



HAL
open science

Autour de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler

Philippe Nabonnand

► **To cite this version:**

Philippe Nabonnand. Autour de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler. *Annales de l'Est*, 2001, 1, pp.119-135. hal-01086768

HAL Id: hal-01086768

<https://hal.science/hal-01086768>

Submitted on 24 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Autour de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler

Philippe Nabonnand – Archives Henri Poincaré (Université de Nancy 2)

Entre 1881 et 1910, le mathématicien suédois Gösta Mittag-Leffler et Henri Poincaré échangent une correspondance régulière qui couvre quasiment toute la carrière scientifique de Poincaré¹. On dispose de deux cent cinquante-neuf lettres et on peut estimer *a priori* qu'il s'en est perdu assez peu. Si cette correspondance n'est pas exceptionnellement importante d'un point de vue quantitatif pour Mittag-Leffler qui en entretint avec, entre autres, Hermite, Appell, Painlevé et Weierstrass de presque aussi abondantes, il n'en est pas de même pour Poincaré. Sa correspondance avec Mittag-Leffler est de loin la plus régulière et la plus longue de toutes celles qui nous restent.

Comme à son habitude, Poincaré ne livre en général aucun sentiment particulier, ni même d'opinion personnelle dans ses lettres, et contraint Mittag-Leffler à une réserve contraire à son tempérament. En effet, Mittag-Leffler entretient une correspondance beaucoup plus personnelle et chaleureuse avec les mathématiciens français Appell et Painlevé, ainsi qu'avec ses deux maîtres Hermite et Weierstrass.

Une première période assez courte (neuf lettres entre le 11 avril 1881 et le 9 août 1881) permet aux deux mathématiciens de faire connaissance par l'intermédiaire de Hermite ; la seconde période est celle, extrêmement féconde, de la création de la revue *Acta Mathematica* par Mittag-Leffler et de la rédaction par Poincaré des grands mémoires sur les fonctions fuchsienues (quarante-huit lettres du 19 août 1881 au 5 mars 1887) ; suit l'épisode du concours du Roi de Suède avec, en particulier, de très intéressantes lettres sur la gestion, tant scientifique qu'institutionnelle, de l'erreur de Poincaré dans son mémoire présenté à ce concours (quarante-cinq lettres du 13 juillet 1887 au 20 juillet 1890). La dernière période est celle de la "maturité", nettement moins scientifique, durant laquelle on voit deux universitaires de renom gérer leur réseau d'obligés et d'élèves, s'occuper de nominations dans diverses académies et de propositions au prix Nobel de Physique (cent cinquante-sept lettres du 13 mars 1891 au 10 septembre 1911).

La prise de contact

La période de prise de contact est centrée autour d'un article de Poincaré *Sur les fonctions à espace lacunaire* transmis par Hermite à Mittag-Leffler en vue d'une publication dans les *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*². Dans sa lettre à Mittag-Leffler du 28 mars 1881, Hermite exprime l'excellente opinion qu'il a de Poincaré et rapporte les reproches qui lui sont faits parce qu'il «place trop haut et qu'il vante trop Poincaré dans son rapport sur ses travaux» ; néanmoins, Mittag-Leffler adoptera au début de leur correspondance un ton assez condescendant et protecteur avec le «jeune homme» présenté par Hermite.

¹ *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, présentée et annotée par Philippe Nabonnand, Basel/Boston/Berlin : Birkhäuser.

² Sur les fonctions à espaces lacunaires, *Acta Societatis scientiarum Fennicae*, 12 (1883), 342-350.

En effet, en 1881, Mittag-Leffler est déjà un mathématicien confirmé et reconnu. Il est l'un des élèves les plus brillants de la prestigieuse école mathématique de Berlin. Son théorème sur le développement des fonctions monogènes généralise des résultats de Weierstrass, son vieux maître berlinois, auquel Mittag-Leffler voue une sincère dévotion. Consécration suprême, Hermite et Weierstrass proposeront d'autres démonstrations de son théorème. Mittag-Leffler a donc une position reconnue dans la communauté mathématique que n'a pas encore Poincaré. En effet, ce dernier n'a alors présenté qu'une note sur la théorie qualitative des équations différentielles et deux notes sur les fonctions fuchsienues. Ces dernières contiennent certes l'essentiel de la théorie mais on peut penser que peu de mathématiciens en comprenaient l'importance à l'époque³. Mittag-Leffler est certes impatient de lire les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues, dont il a lu un compte rendu dans le rapport de Hermite pour le grand prix des Sciences mathématiques, mais il considère qu'en ce qui concerne les fonctions à espace lacunaire, ses propres travaux sont d'une généralité beaucoup plus grande que ceux de Poincaré.

La création des *Acta Mathematica*

Peu après, impressionné par la théorie des fonctions fuchsienues et convaincu par sa correspondance avec Hermite, Mittag-Leffler se rend compte que Poincaré est un «véritable génie mathématique». L'importance des résultats obtenus par Poincaré offre alors à Mittag-Leffler l'opportunité de mettre en œuvre un projet de publication d'un journal mathématique.

