



HAL
open science

6. L'instrument et l'expérience fondateurs de la géométrie

Jean Stratonovitch

► **To cite this version:**

Jean Stratonovitch. 6. L'instrument et l'expérience fondateurs de la géométrie. 2014. hal-01069147v1

HAL Id: hal-01069147

<https://hal.science/hal-01069147v1>

Preprint submitted on 28 Sep 2014 (v1), last revised 6 Oct 2014 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'INSTRUMENT ET L'EXPÉRIENCE FONDATEURS DE LA GÉOMÉTRIE

Jean Stratonovitch

Nous avons montré dans l'article *Le noyau premier* que la construction de la géométrie doit précéder celle de chronométrie, et qu'elle doit être elle-même précédée de la construction d'un noyau mettant en place les notions temporelles sommaires nécessaires à la réalisation d'expériences de géométrie, et que nous avons appelé le noyau premier.

Tel est donc le cadre dans lequel nous devons construire la géométrie. Avant de nous atteler à ce problème, prenons le temps de nous faire une idée imagée d'un univers qui se limiterait aux notions apportées par le noyau primitif.

Dans un tel univers, il n'y a pas de corps, mais seulement des « particules » infiniment petites ; ou plutôt, la notion de corps est un concept inexistant, et les corps, s'il y en a, ne sont rien d'autre que des collections de « particules » entre lesquelles nous ne concevons aucun lien. Le seul événement envisageable est la rencontre de particules, et cet univers, d'une certaine façon, ressemble à un gaz – avec cette étrangeté qu'on est incapable de représenter la position d'une particule, parce qu'il n'existe aucun référentiel.

Une autre image, plus allégorique, mais qui souligne l'ordre chronologique, est celle du cocktail mondain. Des gens vont et viennent, se rencontrent, se séparent, des groupes se font et se défont. Cette somme d'histoires individuelles a une cohérence globale qui dépasse celle de chaque observateur. Mais nulle part il n'y a de plancher, de mur ni quoi ce soit d'analogue sur lequel on pourrait se baser pour désigner un lieu au sens où on l'entend d'habitude. La seule notion de lieu dont nous disposons, c'est le « ici et maintenant » de l'instant local.

1 - L'INSTRUMENT ET L'EXPÉRIENCE FONDATEURS DE LA GÉOMÉTRIE

Mais l'univers, justement, ne se réduit pas à la logique gazeuse du noyau premier. Il y a autre chose que ces « particules », ces points historicisés, il y a ce dont nous venons de constater l'absence dans le noyau premier, il y a des corps.

La géométrie est fondée sur l'expérience sans cesse renouvelée que certains objets manifestent certaines propriétés d'invariance : ainsi les lieux que je fréquente et un grand nombre d'objets familiers, qui d'un jour à l'autre restent sagement identiques à ce qu'ils sont, sans se déformer ni s'agrandir ni se rapetisser. Nous disons d'eux que les que leurs dimensions restent invariables ; ou que les points dont ils sont faits gardent entre eux des distances constantes.

Ce sont des façons de parler qui pourraient facilement nous inciter à la glissade conceptuelle, et nous faire accorder aux dimensions et aux distances en général le statut d'exister « en elles-mêmes » et donc préalablement aux objets qu'elles caractérisent. Elles existeraient alors indépendamment d'eux et seraient à proprement parler des entités métaphysiques. Les distances ne peuvent avoir d'existence « en elles-mêmes », elles ne sont que des concepts construits par notre intelligence à partir des expériences d'invariance dont nous venons de parler.

Le mot d'invariance est vague. À lui seul, il ne suffit pas pour décrire une expérience. Il faut être plus précis. Comment puis-je constater cette invariance ? Disons celle d'un brin de paille ?

Je le pose dans ma paume et je note que lorsqu'une de ses extrémités est exactement à la pointe de mon majeur, l'autre tombe pile sur le début de ma ligne de vie. Si je recommence plusieurs fois l'expérience, son résultat est toujours le même. J'en déduis l'invariance en question.

Ce qui vient d'être montré, pourra-t-on objecter, c'est tout autant l'invariance de ma main ; plus précisément, les invariances relatives, et non absolues, du brin de paille et de ma main.

