



HAL
open science

L'investissement de la mécanique céleste par Henri Poincaré entre 1882 et 1884

Philippe Nabonnand

► **To cite this version:**

Philippe Nabonnand. L'investissement de la mécanique céleste par Henri Poincaré entre 1882 et 1884. *Quadratures*, 2012, Numéro spécial "Henri Poincaré". hal-01081810

HAL Id: hal-01081810

<https://hal.science/hal-01081810>

Submitted on 12 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'investissement de la mécanique céleste par Henri Poincaré entre 1882 et 1884

Philippe Nabonnand¹

1. Introduction.

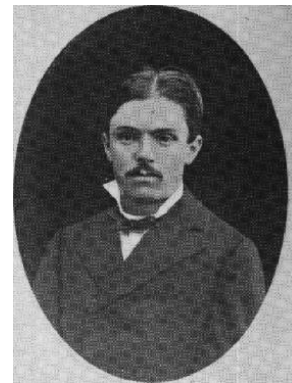
Le 18 janvier 1878, un étudiant roumain, Spiru Haretu, soutient à la Sorbonne une thèse de mécanique céleste devant un jury composé de Victor Puiseux, Charles Briot et Benjamin Baillaud. Le sujet de la thèse traite de l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires. Un jeune polytechnicien mines assiste à cette soutenance, Henri Poincaré. À cette époque, Poincaré termine ses études à l'École des mines qu'il avait choisie comme école d'application. Il avait obtenu une licence de mathématique l'année précédente. La thèse de Haretu était consacrée à l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires, un des aspects du problème de la stabilité du système solaire.



Spiru Haretu
(1851-1912)



Charles Hermite
(1822-1901)



Henri Poincaré
dans les années 1880

Quelques années plus tard, Poincaré est devenu un mathématicien prolifique qui poursuit trois grands programmes de recherche : une série de travaux sur les formes algébriques dans la tradition de son maître Charles Hermite, une approche qualitative des équations différentielles linéaires et enfin une méthode de résolution des équations différentielles linéaires à coefficients algébriques à partir de ses études sur les groupes fuchsien et les fonctions fuchiennes. Les recherches de Poincaré sont plus que couronnées de succès et lui donnent une première reconnaissance dans les milieux mathématiques français et européens. Cependant, alors qu'il est très occupé par ses recherches, Poincaré s'engage dans un nouveau champ en commençant à contribuer en mécanique céleste. Très rapidement, la mécanique céleste deviendra un des domaines de prédilection de Poincaré, certaines de ses contributions comme celle qu'il propose au concours du roi de Suède² comportent des innovations

¹ Université de Lorraine – Laboratoire d'Histoire des sciences et de Philosophie (UMR 7117 du CNRS).
Philippe.Nabonnand@univ-lorraine.fr

² Le 25 novembre 1884, le roi Oskar II de Suède lance un concours de mathématiques. Les mémoires des participants doivent être rendus en juin 1888. Le 20 janvier 1889, Poincaré est déclaré lauréat de ce concours par le jury composé de Karl Weierstrass, Charles Hermite et Gösta Mittag-Leffler.

pénétrantes ; il publie un traité sur *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*³ qui révolutionne les outils mathématiques utilisés par les mécaniciens célestes, il collabore très régulièrement entre 1884 et 1912 au *Bulletin astronomique*. On peut néanmoins poser la question des motivations pour lesquelles Poincaré ouvre ce nouveau chantier en 1882. Dans cet article, nous allons esquisser quelques pistes qui permettent de mieux comprendre ce choix. On distinguera à cet effet ce qui peut relever de la trajectoire de Poincaré comme sa formation, les mathématiques qu'il pratique dans les premières années 1880, sa situation professionnelle dans les années 1880-1884, le jeu des opportunités et des succès mais il ne faut pas négliger le statut de la mécanique céleste en France, l'apparition d'un journal comme le *Bulletin astronomique* ou encore les rivalités professionnelle.

