



HAL
open science

Hystérésis magnétique sous contraintes mécaniques : modèle de loi de comportement adapté à la simulation de structures

Laurent Bernard, Laurent Daniel, Mininger Xavier, Jean Viane Leite, Nelson Sadowski, Nelson Jhoe Batistela

► **To cite this version:**

Laurent Bernard, Laurent Daniel, Mininger Xavier, Jean Viane Leite, Nelson Sadowski, et al.. Hystérésis magnétique sous contraintes mécaniques : modèle de loi de comportement adapté à la simulation de structures. 1er Symposium de Génie Électrique (SGE 2014), Jul 2014, Cachan, France. hal-01065328

HAL Id: hal-01065328

<https://hal.science/hal-01065328v1>

Submitted on 18 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Hystérésis magnétique sous contraintes mécaniques : modèle de loi de comportement adapté à la simulation de structures

Laurent Bernard¹, Xavier Mininger¹, Laurent Daniel^{1,3}, Jean Viane Leite², Nelson Sadowski²,
Nelson Jhoe Batistela²

¹LGEF (CNRS(UMR 8507) ; SUPELEC ; Univ Paris-Sud ; UPMC Paris 6)

11 rue Joliot-Curie ; F-91192 Gif sur Yvette Cedex ; France

²GRUCAD/EEL/CTC/UFSC, Florianópolis, SC 88040-900 Brazil

³School of Materials, University of Manchester, M1 7HS, Manchester, UK

RESUME – Au cœur des dispositifs électromagnétiques, les matériaux magnétiques sont de plus en plus souvent soumis à des chargements magnéto-mécaniques multiaxiaux complexes. Le dimensionnement et l’optimisation des dispositifs nécessitent donc la mise en œuvre de modèles capables de rendre compte de ce comportement. En particulier, la représentation de l’hystérésis magnétique est cruciale lors de l’évaluation des pertes. En nous basant sur la version vectorielle du modèle de Jiles-Atherton, nous proposons d’introduire les effets magnéto-mécaniques en utilisant une approche multi-échelle anhystérétique. Le modèle permet de décrire raisonnablement l’évolution de la perméabilité, du champ coercitif et des pertes par hystérésis des matériaux soumis à des chargements magnéto-mécaniques. Ce modèle est ensuite associé à la méthode des éléments finis pour évaluer l’effet des contraintes d’assemblage sur les pertes par hystérésis dans le rotor d’une machine à réluctance variable.

MOTS-CLES – Hystérésis magnétique, comportement magnéto-mécanique, éléments finis, Jiles-Atherton, approche multi-échelle.

1 Introduction

Dans de nombreuses applications impliquant la résolution de problèmes magnéto-mécaniques couplés, la loi de comportement hystérétique complexe des matériaux magnétiques doit être prise en compte. Du fait de la multiaxialité des chargements magnéto-mécaniques, il est nécessaire d’utiliser des modèles prédictifs pour les représenter dans leur diversité au sein des dispositifs réels. Un modèle multi-échelle (MME) anhystérétique basé sur une approche énergétique à l’échelle des grains et sur une procédure d’homogénéisation/localisation à l’échelle du polycristal a été développée [1] pour s’affranchir des restrictions liées aux modèles uniaxiaux [2]. Nous montrons ici comment les informations données par le MME peuvent être mises à profit pour étendre le modèle de Jiles-Atherton vectoriel et décrire des comportements magnéto-mécaniques hystérétiques.

2 Hystérésis magnétique sous contraintes mécaniques

La généralisation vectorielle du modèle de Jiles-Atherton proposée par Berqvist [3] est utilisée ici comme une description phénoménologique de l’hystérésis magnétique. Dans ce modèle vectoriel la variation d’aimantation ($d\vec{M}$) s’écrit :

$$d\vec{M} = (\vec{\chi} \cdot (d\vec{H} + \beta d\vec{M}))^+ \vec{u}_{\chi} + c d\vec{M}_{an} \quad (1)$$

avec $\vec{\chi} = 1/k(\vec{M}_{an} - \vec{M}) = 1/k \left\| \vec{M}_{an} - \vec{M} \right\| \vec{u}_{\chi}$.

