



**HAL**  
open science

# **Vibrations et bruit d'origine électromagnétique dans les machines synchrones à aimants permanents ayant des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents**

Guillaume Verez, Georges Barakat, Ghaleb Hoblos, Ouadie Bennouna, Yacine Amara

## ► To cite this version:

Guillaume Verez, Georges Barakat, Ghaleb Hoblos, Ouadie Bennouna, Yacine Amara. Vibrations et bruit d'origine électromagnétique dans les machines synchrones à aimants permanents ayant des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents. Symposium de Génie Électrique 2014, Jul 2014, Cachan, France. <hal-01065261>

**HAL Id: hal-01065261**

**<https://hal.science/hal-01065261v1>**

Submitted on 18 Sep 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Vibrations et bruit d'origine électromagnétique dans les machines synchrones à aimants permanents ayant des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents

Guillaume VEREZ<sup>1,2</sup>, Georges BARAKAT<sup>1</sup>, Ouadie BENNOUNA<sup>2</sup>, Ghaleb HOBLOS<sup>2</sup> et Yacine AMARA<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université du Havre - GREAH (EA3220, Normandie Université), F-76600 Le Havre, France

<sup>2</sup>ESIGELEC - IRSEEM (EA4353, Normandie Université), F-76800 Saint-Étienne-du-Rouvray, France

**RESUME** -Cet article traite de l'obtention des vibrations et du bruit d'origine électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents (MSAP). L'étude concerne deux types de configurations de nombre d'encoches et de pôles avec un côté 8 pôles avec 48 et 72 encoches et de l'autre 48 encoches avec 46 et 50 pôles. Plus précisément, les recherches portent sur l'influence des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents dans les MSAP de courte longueur. Les forces électromagnétiques agissant sur la surface interne du stator sont calculées à partir du tenseur de Maxwell au moyen de simulations par éléments finis (EF) 2-D. La densité de force magnétique locale sert alors de condition aux limites aux simulations vibratoires par EF 3-D du stator complet avec carcasse. Finalement, les déplacements obtenus permettent aux auteurs de réaliser des simulations acoustiques en utilisant un modèle par EF 3-D dédié à cette analyse. Les spectres vibro-acoustiques obtenus permettent aux concepteurs de machines électriques de faire un choix sur les combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents par rapport au cahier des charges dans les premières étapes de conception.

*Mots-clés*—Bruit acoustique, Forces électromagnétiques, Machines à aimants permanents, Méthode des éléments finis, Vibrations.

## 1. INTRODUCTION

Les machines synchrones à aimants permanents sont utilisées pour leurs grandes performances que sont entre autres un fort rendement, une forte densité de puissance, une petite taille et une structure simple [1]. Toutefois, les vibrations et le bruit sont des aspects critiques pour leur intégration dans des environnements embarqués comme l'automobile. Ainsi, analyser leur comportement vibratoire dès leur conception devient un enjeu important. En particulier, la combinaison de pôles et d'encoches impacte directement et fortement le contenu harmonique de l'induction magnétique [2]. Une mauvaise combinaison est responsable de fortes vibrations et de bruit important [3]. Dans la littérature, certains auteurs se sont déjà intéressés aux conséquences des combinaisons sur les forces électromagnétiques mais peu ont quantifié l'effet sur le bruit rayonné [4]. Or, un niveau de puissance acoustique et vibratoire important apparaît lorsqu'un harmonique de la fréquence de la pression magnétique radiale coïncide avec une

fréquence naturelle de la structure mécanique du stator possédant le même ordre de mode de vibration [4]. Ainsi, il est nécessaire d'analyser précisément la structure mécanique du moteur pour déterminer l'impact réel de la combinaison de pôles et d'encoches sur la génération de bruit [5]. D'un point de vue électromagnétique, des modèles ne considérant pas la saturation [6], le calcul de la force [7] ou la composante tangentielle de l'induction [8] ne permettent pas de conclure efficacement sur les différences en terme de niveau de puissance acoustique entre deux configurations. Il en va de même pour les modèles vibro-acoustiques analytiques qui portent sur des géométries simplifiées[3]. De nombreux modèles vibro-acoustiques analytiques ou utilisant la méthode des éléments finis (MEF) sont de plus 2-D et ne prennent pas en compte la carcasse ou l'effet du feuilletage des tôles statoriques.