2. Henri Poincaré et la mécanique céleste au début des années 1880

Nous avons vu que Poincaré s'intéresse suffisamment à la question de la stabilité du système solaire pour assister en 1878 à la soutenance d'une thèse à ce sujet. Il avait suivi les années précédentes à l'École polytechnique un cours d'astronomie et de mécanique céleste. Dans les premières années 1880, même si ce n'est pas son unique souci, il garde présent à l'esprit ces questions et met en toile de fond de ses premiers travaux de théorie qualitative des équations différentielles la question des applications à la mécanique céleste :

D'ailleurs, cette étude qualitative aura par elle-même un intérêt du premier ordre. Diverses questions fort importantes d'Analyse et de Mécanique peuvent en effet s'y ramener. Prenons pour exemple le problème des trois corps⁴ : ne peut-on se demander si l'un des corps restera toujours dans une certaine région du ciel ou bien s'il pourra s'éloigner indéfiniment ; si la distance de deux des corps augmentera, ou diminuera à l'infini, ou bien si elle restera comprise entre certaines limites ? Ne peut-on pas se poser mille questions de ce genre qui seront toutes résolues quand on saura construire qualitativement les trajectoires des trois corps ? Et si l'on considère un nombre plus grand de corps, qu'est-ce que la question de l'invariabilité des éléments des planètes, sinon une véritable question de Géométrie qualitative, puisque, faire voir que le grand axe n'a pas de variations séculaires, c'est montrer qu'il oscille constamment entre certaines limites⁵.

De même dans sa note du 17 février 1882 sur l'intégration des équations différentielles par les séries⁶ justifie sa méthode en évoquant son éventuelle application en mécanique céleste.

En 1886, Poincaré présente ses travaux en les distribuant en quatre rubriques (équations différentielles, théorie des fonctions, mathématiques pures (algèbre et arithmétique) et mécanique céleste). L'apparition de la mécanique céleste comme un de ses champs de

³ Henri Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Paris : Gauthier-Villars, 1892 (t. 1), 1893 (t. 2), 1899 (t. 3)

⁴ Le problème des trois corps est une des questions emblématiques de la mécanique céleste depuis le 18^e siècle. La question consistait à déterminer les trajectoires de trois corps, chacun étant soumis à l'attraction newtonienne des deux autres.

⁵ Henri Poincaré, Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle I, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, (2) 7 (1881), p. 376]

⁶ Henri Poincaré, Sur l'intégration des équations différentielles par les séries, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 94 (1882), p. 577—578.

recherche est pleinement justifié par la série de notes publiées aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences* et d'articles publiés dans le *Bulletin Astronomique* en 1884 et 1885. Par contre, avant l'année 1884, il n'avait classé dans ce champ que trois notes aux *Comptes rendus* concernant la convergence des séries trigonométriques et de développements en série utilisés en mécanique céleste. La question de la période pendant laquelle Poincaré décide d'investir certains domaines de la mécanique céleste se resserre donc au début de l'année 1883.

Mathématiquement, Poincaré a pris conscience, suite entre autres à sa correspondance⁷ avec l'astronome suédois Anders Lindstedt⁸ que son approche des questions de convergence et de stabilité est plus fine que celle de la plupart des mécaniciens célestes. Son condisciple à l'École polytechnique, Octave Callandreau⁹ qui était astronome adjoint à l'époque (à la fois théoricien et observateur) à l'Observatoire de Paris, le confirme dans cette opinion :

Parlons maintenant des beaux résultats auxquels tu es arrivé, indépendamment à coup sûr de ta connaissance des conclusions pratiques formulées par Le Verrier, Hansen, Laplace d'abord¹⁰.

En particulier, Poincaré avait fait apparaître dans ses notes que les séries trigonométriques pouvaient avoir plusieurs modes de convergence et que leur comportement en dépendait fortement ; il montre entre autre dans sa note aux *Comptes rendus* du 30 octobre 1882¹¹ que le module d'une série trigonométrique uniformément convergente $\sum A_p \sin \alpha_p t + \sum B_p \cos \beta_p t$ peut croître indéfiniment. Poincaré en conclut que ce résultat n'obère pas l'utilisation pratique pour calculer sur le court terme les positions des astres mais que « néanmoins, il y a peut-être quelque intérêt à signaler ce fait, car il montre qu'il est impossible d'accepter certaines conséquences *théoriques* qu'on serait tenté de tirer » de ces séries. Par conséquence théorique, Poincaré entend le problème de la stabilité.

⁷ Pour la correspondance de H. Poincaré, on peut consulter le site des Archives Poincaré : <http://www.univ-nancy2.fr/poincare/chp/>.

⁸ Anders Lindstedt était une étoile montante de l'école suédoise d'astronomie. Il avait dans les années 80 proposé des développements en série des solutions de certaines équations liées au problème des trois corps. Dans une lettre qu'il lui adresse le 25 août 1885, Poincaré déclare qu'il considère la méthode de Lindstedt « comme supérieure à toutes celles qui ont été proposées jusqu'ici ». La correspondance entre Poincaré et Lindstedt est consacrée à la convergence des séries obtenues par Lindstedt, à la présence dans celles-ci de termes séculaires ainsi qu'à l'effectivité de l'algorithme proposé par Lindstedt.

