

Effet des contraintes multiaxiales sur le comportement magnétique des aciers électriques : caractérisation expérimentale et modélisation multi-échelle

Mahmoud REKIK^{1,2}, Laurent DANIEL^{2,3}, Olivier HUBERT¹

¹ LMT-Cachan (ENS Cachan, CNRS (UMR8535), UPMC, PRES Universud Paris), 94235 Cachan, France

² LGEP (SUPELEC, CNRS (UMR8507), UPMC, Univ Paris-Sud), 91192 Gif sur Yvette, France

³ School of Materials, University of Manchester, M1 7HS, Manchester, UK

Résumé – Des essais de caractérisation magnéto-mécanique multiaxiaux sont présentés. La mise en œuvre d'un modèle de comportement magnéto-mécanique avec prise en compte de l'hystérésis accompagne ce travail expérimental. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques montre un bon accord qualitatif et quantitatif pour le comportement anhystérique et le champ coercitif. L'accord est plus difficilement obtenu pour les pertes d'énergie par cycle, l'estimation expérimentale de cette quantité étant délicate à basse fréquence. Ce type de démarche est indispensable pour prédire l'évolution des propriétés des matériaux magnétiques constitutifs des machines électriques sous sollicitations extrêmes, et en particulier les machines électriques à grande vitesse.

Mots-clés – Contrainte biaxiale, magnéto-élasticité, susceptibilité magnétique, pertes par hystérésis, fer-silicium NO, modélisation micro-mécanique.

1. INTRODUCTION

Les parties électrotechniques d'un avion représentent environ 35% de la masse des équipements de la chaîne de puissance électrique. Par ailleurs, la puissance électrique que doit délivrer un aéronef de nouvelle génération est multipliée par quatre par rapport à un aéronef conventionnel. Cela induit un accroissement exponentiel du nombre d'équipements électriques, de leur masse globale et de leur encombrement. Pour atteindre les objectifs de réduction de masse, il est impératif de trouver un ensemble de solutions permettant d'optimiser les systèmes électriques embarqués. Une solution consiste à augmenter la puissance massique de ces équipements par une augmentation des vitesses de rotation. Ceci conduit à une augmentation de l'intensité des contraintes mécaniques, les contraintes d'inertie venant s'ajouter à celles héritées des processus d'élaboration de la tôle et/ou de la phase d'assemblage (découpe, soudage, ...). Des calculs par éléments finis [1, 2] indiquent que le rotor est principalement soumis à des états de contrainte correspondant à des états traction uniaxiale (radiale) dans les dentures (pour un rotor à aimants enterrés ou bobiné), de bitraction dans le corps du rotor, et de chargements plus complexes incluant du cisaillement dans les congés de raccordement entre dentures et corps. L'étude des liens entre un état de contrainte multiaxial et les performances magnétiques du matériau revêt donc une importance cruciale pour le dimensionnement des machines, en particulier lorsqu'on souhaite accroître les vitesses angulaires.

Dans cette communication des résultats expérimentaux récents montrant l'effet d'un état de contraintes planes sur le comportement magnétique d'un alliage de fer-silicium à grains non orientés sont présentés. L'orientation du champ est choisie de manière à pouvoir créer des états de contraintes biaxiaux (champ orienté selon un axe de sollicitation mécanique) ou incluant du cisaillement (champ orienté à 45° entre deux directions de sollicitation mécanique) dans le repère associé au champ. Ces résultats incluent des mesures de susceptibilité, de champ coercitif et de pertes magnétiques. Dans un deuxième temps, un modèle multi-échelle permettant de décrire ces phénomènes de couplage magnéto-mécanique est présenté, et ses prédictions comparées aux résultats de mesure.

2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MATÉRIAU ÉTUDIÉ

2.1. Banc de mesure magnétique sous chargement mécanique biaxial

Des essais non conventionnels ont été effectués de manière à s'approcher des contraintes en service subies par un rotor de machine électrique [1]. Les essais sont effectués sur la machine d'essai triaxiale ASTREE du LMT-Cachan (figure 1a). Nous mesurons le comportement magnétique d'un échantillon cruciforme (figure 1b) chargé en traction-compression selon deux directions perpendiculaires (notés 1 et 2 sur la figure et correspondant respectivement aux directions du laminage DL et transversale DT de la tôle magnétique). L'éprouvette est collée à une âme en bakélite pour former une structure sandwich, de manière à éviter les problèmes de flambement en compression. La bakélite étant amagnétique et non conductrice, elle ne perturbe pas la mesure magnétique. Le chargement magnétique est appliqué à l'aide d'une culasse bobinée en U. La figure 2 illustre le système d'excitation et de mesure lors d'un essai. Le champ magnétique et l'aimantation sont mesurés grâce à une bobine de mesure de champ calibrée (H-coil) et un capteur B-pointes [3].

2.2. Procédure expérimentale et chargement

41 états de chargement, dans le plan (σ_1, σ_2) des contraintes biaxiales, ont été successivement appliqués à l'échantillon. La procédure expérimentale consiste à appliquer d'abord le chargement mécanique avant toute excitation magnétique. Les mesures magnétiques sont alors effectuées après désaimantation : on me-

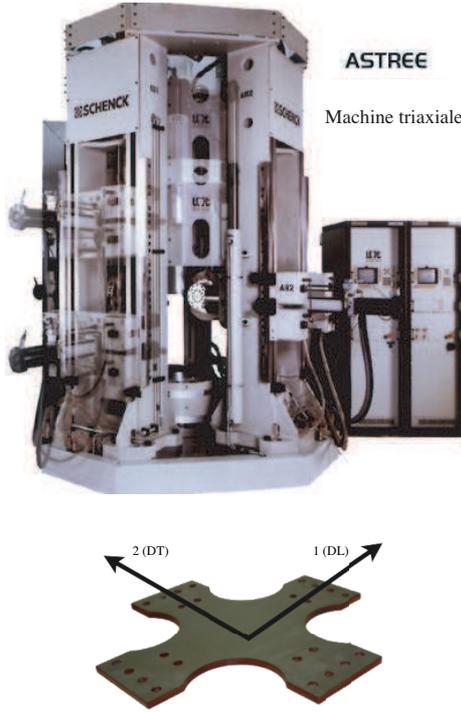


Fig. 1. Machine triaxiale ASTREE et éprouvette.