Dans ces équations, \vec{H} est le champ magnétique appliqué, β (habituellement noté α), c et k sont les paramètres classiques du modèle de Jiles-Atherton (pour des matériaux isotropes) et M_{an} représente l'aimantation anhystérique. Les contraintes mécaniques ont des effets importants sur la susceptibilité magnétique et le champ coercitif. Les paramètres M_{an} et k dépendent donc à la fois du champ magnétique appliqué et du tenseur de contrainte (σ). Cette approche est différente de celle proposée par Sablik et Jiles [2] qui introduisent l'effet de la contrainte par un terme additionnel dans le champ magnétique effectif.

Pour décrire le comportement *anhystérique* sous chargement magnéto-mécanique complexe, un MME complet [1] peut être utilisé. Cependant, son implémentation dans des outils d'analyse numérique conduirait à des temps de calcul prohibitifs. Nous considérons donc ici une version simplifiée de ce MME qui s'est déjà montrée efficace et adaptée à la simulation par éléments finis 2D [4]. Le matériau est assimilé à une collection de domaines magnétiques orientés de manière aléatoire dans le plan d'étude. A l'échelle du domaine magnétique, l'aimantation locale \vec{M}_{α} et la déformation de magnétostriction $\varepsilon_{\alpha}^{\mu}$ dépendent seulement de l'orientation $\vec{\alpha}$ du domaine et des valeurs à saturation de l'aimantation (M_s) et des paramètres de magnétostriction λ_{100} et λ_{111} . L'énergie potentielle locale W_{α} s'écrit comme la somme des énergies magnéto-statique et élasto-statique, $W_{\alpha} = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha} - \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu}$.

La fraction volumique associée à chaque orientation f_{α} est ensuite calculée en utilisant la relation de Boltzmann :

$$f_{\alpha} = \frac{\exp(-A_s \cdot W_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(-A_s \cdot W_{\alpha})} \quad (2)$$

où A_s est un paramètre matériau lié à la susceptibilité anhystérique initiale [4] et peut être facilement calculé à partir du paramètre a du modèle de Jiles-Atherton :

$$A_s = \frac{2}{3a\mu_0 M_s} \quad (3)$$

L'aimantation macroscopique anhystérique est finalement obtenue par une moyenne sur l'ensemble des directions possibles :

$$\vec{M}_{an} = \langle \vec{M}_{\alpha} \rangle = \int_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} d\alpha \quad (4)$$

En ce qui concerne le modèle de Jiles-Atherton, le paramètre k agit directement sur le champ coercitif et il est fortement lié à la densité de défauts et aux déplacements de parois [5]. Nous considérons une double correction du paramètre k_0 (valeur en l'absence de chargement) :

$$k = k_0 \left(1 - \kappa_r \frac{M_{an}}{M_s} \right) \left(1 + \kappa_f \left(1 - \frac{\pi}{2} \int_0^{2\pi} f_{\alpha} |\vec{\alpha} \cdot \vec{m}| d\alpha \right) \right) \quad (5)$$

où κ_r et κ_f sont des paramètres constants, et $\vec{m} = d\vec{M}/dM$. Le premier terme permet de rendre compte du fait que la contribution des flexions de parois augmente avec l'aimantation. Ce type de correction a été introduit dans [5]. Le deuxième terme a pour but de prendre en compte l'effet des contraintes par l'intermédiaire des fractions volumiques f_{α} données par le MME. En suivant l'interprétation proposée par Pulnikov et al. [6], l'amplitude des déplacements de parois décroît lorsque la fraction volumique des domaines favorablement orientés par rapport à \vec{m} augmente. Dans la correction proposée, $(-\pi/2 |\vec{\alpha} \cdot \vec{m}|)$ pourrait être remplacée par une autre fonction de l'angle $(\vec{\alpha}, \vec{m})$ décroissante sur $[0, \pi/2]$ et symétrique par rapport à $k\pi/2$ pour tout entier k . Le facteur $\pi/2$ assure une correction nulle pour une distribution uniforme des orientations de domaines magnétiques.