Les conséquences de certaines combinaisons sur la force vibratoire d'origine électromagnétique ont été précédemment étudiées. Soit  $p$  le nombre de paires de pôles et  $N_S$  le nombre d'encoches statoriques. Les combinaisons les moins bruyantes sont celles données par  $N_S = 6kp, k \in \mathbb{N}^*$ , soit des machines à bobinage régulier, à pas diamétral. Leur mode de vibration principal est égal à leur nombre de pôles ce qui fait que ces machines sont moins bruyantes que les combinaisons  $N_S = 3p$  où leur mode de vibration principal est égal à leur nombre de paires de pôles [9]. En effet, plus le mode de vibration principal est élevé, moins la machine est supposée être bruyante car la raideur mécanique du stator est plus importante [6]. Sur cette dernière combinaison, l'augmentation du nombre de pôles augmente les modes de vibration mais permet également d'affiner la culasse, ce qui a l'effet inverse. Ainsi, généralement les vibrations de ces machines sont similaires pour tout  $p$ . Les machines possédant un nombre d'encoches multiple entier des harmoniques dues au rotor, comme les combinaisons  $N_S = (2k + 1)p, k \in \mathbb{N}$ , génèrent moins de vibrations que les combinaisons  $N_S = 2p + 1$ [5]. Ces dernières sont en effet réputées être les plus bruyantes [10]. Puisqu'alors  $PGCD(N_S, 2p) = 1$ , la force de Maxwell est particulièrement asymétrique et donc déséquilibrée. L'asymétrie est responsable de l'apparition de faibles harmoniques de force qui sont à l'origine d'une plus grande déformation du stator, qui est

inversement proportionnelle au mode à la puissance 4. Ce phénomène est, plus particulièrement, traité dans la référence [11]. Ainsi, les machines dont  $PGCD(N_S, 2p) > 1$  permettent généralement d'éviter cette force magnétique déséquilibrée [1]. Pour un même nombre d'encoches, la configuration  $N_S = 2p - 2$  est plus bruyante que celle  $N_S = 2p + 2$  car le sous-harmonique  $p - 2$  de la réaction magnétique d'induit est plus grand que son fondamental [6]. Ces dernières combinaisons sont également plus bruyantes que les  $N_S = 3p$ [9].

Pour une configuration donnée, si le bobinage comprend une ou deux couches de conducteurs, son comportement vibratoire est modifié. Pour  $N_S = 2p \pm 2$ , en général si  $N_S/PGCD(N_S, p)$  est pair, le rang des harmoniques est le même dans les configurations bobinage simple ou double couche mais le bruit produit par la machine à bobinage simple couche doit être plus élevé du fait de l'amplitude plus importante du premier harmonique (qui est de rang 2) de la force radiale. Si  $N_S/PGCD(N_S, p)$  est impair, le plus faible harmonique est de rang 1 et son amplitude est plus importante que dans le cas précédent, en plus de produire une force déséquilibrée [6]. De plus, malgré des avantages magnétiques et thermiques, les machines à bobinage dentaire à double couche sont plus bruyantes que les machines à bobinage régulier à double couche [7].

De manière à réaliser l'analyse acoustique, des moteurs à aimants permanents à flux radial utilisés pour la traction automobile sont choisis. Etant donné leur application, ils sont courts et possèdent un rapport de longueur sur rayon de 0.5. La carcasse, qui est plus longue que le paquet de tôles, sera prise en compte lors de cette analyse. Ceci a une influence significative sur le spectre acoustique [12]. Du fait de cette géométrie, la modélisation vibro-acoustique peut être réalisée en utilisant la MEF 3-D. Puisque les bobinages dentaires gagnent en intérêt par rapport aux bobinages distribués dans certaines applications, deux bobinages dentaires à simple couche sont étudiés. Le nombre de pôles est choisi suivant la combinaison  $2p = N_S \pm 2$ [6]. Deux bobinages réguliers concentriques à une couche à répartition diamétrale sont également simulés pour évaluer l'impact du nombre d'encoche.

Cet article s'articule comme suit. L'obtention de l'induction dans l'entrefer puis de l'expression de la densité de force magnétique locale sont présentées dans la section 2. La section 3 expose la méthode déterministe choisie pour obtenir le spectre vibro-acoustique. Sont de ce fait décrits les modèles mécaniques et acoustique 3-D et leur degré de précision. Pour finir, des remarques sont émises et permettent de conclure cet article.

## 2. MODELE ELECTROMAGNETIQUE

### 2.1. Modélisation électromagnétique par éléments finis

La machine présente un rapport longueur sur diamètre relativement faible et les effets 3-D de bords engendrent une variation de la pression magnétique selon la direction axiale. Toutefois, les simulations basées sur la MEF en 3-D montrent que ces effets induisent principalement des déformations longitudinales associées au mode du deuxième ordre, qui, dans le cas présent, sont excités à des fréquences supérieures au spectre audible. De ce fait, les calculs électromagnétiques sont

réalisés par les EF 2-D [13] au moyen d'un logiciel commercial (Flux). Plus précisément, des simulations en pas-à-pas dans le temps ont été réalisées pour déterminer la répartition de l'induction dans l'entrefer à vitesse nominale, à vide et en charge. Pour ce dernier cas, les courants de l'induit sont sinusoïdaux et en pleine charge. Les vibrations sont alors généralement 20 à 30% plus importantes que dans un fonctionnement à vide [14]. La figure 1 présente une vue de l'ensemble stator-rotor qui a été modélisé par la MEF sur une tranche perpendiculaire à la longueur axiale, pour la combinaison 8p48e. Les paramètres des machines sont donnés dans le tableau 1. Les aimants permanents en néodyme-fer-bore sont montés en surface. L'acier des tôles statoriques et rotoriques étant de type M270-35A, la saturation magnétique est prise en compte.