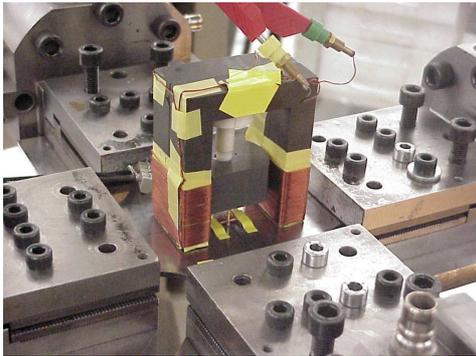


Fig. 2. Système d'excitation et de mesure magnétique - éprouvette montée dans la machine [3].

sure le comportement hystérétique basse et haute fréquence (fréquences allant de 1 à 800Hz) à l'aide d'un pilotage en courant triangulaire. Seules les cycles obtenus à basse fréquence ($f = 5Hz$) seront considérés ici de manière à éviter les effets dynamiques. Les courbes anhystérétiques sont également mesurées. Elles sont construites point par point en appliquant au matériau un champ magnétique alternatif d'amplitude décroissante superposé à un champ magnétique continu. La courbe d'aimantation anhystérétique $M(H)$ se construit point par point après cyclage autour des valeurs de champ désirées. L'état de contrainte expérimental est biaxial et diagonal dans le repère de l'éprouvette ou de la machine (1). Considérons un champ appliqué à 45° : l'état de contrainte peut être projeté dans le repère associé au champ $(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)$, où \vec{h} désigne la direction du champ et \vec{t}_2 la normale au plan de tôle (2). Le vecteur \vec{t}_1 appartient au plan de tôle et est obtenu par produit vectoriel entre \vec{t}_2 et \vec{n} . Des ci-

saillement (τ) apparaissent et les deux contraintes normales sont identiques (σ).

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(1,2)} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_1 + \sigma_2 & \sigma_1 - \sigma_2 & 0 \\ \sigma_1 - \sigma_2 & \sigma_1 + \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)} \\ &= \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)} \end{aligned} \quad (2)$$

L'expression de ces tenseurs mène à plusieurs observations :

1. Dans une situation d'équib traction ($\sigma_1 = \sigma_2$), les tenseurs des contraintes exprimés dans les deux repères sont équivalents, ce qui signifie que l'état de contrainte vu par le matériau magnétique est identique. A supposer que le matériau soit isotrope (une situation d'isotropie transverse suffit), le comportement magnétique mesuré devrait être similaire pour les deux directions de sollicitation magnétique.
2. En ce qui concerne le chargement à 45° , on constate que les contraintes σ_1 et σ_2 peuvent être inter-changées dans l'expression du tenseur. Cela conduit à ce que les comportements mesurés devraient en première approximation présenter une symétrie par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$.
3. On remarque d'autre part que l'ensemble des droites $\sigma_1 + \sigma_2 = Cte$ correspond à des situations à iso-contrainte normale σ et de contrainte de cisaillement τ variable. La configuration de mesure à 45° permet ainsi de tester l'influence d'un cisaillement sur le comportement magnétique anhystérétique et dissipatif. Il suffit d'observer l'évolution du comportement magnétique pour des états de contrainte correspondant à des droites de pente $p = -1$ dans le plan des contraintes.

Les expériences consistant à aimanter le matériau à 45° des axes de sollicitation mécanique n'avaient encore jamais été proposés dans la littérature. Ce sont pourtant des états de chargement rencontrés dans les rotors de machines tournantes [2].

2.3. Matériau d'étude

Le matériau d'étude est un alliage fer-silicium à grains non orientés de fabrication Arcelormittal (désignation commerciale M330-50 HA) de 0,5mm d'épaisseur. La figure 3 illustre la microstructure monophasée équiaxe du matériau et la figure de pôles issue d'une mesure EBSD (Electron Back Scattered Diffraction) effectuée sur une surface d'environ 1 mm^2 . Le matériau présente une texture proche de l'isotropie transverse. Des mesures magnétiques sur éprouvettes unidirectionnelles confirment que ce matériau possède un comportement relativement isotrope dans le plan ce qui peut permettre un test efficace de sensibilité aux états de contrainte complexes sans interférence majeure avec l'anisotropie intrinsèque. La mesure EBSD a permis également d'extraire un fichier d'orientation cristalline (FDO) utile à la modélisation multi-échelle.

3. MODÉLISATION MULTI-ÉCHELLE

Un modèle multi-échelle du comportement magnéto-élastique anhystérétique [4, 5] a été récemment étendu de ma-

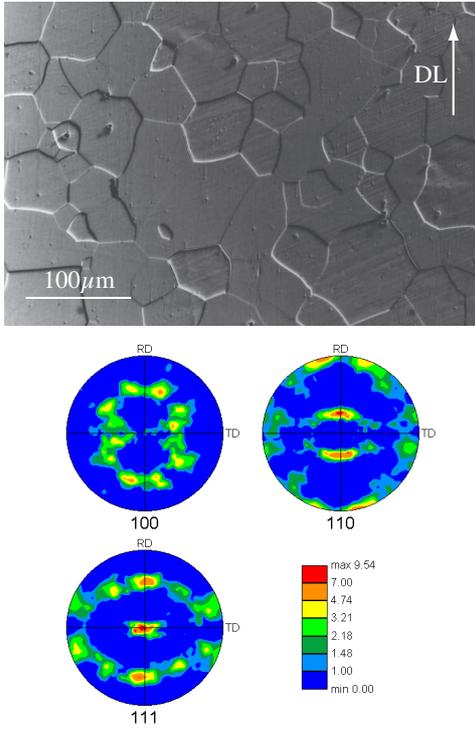


Fig. 3. Microstructure du fer-silicium étudié et figure de pôles obtenue par EBSD [6].

nière à intégrer les phénomènes de dissipation [2, 8]. Le principe repose sur la proposition de Hauser [7] d'ajouter une contribution irréversible au champ magnétique obtenu par l'approche anhystérique. L'approche de Hauser a été généralisée de manière à intégrer l'effet des contraintes. Si on se limite au régime quasi-statique, le modèle permet alors de calculer le champ coercitif et les pertes par hystérésis obtenues sur un cycle.