Je peux alors refaire une autre expérience, par exemple avec un bâtonnet sur lequel je tracerai deux traits qui coïncideront avec les deux extrémités du brin de paille ; et je vérifierai que cette expérience de superposition peut comme la précédente être reproduite à volonté. Ce que j'ai fait avec le bâtonnet, je pourrai le recommencer avec de nombreux autres objets, bout de ficelle, règle graduée, compas,

semelle de chaussure, etc., en repérant sur chacun d'eux des couples de points qui, comme les extrémités de la paille et les traits sur le bâtonnet, viennent se superposer deux à deux lorsqu'on rapproche de façon convenable deux objets quelconques de la collection. C'est d'une véritable société mutuelle d'invariances dont je dispose à présent.

Bien sûr, toutes ces invariances restent relatives, et pas absolues. Mais l'idée d'une invariance absolue est ici dépourvue de sens : que sont en effet des distances absolues, sinon des distances qui existent « en elles-mêmes », hors du recours aux objets ? Ce qui existe véritablement – encore une fois – ce sont ces objets particuliers parmi lesquels les expériences de superposition durable donnent des résultats reproductibles et compatibles entre eux. Nous dirons d'eux qu'ils sont **mémoformes**.

Formalisons les expériences que nous venons de faire par l'imagination. Elles consistent à repérer sur des corps mémoformes (K), (K'), (K''), etc., des couples de points AB, A'B', A''B'', etc. Si AB est superposable à A'B' et que A'B' l'est à A''B'', alors AB et A''B'' sont superposables. Autrement dit, la relation « être superposable », définie entre de tels couples de points, est transitive.

Comme elle est également réflexive (tout couple est superposable à lui-même) et symétrique (si A'B' est superposable à AB, alors AB l'est à A'B'), c'est une relation d'équivalence. Elle définit donc des classes d'équivalence, qu'on appelle *distances*, *longueurs* ou *dimensions*. Ainsi, ces dernières ne sont pas des entités métaphysiques préexistant aux objets, mais bien des notions construites à partir du réel et de l'expérience.

Une fois qu'on dispose de la notion de distance, on peut définir et construire des plans, comme ensembles de points situés à égales distances de deux points A et B donnés. On peut sur un tel plan tracer l'ensemble des points équidistants de deux points C et D, et construire ainsi des droites.

Points, distances, plans, droites, nous disposons des notions sur lesquelles se basent diverses axiomatisations de la géométrie, si bien que nous pouvons affirmer que le corps mémoforme, utilisé lors d'expériences de superposition, *suffit* à la construction de la géométrie.

Nous avons d'autre part observé que la géométrie n'existe, dans une physique fondée sur l'instrument et sur l'expérience, que parce qu'existent ces objets mutuellement invariants que nous avons appelés mémoformes. Ils en sont les instruments *nécessaires*. Par conséquent :

Le corps mémoforme, utilisé lors d'expériences de superposition durable, est l'instrument nécessaire et suffisant de la géométrie.

.....

2 – MATHÉMATISATION DE LA SUPERPOSITION DURABLE

Qu'un jour mon talon soit immobile à Marseille et qu'un autre mon gros orteil soit immobile à Paris ne prouve pas que la distance entre ces villes soit égale à la longueur de mon pied. Pour être une superposition globale, une somme de superpositions locales doit manifester une certaine synchronie. Elles doivent, d'une certaine manière, se dérouler « au même moment ». C'est un problème que nous avons déjà étudié lors de la construction du noyau premier, et auquel nous avons apporté une solution. Formalisons-la rapidement.

Pour cela, définissons le concept de **moment**. Soit (E) un ensemble de points historicisés. Soit \mathcal{M} un ensemble obtenu en prenant, pour chaque point M de (E), un intervalle (et un seul) de sa chronologie personnelle :

$$\mathcal{M} = \{]i_M, j_M[/ M \in (E) \}$$

On dit que \mathcal{M} est un **moment** de (E) s'il existe deux instants locaux i et j tels que $i < j$, et tels que pour tout M appartenant à (E), $i_M < i < j < j_M$.

Tels que nous venons de le définir, un moment est un ensemble d'intervalles d'instant personnels. On appelle encore **moment** de (E) l'ensemble obtenu en remplaçant ces instants personnels par les instants locaux dont ils sont les représentants.

Étant donné deux ensembles de point historicisés (E) et (F), f une bijection de (E) sur (F), et \mathcal{M} un moment de (E), on dit que (F) est **superposé** à (E) selon f durant \mathcal{M} si pour tout M de (E), M et $f(M)$ coïncident durant l'intervalle $]i_M, j_M[$ de \mathcal{M} .

Un corps mémoforme est un ensemble particulier de points historicisés.

Il est immédiat que \mathcal{M} est un moment de (F), et que (E) est superposée à (F) durant \mathcal{M} selon f^{-1} .