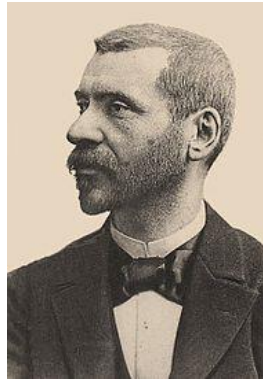
⁹ O. Callandreau intègre l'École polytechnique en 1872 et Poincaré en en 1873.

¹⁰ Lettre de Callandreau à Poincaré datée du 26 février 1882.

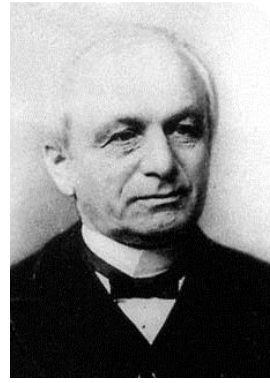
¹¹ Henri Poincaré, Sur les séries trigonométriques, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 95 (1882), p. 766-768.



Anders Lindstedt
(1854-1939)



Octave Callandreau
(1852-1904)



Leopold Kronecker
(1823-1891)

L'année suivante, Poincaré propose une nouvelle note consacrée aux solutions périodiques du problème des trois corps¹². En utilisant un résultat d'analyse du mathématicien allemand Leopold Kronecker, Poincaré montre que le problème des trois corps admet une infinité de solutions périodiques. Un peu plus tard, quand il développera cette note en un article pour le *Bulletin astronomique*¹³, Poincaré explique l'intérêt de ces solutions en pointant que pour ces solutions, les « difficultés relatives à la convergence n'existent pas ».

À la fin de 1883, il publie enfin une note consacrée aux développements en série proposés par A. Lindstedt. Dans cette note, Poincaré montre d'abord que si de telles séries convergent sur un intervalle de temps, elles convergent partout, puis que la méthode est robuste à savoir que les solutions « ne peuvent se développer que d'une seule manière en séries trigonométriques convergentes ». Enfin, Poincaré affirme savoir « montrer » que les développements de Lindstedt ne sont pas convergents pour toutes les valeurs des constantes :

Mais il n'est pas évident, il est même improbable, que la convergence subsiste lorsque les valeurs des constantes sont suffisamment voisines de ces valeurs particulières. Je connais, en effet, des problèmes tout à fait analogues où la convergence n'a pas lieu.

Pour autant, ces séries fournissent néanmoins des outils très utiles pour les calculs astronomiques sur une courte période :

Mais, même si elles divergent, les séries de M. Lindstedt peuvent fournir une solution du problème avec une approximation indéfinie, c'est-à-dire que l'on peut trouver des séries convergentes dont les coefficients diffèrent aussi peu que l'on veut de ceux des séries de M. Lindstedt et dont la somme diffère aussi peu que l'on veut des distances mutuelles que l'on cherche à exprimer. C'est dans ce sens que la méthode de M. Lindstedt nous fournit une véritable solution du problème.

Poincaré montre donc dans cette note qu'il maîtrise au moins aussi bien que les spécialistes de mécanique céleste qui avaient réceptionné la méthode de Lindstedt avec faveur

¹² Henri Poincaré, Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 97 (1883), p. 251-252.

¹³ Henri Poincaré, Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps, *Bulletin astronomique*, 1 (1884), p. 65-74.

(Hugo Gylden¹⁴, O. Callandreau, Félix Tisserand¹⁵, ...) un certain nombre de subtilités de cette méthode et des difficultés liées au problème des trois corps. À la fin de 1883, Poincaré a mis en place l'idée de solution périodique, celle de développement asymptotique et une approche fine de la notion de stabilité. Il a investi mathématiquement une partie du champ de la mécanique céleste, devenu et propose déjà des approches originales. Comme on le verra, les astronomes français O. Callandreau et F. Tisserand ne s'y tromperont pas.



Félix Tisserand
(1845-1896)



Hugo Gylden
(1841-1896)

3. La note du 17 février 1882

Grâce à la théorie des fonctions fuchsiennes et des groupes fuchsien¹⁶, la réputation de Poincaré dans les milieux mathématiques européens est très rapidement établie. Ainsi, le 8 mars 1883, Karl Weierstrass¹⁷ écrit à son élève Gösta Mittag-Leffler¹⁸ qu'il attend avec impatience la suite des mémoires de Poincaré sur cette question (tout en regrettant qu'ils laissent beaucoup de choses de côté). Néanmoins, dans la même lettre, Weierstrass est beaucoup plus intéressé et intrigué par une note aux *Comptes rendus* publiée au début de l'année 1882 dans laquelle Poincaré pose la question du domaine de convergence des développement en séries des solutions d'un système d'équations différentielles¹⁹ :

J'ai pensé qu'il y aurait quelque intérêt à rechercher à rechercher si l'on ne peut pas intégrer les équations différentielles par des séries qui restent convergentes pour toutes les valeurs *réelles* de la variable.