3.1. Partie réversible du modèle

Un milieu magnétique polycristallin peut être considéré comme un agrégat de monocristaux assemblés d'une manière décrite par la fonction d'orientation. Le modèle monocristallin (dit modèle microscopique) est écrit en utilisant la fraction volumique f_α de chaque famille de domaine α en tant que variable interne d'un problème de minimisation.

L'énergie potentielle (3) est définie pour chaque famille de domaine α comme la somme de l'énergie magnétocristalline (4), magnétostatique (Zeemann - 5), élastique (6) et de configuration (7) détaillées ci-dessous.

$$W^\alpha = W_K^\alpha + W_H^\alpha + W_\sigma^\alpha + W_C^\alpha \quad (3)$$

$$W_K^\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (4)$$

$$W_H^\alpha = -\mu_0 \vec{H}^\alpha \cdot \vec{M}^\alpha \quad (5)$$

$$W_\sigma^\alpha = \frac{1}{2} \sigma^\alpha : \mathbb{C}^{\alpha-1} : \sigma^\alpha \quad (6)$$

$$W_C^\alpha = -\Sigma : \epsilon_\mu^\alpha \quad (7)$$

où $\vec{M}^\alpha = M_s \vec{\gamma}^\alpha$ est le vecteur aimantation d'une famille de domaines α (M_s : aimantation à saturation), $\vec{\gamma}^\alpha$ désigne la direction de l'aimantation (γ_i^α , les cosinus directeurs) dans le repère du cristal, μ_0 est la perméabilité du vide. K_1 et K_2 sont les constantes d'anisotropie magnétocristallines. \vec{H}^α est le champ magnétique perçu à l'échelle de la famille de domaine. σ^α est l'état de contrainte mécanique perçu à l'échelle de la famille de domaine. \mathbb{C}^α désigne le tenseur d'élasticité de la famille de domaines (il correspond également au tenseur d'élasticité du cristal $\mathbb{C}^g = \mathbb{C}^\alpha$). ϵ_μ^α est le tenseur de magnétostriction (équation 8) de la famille de domaines α , où λ_{100} et λ_{111} sont les constantes de magnétostriction.

$$\epsilon_\mu^\alpha = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

Des hypothèses de champ et de déformation homogène permettent de simplifier les expressions des énergies élastique et magnétostatique :

$$W_H^\alpha = -\mu_0 \vec{H}^g \cdot \vec{M}^\alpha \quad (9)$$

$$W_\sigma^\alpha = -\sigma^g : \epsilon_\mu^\alpha \quad (10)$$

Le terme de configuration W_C^α permet de prendre en compte la distribution initiale non aléatoire de la structure en domaines. On rencontre ce type de distribution dans le cas de matériaux soumis à une déformation plastique, à l'action de contraintes résiduelles, ou sous l'effet de champs démagnétisants (effet de surface [10]). Nous choisissons pour l'expression de cette énergie une forme magnétoélastique, où Σ représente un état - fictif - de contrainte uniforme de sorte que son introduction permet de conserver l'aimantation nulle à champ nul.

Quand une contrainte est appliquée au matériau, la modification de la structure en domaines peut conduire d'autre part à une augmentation des effets démagnétisants. Nous définissons le champ démagnétisant de configuration \vec{H}_d^g , devant être ajouté au champ appliqué au cristal, comme suit [8, 9] :

$$\vec{H}_d^g = \eta(N^g - \frac{1}{3})\vec{M}^g \quad (11)$$

où η set un paramètre matériau, \vec{M}^g est l'aimantation à l'échelle du grain, et N^g définit un facteur démagnétisant donné par l'équation (12). Sa valeur appartient à l'intervalle $[0, 1]$ et vaut $1/3$ en l'absence de contrainte :

$$N^g = \frac{1}{1 + 2 \exp(-K \sigma_{eq})} \quad (12)$$

K est un paramètre matériau, σ_{eq} est une contrainte équivalente correspondant à l'état multiaxial σ . Son expression, rap-

pelée équation (13), est démontrée dans [11] :

$$\sigma_{eq} = \frac{3}{2} \vec{h} \cdot (\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{trace}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I}) \cdot \vec{h} \quad (13)$$

\vec{h} est la direction d'application du champ et \mathbf{I} le tenseur identité du second ordre.

A l'échelle du grain, la fraction volumique f_α d'une famille de domaines α est calculée à l'aide d'une approche statistique (fonction de Boltzmann (14)), ce qui évite le recours à une minimisation.

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W^\alpha)}{\int_\alpha \exp(-A_s \cdot W^\alpha) d\alpha} \quad (14)$$

avec

$$A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2} \quad (15)$$

χ_0 désigne la susceptibilité initiale.

Si l'on suppose que le comportement élastique est homogène au sein d'un grain, la déformation de magnétostriction d'un monocristal correspond à la moyenne des déformations de magnétostriction de chacun des domaines (16). L'aimantation d'un grain est défini de la même manière (17).

$$\boldsymbol{\epsilon}_\mu^g = \int_\alpha f_\alpha \boldsymbol{\epsilon}_\mu^\alpha d\alpha \quad (16)$$

$$\vec{M}^g = \int_\alpha f_\alpha \vec{M}^\alpha d\alpha \quad (17)$$

Les directions possibles $\vec{\gamma}^\alpha$ des domaines α correspondent a priori (en l'absence de toute anisotropie) à des vecteurs unitaires répartis régulièrement dans l'espace. Un fichier de 10 242 directions est utilisé pour définir ce maillage régulier. La fraction associée à chaque direction est alors calculée à l'aide de l'expression (14) ce qui permet de recomposer la réponse moyenne sans calcul itératif [12].