Dans les années 1880, les revues françaises n'étaient plus aussi dynamiques que dans la période précédente. Les journaux allemands, en particulier le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* et les *Mathematische Annalen*, reflétaient bien l'intense activité et la créativité des mathématiciens allemands. Cependant, leur diffusion était limitée du fait de la langue allemande, peu lue en dehors de sa zone d'influence. D'autre part, les relations amicales qu'entretenait Mittag-Leffler avec son maître français Hermite et ses maîtres allemands, Weierstrass et Kronecker, lui permettaient d'envisager le soutien des écoles mathématiques françaises et allemandes à son entreprise⁴. L'occasion de mettre en œuvre son projet éditorial lui était fournie par sa rencontre avec Poincaré. En effet, pour hisser rapidement sa revue au niveau international qu'il souhaitait, Mittag-Leffler avait non seulement besoin des contributions des meilleures plumes mathématiques mais aussi de publier dès les premiers tomes des travaux d'une importance exceptionnelle. Il se souvenait que le succès de la revue fondée en 1826 par Crelle, le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, avait été assuré par les contributions d'Abel à la résolution de quelques unes des plus fameuses conjectures de la théorie des fonctions elliptiques. Les fonctions fuchsienues sont de l'avis de Mittag-Leffler «les plus remarquables qui ont été trouvées]d'[après les fonctions elliptiques» et les résultats obtenus par Poincaré «feront la concurrence avec ceux d'Abel». Mittag-Leffler considère donc que les circonstances sont comparables à celles de la découverte des fonctions elliptiques et que la diffusion des nouvelles idées de Poincaré nécessite la création d'un nouveau journal. L'intention affichée du mathématicien suédois est donc de fonder un journal mathématique

³ La correspondance avec Klein, qui était le mathématicien le plus concerné par les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues, débute en juin 1881.

⁴ Si Hermite soutient sans ambiguïté le projet de Mittag-Leffler, ce dernier pouvait craindre que les Allemands n'accueillent pas avec le même enthousiasme la création d'un nouveau journal, qui ne pouvait que concurrencer le *Journal de Crelle*, alors dirigé par Kronecker et Weierstrass. Ces derniers ne s'opposent pas au projet puisque Kronecker, selon ses dires, trouvera le nom définitif des *Acta mathematica* et que Weierstrass manifesterà à plusieurs reprises son intention de publier des articles dans la nouvelle publication.

international⁵ qui dépasserait les étroitesse des visions nationales et permettrait en particulier de diffuser en France les travaux des mathématiciens allemands et inversement. Mittag-Leffler reprend les mêmes arguments dans la préface du premier fascicule des *Acta mathematica* en insistant sur l'aspect international de son entreprise :

L'époque à laquelle nous commençons notre publication est certainement l'une des plus fécondes dans l'histoire des mathématiques, par le grand nombre et l'importance des découvertes qui touchent aux principes les plus essentiels de l'analyse. On sait combien, en divers pays, ce mouvement a été puissamment secondé par des journaux mathématiques, qui contiennent les œuvres des plus grands géomètres de notre temps. Nous nous sommes proposés le même but, de servir la science, en réunissant et associant les recherches nouvelles qui concourent à son progrès, par la nouveauté des résultats ou l'originalité des méthodes.

Des mathématiciens éminents dans tous les pays, en nous assurant de leur collaboration, nous ont donné un témoignage de sympathie qui nous pénètre de reconnaissance, et que nous voulons justifier par les soins et le zèle que nous apporterons à notre publication.

Poincaré accepte de rédiger cinq mémoires, dans lesquels il expose les démonstrations des résultats annoncés dans les notes aux *Comptes rendus*, et de les confier au nouveau journal. Les lettres dans lesquelles il transmet à Mittag-Leffler son accord sont malheureusement perdues. On est réduit à faire des suppositions sur les motivations du choix de Poincaré de publier ses mémoires fondamentaux sur les fonctions fuchsienues dans *Acta mathematica*. On peut d'abord penser qu'il est flatté que Mittag-Leffler fonde le succès de son journal sur sa participation. De plus, Poincaré est conscient de la nécessité de diffuser rapidement ses travaux en Allemagne, tant pour des raisons de prestige que de priorité. En effet, l'Allemagne reste encore sans conteste la nation dominante en mathématiques et la querelle de priorité et de dénomination avec les mathématiciens allemands Klein et Schwarz ne pouvait que l'inciter à se faire reconnaître le plus rapidement possible en Allemagne. En outre, comme il l'explique dans une lettre adressée à l'historien des mathématiques suédois Eneström le 3 juin 1884, Poincaré accorde une importance particulière à annoncer rapidement ses nouveaux résultats à quelques mathématiciens reconnus.

Néanmoins, compte tenu de la germanophobie en France après 1870, Poincaré ne pouvait pas publier l'intégralité de ses mémoires dans une revue allemande. L'offre de Mittag-Leffler, élève de Weierstrass, introduit auprès de la communauté mathématique allemande, lui donne l'occasion d'être lu par les mathématiciens allemands sans heurter les sentiments nationalistes de ses compatriotes. Enfin, Poincaré ne cesse pas pour autant ses collaborations avec les journaux français ; ses travaux concernant la théorie qualitative des équations différentielles sont publiés dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* et ceux sur les formes quadratiques et cubiques dans le *Journal de l'Ecole polytechnique*. Si Mittag-Leffler considère la collaboration de Poincaré comme essentielle au succès de son entreprise, Poincaré assoit son statut et sa reconnaissance internationale grâce à ses publications dans *Acta mathematica*.