Poincaré montre qu'il peut toujours trouver un changement de variable

¹⁴ Hugo Gylden était l'astronome le plus connu de Suède. Il avait développé une méthode pour aborder le problème des trois corps par des techniques de calcul des perturbations. A. Lindstedt était un de ses élèves.

¹⁶ Sur cette question, on peut lire le livre de Jeremy Gray, *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré*, Boston : Birkhäuser, 1986.

¹⁷ Karl Weierstrass était une des autorités incontestables du milieu mathématique en Europe. Professeur à l'Université de Berlin, il a formé une grande des mathématiciens de l'aire germanique. Ses travaux essentiellement en analyse sont innovants et d'une rigueur dont il contribue à établir les standards.

¹⁸ Gösta Mittag-Leffler était un mathématicien suédois élève de Hermite et de Weierstrass. Il se sert de ses bonnes relations avec les mathématiciens français et allemands pour créer une revue mathématique internationale, *Acta mathematica*, à laquelle Poincaré contribuera tout au long de sa carrière.

¹⁹ Henri Poincaré, Sur l'intégration des équations différentielles par les séries, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 94 (1882), p. 577-578.

$$t = \frac{e^{\alpha s} - 1}{e^{\alpha s} + 1}$$

pour lequel les solutions d'un système d'équations différentielles puissent être développées sous la forme de série convergente pour toutes les valeurs de la variable s . Il ajoute que si on applique cette technique aux équations de la mécanique céleste, « les séries resteraient convergentes pour toutes les valeurs réelles du temps ». Ce résultat fait l'objet pendant plus d'une année d'une série de correspondances. L'initiative est prise par Hermite qui le 4 mars 1882, demande à Mittag-Leffler de signaler à l'astronome Gyldén la note de Poincaré en la présentant comme relevant du contexte du calcul des perturbations. Gyldén a dû lire cette année et réagir en demandant quelques applications ; en effet, le 20 mars 1882, Hermite annonce à Mittag-Leffler qu'il lui a demandé de proposer un exemple simple :

J'ai engagé Mr Poincaré à faire l'application de sa méthode au cas du mouvement elliptique ; je pense que Mr Gyldén ne sera pas fâché de pouvoir ainsi en juger.

Le 6 avril 1882, les calculs de Poincaré semblent bien avancés et être concluants :

Dans un de nos entretiens, il m'a fait savoir que les séries auxquelles il parvient pour le mouvement elliptique, convergent plus ou moins rapidement, suivant le choix de la constante α , mais toujours à la manière d'une progression géométrique, ce qui me paraît de la plus haute importance²⁰.

Peu après, Karl Weierstrass s'intéresse aussi à cette note dont il a eu connaissance par son ancienne élève Sophia Kowalewskaja et lui demande le 14 juin 1882 des précisions²¹. Il est d'autant plus surpris qu'en étudiant les propriétés analytiques des fonctions définies par des équations différentielles, il s'est convaincu que les solutions du problème des n corps peuvent être développées analytiquement par rapport au temps dans un certain domaine à la condition que l'on impose des conditions de stabilité, et qu'en particulier qu'aucun point ne se rencontre. Il insiste et réitère ses interrogations le 8 mars 1883 auprès de Mittag-Leffler qui transmet finalement la lettre à Poincaré²².



Karl Weierstrass
(1815-1897)



Gösta Mittag-Leffler
(1846-1927)



Sophia Kowalewskaja
(1850-1891)

²⁰ Lettre de Hermite à Mittag-Leffler datée du 6 avril 1882.

²¹ Reinhard Bölling, *Briefwechsel zwischen Karl Weierstrass and Sofja Kowalewskaja*, Berlin : Akademie Verlag, 1993, p. 269-271.

²² *La Correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, Basel : Birkhäuser, 1999, p. 118-124.

