidentialité à l'affaire bien que Weierstrass se plaigne avec dépit d'avoir appris l'erreur de Poincaré par des commérages. Le 20 décembre, après que Poincaré ait accepté l'arrangement proposé par Mittag-Leffler, ce dernier considère la crise comme réglée institutionnellement et encourage Hermite à prononcer l'éloge du travail de Poincaré pour la conférence de fin d'année de l'Académie des Sciences :

> Il faut absolument que vous parlez de son mémoire à la séance solennelle de l'Institut. Sinon, tout le monde s'étonnera et on commencera de se demander la cause de votre silence. Et vous pouvez vraiment louer le mémoire sans craindre d'exagérer car il restera dans tous les cas un des premiers chefs-d'œuvre de notre temps.

Dans la même lettre, Il ajoutait que cette expérience malheureuse ne pouvait qu'être profitable à Poincaré en l'incitant à rédiger ses travaux plus rigoureusement :

> D'abord la leçon sera très utile à M. Poincaré qui laissera peut-être à l'avenir son habitude fâcheuse d'énoncer des résultats dont il ne connaît la démonstration que d'une manière imparfaite. [...] Certainement que je partage votre opinion sur Poincaré et sur son génie immense mais il a imposé trop sur tout le monde et ce n'est pas utile qu'un homme qui ne daigne pas être plus exact que lui occupe une position si grande qu'il a eu[e] jusqu'ici. Il est jeune encore, il se réformera et les sciences mathématiques y gagneront.

Poincaré ne pouvait pas rester sur cette erreur et il reviendra sur cette question en particulier lors de la rédaction du troisième tome de son traité *Sur les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. En considérant l'intersection des deux surfaces asymptotiques associées à une solution périodique instable, il met en évidence, dans le cadre du problème restreint des trois corps, l'existence de solutions doublement asymptotiques homoclines, c'est-à-dire qui tendent vers la trajectoire de la solution périodique dans les deux sens du temps. Il montre en fait qu'il y a une infinité de solutions homoclines et tente de décrire la figure formée par les courbes obtenues en intersectant les surfaces asymptotiques avec un plan :

> Que l'on cherche à se représenter la figure formée par ces deux courbes et leurs intersections en nombre infini dont chacune correspond à une solution doublement asymptotique, ces intersections forment une sorte de treillis, de tissu, de réseau à mailles infiniment serrées ; chacune des deux courbes ne doit jamais se recouper elle-même, mais elle doit se replier sur elle-même d'une manière très complexe pour venir couper un infinité de fois toutes les mailles du réseau. On sera frappé de la complexité de cette figure, que je ne cherche même pas à tracer. Rien n'est plus propre à nous donner une idée de la complication du problème des trois corps et en général de tous les problèmes de Dynamique où il n'y a pas d'intégrale uniforme [...].

Il n'est pas sûr que Poincaré ait été désormais plus prudent comme l'espérait Mittag-Leffler ; par contre, il a su, à partir de son échec, analyser les raisons profondes de son erreur et ouvrir ainsi de nouvelles voies pour la théorie des systèmes dynamiques.

---

[8] Weierstrass considérait que la démonstration de la divergence des séries de Lindstedt était un des résultats les plus importants obtenus par Poincaré.

Les prix Nobel de Physique

Après la création des prix Nobel, Mittag-Leffler constitua un puissant réseau d'influence dont l'objectif explicite était de peser sur la désignation des prix Nobel de Physique. A la fin de 1901, Mittag-Leffler rappela à Poincaré son projet de présenter la candidature de Lorentz au prix Nobel de Physique :

> Vous m'aviez parlé à Paris de votre projet de proposer Lorentz pour le prix Nobel. Il va sans dire que je suis fort content de cette idée. Cela ouvrira la voie pour récompenser des travaux de théorie. Et votre autorité nous donnera peut-être l'autorité nécessaire pour réussir.