Les espoirs de Mittag-Leffler ne sont pas déçus et très rapidement, grâce en particulier aux contributions régulières de Poincaré, les *Acta mathematica* deviennent un journal de renommée internationale dans lequel publient des mathématiciens de premier plan et de tous pays. Certes, l'essentiel des mémoires

⁵ A la fin du 19^e, 'international' signifie bien entendu essentiellement 'européen'.

publiés dans les dix premiers numéros proviennent d'Allemagne et de France ; néanmoins, Mittag-Leffler réussit à créer une entreprise qui permet les échanges et la diffusion des travaux entre les deux pays ; on peut penser que les idées de Poincaré n'auraient pas été reçues en Allemagne de la même manière sans les *Acta mathematica*. De même, les travaux de Cantor seraient certainement restés ignorés en France pendant longtemps sans leur traduction en français dans les *Acta*.

En un peu plus d'une année, les *Acta* apparaissaient aux yeux de la plupart des mathématiciens comme un vecteur essentiel pour la diffusion de leurs travaux. Dès le début, Mittag-Leffler se préoccupa de créer les meilleures conditions pour en assurer la pérennité et la qualité. Outre le soutien de nombreux mathématiciens européens, Mittag-Leffler s'était aussi assuré celui des autorités politiques et administratives de Scandinavie. Ainsi, le roi de Suède et de Norvège Oscar II soutiendra financièrement le journal, de même que les gouvernements du Danemark, de Norvège et de Suède.

La création des *Acta* est aussi à comprendre dans le cadre d'une stratégie visant à faire reconnaître tant en Scandinavie qu'en Europe la qualité de la recherche du département de mathématiques de la nouvelle université de Stockholm, la *Högskola*. Mittag-Leffler s'impliquera dans la gestion de la *Högskola* dont il sera à plusieurs reprises le recteur. La position qu'il occupait ainsi lui permettait d'influencer les recrutements de professeurs dans le département de mathématiques et à un degré moindre dans le département de physique. Kowalevskaja, Phragmén et Fredholm furent ainsi recrutés comme professeurs grâce à Mittag-Leffler. Par contre, il subit un certain nombre d'échecs dans ses tentatives pour renforcer la physique mathématique dans le département de physique. A ces occasions, Mittag-Leffler n'hésitait pas à mobiliser ses amis européens. Hermite sera sollicité à l'occasion du recrutement de Kowalevskaja, Appell et Hurwitz pour celui de Phragmén, Volterra pour celui de Fredholm. Mittag-Leffler demandera à Poincaré de rédiger des rapports sur les titres scientifiques de Bjerknes (à l'occasion de son recrutement comme professeur de mécanique) et de Bohlin lors de la succession de l'astronome Gylden.

De la même manière, Mittag-Leffler s'appuiera sur le réseau de ses amis européens pour faire échec aux tentatives de liquidation des *Acta mathematica*. En effet, malgré ses nombreux abonnés, son succès et l'investissement personnel de Mittag-Leffler, la situation financière de la revue restait toujours précaire et dépendait de la subvention que le parlement suédois accordait.

En 1887, alors que l'utilité des *Acta mathematica* est contestée à la diète suédoise une première fois, Mittag-Leffler sollicite l'aide de Hermite et des mathématiciens français. Le 15 février 1887, Bertrand, le secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, fait parvenir par la voie diplomatique au ministre des affaires étrangères suédois une vigoureuse lettre de soutien à *Acta mathematica* et à son fondateur signée par de nombreux mathématiciens français.

En 1895, les adversaires de Mittag-Leffler à l'université réussirent à convaincre la diète suédoise de retirer, malgré l'avis du roi, une partie de son soutien financier. A cette occasion, la section de géométrie de l'Académie des Sciences et les amis mathématiciens français interviendront auprès du parlement suédois en faisant parvenir un télégramme exprimant le vœu des mathématiciens français que les *Acta* poursuivent leur œuvre.

L'année suivante, le soutien européen à l'œuvre de Mittag-Leffler sera particulièrement massif à l'occasion de son 50^e anniversaire, lorsque, à l'instigation de Painlevé, la communauté mathématique européenne lui offrira son portrait accompagné d'une adresse dans laquelle, après un rappel des mérites

des *Acta* et de son fondateur, est exprimé avec vigueur le «vœu que les *Acta mathematica* poursuivent, pour le bien de la science, une carrière commencée avec éclat et encouragée par l'universelle sympathie des géomètres».

Mittag-Leffler structura autour des *Acta mathematica* un réseau de collaborateurs réguliers ou occasionnels particulièrement efficace qui le rendit incontournable dans la communauté mathématique européenne. Il fut ainsi membre de tous les comités d'organisation des congrès internationaux des mathématiciens, invité dans toutes les manifestations scientifiques internationales, et le premier à être nommé à la fois correspondant étranger de la Société royale de Londres et de l'Académie des sciences de Paris. En retour, sa position en Suède, tant vis à vis de ses collègues que du roi, avec lequel Mittag-Leffler entretint des relations étroites et amicales, fut renforcée par la reconnaissance acquise dans la communauté mathématique internationale par les *Acta mathematica*.