Poincaré répond à Weierstrass par l'intermédiaire de Mittag-Leffler le 18 avril 1883 dans une lettre au style affirmé et assuré. Manifestement, Poincaré est certes flatté de l'intérêt que lui porte Weierstrass mais n'est guère impressionné. Il précise que la variable qu'il utilise n'est pas le temps mais une variable auxiliaire et qu'il n'est pas certain que son changement de variable soit pertinent pour les équations de la mécanique céleste. Il confirme son jugement en 1886 quand il expose cette méthode dans son quatrième mémoire sur les courbes définies par des équations différentielles :

Je ne crois pas toutefois qu'on puisse tirer grand parti des applications de cette méthode à la Mécanique céleste²³.

La réponse de Poincaré n'empêche pas Hermite qui soutient la carrière de Poincaré. Dans le rapport qu'il rédige en 1884 à l'occasion de la candidature de Poincaré à l'Académie des sciences, il prédit à Poincaré un grand avenir dans le domaine de la mécanique céleste en se référant à cette note :

Ces efforts [pour obtenir des développements convergents] ne font pas encore toucher le but, mais ils montrent ce que l'on doit attendre d'une vue nouvelle et profonde que Mr. Poincaré a succinctement indiquée dans une note des comptes rendus du mois de Février 1882.

Mr. Poincaré y énonce que les solutions réelles d'un système d'un nombre quelconque d'équations différentielles linéaires du premier ordre peuvent s'exprimer par des séries convergentes, ordonnées suivant les puissances d'une variable auxiliaire. Et donc, dans le cas du problème des trois corps, sous certaines conditions initiales que l'auteur spécifie, cette variable devient une fonction exponentielle très simple du temps. L'importance de ce résultat nous fait exprimer le vœu que le jeune géomètre dirige son beau talent vers les problèmes de la Mécanique céleste, et poursuive dans cette voie le développement complet de ses idées, en réalisant les espérances qu'elles ont fait concevoir²⁴.

Ce résultat dont Poincaré lui-même se rend compte très vite qu'il n'est pas applicable à la question de la convergence des séries de la mécanique céleste est pourtant important pour la reconnaissance de Poincaré par les astronomes suédois. Gylden et Lindstedt entendent certainement parler de Poincaré à l'occasion de cette note. Une carrière est aussi faite de hasard, d'opportunité et de malentendus.

4. La trajectoire professionnelle et académique de Poincaré au début des années 80

L'effort de Poincaré vers la mécanique céleste ne peut pas se comprendre sans analyser le contexte professionnel et académique de Poincaré aux débuts des années 1880 ; un contexte caractérisé par la recherche d'une position professorale à la Faculté des sciences de Paris. Le tableau encadré ci-contre rassemble les événements significatifs de la vie professionnelle et académique d'Henri Poincaré entre 1879, année de son entrée dans la vie active et 1885,

²³ Henri Poincaré, Sur les courbes définies par les équations différentielles (4^e partie), *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 2 (1886), p. 177.

²⁴ Charles Hermite, Rapport de Charles Hermite au sujet de la candidature d'Henri Poincaré à l'Académie des sciences, Dossier personnel d'Henri Poincaré, Archives de l'Académie des sciences, .

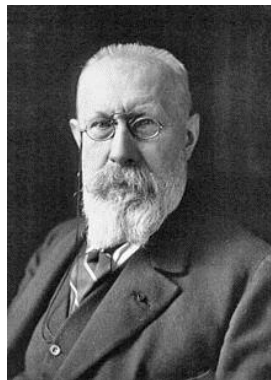
année de sa nomination comme professeur à la Sorbonne. Il révèle le profil d'un jeune homme brillant et talentueux qui ne néglige rien pour acquérir du capital symbolique dans le champ universitaire : une production mathématique foisonnante, de qualité et consacrée à des sujets qui sont à la pointe de l'actualité de la recherche, des participations à des concours, des candidatures à des postes universitaires, à des académies, des participations à l'activité de sociétés savantes...