Tout aussi immédiat, si en outre (G) est superposée à (F) selon g durant \mathcal{M} , alors (G) est superposée à (E) selon $g \circ f$ durant \mathcal{M} .

Les expériences de superposition durable doivent être conduites lors de *moments* entiers des corps concernés.

.....

3 – SOLIDITÉ, ÉLASTICITÉ, MÉMOFORMITÉ, REPOS GALILÉEN

Les corps mémoformes, d'une façon essentielle à leur fonctionnement, s'appuient sur l'état solide de la matière, sans lequel il n'existe aucun moyen de faire de la géométrie. Mais ce ne sont pas forcément des solides, puisqu'il y a parmi eux des objets comme la ficelle, le mètre ruban, le papier calque voire le pied qui permet de mesurer de petit pas en petit pas.

De fait, d'ailleurs, aucun corps mémoforme n'est solide, au sens que la géométrie donne ordinairement à ce mot, celui d'objet totalement indéformable. La règle d'acier, lorsque j'agis sur elle pour la transporter d'une position à une autre, se « déforme », comme se « déforment » tous les corps, même les plus rigides. (Les guillemets sont là pour souligner qu'il est pour le moment impossible de donner une signification précise à ces déformations instantanées : il faudrait pour cela disposer d'une géométrie et d'une chronométrie, ce qui est loin d'être le cas au point où nous en sommes, où nous n'avons pas encore construit la géométrie.)

Puisque les corps mémoformes se « déforment » quand on agit sur eux, leur **mémoformité** ne peut être tenue pour permanente. Elle n'est que récurrente. Elle est sous la dépendance du retour à des conditions expérimentales identiques.

La propriété qu'ont certains corps de retrouver d'eux-mêmes leur forme lorsqu'on les ramène aux mêmes conditions expérimentales s'appelle l'**élasticité**. Les corps mémoformes sont par conséquent des corps élastiques.

Les mots « mémoforme » et « élastique » ne sont pas pour autant exactement synonymes. Le deuxième renvoie au champ complet de l'élasticité, tandis que le premier se limite aux expériences qui permettent de construire la géométrie.

La mémoformité est donc subordonnée à l'existence d'un moyen de replacer les corps dans les mêmes conditions expérimentales. Puisque nous ne disposons pas des notions de mécanique qui nous permettraient de décrire précisément celles-ci, elles doivent être les plus simples possibles, celles où la matière n'est soumise à aucune action. Ainsi, nous n'acceptons la règle d'acier comme instrument légitime que lorsqu'elle n'est soumise à aucune flexion, torsion, étirement ou compression.

Il est vrai que le fil ne fonctionne pas de la même façon, puisqu'il faut au contraire le tendre pour qu'il devienne instrument de géométrie. Mais c'est seulement parce que la droite qu'il offre alors est en excellente approximation indépendante de la tension du fil, qui du coup n'a pas besoin d'être connue : le fil est un instrument dérogatoire, qui ne remet pas en cause le fait que la géométrie est fondée en théorie comme en pratique sur la matière solide sur laquelle on n'exerce aucune contrainte.

D'une façon générale, lorsqu'un corps mémoforme participe à une expérience de superposition durable, aucune action ne doit être exercée sur lui – du moins aucune action autre que celle, globale et impossible à supprimer, qu'exerce éventuellement l'univers lointain. Il est hors de tout champ de pesanteur et flotte donc dans le vide, loin de tout. Il doit également n'être soumis à aucun « mouvement de rotation » – pour le moment indéfinissable en tant que tel, mais

reconnaissable à ce que des objets ponctuels libres peuvent demeurer immobiles relativement à lui. Nous appellerons cet état le **repos galiléen**.

Lors des expériences de superposition durable, les corps doivent être au repos galiléen.

4 – CARACTÈRE UNIVERSEL ET RELATIVISTE DU REPOS GALILÉEN

En choisissant le repos galiléen comme l'état canonique dans lesquels les corps mémoformes doivent être pour qu'une expérience de superposition durable soit légitime, nous obéissons clairement au principe d'universalité : nous postulons que les déserts galiléens sont tous les mêmes, et nous fournissent donc un contexte universel.

Mais nous ne devons pas oublier que même dans un désert galiléen l'univers lointain ne cesse pas d'exister. Deux états de repos galiléen ne peuvent a priori être considérés comme identiques que si leur vitesse est la même relativement à l'univers lointain, c'est-à-dire relativement à l'espace isotrope. Cependant, la question n'est pas ici celle du contexte galiléen dans toute sa généralité mais seulement celles du contexte galiléen relativement à l'expérience de superposition durable ; autrement dit celle de savoir si deux corps mémoformes qui sont superposables dans un certain état de repos galiléen le seront encore quand ils seront placés dans un autre état de repos galiléen.