Poincaré publiera, dans les 10 premiers tomes des *Acta mathematica*, dix mémoires, soit 676 pages⁶ parmi les 1594 pages dues à des auteurs français. Non seulement l'auteur sur lequel Mittag-Leffler compte établir le succès des *Acta* ne le décevra pas en lui confiant ses cinq mémoires consacrés à la théorie des fonctions fuchsienues, mais de surcroît, il sera au début des années 1880, particulièrement prolifique et créatif.

Dans un mémoire *Sur les fonctions de deux variables*⁷, Poincaré montre la généralisation à deux variables du célèbre théorème de Weierstrass, selon lequel une fonction méromorphe peut s'exprimer comme un quotient de deux fonctions holomorphes. Weierstrass avait vainement cherché à prouver une telle généralisation, et ce résultat impressionne fortement Mittag-Leffler puisqu'il considère qu'«une difficulté qui lui paraît être une des plus grandes dans l'analyse» est surmontée. Poincaré publie aussi en 1885 un mémoire *Sur l'équilibre d'une masse fluide*⁸ dans lequel il reprend le vieux problème des figures d'équilibre et en obtient de nouvelles.

Poincaré, un redoutable polémiste

Un autre article publié dans les *Acta mathematica*, *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires*⁹ lui donnera l'occasion de faire montre de ses redoutables talents pour la polémique universitaire. Ces épisodes sont d'ailleurs à peu d'exceptions près, les seuls où Poincaré sorte de sa réserve et de son impassibilité. Au début de leur correspondance, Mittag-Leffler avait rapidement abandonné ses critiques concernant un des exemples énoncés par Poincaré dans son article *sur les fonctions à espace lacunaire*. De même, le jeune mathématicien n'avait rien cédé dans sa plus que vive correspondance avec Klein, tant sur les questions de priorité, que sur celle, non moins épineuse du point de vue allemand, de la dénomination «fonction fuchsienne». Cette polémique est évoquée à plusieurs reprises par Mittag-Leffler. Dans sa lettre du 18 juillet 1882, il relate sa visite chez Schwarz et évoque les récriminations de ce dernier. Il n'exclut pas complètement l'éventualité que Poincaré fasse dans son article *Sur les groupes fuchsienus* «une petite correction» concernant l'évaluation des travaux de Schwarz, tout en laissant Poincaré seul juge. Dans sa réponse, celui-ci répond fermement qu'après avoir relu les mémoires de

⁶Quantitativement, les articles de Poincaré représentent 17% des 10 premiers tomes des *Acta mathematica*.

⁷ Sur les fonctions à deux variables, *Acta mathematica*, 2 (1883), 49-92 ; *Œuvres*, 4, 147-161.

⁸ Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation, *Acta mathematica*, 7 (1885), 259-380 ; *Œuvres*, 7, 40-140.

⁹ Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires, *Acta mathematica*, 8 (1886), 295-344 ; *Œuvres*, 1, 290-332.

Schwarz et analysé rapidement les résultats obtenus, il ne voit aucune raison de changer d'opinion. Poincaré conclut sa lettre de manière assez sèche et sans offrir la moindre possibilité de compromis :

Je n'espère pas ainsi calmer M. Schwarz. Quelles sont en effet les causes de sa fureur ? D'abord il est furieux d'avoir tenu entre les mains un résultat important et de n'en avoir pas su tirer profit. A cela je ne puis rien.

De la même manière qu'il ne s'était pas laissé impressionner lors de sa controverse avec Klein, Poincaré répondra avec la même assurance à Weierstrass. Dans une note *Sur l'intégration des équations différentielles par les séries*¹⁰, il montre que, moyennant certains changements de variables, «il était possible d'intégrer une équation différentielle quelconque par des séries toujours convergentes pour des valeurs réelles de la variable». Weierstrass objecte que si on applique ce résultat au problème des trois corps, il y a une difficulté dans le cas des collisions. Poincaré, dans sa réponse, réplique que dans le cas des collisions, sa variable auxiliaire tend vers l'infini, et qu'à partir de la collision, «les formules ne donnent plus rien» et que «c'est ce qu'elles ont de mieux à faire». La réponse de Poincaré, jeune mathématicien de 28 ans, sûr de son talent, aux questions du vieux maître, admiré et respecté dans toute l'Europe, est pour le moins assez désinvolte.

Un peu plus tard, après qu'il se soit vu décerner le prix du roi Oscar en 1889, Poincaré, à la demande de Mittag-Leffler, poursuivra avec la même détermination une vigoureuse polémique avec l'astronome suédois Gyldén. Ce dernier contestait publiquement à Poincaré la priorité de certains résultats sur l'existence de solutions des équations de la dynamique. De plus, il affirmait que ses développements en série des solutions étaient convergents, alors que Poincaré, tout en reconnaissant la nouveauté et l'utilité pour les calculs se montrait sceptique quant à leur convergence. Le roi Oscar exigea de Mittag-Leffler une réponse aux récriminations de Gyldén devant l'Académie des Sciences de Suède.

Poincaré, invité par Mittag-Leffler à donner « sous le sceau du plus grand secret, son opinion sur les développements de M. Gyldén » évoque la difficulté à lire le mémoire de ce dernier et à comprendre des résultats peu clairs. A cette occasion, il explique sa méthode de travail.