Le comportement magnétique à l'échelle du polycristal est obtenu par moyennage de l'aimantation (18). Le contraste entre l'aimantation de chaque cristal \vec{M}^g et l'aimantation du milieu moyen \vec{M} conduit à l'apparition d'un champ démagnétisant supplémentaire à l'échelle du grain. Il est également fonction du champ magnétique macroscopique \vec{H} et de la susceptibilité sécante χ_m , ($\chi_m = M/H$) (19). La déformation de magnétostriction macroscopique (20) est estimée en utilisant la solution d'Eshelby et en considérant la déformation de magnétostriction par grain comme une déformation libre ; \mathbb{B} représente le tenseur de concentration de contrainte.

$$\vec{M} = \langle \vec{M}^g \rangle \quad (18)$$

$$\vec{H}^g = \vec{H} + \frac{1}{3 + 2\chi_m} (\vec{M} - \vec{M}^g) + \vec{H}_g^d \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_\mu = \langle \mathbb{B} : \boldsymbol{\epsilon}_\mu^g \rangle \quad (20)$$

La déformation de magnétostriction à l'échelle du grain est incompatible (isovolumétrique) ce qui conduit à un état de contrainte local intervenant dans l'équilibre magnéto-élastique (contrainte résiduelle). La contrainte à l'échelle du grain $\boldsymbol{\sigma}^g$ est estimée grâce à une formulation de Hill (21).

$$\boldsymbol{\sigma}^g = \mathbb{B} : \boldsymbol{\sigma} + \mathbb{C}^{acc} : (\boldsymbol{\epsilon}_\mu - \boldsymbol{\epsilon}_\mu^g) \quad (21)$$

avec $\mathbb{C}^{acc} = (\mathbb{C}^g)^{-1} + (\mathbb{C}^0 : ((\mathbb{S}^{Esh})^{-1} - \mathbb{I}))^{-1}$. \mathbb{C}^g et \mathbb{C}^0 sont respectivement les tenseurs d'élasticité du grain et du milieu équivalent. Nous choisissons pour la résolution un schéma autocohérent ce qui signifie que \mathbb{C}^0 correspond au tenseur d'élasticité homogénéisé. $\boldsymbol{\sigma}$ désigne la contrainte macroscopique. \mathbb{S}^{Esh} est le tenseur d'Eshelby du milieu.

3.2. Partie irréversible du modèle

La dissipation peut être introduite par l'ajout d'une contribution irréversible au champ magnétique, tel que proposé à l'origine par Hauser [7] dans le cas d'un matériau sans chargement mécanique. La dissipation est introduite à l'échelle du monocristal en ajoutant une contribution irréversible \vec{H}_{irr}^g au chargement magnétique \vec{H}_g (19). Le champ irréversible est donné par :

$$\|\vec{H}_{irr}^g\| = \delta \left(\frac{k_r}{\mu_0 M_s} + c_r \|\vec{H}^g\| \right) \left[1 - \kappa^g \exp\left(-\frac{k_a}{\kappa^g} \|\vec{M}^g - \vec{M}_{prev}^g\| \right) \right] \quad (22)$$

\vec{H}_{irr}^g est supposé être parallèle à \vec{H}_g . δ est égal à ± 1 , selon que le matériau est chargé ou déchargé (le signe de δ est modifié chaque fois qu'il y a une inversion dans la direction du chargement). k_r , c_r , k_a et κ^g sont des paramètres matériau. La valeur de κ^g change à chaque fois qu'il y a une inversion dans la direction du chargement également. Sa valeur actuelle est calculée à partir de sa valeur précédente κ_o^g selon l'équation (23). La valeur initiale κ_i^g de κ^g est également une constante matériau. \vec{M}_{prev}^g correspond à la valeur de \vec{M}^g au moment de l'inversion de la direction du chargement.

$$\kappa^g = 2 - \kappa_o^g \exp\left(-\frac{k_a}{\kappa_o^g} \|\vec{M}^g - \vec{M}_{prev}^g\| \right) \quad (23)$$

Dans le cas d'un chargement purement magnétique, une inversion du sens de chargement est détectée à l'instant t quand $\Delta H(t) \cdot \Delta H(t + dt) < 0$ ¹.

Il faut souligner que le paramètre k_r de la relation de Hauser (22) est corrélé au champ coercitif maximal H_c^{max} , obtenu pour un cycle majeur ($H_c^{max} = \frac{k_r}{\mu_0 M_s} = \|\vec{H}_{irr}^g\|_{\vec{M}^g \rightarrow \infty; \vec{H}^g = \vec{0}}$). Dans notre approche modèle, le champ coercitif est supposé montrer la même dépendance à la contrainte appliquée que le champ de démagnétisant de configuration. En effet, le champ coercitif est lié à l'effet de la configuration, car la probabilité qu'une paroi magnétique rencontre un point d'ancrage dépend de l'espace entre les parois des domaines. Une fraction de la famille de

1. Plus généralement, une inversion de direction de chargement magnéto mécanique direction dans un grain g peut être définie à l'instant t en utilisant la valeur moyenne de l'énergie libre locale $W^g = \int_\alpha W^\alpha d\alpha$ quand $\Delta W^g(t) \cdot \Delta W^g(t + dt) < 0$

domaines croissante augmente le champ démagnétisant qu'elle perçoit et conduit par conséquent à une réduction de l'espace inter-paroi. Cette diminution réduit l'aire moyenne balayée au cours de leur déplacement et par conséquent la probabilité de rencontrer un point d'ancrage. L'expression suivante a été proposée pour k_r :

$$k_r = k_{r0} \left(1 - \zeta \left(N^g - \frac{1}{3}\right)\right) \quad (24)$$

k_{r0} et ζ sont deux autres constantes matériau.

4. COMPARAISON MODÈLE-ESSAIS

4.1. Identification des paramètres du modèle

Certains paramètres du modèle sont des constantes physiques issues de la littérature. Ils sont regroupés dans la première partie du tableau 1. Les autres paramètres matériau peuvent être identifiés à partir de mesures anhystériques à faible champ sous contrainte uniaxiale, à partir d'une mesure de magnétostriction à haut champ pour deux directions perpendiculaires et d'une boucle d'hystérésis majeure sous contrainte uniaxiale également. Ils sont regroupés dans les deux dernières sous-parties du tableau 1. Notons que la contrainte de configuration choisie correspond à une traction uniaxiale d'intensité Σ_c appliquée selon *DL*. Quelques comparaisons modèle/essais du comportement du fer-silicium sous contrainte uniaxiale sont disponibles dans [8].

Tableau 1. Paramètres du modèle multiéchelle.