L'équation (1) est discrétisée en utilisant des différences centrées, donnant une expression implicite de l'aimantation. A chaque pas de champ magnétique appliqué, la nouvelle valeur d'aimantation est calculée de manière itérative jusqu'à convergence. Comparée à des solutions explicites, cette approche se montre plus stable et permet d'utiliser des pas de champ appliqué plus grands. Le modèle est testé sous chargement uniaxial avec le jeu de paramètres donné dans le tableau 1 pour des tôles de Fe-3%Si. Les cycles majeurs d'hystérésis magnétique montrent le comportement attendu en fonction de la contrainte. Le paramètre κ_r permet d'adapter la variation de la largeur des cycles en fonction de l'aimantation. Le paramètre κ_f permet d'ajuster l'évolution du champ coercitif, et donc des pertes par hystérésis en fonction de la contrainte. Ces paramètres sont identifiés à partir d'essais uniaxiaux. Les résultats présentés Fig.1 sont cohérents avec les observations expérimentales [7].

TABLE 1 – Paramètres du modèle de loi de comportement

M_s (A.m ⁻¹)	λ_s	A_s (m ³ .J ⁻¹)	c	β	k_0	κ_r	κ_f
1.6 10 ⁶	10 ⁻⁵	6.6 10 ⁻³	0.2	1e-5	66	0.3	0.6

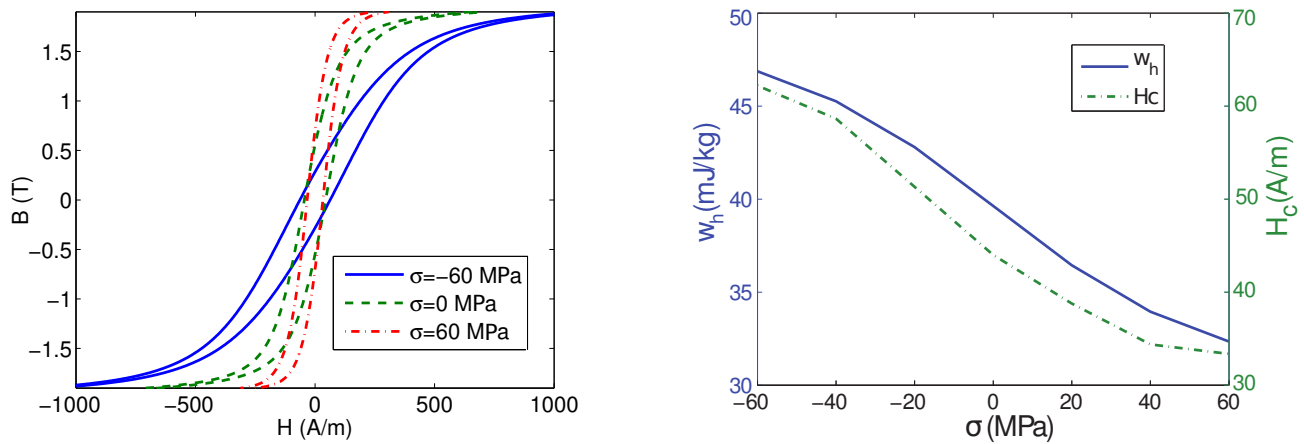


FIGURE 1 – Cycles d’hystérésis (gauche), champ coercitif et densité de pertes par hystérésis (droite) pour un alliage de fer-silicium sous contrainte uniaxiale dans la direction du champ magnétique.

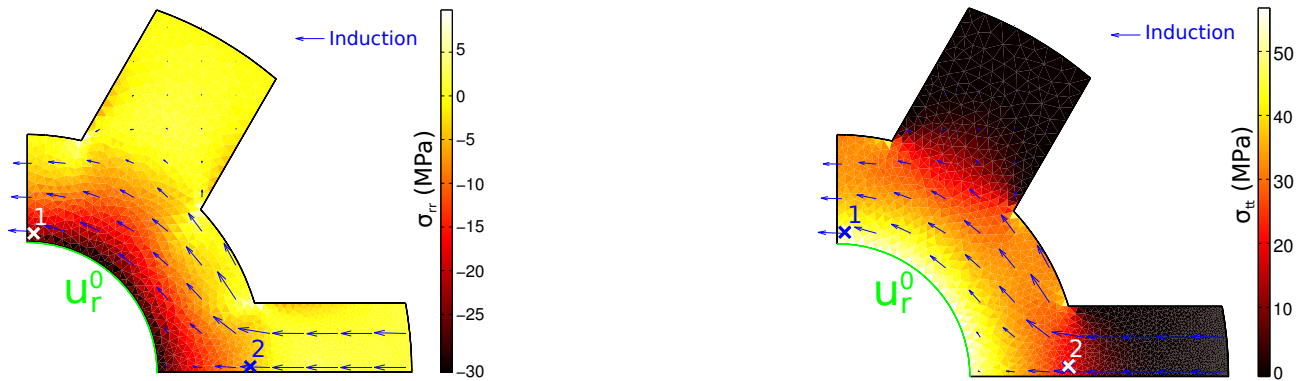


FIGURE 2 – Distribution des contraintes radiales (gauche) et orthoradiales (droite). Les flèches représentent l’induction magnétique.