Lorsque les deux corps mémoformes sont taillés dans la même matière, ce postulat est une évidence. Imaginons, pour fixer les idées, que les corps soient deux règles AB et $A'B'$. Lors d'une première expérience de superposition durable, elles sont superposées de telle façon que A coïncide avec A' et B avec B' . Le nombre d'atomes ou de molécules sur les longueurs AB et $A'B'$ est donc le même, et ce sera encore le cas lors d'une autre expérience de superposition durable ; donc les deux règles pourront encore être superposées.

Mais lorsque les deux corps sont fabriqués dans des matériaux différents, ce raisonnement ne tient plus. En effet, le passage d'un état de repos galiléen à un autre pourrait très bien avoir des effets différents sur les deux matériaux. Si tel était le cas, la chose devrait se constater dans nos laboratoires terrestres, de la même façon que l'expérience de Michelson et Morley, qui devrait en théorie être conduite dans le désert intersidéral, rend cependant des résultats significatifs à la surface de notre planète. Le caractère non-galiléen du laboratoire n'écrase pas les phénomènes différentiels, il ne fait que les translater en leur rajoutant des variations non-galiléennes. Si donc le passage d'un état de repos galiléen à un autre avait des effets différents selon les matériaux, ayant posé côte à côte dans un laboratoire terrestre deux règles faites de matériaux différents, on devrait observer que la longueur de l'une varie relativement à celle de l'autre selon un cycle diurne reflétant celui selon lequel varie la vitesse de l'espace isotrope relativement à celle du laboratoire. Il semble que personne n'ait jamais constaté de tel. Corrélativement, personne ne rapporte que le résultat de l'expérience de Michelson et Morley dépende de la nature des matériaux dont sont faits les bras de l'interféromètre.

Ainsi, selon l'expérience concrète,

– ou bien n'y a aucune modification intrinsèque de la matière lorsqu'elle passe d'un état de repos galiléen à un autre : c'est l'hypothèse relativiste ;

– ou bien cette matière subit une modification intrinsèque, mais cette modification est la même lorsque les matériaux sont différents : c'est l'hypothèse non-relativiste. Elle traduit exactement, dans toute sa généralité, ce que nous apprend l'expérience. Celle-ci, en effet, ne nous assure nullement de l'absence de modification intrinsèque de la matière, mais seulement de son invisibilité au travers des expériences de superposition durable. D'autre part, cette modification est explicable – est rendue nécessaire – par le fait que les atomes des divers matériaux, quoique différents, ont les mêmes architectures : ce sont en effet des systèmes vibratoires stables synchronisés de place en place par des allers et retours lumineux. C'est donc cette hypothèse non-relativiste qui doit être adoptée. Le paradoxe est qu'elle conduit à ce que le résultat des expériences de superposition durable ne dépend

pas de la vitesse particulière du repos galiléen dans lequel sont les corps. Ces expériences sont donc relativistes.

L'expérience de superposition durable obéit au principe de relativité. La géométrie est donc relativiste.

5 - LE STATUT GÉOMÉTRIQUE DE LA LUMIÈRE

Une fois installé le noyau premier, nous construisons la géométrie sur un seul instrument, le corps mémoforme, et une seule expérience, la superposition durable.

Il en résulte que la lumière est en géométrie un instrument non nécessaire, un instrument dont elle peut se passer, en un mot un instrument facultatif.

Cette conclusion peut heurter des convictions intuitives fortement enracinées en nous, pour qui le monde géométrique est avant tout quelque chose qui s'atteint par la vue. Mais c'est parce que nous sommes des animaux visuels. Rien n'exclut que sur quelques-unes des innombrables exoplanètes de l'univers se soient développées des formes de vie intelligentes et cependant dépourvues d'organes leur permettant de voir. C'est par exemple le cas chez nous avec les chauves-souris, qui connaissent le monde par le toucher et l'écholocation. Rien n'exclut non plus que ces formes de vie soient douées de capacités de comprendre et de manipuler n'ayant rien à envier aux nôtres. Elles ne pourront alors que découvrir la géométrie, tout en ignorant la lumière. Du moins dans un premier temps, car la géométrie n'est que le début de la construction de la physique, et il n'y a aucune raison que ces êtres ne découvrent pas comme nous les ondes électromagnétiques, ni ne finissent par construire grâce à elles des appareils leur permettant d'élargir leurs possibilités de « voir » (je devrais dire « entendre ») en les convertissant en images sonores, à l'inverse de ce que nous faisons avec un sonar, qui transforme des échos sonores en images visuelles.