1879	28 mars	Nomination comme ingénieur des mines à Vesoul.
	1 ^{er} août	Soutenance de sa thèse (Jury : Ossian Bonnet, Jean Claude Bouquet, Gaston Darboux).
	1 ^{er} décembre	Nomination comme chargé de cours à la faculté des sciences de Caen.
1880	15 mars	Dépôt d'un pli cacheté sur la théorie générale des formes déposé à l'Académie des sciences.
	28 mai	Dépôt de son mémoire pour le Grand prix des sciences mathématiques de l'Académie des sciences.
	28 juin	Dépôt d'un 1 ^{er} supplément à son mémoire pour le Grand prix.
	6 septembre	Dépôt d'un 2 ^e supplément à son mémoire pour le Grand prix.
	20 décembre	Dépôt d'un 3 ^e supplément à son mémoire pour le Grand prix. Première candidature à l'Académie des Sciences.
1881	14 mars	Mention très honorable dans le Grand prix des sciences mathématiques
	avril	Adhésion à l'Association Française pour l'Avancement des Sciences et participation au congrès d'Alger de l'AFAS.
	19 octobre	Nomination comme Maître de conférences d'analyse à la Faculté des sciences de Paris. Présentation par la section de géométrie de l'Académie des sciences en 5 ^e ligne.
1882		Rencontre à Paris avec G. Mittag-Leffler, S. Kowalevskaja et Sophus Lie.
1883	Août	Participation au congrès de Rouen de l'AFAS.
	6 novembre	Nomination comme répétiteur d'analyse à l'École polytechnique.
1884		Une nomination comme professeur au collège de France, un projet qui n'aura pas de suite : « Je vous apprendrai qu'on songe à profiter, dans son intérêt, des publications qu'il [Poincaré] a faites sur la Mécanique céleste, pour lui réserver la chaire d'Astronomie du Collège de France, lorsque Mr. Serret, qui en est titulaire, devra d'après les règlement prendre sa retraite, ce qui peut arriver très prochainement.» [Lettre de Hermite à Mittag-Leffler, 5février 1884] Présentation en 4 ^e ligne par la section de géométrie de l'Académie des sciences.
	3 mai	Nomination comme membre correspondant de la Société royale des sciences de Göttingen.
1885	16 mars	Nomination à la chaire de mécanique physique et expérimentale de la Faculté des sciences de Paris.
	Mai	Présentation en 3 ^e ligne par la section de géométrie de l'Académie des sciences.
	27 mai	Nomination comme membre étranger de la Société royale des sciences d'Uppsala
	21 décembre	Lauréat du prix Poncelet.

La compréhension de l'investissement de la mécanique céleste par Poincaré durant les premières années 1800 passe aussi par l'analyse de ce contexte et doit donc tenir compte de la concurrence entre le trio des étoiles montantes des mathématiques française composé outre de Poincaré, de Paul Appell et Émile Picard. Même si Hermite déclarait à Mittag-Leffler qu'« entre Poincaré, Appell et Picard règnent la concorde et la plus grande cordialité²⁵ », les trois jeunes gens sont tous trois à la recherche d'une position professorale à Paris et sont tous trois dans une quête identique de reconnaissance scientifique, académique et institutionnelle.



Émile Picard
(1856-1941)



Paul Appell
(1855-1930)²⁶

De ce point de vue, même si Poincaré n'a pas à se plaindre puisqu'il obtient une chaire à la Sorbonne à 31 ans, on peut néanmoins remarquer que les carrières de ses deux amis mathématiciens progressent légèrement plus vite. Ainsi, durant l'année universitaire 1883-84, Appell et Picard sont annoncés comme donnant des leçons alors que Poincaré ne l'est que comme donnant des conférences. La différence est ténue, certes, mais significative pour les jeux subtils d'attribution des positions professorales à la Sorbonne. De même, on peut noter que Picard avait obtenu une charge de conférences à la Faculté des sciences de Paris dès 1878 (à 26 ans), puis une charge de cours à l'Université de Toulouse en 1879, la suppléance de Bouquet à la Sorbonne en 1881, une charge de conférences à l'École normale supérieure entre 1883 et 1885, une charge de cours à la Sorbonne durant l'année universitaire 1885-1886 pour être nommé en 1886 à 30 ans²⁷ titulaire de la prestigieuse chaire de calcul différentiel et intégral. Appell est chargé de cours à l'Université de Dijon en mécanique rationnelle entre 1878 et 1881, maître de conférences à l'École normale supérieure en 1881, puis nommé chargé de cours de mécanique à la Sorbonne en 1883 pour obtenir la chaire de mécanique rationnelle, à 30 ans lui aussi, en 1885. Les débuts de carrière des anciens élèves de l'École normale supérieure que sont Appell et Picard sont légèrement plus rapides et le soutien constant et massif d'Hermite qui affirme sans ambages la supériorité de Poincaré ne suffit pas tout à fait à contrebalancer quelques réticences vis-à-vis de Poincaré. En effet, Joseph Bertrand, peut-être pour des raisons familiales²⁸, J.-C. Bouquet et même Gaston Darboux

²⁵ Ce qui semble le cas, au moins entre Appell et Poincaré qui s'étaient connus en classe préparatoire à Nancy.

²⁶ Nous ne disposons pas de photographies de Picard et Appell jeunes.