3 Pertes par hystérésis dans le rotor d’une MRV

La loi de comportement présentée dans la section précédente est introduite dans un outil de simulation par éléments finis permettant la modélisation de structures complexes. On considère un essai rotor bloqué d’une machine à réluctance variable (MRV). Les contraintes mécaniques sont dues au frottement entre l’axe du rotor et les tôles. Une seule phase du stator est alimentée par un courant sinusoïdal, celle se trouvant en conjonction avec une dent rotorique. En négligeant les fuites et en prenant en compte les symétries, seul un quart du rotor et de l’entrefer est modélisé. La distribution des contraintes est calculée par éléments finis avec une formulation élasto-statique en contraintes planes. Les déformations de magnétostriction sont négligées. L’effet du frottement est pris en compte en imposant un déplacement radial u_r^0 sur l’interface rotor/axe (à $r = 1.15\text{cm}$). Le problème magnéto-statique est résolu en utilisant une formulation en potentiel scalaire. A chaque pas de temps, la non-linéarité est traitée en utilisant la méthode de polarisation (ou "point fixe modifié") avec un coefficient local proposée par Dlala et al. [8]. Le système est simulé sur 2.25 périodes pour différentes valeurs du déplacement imposé (source des contraintes). Le modèle éléments finis est développé dans FreeFem++ [9].

La figure 2, tracée pour $u_r^0 = 3.5\mu\text{m}$, montre le caractère fortement multiaxial du chargement magnéto-mécanique. La principale contrainte est une traction orthoradiale, au point 1 elle est parallèle à l’induction alors qu’au point 2 elle est perpendiculaire à l’induction. Entre ces deux points, la variété des configurations met en évidence la nécessité d’utiliser un modèle de loi de comportement prédictif. La distribution de densité de pertes par hystérésis correspondante w_h est calculée pour différentes valeurs du déplacement imposé u_r^0 . Un exemple est donné Fig.3 (gauche). L’écart relatif entre les pertes avec contraintes et les pertes sans contrainte est aussi présenté (droite). Finalement, l’effet des contraintes sur les cycles d’hystérésis aux points 1 et 2, et les pertes totales sont présentés Fig.4.

4 Conclusion

Le modèle proposé constitue une nouvelle approche pour prendre en compte les effets des contraintes mécaniques dans les matériaux magnétiques. Son coût de calcul raisonnable permet de l’introduire efficacement dans la méthode des élé-

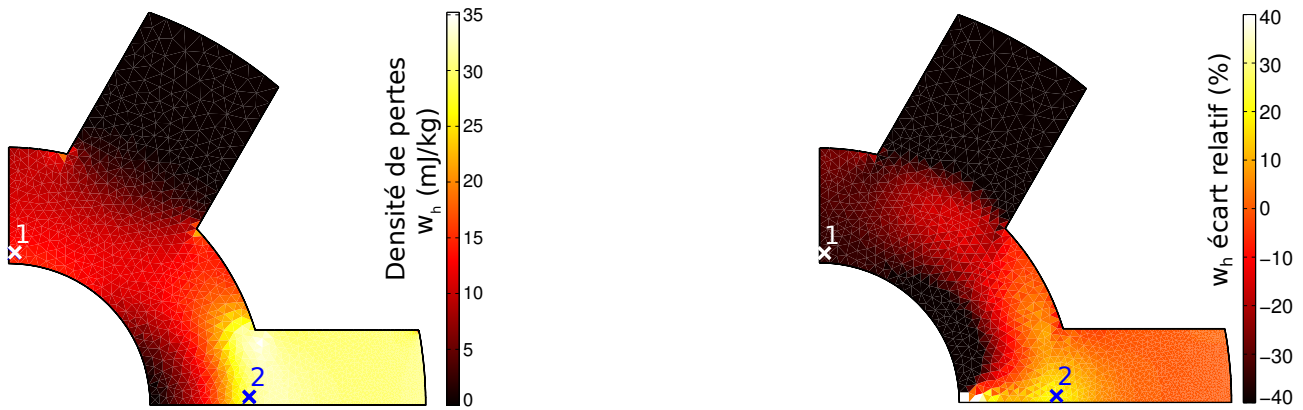


FIGURE 3 – Densité de pertes par hystérésis : valeur sous contrainte (gauche) et écart relatif avec la configuration sans contrainte (droite).