J'ai l'habitude, quand je lis un mémoire, de le parcourir rapidement de façon à me donner une idée de l'ensemble et de revenir ensuite sur les points qui me semblent obscurs. Je trouve plus commode de refaire les démonstrations que d'approfondir celles de l'auteur. Mes démonstrations peuvent être généralement beaucoup moins bonnes mais elles ont pour moi l'avantage d'être miennes.

Comme Poincaré n'arrive pas à saisir le fil conducteur du raisonnement de Gyldén, il ne peut suivre sa méthode de travail et est donc obligé d'étudier ligne à ligne son article. Il reprend les arguments de Gyldén et montre qu'«à chaque approximation, il faut faire intervenir sa jugeote (comme on dit vulgairement) pour décider dans quel sens on doit aiguiller (comme on dit dans les chemins de fer)». Comme l'algorithme de Gyldén n'est pas exactement défini, il est clair que la question de la convergence est difficilement abordable. En étudiant précisément le mémoire de Gyldén, Poincaré montre que ses raisonnements ne sont pas rigoureux. Il conclut avec verve que la démonstration de Gyldén revient à admettre le principe suivant :

Toute série procédant suivant les puissances croissantes d'une variable plus petite que 1 est convergente à moins qu'on n'ait des raisons sérieuses de douter de cette convergence.

¹⁰ *Comptes rendus*, 94 (1882), 577-578 ; Œuvres, 1, 162-163.

Certes, Poincaré module la férocité de son propos en signalant la différence d'objectifs et d'exigence entre l'astronome qui ne s'intéresse qu'aux applications numériques et le mathématicien qui exige la rigueur.

Les controverses mathématiques sont autant d'épisodes où Poincaré sort de sa réserve habituelle et de son indifférence aux péripéties quotidiennes. Dans sa correspondance universitaire, il exprime peu de sentiments personnels, évoque rarement les événements politiques et sociaux et s'il participe activement à la vie académique, il se désintéresse des commérages et intrigues de la communauté scientifique. La mort de sa mère est la seule circonstance de sa vie privée évoquée dans la correspondance. Poincaré laisse par contre apparaître son désarroi et sa tristesse lorsque il est amené à reconnaître la gravité des erreurs qui entachent le mémoire couronné lors du prix du roi de Suède.

Le concours du roi de Suède

A l'occasion du soixantième anniversaire du roi de Suède, Oscar II, il avait été créé, à l'instigation de Mittag-Leffler, un prix devant récompenser «une découverte importante dans le domaine de l'analyse supérieure». Une commission comportant Hermite, Mittag-Leffler et Weierstrass posa quatre questions «qui à divers titres préoccupent également les analystes et dont la solution serait du plus grand intérêt pour les progrès de la science». La première concernait le problème des n corps qui résistait depuis le 18^e siècle aux efforts des mathématiciens et des astronomes ; plus précisément, il était proposé «de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable» et de résoudre la question de la stabilité d'un tel système. L'annonce du concours fut faite au printemps 1885 et insérée dans de nombreux journaux scientifiques. Les mémoires devaient parvenir à Stockholm avant le mois de juin 1888.

Poincaré proposa une contribution à la résolution de la première question. Son mémoire¹¹ comportait 158 pages, auxquelles il ajouta à la demande de Mittag-Leffler, 100 pages de notes additionnelles. Le 21 janvier 1889, le roi Oscar, après consultation de la commission, lui décernait le prix¹². Le résultat principal de son mémoire primé était une démonstration de la stabilité dans le cadre du problème restreint des trois corps. Il était arrivé assez vite à ce résultat puisqu'il l'annonçait à Mittag-Leffler dès juillet 1887. Poincaré pensait alors aborder le problème général, et s'il n'espérait pas résoudre complètement cette question qui occupait les mathématiciens et les astronomes depuis près d'un siècle, il ne désespérait pas de trouver des «résultats assez complets pour pouvoir être envoyés au concours». Ses espérances durent être déçues car il organisa son mémoire autour de ce seul résultat et exprima d'ailleurs sa déception dans l'introduction de son mémoire original.

L'étude du mémoire proposé par Poincaré occupera Mittag-Leffler et Weierstrass une partie de l'été 1888. Le 15 novembre 1888, dans une lettre adressée à Poincaré, Mittag-Leffler s'enthousiasme¹³ :

¹¹ Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique, avec des notes de l'auteur, édition détruite, 1 exemplaire conservé à l'Institut Mittag-Leffler.

¹² Un mémoire d'Appell sera aussi récompensé d'une mention spéciale.

¹³ A la lecture des lettres adressées à Mittag-Leffler, durant cette période, par Weierstrass, on peut raisonnablement penser que Mittag-Leffler exagère l'enthousiasme de son maître. Weierstrass, tout en reconnaissant l'importance des résultats de Poincaré et la nouveauté de ses méthodes, a toujours exprimé des réserves par rapport aux commentaires dithyrambiques de Hermite et Mittag-Leffler. Selon lui, les questions les plus importantes et les plus difficiles du problème des n corps n'ont pas encore été abordées.

[...] nous [Mittag-Leffler et Weierstrass] sommes de l'opinion unanime que vous avez fait de nouveau un chef d'œuvre de première genre et que la publication de votre mémoire sera le commencement d'une nouvelle époque dans la mécanique céleste.

Cependant, il ne cache pas la difficulté du mémoire de Poincaré, ni que les démonstrations lui paraissent incomplètes ou un peu rapides.