Param.	M_s	$K_1; K_2$	$\lambda_{100}; \lambda_{111}$	$C_{11}; C_{12}; C_{44}$
Valeur	$1,61.10^6$	38;0	23;-4,5	202;122; 229
Unité	A/m	kJ.m^{-3}	ppm	GPa

Param.	χ_0	K	Σ_c	η
Valeur	2030	$4,14.10^{-2}$	20	2.10^{-4}
Unité	-	MPa^{-1}	MPa	-

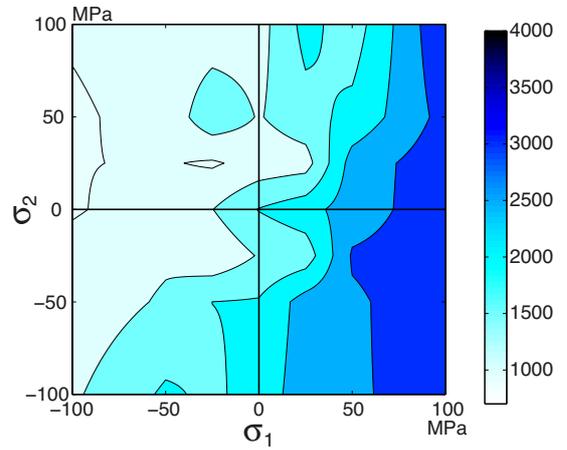
Param.	k_r^0	ζ	c_r	k_a	κ_{ini}
Valeur	150	2,9	0,1	15.10^{-6}	1
Unité	J.m^{-3}	-	-	m.A^{-1}	-

Une nouvelle comparaison modèle/essai est proposée ci-dessous, utilisant les résultats de mesures magnétiques réalisées sous contrainte biaxiale. L'agrégat polycristallin pris en compte dans la modélisation est un fichier de données de 396 orientations des mesures EBSD présentées plus haut.

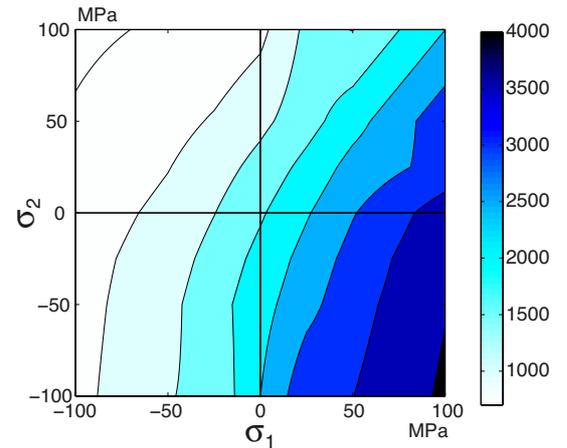
4.2. Comportement réversible - courbe anhystérique

Le comportement anhystérique est résumé ici à la simple expression de la susceptibilité sécante, obtenue pour un champ magnétique de 200A/m (d'autres résultats sont disponibles dans [2]). Ceci permet un tracé aisé de l'évaluation de cette valeur scalaire dans le plan des contraintes (σ_1, σ_2). Les figures 4 et 5 permettent une comparaison directe entre l'évolution expérimentale et modélisée de la susceptibilité sécante dans le plan des contraintes pour les deux directions de chargement magnétique considérées (notées *DL* et 45°).

Considérons d'abord la situation expérimentale où le champ



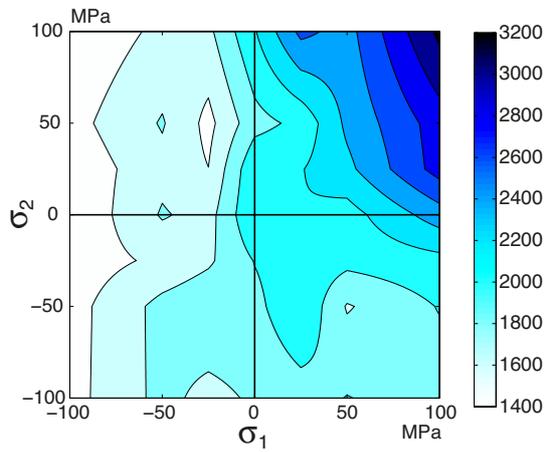
(a) Exp.



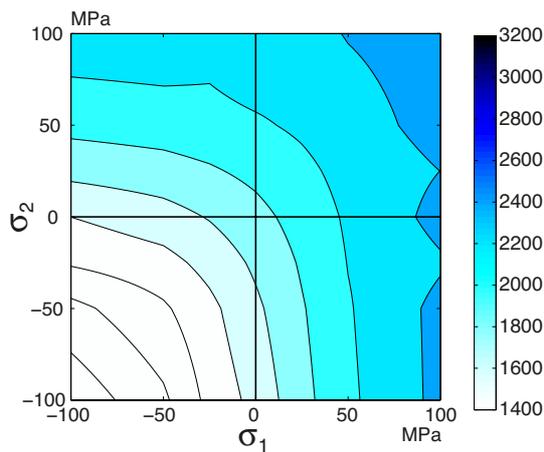
(b) Num.

Fig. 4. Comparaison modèle/expérience de l'évolution de la susceptibilité magnétique sécante χ dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué dans le sens DL - H=200A/m.

est appliqué selon *DL* (figure 4). Une traction uniaxiale dans la direction du chargement magnétique conduit à une augmentation de la susceptibilité ; une compression conduit à une diminution de cette valeur. Quand la contrainte est appliquée perpendiculairement au champ, l'effet est opposé mais l'amplitude des variations est considérablement réduite. Ainsi, une compression dans la direction d'application du champ diminue la susceptibilité quelle que soit la contrainte perpendiculaire σ_2 . Les iso-valeurs forment des courbes relativement verticales. Les valeurs les plus faibles de χ sont obtenues pour une configuration de cisaillement ($\sigma_1 + \sigma_2 = 0$) où la contrainte parallèle au champ est une contrainte de compression. Une bitraction ($\sigma_1 = \sigma_2 > 0$) conduit à une augmentation de la susceptibilité (ce phénomène est plus significatif à champ élevé). Le chargement à 45° conduit bien à une relative symétrie du comportement par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$. On observe par ailleurs que les iso-valeurs forment des droites d'équation $\sigma_1 + \sigma_2 = Cte$ ce qui tendrait à montrer la relative insensibilité du comportement magnétique aux contraintes de cisaillement. On constate d'autre part que les valeurs relevées sur l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ sont en accord avec les valeurs relevées sur le même axe pour un chargement dans la direction du laminage. Ceci semble confirmer que le matériau présente un comportement



(a) Exp.