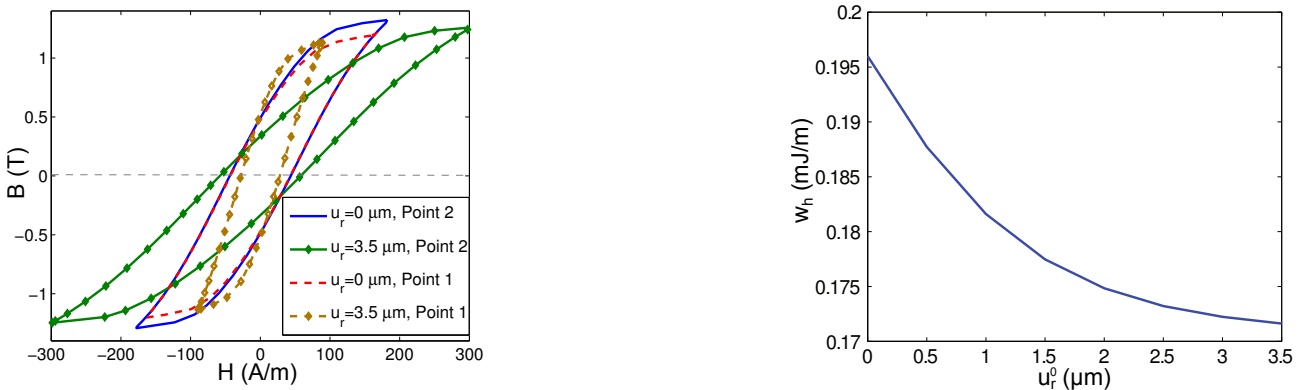


FIGURE 4 – Cycles d'hystérésis aux points 1 et 2, et pertes totales.

ments finis. Les résultats obtenus montrent que, dans une configuration simplifiée mais cependant réaliste, un chargement magnéto-mécanique complexe modifie significativement la densité de pertes par hystérésis et doit être soigneusement pris en compte.

Références

- [1] L. Daniel, N. Galopin, "A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to Terfenol-D single and polycrystals", *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, 42, pp. 153, 2008.
- [2] M.J. Sablik, D.C. Jiles, "Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis", *IEEE Trans. Magn.*, 29, pp. 2113, 1993.
- [3] A.J. Bergqvist, "A simple vector generalization of the Jiles-Atherton model of hysteresis", *IEEE Trans. Magn.*, 32(5), pp. 4213-4215, 1996.
- [4] L. Bernard, X. Mininger, L. Daniel, G. Krebs, F. Bouillault, M. Gabsi, "Effect of stress on switched reluctance motors : a magneto-elastic finite element approach based on multiscale constitutive laws", *IEEE Trans. Magn.*, 47(9), pp. 2171-2178, 2011.
- [5] D.C. Jiles, D.L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", *J. Appl. Phys.*, 55(6), pp. 2115-2120, 1984.
- [6] A. Pulnikov, R. Decoquer, V. Permiakov, L. Dupré, L. Vandeveld, R. Petrov, J. Melkebeek, Y. Houbaert, J. Gyselinck, H. Wisselink, "The relation between the magnetostriction and the hysteresis losses in the non-oriented electrical steels", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 290-291, 1454-1456, 2005.
- [7] M. LoBue, C. Sasso, V. Basso, F. Fiorillo, G. Bertotti, "Power losses and magnetization process in Fe-Si non-oriented steels under tensile and compressive stress", *J. Magn. Magn. Mater.*, 215-216, pp. 124-126, 2000.
- [8] E. Dlala, A. Belahcen, A. Arkkio, "Locally convergent fixed-point method for solving time-stepping nonlinear field problems", *IEEE Trans. Magn.*, 43, 11, pp. 3969-3975, 2007.
- [9] Online at <http://www.freefem.org/ff++>.