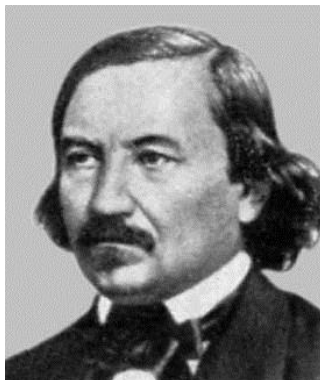
²⁷ 30 ans est l'âge minimum.

²⁸ On peut rappeler que Charles Hermite et Joseph Bertrand sont beaux-frères, qu'Émile Picard est le gendre d'Hermite et que l'épouse de Paul Appell est la nièce d'Hermite et de Bertrand. Pour plus de précisions sur cette

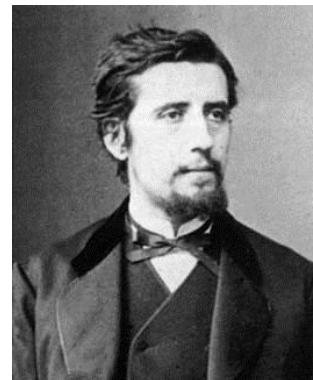
semble d'après la correspondance d'Hermite avoir à un moment ou un autre préféré soutenir Appel ou Picard que l'ancien élève de l'École polytechnique qu'était Poincaré²⁹.



Jean Claude Bouquet
(1819-1885)



Joseph Bertrand
(1822-1900)



Gaston Darboux
(1842-1917)

Même si Poincaré se distinguait par son talent et sa production mathématique, on peut imaginer qu'il avait aussi besoin de se démarquer par rapport à ses rivaux. En abordant le domaine de la mécanique céleste auquel il avait été initié lors de sa formation à l'École polytechnique, il ouvre le spectre de ses spécialités par rapport à Picard qui est essentiellement un analyste et Appel qui est un analyste et un spécialiste de mécanique.

5. La mécanique céleste à la fin du 19^e siècle

Le choix de la mécanique céleste n'est pas innocent ; la discipline est à la fois prestigieuse et populaire. La figure mythique de Pierre Laplace, la découverte de Neptune par Urbain Le Verrier, les rapports de Charles Delaunay sur les progrès de l'astronomie et de Michel Chasles sur ceux de la géométrie, ont largement contribué à assurer à cette discipline une place de choix dans le champ scientifique ; elle est présente dans les programmes des lycées et surtout de l'École polytechnique ; les cours de Hervé Faye et de son successeur, Aimé Laussedat, ont initié des générations de polytechniciens aux grandes questions de l'astronomie et de la mécanique céleste ; une chaire d'astronomie mathématique a été créée à la Sorbonne pour Le Verrier depuis 1846. Depuis 1872, l'astronomie faisait l'objet d'une attention particulière du gouvernement français dans le cadre des réflexions sur la science à la suite de la défaite lors de la guerre franco-prussienne. Une politique de décentralisation avait permis la création ou la restauration de plusieurs observatoires en province³⁰.

Le phénomène n'est pas seulement français ; l'astronomie et la géodésie sont au cœur des processus d'internationalisation de la science ; l'apparition des techniques à la photographie permet d'envisager des projets internationaux comme celui de la carte du ciel, un certain nombre d'observations comme celle du passage de Vénus ne s'envisagent plus que dans un cadre international Commission de Vénus, les entreprises de mesure géodésique sont l'occasion de rivalité de rivalité tant pour des raisons de prestige que commerciales.

grande famille de mathématiciens et d'universitaires, on peut consulter l'article de Martin Zerner, Le règne de Joseph Bertrand, *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, 34 (1991).

²⁹ Lettres d'Hermite à Mittag-Leffler des 18 août 1881, 27 janvier 1884, 14 mars 1884, 25 février 1885.

³⁰ On peut consulter sur cette question le livre de Jérôme de La Noë et Caroline Soubiran, *La (Re)fondation des observatoire sous la III^e république*, Bordeaux : Presses universitaire de Bordeaux, 2011.

Plus spécifiquement, « l'analyse appliquée à la mécanique céleste³¹ » qui désigne la partie de la mécanique céleste consacrée à la résolution des équations différentielles est depuis le 18^e siècle, et particulièrement durant la seconde moitié du 19^e siècle, un domaine particulièrement valorisé par les mathématiciens. Le flux de contributions au problème des trois corps et à la théorie des perturbations est continu et intense³².

Le domaine ne peut qu'attirer un jeune mathématicien talentueux et ambitieux. Inversement, les mécaniciens célestes français ne peuvent être insensibles aux offres de service d'un de ceux qui incarnent la nouvelle génération mathématicienne. Très vite, O. Callandreau se rend compte de la profondeur de vue de son condisciple, et l'encourage, comme on l'a vu, à poursuivre son travail dans cette direction.