(b) Num.

Fig. 5. Comparaison modèle/expérience de l'évolution de la susceptibilité magnétique sécante χ dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué à 45° - $H=200A/m$.

isotrope transverse.

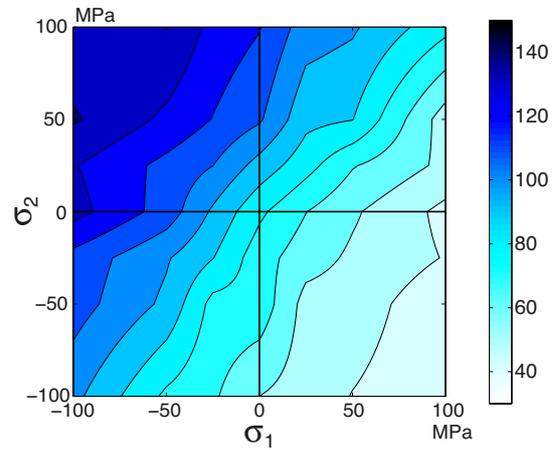
Comparons maintenant les résultats expérimentaux au modèle. Les données expérimentales et le modèle sont en bon accord pour $\vec{H} // DL$, en particulier concernant l'effet majeur de la valeur de la contrainte suivant la direction du champ appliqué. Les iso-valeurs présentent des variations et des pentes proches de l'expérience. Lorsque le champ est orienté à 45° , la symétrie par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ est bien respectée. En revanche, les iso-valeurs ne forment pas des droites mais des hyperboles ce qui démontre une sensibilité des propriétés magnétiques aux contraintes de cisaillement. Il s'agit ici de la traduction du phénomène de rotation sous contrainte. Comme pour les expériences, les valeurs le long de l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ correspondent les unes aux autres pour les deux types de chargement.

4.3. Comportement dissipatif - champ coercitif

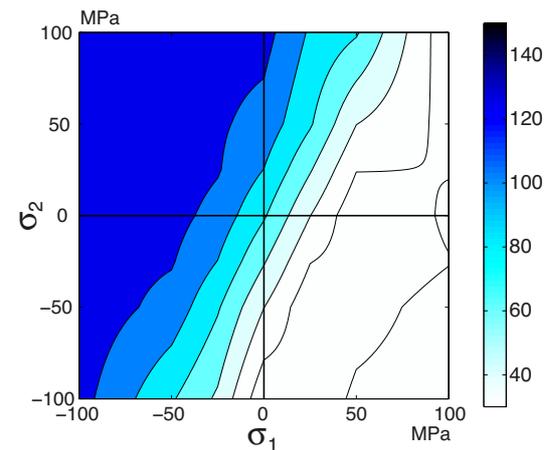
L'évolution du comportement dissipatif sous contrainte est évalué ici par la mesure de deux quantités : le champ coercitif H_c et les pertes d'énergies par cycle W . Ces deux quantités sont mesurées à partir de cycles expérimentaux et numériques pour un champ maximal appliqué de $650A/m$. Il convient ici de souligner que travailler à champ constant sous contrainte

signifie que le niveau d'aimantation (et donc d'induction) ne peut pas être considéré comme constant. Il sera donc difficile de comparer les résultats obtenus (en particulier l'évolution sous contrainte des pertes) avec les résultats de la littérature.

Les figures 6 et 7 permettent une comparaison directe entre l'évolution expérimentale et modélisée du champ coercitif dans le plan des contraintes pour les deux directions de chargement magnétique considérées.



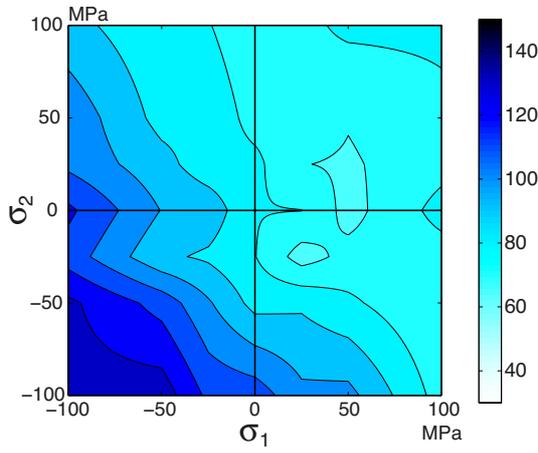
(a) Exp.



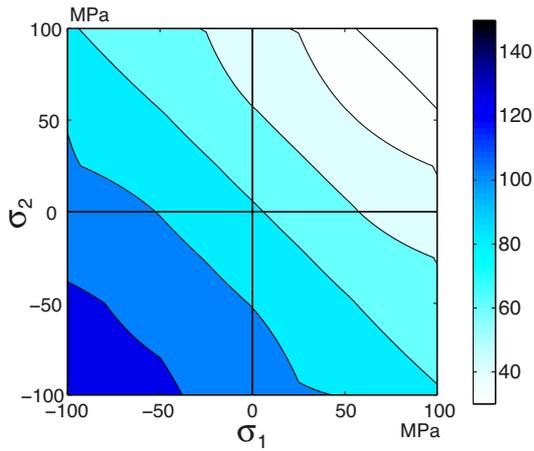
(b) Num.

Fig. 6. Comparaison modèle/expérience de l'évolution du champ coercitif $H_c(A/m)$ dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué dans le sens DL - $f=5Hz$, $H_m=650A/m$.

Pour $\vec{H} // DL$ (figure 6a), les iso-valeurs du champ coercitif apparaissent symétriques par rapport à $\sigma_1 = -\sigma_2$. La région présentant un champ coercitif le plus faible correspond à un cisaillement où la contrainte dans la direction de mesure est positive ($\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$). Le long de l'axe de cisaillement pur ($\sigma_1 = -\sigma_2$) et pour $\sigma_1 < 0$, on observe une forte augmentation de H_c avec le niveau de contrainte. On constate par ailleurs que le champ coercitif est relativement inchangé le long de l'axe équi-biaxial $\sigma_1 = \sigma_2$. Notons que ces résultats sont en très bon accord avec les résultats déjà anciens de Pearson [13] obtenus à moyenne fréquence (50Hz) sur des tôles d'acier d'1mm d'épaisseur. Pour un chargement magnétique à 45° , le champ coercitif devient clairement symétrique par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ ce qui est en accord avec la théorie et les valeurs le long de cet axe



(a) Exp.