Mittag-Leffler avait l'intention de faire attribuer le prix Nobel de physique à des physiciens théoriciens ou à des physiciens mathématiciens. Comme à son habitude, il alliait dans cette volonté un indéniable amour des mathématiques à des préoccupations plus triviales. Mittag-Leffler avait ainsi trouvé une nouvelle occasion d'en découdre avec ses adversaires de la *Högskola* et de l'Académie de Stockholm, tous partisans des «méthodes scientifiques de l'École Oswald-Arrhenius, qui n'aime pas les mathématiques». Dans son livre *Sur la fondation des prix Nobel scientifique*, Crawford décrit la constitution des deux réseaux de promotion de candidats au prix Nobel de physique constitués par Arrhenius et Mittag-Leffler, et montre que la «définition du champ de la physique au début du siècle» est, au delà des péripéties contingentes, l'enjeu de l'opposition entre ces deux réseaux.
Le 18 juillet 1902, Mittag-Leffler explique à Painlevé sa stratégie :

> Je fais mon possible pour l'instant pour faire donner le prix Nobel à Lorentz. C'était nécessaire de mettre Lorentz avant Poincaré. D'abord parce que Lorentz est plus directement physicien et puis pour avoir un rapport par une autorité suffisamment compétente. C'est Poincaré qui a écrit le rapport. Si je réussis, [...] j'aurai gagné d'avoir ouvert la voie pour la théorie ce qui était aussi sûrement dans les idées de Nobel et alors d'abord Poincaré et puis vous-même viendront à la suite.

L'«autorité» de Poincaré doit emporter l'adhésion de l'Académie des sciences suédoise à la candidature de Lorentz. Selon Mittag-Leffler, ayant fait un premier pas «vers la théorie», elle ne pourra alors qu'en faire un second en couronnant Poincaré pour son œuvre en physique mathématique. Mittag-Leffler sera pourtant obligé d'accepter le compromis du partage du prix Nobel de physique entre le théoricien Lorentz et l'expérimentateur Zeeman.
Entre 1904 et 1909, Poincaré sera proposé à plusieurs reprises en particulier à l'initiative de Darboux. Il n'était pas indifférent à ces tentatives. On trouve à la bibliothèque de l'Académie des Sciences deux lettres très amusantes adressées à Darboux dans lesquelles il établit la liste exhaustive de ses contributions à la physique mathématique et trace ainsi le canevas du rapport que Darboux va rédiger pour la commission Nobel.
En 1910, Mittag-Leffler estime que les circonstances sont favorables à la candidature de Poincaré. Il écrit le 28 novembre 1909 à Appell pour coordonner les initiatives françaises et suédoises :

> Le temps est venu où nous pouvons espérer de faire donner le prix Nobel à Poincaré. J'envoie avec le courrier prochain un projet fait par Fredholm qu'il soumet à votre jugement et à celui de M. Darboux. Il a largement puisé de la proposition de Darboux pour cette année. L'essentiel est d'abord de bien développer le rôle que joue la théorie pure dans la physique et puis de conclure avec la proposition de donner le prix pour des découvertes par une formule suffisamment simple. Après quelques discussions nous avons trouvé cette formule dans les découvertes de Poincaré sur les équations différentielles de la physique mathématique. Je crois que nous remporterons la victoire sur ce programme.

Il poursuit sa lettre en dressant un véritable plan de campagne et en assignant à chacun son rôle :

> Ma proposition est maintenant la suivante. Transformez le brouillon de Fredholm en bon français, ajoutez et transformez comme vous voulez en gardant toujours les deux points dont j'ai parlé. Envoyez-moi après votre rédaction, si possible écrite en machine à écrire, et signée par vous et Darboux. Vous vous signerez Doyen de la faculté des sciences et Darboux se signera après comme secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Il ne doit pas se trouver d'autres noms sur cette rédaction, mais puis nous demanderons de tous les physiciens auxquels on s'est adressé cette année de se réunir avec vous. On leur enverra à chacun une copie de votre rédaction ; le temps que nous avons à notre disposition est très court et si nous ne nous pressons pas, il se peut que plusieurs de ceux qui doivent voter pour Poincaré avant d'être informés viendront avec d'autres propositions. Poincaré une fois ayant eu le prix, d'autres nommés de la théorie pure viendront après. [...]
>
> OBS. Evitez autant que possible "mathématiques" et parlez de "théorie pure". Comme tous ceux qui ne sont que d'expérimentateurs, on a une peur folle des mathématiques dans le comité physique du prix Nobel.

Appell, Darboux et Fredholm signeront un *Rapport sur les travaux d'ordre physique* de Poincaré, dont le préambule affirme qu'«en suivant le développement de la physique, il est impossible de méconnaître le grand rôle que jouent pour cette science les progrès dans le domaine purement théorique». Les influences mutuelles de la physique et des mathématiques sont illustrées par l'exemple du «problème de la distribution de l'électricité en équilibre sur un conducteur dont la formulation mathématique conduit au problème de Dirichlet». Les rapporteurs réaffirment alors l'importance primordiale pour la physique de proposer des théories et de développer des instruments mathématiques :

> A mesure que la physique veut pénétrer le mécanisme intérieur et caché des choses, le rôle de l'hypothèse gagne en importance, et dans la même mesure croît le besoin du physicien d'un instrument analytique d'une perfection de plus en plus grande.