Poincaré répond en rédigeant des notes aux questions que Mittag-Leffler lui transmet, tant de sa part que de celle de Weierstrass. Il répond à une objection de Weierstrass concernant la définition de la stabilité et, comme on l'a vu plus haut, soutient activement Mittag-Leffler, dans sa polémique avec Gylden.

Début juillet, Mittag-Leffler communique à Poincaré une nouvelle série de questions posées par son secrétaire, le mathématicien Phragmén, concernant la convergence de certains développements. Poincaré y répond par une dernière note intitulée *Sur les solutions asymptotiques*. Cependant, il semble que les interrogations de Phragmén amènent Poincaré à revoir sa démonstration de la convergence de ces solutions et à y découvrir des erreurs fondamentales. Le 1^{er} décembre, Poincaré annonce à Mittag-Leffler d'un ton désespéré qu'une grande partie de son travail, dont le résultat de stabilité concernant le problème restreint des trois corps, s'est effondrée.

Je ne vous dissimulerai pas le chagrin que me cause cette découverte. Je ne sais d'abord si vous jugerez encore que les résultats qui subsistent [...] méritent la haute récompense que vous avez bien voulu m'accorder.

Mittag-Leffler répond qu'il ne regrette pas le prix «qui a été bien dignement placé» et s'occupe, avec son efficacité coutumière, à gérer la crise institutionnelle engendrée par la découverte de l'erreur. Or le mémoire avait été imprimé au mois de novembre 1889 et, en partie, déjà distribué. Mittag-Leffler se propose alors de récupérer les exemplaires distribués sans indiquer les raisons de cette procédure et d'imprimer (au frais de Poincaré) une nouvelle version.

Et voici maintenant ce que je vous propose à faire et ce qui sera d'après mon opinion le plus honorable pour vous comme pour nous. Vous écrivez un nouveau mémoire dans lequel vous introduisez tout ce qui reste de votre mémoire original ainsi que les développements qui se trouvent dans les notes ainsi que tous les autres développements que vous jugez bon d'introduire. Vous écrivez à ce nouveau mémoire une introduction dans laquelle vous dites qu'il est un remaniement du mémoire couronné dans lequel des développements qui se trouvaient seulement indiqués dans le mémoire originaire sont donnés et dans lequel une erreur que vous indiquez et qui s'était glissée dans vos premières recherches a été corrigée. [...] Je trouve que toute cette histoire doit rester entre nous jusqu'à la publication de votre nouveau mémoire.

Mittag-Leffler réussira à assurer une certaine confidentialité à l'affaire bien que Weierstrass se plaigne avec dépit d'avoir appris l'erreur de Poincaré par des commérages. Le 20 décembre, après que Poincaré ait accepté l'arrangement proposé par Mittag-Leffler, ce dernier considère la crise comme réglée d'un point de vue institutionnel et encourage Hermite à prononcer l'éloge du travail de Poincaré¹⁴ pour la conférence de fin d'année de l'Académie des Sciences. Dans la même lettre, Il ajoutait que cette expérience malheureuse ne pouvait qu'être profitable à Poincaré en l'incitant à rédiger ses travaux plus rigoureusement :

¹⁴ Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique, Acta mathematica, 13 (1890), 1-270 ; Œuvres, 7, 262-490.

D'abord la leçon sera très utile à M. Poincaré qui laissera peut-être à l'avenir son habitude fâcheuse d'énoncer des résultats dont il ne connaît la démonstration que d'une manière imparfaite. [...] Certainement que je partage votre opinion sur Poincaré et sur son génie immense mais il a imposé trop sur tout le monde et ce n'est pas utile qu'un homme qui ne daigne pas être plus exact que lui occupe une position si grande qu'il a eu[e] jusqu'ici. Il est jeune encore, il se reformera et les sciences mathématiques y gagneront.

Les critiques de Mittag-Leffler ne sont pas nouvelles ; en effet, formé à l'école de rigueur "weierstrassienne", il déplore assez souvent le style d'exposition de Poincaré. Dans sa lettre adressée à Weierstrass le 11 mai 1883, il regrette que le manque de clarté et de rigueur du mode d'exposition de Poincaré nuise à ses idées et affirme la nécessité d'un exposé rigoureux de ses travaux :

Comment trouvez vous le deuxième mémoire de Poincaré «*sur les fonctions fuchsienues*»? C'est vraiment très dommage qu'il n'est pas été formé dans une université allemande. Bien qu'il soit fourmillant d'idées nouvelles, son travail, me semble-t-il, laisse beaucoup trop à désirer du point de vue formel.

Les commentaires de Mittag-Leffler concernant les travaux de Poincaré oscilleront toujours entre l'enthousiasme le plus vif pour les résultats et une critique non moins acerbe de son style d'exposition. En effet, s'il ne ménageait pas ses commentaires admiratifs pour «le génie de Poincaré» et «ses travaux admirables», il ne ratait pas pour autant une occasion de rappeler que souvent, ses travaux étaient trop peu rigoureux :

Mais il [Poincaré] a pourtant une faute qui est extrêmement à regretter. Il écrit avec trop peu de soin, c'est incontestable, et ses mémoires sont remplis d'inexactitudes. Que ça ne soit dit qu'entre nous ! Il faut laisser aux grands génies de suivre leur propre chemin et accepter avec reconnaissance ce qu'il nous donne, même si l'on aurait désiré de le recevoir sous une forme plus digestible. [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 27 octobre 1887]

Poincaré ne pouvait pas rester sur cette erreur et il reviendra sur cette question en particulier lors de la rédaction du troisième tome de son traité *Sur les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*¹⁵ en adoptant un point de vue complètement original. Il n'est pas sûr que Poincaré ait été désormais plus prudent comme l'espérait Mittag-Leffler ; par contre, il a su, à partir de son échec, analyser les raisons profondes de son erreur et ouvrir ainsi de nouvelles voies pour la théorie des systèmes dynamiques.