Félix Tisserand, le titulaire de la chaire d'astronomie à la Sorbonne et astronome à l'Observatoire de Paris, fait de même et propose à Poincaré de contribuer à la nouvelle revue qu'il promeut au nom de l'Observatoire de Paris :

Je viens de lire aux *Comptes rendus* votre note sur le travail de M. Lindstedt ; je la trouve très intéressante. J'espère que ce premier travail sera suivi d'autres sur la théorie des perturbations ; avec vos talents, je crois que vous ferez dans ce domaine, de belles découvertes dont nous autres astronomes, pourrions faire notre profit.

On va fonder à l'observatoire un journal astronomique dont je serai probablement le Directeur, officiellement ou officieusement. C'est à ce titre que je viens vous demander si vous ne pourriez pas rédiger un Mémoire contenant l'essentiel de vos communications du 30 Nov. 1882, du 23 Juillet 1883 et du 24 Décembre dernier.

Votre Mémoire paraîtrait en Mars 1884. Je vous en serais personnellement très reconnaissant³³.

En effet, dans le cadre de la promotion des travaux astronomiques français, l'Observatoire de Paris avait chargé F. Tisserand de créer une revue française d'astronomie puisque la multiplication des observatoires et donc des personnels travaillant dans ce domaine justifiait « créer un organe de publicité, où nos astronomes puissent faire connaître leurs travaux en temps utile, et où ils trouvent, avec les nouvelles astronomiques, une analyse des principales publications périodiques étrangères, qui les tiennent constamment au courant des progrès de la Science, sans qu'ils aient besoin de compulsurer péniblement des journaux de toute langue, qu'il leur serait d'ailleurs quelquefois difficile de se procurer³⁴ ».

La nouvelle revue comporte trois types de rubriques : 1) des résultats d'observations et des « mémoires ou notices sur diverses questions d'Astronomie théorique ou pratique », 2) une revue des « nouvelles astronomiques » et l'analyse des publications étrangères et enfin 3) des articles concernant des sciences connexes à l'astronomie et il est fait appel à toutes les bonnes volontés françaises et étrangères.

³¹ Michel Chasles, *Rapport sur les progrès de la géométrie*, Paris : Imprimerie impériale, 1870, p. 32.

³² Parmi les contributeurs français entre 1850 et 1880, on peut citer Liouville, Painvain, Weiler, Allegret, Mathieu, Brassine, Radau sans oublier Cauchy, Binet, Puiseux, Le Verrier, Delaunay, Bourget, Baillaud, Tisserand, Gruey, Descombes...

³³ Lettre de Félix Tisserand adressée à Henri Poincaré le 29 décembre 1883.

³⁴ Ernest Mouchez, Averstissement, *Bulletin astronomique*, 1 (1884), p. 5.

C'est dans ce cadre que débute une collaboration fructueuse entre Poincaré et le *Bulletin astronomique*. Poincaré publie dans le premier tome du *Bulletin astronomique* deux articles qui développent ces deux premières notes aux Comptes rendus de 1882 : Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps en février 1884) et Sur la convergence des séries trigonométriques en juillet 1884. Il poursuivra régulièrement à collaborer au *Bulletin astronomique* qui est l'organe par lequel il diffuse ses travaux en mécanique céleste et en cosmologie. Il en devient le président du comité de rédaction en 1897³⁵. Le *Bulletin astronomique* est le journal auquel il contribue le plus en nombre d'articles³⁶ en nombre d'articles, 37 au total.

Les raisons de l'investissement de Poincaré dans le domaine de la mécanique céleste ne se réduisent pas à de simples concours de circonstances, ni à des raisons de pur intérêt scientifique. La formation de Poincaré, le contexte de la vie académique et universitaire, les dynamiques des disciplines et de la recherche sont aussi à prendre en compte pour reconstruire les contextes dans lesquels Poincaré est amené à s'intéresser d'abord au problème des trois corps, mais aussi au problème des figures d'équilibre, à des questions cosmologiques et à infléchir son identité de mathématicien vers l'astronomie et la mécanique céleste³⁷.

³⁵ Il occupera cette charge jusqu'à son décès.

³⁶ Les notes aux *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences* mises à part.

³⁷ Poincaré succédera à Tisserand à la chaire d'astronomie mathématique de la Faculté des sciences de Paris en 1896. Il occupera cette chaire jusqu'à son décès.