La candidature de Poincaré est justifiée par ses contributions «à la solution générale et exacte des problèmes de la physique mathématique». L'importance de ses résultats obtenus concernant le problème de Dirichlet est pesamment analysée et soulignée. Le reste du rapport décrit tous les autres travaux de Poincaré en physique mathématique et conclut que l'exposé qui vient d'être fait «porte sur des théories si diverses que l'on a peine à croire qu'elles aient pu être approfondies et perfectionnées par un seul homme».

Une fois réglées les questions du rapport et de l'harmonisation des propositions françaises et suédoises, Mittag-Leffler envoie aux physiciens et aux physiciens-mathématiciens les plus renommés une lettre circulaire leur demandant de «vouloir bien aussi présenter Poincaré pour le prix "pour ses découvertes concernant les équations différentielles de la physique mathématique"». Un certain nombre de physiciens comme Rutherford refuseront de se joindre à la proposition en faveur de Poincaré pour des raisons de «définition du champ de la physique». Néanmoins, la proposition de décerner le prix Nobel de physique à Poincaré en 1910 réunit 34 signatures parmi les plus éminents physiciens ou mathématiciens, soit le nombre le plus élevé de soutiens à une candidature entre 1901 et 1930. Malheureusement, cela ne suffira pas à convaincre la commission Nobel. L'opposition des expérimentalistes et du réseau d'Arrhenius sera irréductible :

> Des propositions Poincaré sont venues de tous les côtés, la vôtre était fort bien. La lutte sera pourtant dure. M. Hasselberg qui est de la commission est de notre côté mais il comprend très peu de l'affaire. Tous les autres de la commission sont des adversaires, surtout Arrhenius qui travaille avec beaucoup d'ardeur contre nous. Les arguments vous les connaissez. Poincaré, ce n'est pas de la physique, c'est des mathématiques. [Lettre de Mittag-Leffler à Volterra datée du 4 mars 1910]

Malgré «un joli nombre de voix» obtenues par Poincaré, la campagne de Mittag-Leffler est un échec. Un «expérimentateur», Van der Waals, obtient en 1910 le prix Nobel pour ses travaux sur les équations des gaz et des liquides. Mittag-Leffler écrit le 6 décembre 1910 à Poincaré pour lui annoncer l'échec de sa tentative.

> Nous avons été vaincus encore cette fois-ci pour le prix Nobel. Toute cette foule de naturalistes qui ne comprend rien sur le fond des choses a voté contre nous. Ils ont peur des mathématiques parce qu'il n'ont pas la moindre chance d'y comprendre jamais quelque chose.

Le seul point positif fut de faire admettre par le comité Nobel, dans son rapport de 1910, que la physique mathématique était partie intégrante de la physique. Des travaux de pure théorie pouvaient donc recevoir le prix.

En 1911, une proposition en faveur de Poincaré est essentiellement animée par Backlund, Darboux et Volterra. Mittag-Leffler est de nouveau confiant et encourage Darboux à négocier avec Arrhenius :

> Il y a de l'espoir que M. Poincaré emportera le prix Nobel de cette année. Tous les autres candidats qui ont été proposés sont assez insignifiants en comparaison avec lui. M. Arrhenius ira à Paris au mois d'Avril. Tachez de le voir alors et faites lui comprendre l'importance qu'on met en France et ailleurs à l'élection de Poincaré. Il n'est pas impossible que Arrhenius pourra se réunir avec ceux de la commission qui proposeront Poincaré et dans ce cas beaucoup sera gagné. [Lettre de Mittag-Leffler à Darboux datée du 25 février 1911]

De nouveau, malgré les concessions de Mittag-Leffler, la candidature de Poincaré sera mise en échec au profit de celle d'un autre théoricien, Wien. La mort prématurée de Poincaré en 1912 ne laissera pas le temps à l'Académie des sciences de Suède de lui décerner le prix Nobel de physique.

La construction du mythe de Poincaré

Dès la mort de Poincaré, Mittag-Leffler envisage de consacrer à sa mémoire un numéro de *Acta mathematica*. Il demande au neveu du défunt, Pierre Boutroux, de retrouver la notice sur ses travaux que Poincaré avait rédigée en 1901. Il sollicite, entre autres, des contributions à Appell, Hadamard et Volterra.