Il n'est pas nécessaire, au demeurant, de visiter par la pensée les exoplanètes de l'univers pour se convaincre que l'on peut faire de la

géométrie sans se servir de la lumière. On voit chez nous les aveugles de naissance être aussi capables que n'importe qui d'accéder à une pratique géométrique élaborée, en se servant notamment de règles à mesurer graduées en Braille.

Un point est venu renforcer l'idée erronée que la lumière aurait en géométrie un statut fondateur, c'est le fait que le mètre est aujourd'hui défini à partir de la longueur d'onde d'une certaine vibration lumineuse.

Cette définition repose sur la possibilité de manipuler la lumière. Or c'est quelque chose que nous ne savons pas faire sans disposer d'objets tels que des lentilles, des miroirs ou des écrans, dont la forme et les positions relatives sont supposées rester invariables. De même, l'œil, parce qu'il conserve la même forme ou la reproduit lors d'accommodations successives, est un corps mémoforme. De même les appareils photo et les caméras. La lumière ne peut être appréhendée sans le corps mémoforme. Elle n'est pas un instrument à elle seule, et ne peut intervenir qu'accompagné de lui.

La définition du mètre à partir de la lumière n'est donc qu'une définition de commodité : un unique étalon, comme celui déposé au pavillon de Breteuil, c'est bien peu pour une planète entière ; quel que soit le soin apporté à leur réalisation, les copies ne valent pas l'original, alors que la lumière est partout la même ; les manipulations doivent se faire à température constante, ce qui ne simplifie rien ; enfin, l'original n'est pas à l'abri de mésaventures accidentelles qui nous laisseraient orphelins de sa valeur première. Sur tous ces points cruciaux, la façon moderne de définir le mètre est supérieure à l'ancienne, et permet un gain de précision. Mais il serait absurde d'en conclure que la lumière est en elle-même plus précise que le corps mémoforme. Comme la lumière ne peut être appréhendée sans lui, la précision dépend tout autant de l'invariance mémoforme du dispositif expérimental que de l'invariance des propriétés de la lumière relativement à lui.

La lumière n'est en rien nécessaire à la construction de la géométrie. C'est donc, en vertu du principe de minimalité, un instrument qui ne doit pas intervenir – un instrument hors de propos. La construction de la géométrie doit se faire *à l'aveugle*.

Le principe de minimalité nous protège ici d'un cercle vicieux. Si la définition de l'alignement se fondait sur la lumière, l'affirmation

qu'elle se déplace en ligne droite dans le vide serait une simple tautologie. Elle ne prend sens que parce que nous pouvons définir la ligne droite autrement qu'avec la lumière.

.....

6 – RÉCAPITULATION

	NOYAU PREMIER	NOYAU DE LA GÉOMÉTRIE
INSTRUMENT	Le point historicisé.	Le corps mémoforme, qui est un ensemble particulier de points historicisés. C'est une forme axiomatiquement faible du corps élastique. La lumière est hors de propos.
EXPÉRIENCES	<ul style="list-style-type: none"> – La coïncidence, qui construit le concept d'instant local. – Le repérage du lien causal, qui construit l'ordre chronologique. 	La superposition durable de corps mémoformes, qui construit la géométrie. Son résultat est indépendant du contexte galiléen particulier de l'expérience : l'expérience est donc universelle (dans le contexte galiléen) et relativiste.
CONTEXTE EXPÉRIMENTAL	Tout contexte.	Le repos galiléen, quel qu'il soit. La géométrie, quoique construite sur des bases a priori non-relativistes, est donc relativiste.

Dans ce que nous venons de construire, nous avons pris tel quel, sans analyse ni réflexion, le concept de repos galiléen. Il soulève pourtant quelques questions intéressantes. C'est donc à lui que nous consacrerons notre prochaine étude.

.....

Table des matières

1 – L'INSTRUMENT ET L'EXPÉRIENCE FONDATEURS DE LA GÉOMÉTRIE	2
2 – MATHÉMATISATION DE LA SUPERPOSITION DURABLE	4
3 – SOLIDITÉ, ÉLASTICITÉ, MÉMOFORMITÉ, REPOS GALILÉEN	5
4 – CARACTÈRE UNIVERSEL ET RELATIVISTE DU REPOS GALILÉEN	7
5 – LE STATUT GÉOMÉTRIQUE DE LA LUMIÈRE	9
6 – RÉCAPITULATION.....	11