Les prix Nobel de Physique

Après la création des prix Nobel, Mittag-Leffler constitua un puissant réseau d'influence dont l'objectif explicite était de peser sur la désignation des prix Nobel de Physique et de faire couronner des physiciens théoriciens ou à des physiciens mathématiciens. Comme à son habitude, il alliait dans cette volonté un indéniable amour des mathématiques à des préoccupations plus triviales. Mittag-Leffler avait ainsi trouvé une nouvelle occasion d'en découdre avec ses adversaires de la *Högskola* et de l'Académie de Stockholm, tous partisans d'une physique expérimentale et relativement hostile à la physique théorique et mathématique. Dans son livre sur la fondation des prix Nobel scientifique¹⁶, Crawford décrit la constitution des deux réseaux de promotion de candidats au prix Nobel de physique constitués par Arrhenius et Mittag-Leffler, et montre que la «définition du champ de la physique au début du siècle»

¹⁵ *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, 3, Paris : Gauthier-Villars, 1899.

¹⁶ *The Beginnings of the Nobel Institution*, Cambridge/Paris : University Press/Editions de la maison des sciences, 1884.

entre expérimentation et théorie est, au delà des péripéties contingentes, l'enjeu de l'opposition entre ces deux réseaux.

A la fin de 1901, Mittag-Leffler rappela à Poincaré son projet de présenter la candidature du physicien théoricien hollandais Lorentz au prix Nobel de Physique et le charge de rédiger et de faire signer le rapport de présentation de candidature. Le 18 juillet 1902, Mittag-Leffler explique à Painlevé sa stratégie : L'autorité de Poincaré doit emporter l'adhésion de l'Académie des sciences suédoise à la candidature de Lorentz. Puis, ayant fait un premier pas «vers la théorie», elle ne pourra alors qu'en faire un second en couronnant Poincaré pour son œuvre en physique mathématique. En 1902, Mittag-Leffler sera pourtant obligé d'accepter un compromis : le partage du prix Nobel de physique entre le théoricien Lorentz et l'expérimentateur Zeeman.

Entre 1904 et 1909, Poincaré sera proposé à plusieurs reprises en particulier à l'initiative du mathématicien français Darboux, alors secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Il n'était pas indifférent à ces tentatives. On trouve à la bibliothèque de l'Académie des Sciences deux lettres très amusantes adressées à Darboux dans lesquelles il établit la liste exhaustive de ses contributions à la physique mathématique et trace ainsi le canevas du rapport que Darboux va rédiger pour la commission Nobel.

En 1910, Mittag-Leffler estime que les circonstances sont favorables à la candidature de Poincaré. Il écrit le 28 novembre 1909 à Appell pour coordonner les initiatives françaises et suédoises :

Le temps est venu où nous pouvons espérer de faire donner le prix Nobel à Poincaré. J'envoie avec le courrier prochain un projet fait par Fredholm qu'il soumet à votre jugement et à celui de M. Darboux. Il a largement puisé de la proposition de Darboux pour cette année. L'essentiel est d'abord de bien développer le rôle que joue la théorie pure dans la physique et puis de conclure avec la proposition de donner le prix pour des découvertes par une formule suffisamment simple. Après quelques discussions nous avons trouvé cette formule dans les découvertes de Poincaré sur les équations différentielles de la physique mathématique. Je crois que nous remporterons la victoire sur ce programme.

Il poursuit sa lettre en dressant un véritable plan de campagne et en assignant à chacun son rôle :

Ma proposition est maintenant la suivante. Transformez le brouillon de Fredholm en bon français, ajoutez et transformez comme vous voulez en gardant toujours les deux points dont j'ai parlé. Envoyez-moi après votre rédaction, si possible écrite en machine à écrire, et signée par vous et Darboux. Vous vous signerez Doyen de la faculté des sciences et Darboux se signera après comme secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Il ne doit pas se trouver d'autres noms sur cette rédaction, mais puis nous demanderons de tous les physiciens auxquels on s'est adressé cette année de se réunir avec vous. On leur enverra à chacun une copie de votre rédaction ; le temps que nous avons à notre disposition est très court et si nous ne nous pressons pas, il se peut que plusieurs de ceux qui doivent voter pour Poincaré avant d'être informés viendront avec d'autres propositions. Poincaré une fois ayant eu le prix, d'autres nommés de la théorie pure viendront après. [...]

OBS. Evitez autant que possible "mathématiques" et parlez de "théorie pure". Comme tous ceux qui ne sont que d'expérimentateurs, on a une peur folle des mathématiques dans le comité physique du prix Nobel.