> La mort de Poincaré m'a vivement impressionnée. J'ai suivi sa carrière glorieuse depuis le commencement et nous étions très bons amis. Je pense consacrer un tome des *Acta* à sa mémoire. Je tâcherai d'écrire moi-même un article avec mes souvenirs personnels. M. Hadamard m'envoie une autre article avec une appréciation de ses œuvres différentes. Il m'a promis cela à Cambridge. J'ai à vous adresser la même question que j'ai fait à Hadamard. J'espère que vous m'écriverez vous aussi un tel article. Vous et Hadamard sont au fond les seuls qui sont vraiment compétents de la faire. Je ne connais pas d'autres qui sont en état d'embrasser et de juger tout l'œuvre de Poincaré. L'article doit être dans mes mains au plus tard sur le commencement de Décembre. [Lettre de Mittag-Leffler à Volterra datée du 22 septembre 1912]

Certains auteurs comme Hadamard ne rédigeront pas leur article aussi rapidement que le souhaitait Mittag-Leffler, d'autres, comme Volterra[9], déclineront l'offre. Le projet de prendra du retard. La guerre[10] obligera finalement Mittag-Leffler à ne publier le volume consacré à l'œuvre de Poincaré qu'en 1921. D'autre part, Mittag-Leffler est un des premiers à avoir lancer l'idée de publier les œuvres complètes de Poincaré. Le 5 août 1912, il écrit à Pierre Boutroux pour lui suggérer de s'occuper de cette édition :

> Une autre question se relève maintenant, qui doit être traitée le plus tôt possible : je veux dire une édition complète des œuvres de Poincaré. Tout le monde mathématique attendra avec impatience une telle publication. J'espère que vous vous en occuperez. Il faut agir vite et pas trainer la chose à la longue comme le cas a été malheureusement avec les œuvres de Weierstrass. Il y a un si grand nombre de jeunes mathématiciens très distingués en France et à Paris qu'il doit être très facile d'esquisser une comité qui se charge avec cette édition. Je pense que le travail est trop grand pour un seul homme et qu'il faut par conséquent que plusieurs y prennent part et se partagent entre eux le travail. Excusez moi que je me mêle dans une telle affaire que vous trouvez peut-être ne me regarde pas, mais je parle au nom, je crois, de tous les géomètres de notre époque, qui sont dignes de nom et encore en ami et admirateur de Poincaré.

Un comité dirigé par Appell et Darboux se met rapidement en place peu après le congrès de Cambridge :

> Nous allons sans doute pouvoir aussi réaliser l'idée que vous avez émise le premier et entreprendre une édition des œuvres de mon oncle. Monsieur Darboux et Monsieur Appell ont pris la direction des négociations et Gauthier-Villars va étudier la question. [Lettre de P. Boutroux à Mittag-Leffler datée du 15 octobre 1912]

Dans une lettre adressée à Appell le 15 février 1913, Mittag-Leffler émettra l'idée de confier l'édition du volume consacré aux fonctions fuchsiennes, à Nörlund :

> J'ai appris que vous vous êtes mis ensemble avec M. Darboux à la tête d'une organisation pour publier les œuvres de Poincaré. A ce rapport, j'ai une proposition à vous faire. M. Nörlund vient de faire des découvertes d'une très grandes importance qui jettent un jour tout nouveau et très inattendu sur les fonctions fuchsiennes et kleinéennes (= fonctions automorphes). Il va vous communiquer peu à peu ces découvertes pour les *Comptes Rendus*. En somme, je trouve que lui est le plus compétent qu'on ne puisse trouver à préparer, pour la publications dans les Œuvres les 5 ou 6 grands mémoires de Poincaré sur ce sujet dans les *Acta*. Malheureusement, il y a dans ces mémoires des fautes de calculs qu'il faut corriger et il y aura d'autres observations à faire. Voulez-vous confier ce soin à M. Nörlund ? J'en suis sûr que personne le remplira mieux que lui et plus à l'honneur de Poincaré.

---

9 Volterra refuse la proposition de Mittag-Leffler car il est déjà sollicité par Borel pour le volume *Henri Poincaré, l'œuvre scientifique — l'œuvre philosophique* de la Nouvelle Collection scientifique dirigée par ce dernier.

10 La guerre fera avorter un autre projet cher à Mittag-Leffler. En effet, le 6ème congrès mondial des mathématiciens, prévu en 1916, aurait dû se dérouler à Stockholm.