(b) Num.

Fig. 7. Comparaison modèle/expérience de l'évolution du champ coercitif H_c (A/m) dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué à 45° - $f=5\text{Hz}$, $H_m=650\text{A/m}$.

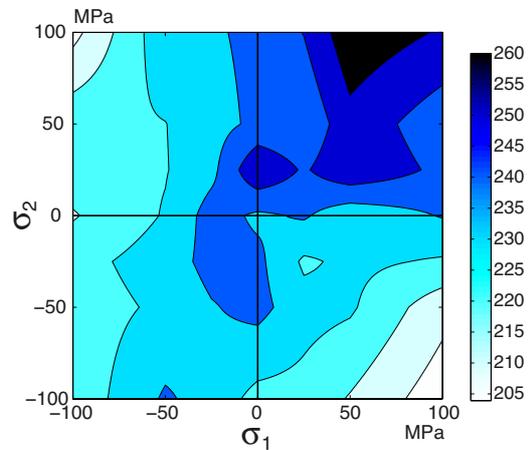
sont en bon accord avec les valeurs le long du même axe pour un champ appliqué selon DL . Les iso-valeurs forment des droites, de manière assez similaire à la susceptibilité. Ce résultat traduit la relative insensibilité du champ coercitif aux contraintes de cisaillement. On constate un accord assez bon entre l'expérience et la modélisation quelle que soit la configuration. Notons que la pente des iso-valeurs pour $\vec{H} // DL$ semble un peu plus faible pour les expériences que pour la modélisation. Les niveaux de variation sont en revanche en bon accord. Pour le chargement à 45° , les résultats obtenus sont satisfaisants même si les variations expérimentales sont moins élevées comparé à la modélisation en bitraction ($\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$).

4.4. Pertes d'énergie

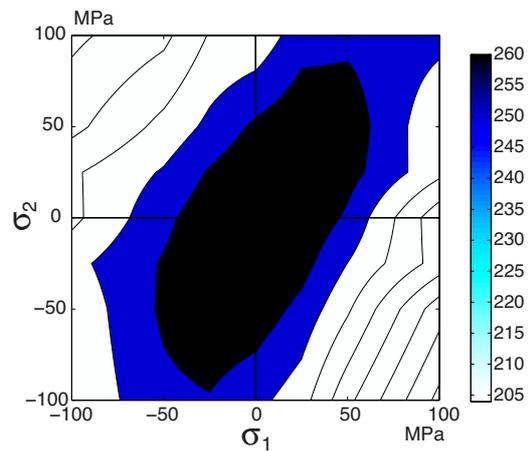
Les pertes d'énergie par cycle W dans le plan (σ_1, σ_2) sont ensuite observées pour les deux directions de chargement magnétique. Elles sont représentées figures 8 et 9.

Pour $\vec{H} // RD$ l'effet des contraintes sur les pertes d'énergie est faible comparé à l'effet sur le champ coercitif ou sur la susceptibilité. Un état de bitraction conduit à une légère augmentation apparente des pertes (variation d'approximativement +10% pour $\sigma_1 = \sigma_2 = 100\text{MPa}$). Les pertes les plus élevées sont ainsi obtenues le long de l'axe équi-biaxial $\sigma_1 = \sigma_2$. Pour $\vec{H} // 45^\circ$, la

symétrie attendue par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ n'apparaît pas clairement, ce qui est en contradiction avec la théorie et avec les résultats obtenus pour la susceptibilité et le champ coercitif. Ce résultat nous conduit à douter de la qualité de mesure et des conclusions que nous pouvons en tirer. La carte obtenue semble ainsi constituée d'isolateurs horizontales et les pertes d'énergie les plus importantes sont obtenues pour une contrainte σ_2 négative. Notons que le niveau d'incertitude de mesure des pertes est élevé (supérieur à 10%), de l'ordre de grandeur des variations observées. Bien que le modèle prédise des variations beaucoup plus fortes des pertes que celles observées expérimentalement, le modèle rejoint l'expérience pour prédire un niveau plus élevé de pertes le long de l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ pour un champ appliqué selon DL . Le modèle prédit bien une symétrie des pertes par rapport à l'axe $\sigma_1 = \sigma_2$ pour un champ appliqué à 45° . Là encore, les niveaux sont globalement plus élevés que les niveaux relevés expérimentalement. On retrouve ici un travers connu du modèle multi-échelle qui a tendance à surestimer le niveau d'aimantation au niveau du coude de saturation [8].



(a) Exp.

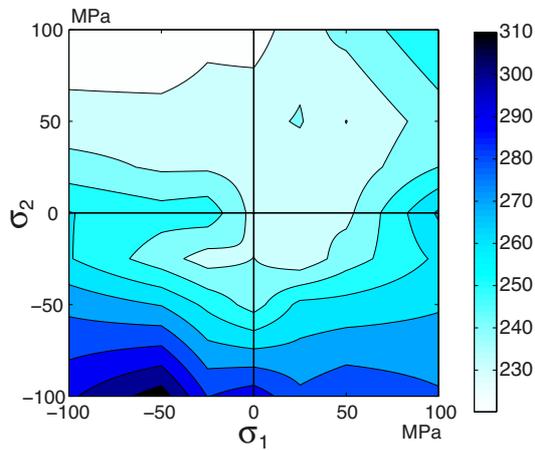


(b) Num.