Appell, Darboux et Fredholm signeront un *Rapport sur les travaux d'ordre physique* de Poincaré, dont le préambule affirme qu'«en suivant le développement de la physique, il est impossible de méconnaître le grand rôle que jouent pour cette science les progrès dans le domaine purement théorique». Les influences

mutuelles de la physique et des mathématiques sont illustrées par l'exemple du «problème de la distribution de l'électricité en équilibre sur un conducteur dont la formulation mathématique conduit au problème de Dirichlet». Les rapporteurs réaffirment alors l'importance primordiale pour la physique de proposer des théories et de développer des instruments mathématiques :

A mesure que la physique veut pénétrer le mécanisme intérieur et caché des choses, le rôle de l'hypothèse gagne en importance, et dans la même mesure croît le besoin du physicien d'un instrument analytique d'une perfection de plus en plus grande.

La candidature de Poincaré est justifiée par ses contributions «à la solution générale et exacte des problèmes de la physique mathématique». L'importance de ses résultats obtenus concernant le problème de Dirichlet est pesamment analysée et soulignée. Le reste du rapport décrit tous les autres travaux de Poincaré en physique mathématique et conclut que l'exposé qui vient d'être fait «porte sur des théories si diverses que l'on a peine à croire qu'elles aient pu être approfondies et perfectionnées par un seul homme».

Une fois réglées les questions du rapport et de l'harmonisation des propositions française et suédoise, Mittag-Leffler envoie aux physiciens et aux physiciens-mathématiciens les plus renommés une lettre circulaire leur demandant de «vouloir bien aussi présenter Poincaré pour le prix "pour ses découvertes concernant les équations différentielles de la physique mathématique"». Un certain nombre de physiciens comme Rutherford refuseront de se joindre à la proposition en faveur de Poincaré pour des raisons de «définition du champ de la physique». Néanmoins, la proposition de décerner le prix Nobel de physique à Poincaré en 1910 réunit 34 signatures parmi les plus éminents physiciens ou mathématiciens, soit le nombre le plus élevé de soutiens à une candidature entre 1901 et 1930. Malheureusement, cela ne suffira pas à convaincre la commission Nobel. L'opposition des expérimentalistes et du réseau d'Arrhenius sera irréductible.

Malgré «un joli nombre de voix» obtenues par Poincaré, la campagne de Mittag-Leffler est un échec. Un «expérimentateur», Van der Waals, obtient en 1910 le prix Nobel pour ses travaux sur les équations des gaz et des liquides. Mittag-Leffler écrit le 6 décembre 1910 à Poincaré pour lui annoncer l'échec de sa tentative.

Nous avons été vaincus encore cette fois-ci pour le prix Nobel. Toute cette foule de naturalistes qui ne comprend rien sur le fond des choses a voté contre nous. Ils ont peur des mathématiques parce qu'il n'ont pas la moindre chance d'y comprendre jamais quelque chose.

Le seul point positif fut de faire admettre par le comité Nobel, dans son rapport de 1910, que la physique mathématique était partie intégrante de la physique. Des travaux de pure théorie pouvaient donc recevoir le prix.

En 1911, une proposition en faveur de Poincaré est essentiellement animée par Backlund, Darboux et Volterra. Mittag-Leffler est de nouveau confiant et encourage Darboux à négocier avec Arrhenius. De nouveau, malgré les concessions de Mittag-Leffler, la candidature de Poincaré sera mise en échec au profit de celle d'un autre théoricien, Wien. La mort prématurée de Poincaré en 1912 ne laissera pas le temps à l'Académie des sciences de Suède de lui décerner le prix Nobel de physique.

Conclusion

L'intérêt des historiens des sciences pour les correspondances scientifiques est constant depuis le 19^e siècle. La plupart des éditions complètes d'œuvres scientifiques comportent un certain nombre de lettres. Au 17^e et au 18^e siècles, la diffusion des travaux s'effectuait souvent de manière épistolaire. Les correspondances sont donc pour les spécialistes de cette époque, une source incontournable. A partir des années 1830, le principal moyen de communication entre mathématiciens devient l'article publié dans une revue. On pourrait penser que l'intérêt pour les correspondances scientifiques déclinerait chez les historiens des mathématiques. Il n'en fut rien. En effet, l'historiographie du début du 20^e siècle reposait exclusivement sur des conceptions internalistes et souvent hagiographiques. De ce point de vue, les correspondances restent une source importante pour une meilleure compréhension de la genèse des résultats et pour la recherche biographique. Mais les historiens des mathématiques, jusque dans les années 1950, ne se sont réellement intéressés qu'aux lettres possédant un contenu mathématique ou philosophique.

L'historiographie des mathématiques de la seconde moitié du 20^e siècle a considérablement étendu ses champs d'investigation en considérant le travail des mathématiciens dans ses relations avec l'enseignement, les institutions et plus généralement la société. L'étude des correspondances ne se limite plus aux lettres ayant un intérêt interne ou biographique mais s'étend à toutes celles qui sont significatives du point de vue institutionnel, éditorial ou sociologique.

La correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler est, à cet égard, exemplaire.

Résumé : Pendant presque 30 ans, les mathématiciens Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler échangent une correspondance régulière. La création de la revue *Acta Mathematica*, le prix du roi Oscar, la nomination des prix Nobel de Physique sont les épisodes marquants de cette correspondance dont l'étude permet de mieux comprendre l'organisation de la communauté internationale des mathématiciens au tournant des 19^e et 20^e siècles.