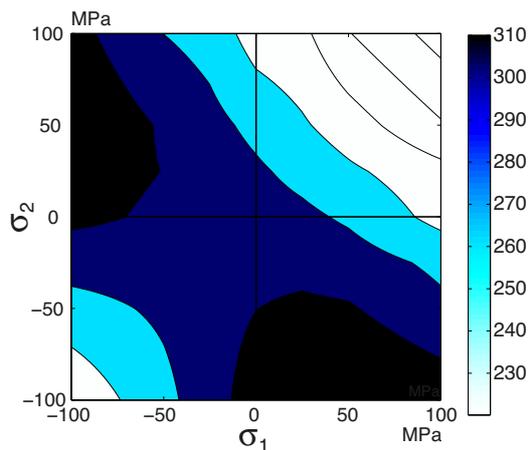
Fig. 8. Comparaison modèle/expérience de l'évolution des pertes d'énergie par cycle W (J/m^3) dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué dans le sens DL - $f=5\text{Hz}$, $H_m=650\text{A/m}$.

5. CONCLUSIONS

Dans ce papier, des résultats expérimentaux originaux ont été présentés permettant d'illustrer l'effet d'un chargement mécanique multiaxial sur le comportement magnétique réversible



(a) Exp.



(b) Num.

Fig. 9. Comparaison modèle/expérience de l'évolution des pertes d'énergie par cycle W (J/m^3) dans le plan des contraintes pour un chargement magnétique appliqué à 45° - $f=5\text{Hz}$, $H_m=650\text{A/m}$.

et irréversible d'un alliage fer-silicium à grains non orientés. Les variations observées démontrent une forte sensibilité, aux contraintes d'une part, et à la direction de chargement magnétique d'autre part, de la susceptibilité à bas champ et du champ coercitif. Les résultats expérimentaux ont été comparés aux résultats numériques obtenus à l'aide d'un modèle multi-échelle dont les paramètres d'ajustement ont été identifiés au préalable grâce à des essais uniaxiaux. Le modèle multi-échelle traduit notamment la prise en compte des effets non monotones de la contrainte sur la susceptibilité magnétique, et la description de l'hystérésis magnétique. Outre les paramètres matériau classiques issus de la littérature, le modèle compte quatre paramètres pour la modélisation du comportement anhystérique et cinq paramètres supplémentaires pour la modélisation des effets de dissipation. Le modèle permet ensuite la modélisation de cycles d'hystérésis sous chargements magnéto-mécaniques quelconques. Les résultats du modèle ont été comparés aux résultats expérimentaux obtenus sous chargement mécanique biaxial. Le modèle prédit de manière adéquate l'évolution de la susceptibilité et du champ coercitif sous chargement mécanique pour les deux directions de mesure magnétique testées. La modélisation reste en revanche imparfaite pour la prédiction des pertes d'énergies. Le niveau d'erreur expérimental étant

très élevé pour cette quantité, il reste difficile de conclure quant à la pertinence ou non de l'approche proposée. La procédure d'identification des paramètres est sans aucun doute également perfectible.

Notons qu'en vue d'appliquer de telles approches pour la prédiction du comportement de machines électriques, il convient de bien garder à l'esprit que l'effet sur le comportement magnétique d'un état de contrainte ne peut s'envisager qu'à partir du moment où l'orientation du champ magnétique est connue. Les essais ont bien montré que pour un même état de contrainte, un chargement dans le sens DL ou à 45° ne produit pas les mêmes effets (mis à part pour un état de bitraction où la notion de repère n'a plus qu'un sens limité). Les vecteurs champs n'étant par ailleurs pas constants ni en norme, ni en direction, au cours de la rotation du rotor, il est très délicat de chercher un lien direct entre le résultat des essais biaxiaux (susceptibilité, champ coercitif, pertes) et les performances du rotor.

6. REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé dans le cadre de la thèse de Mahmoud Rekik, soutenue le 3 juin 2014. Les travaux ont été menés dans le cadre du projet FUI 3MT avec le soutien de Aperam Imphy Alloys et Thalès AES.

7. RÉFÉRENCES

- [1] M. Rekik *et al.*, "Influence of a multiaxial stress on the reversible and irreversible magnetic behaviour of a 3%Si-Fe alloy", *Int. J. Appl. Electromagn. Mech.*, vol.44 (3-4), (2014) pp. 301.
- [2] M. Rekik, "Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique dissipatif des matériaux ferromagnétiques à haute limite élastique sous chargement multiaxial", thèse de doctorat, ENS-Cachan, (2014).
- [3] O. Hubert, "Influence of biaxial stresses on the magnetic behavior of an iron-cobalt sheet experiments and modelling", *EL.Rev./Prz.Elekt.* **83(4)**(2007), pp.70.
- [4] N. Buiron *et al.*, "Influence of the texture of soft magnetic materials on their magneto-elastic behaviour", *J. Phys. IV*, vol.11 (2001), pp. 373.
- [5] L. Daniel *et al.*, "Reversible magneto-elastic behavior : a multiscale approach", *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 56 no.3, (2008), pp. 1018.
- [6] O. Hubert, L. Daniel, R. Billardon, "Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy", *J. Magn. Magn. Mat.*, **254-255**, (2003), pp. 352.
- [7] H. Hauser, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis : Isotropic magnetization", *J. Appl. Phys.*, vol.96 no.5, (2004), pp. 2753.
- [8] L. Daniel *et al.*, "A multiscale model for magneto-elastic behaviour including hysteresis effects", *Arch. Appl. Mech.*, (2014), DOI :10.1007/s00419-014-0863-9, 2014.
- [9] M. Rekik, L. Daniel, O. Hubert, "Equivalent stress model for magnetic hysteresis losses under biaxial loading", *IEEE Trans. Magn.*, vol.50 no.8, (2014), pp.1.
- [10] O. Hubert and L. Daniel, "Multiscale modeling of the magneto-mechanical behavior of grain-oriented silicon steels", *J. Magn. Magn. Mat.*, vol.320, no7, (2008), pp. 1412.
- [11] O. Hubert and L. Daniel, "Energetical and multiscale approaches for the definition of an equivalent stress for magneto-elastic couplings" *J. Magn. Magn. Mat.*, vol.323 no.13 (2011), pp. 1766.
- [12] N. Galopin and L. Daniel, "A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to Terfenol-D single and polycrystals", *Eur. Phys. J. - Appl. Phys.*, vol.42, (2009), pp.153.
- [13] J. Pearson, P.T. Squire, M.G. Maylin, J.G. Gore, Biaxial Stress Effects on the Magnetic Properties of Pure Iron, *IEEE Trans. Magn.* **36**(2000), pp. 3251.