### 2.2. Densité de force électromagnétique locale

Les vibrations d'origine magnétique sont produites par les forces magnétiques s'appliquant sur les alésages statorique et rotorique qui font principalement vibrer la culasse de la machine. Ces vibrations sont principalement dues aux forces normales et, à plus faible niveau, tangentielles agissant sur la surface du stator en contact avec l'entrefer. Dans cet article, la pression électromagnétique est calculée localement et sert de condition aux limites au niveau de la surface interne du stator dans le modèle EF mécanique. Les méthodes couramment rencontrées pour calculer les forces locales sont l'application du tenseur de Maxwell, le principe des travaux virtuels et la méthode des charges magnétiques. Il apparaît que chacune de ces méthodes possède des avantages et des inconvénients

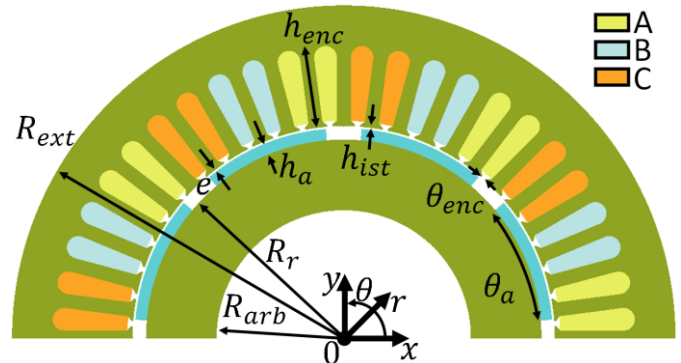


Fig.1 Tranche de la moitié de l'ensemble stator-rotor de la combinaison 8p48e

Tableau 1. Paramètres des machines

Symbole	Nom	Valeur (unité)
$R_{arb}$	Rayon de l'arbre	$5.6 \times 10^{-2}$ (m)
$R_r$	Rayon externe du rotor	$9.2 \times 10^{-2}$ (m)
$h_a$	Épaisseur des aimants	$5.0 \times 10^{-3}$ (m)
$e$	Largeur de l'entrefer	$6.0 \times 10^{-4}$ (m)
$h_{ist}$	Épaisseur des isthmes d'encoches	$1.0 \times 10^{-3}$ (m)
$h_{enc}$	Épaisseur totale d'une encoche	$3.1 \times 10^{-2}$ (m)
$R_{ext}$	Rayon externe du stator	$1.5 \times 10^{-1}$ (m)
$\theta_a$	Arc polaire des aimants	140/180 (°)
$\theta_{enc}$	Ouverture d'une encoche à l'isthme	1.237 (°)
	Longueur axiale du stator	$7.5 \times 10^{-2}$ (m)
	Induction rémanente des aimants	1.2 (T)
	Perméabilité relative des aimants	1.05

dépendant des caractéristiques magnétiques du milieu et en termes d'implémentation logicielle d'un point de vue précision et temps de calcul [15].

Le tenseur de Maxwell est généralement utilisé pour calculer la force totale agissant sur un volume  $V$  en intégrant sur la surface  $S$  du volume  $V$ . Cette approche est souvent utilisée pour calculer le couple des machines électriques en intégrant le tenseur de Maxwell sur la surface interne du stator dans le cas de la modélisation 2-D. De plus, pour les machines électriques, en se basant sur l'expression locale du tenseur de Maxwell, la distribution locale de force est souvent obtenue à partir de la pression magnétique, exprimée dans (1) [16], bien que cela n'ait pas de sens physique à proprement parler [17].

$$\begin{cases} P_n = \frac{dF_n}{dS} = \frac{1}{2}\mu_0(H_n^2 - H_t^2) \\ P_t = \frac{dF_t}{dS} = \mu_0 H_n H_t \end{cases} \quad (1)$$

Toutefois, dans le cas d'un entrefer fin et d'encoches statoriques semi-fermées, la composante tangentielle du champ magnétique est très faible, ce qui permet d'obtenir une bonne estimation des forces locales au moyen de (1) par rapport à l'approche des travaux virtuels. Ceci particulièrement lorsqu'il s'agit de comparer différentes géométries de machines entre elles.

### 2.3. Résultats

Pour chaque combinaison nombre de pôles / nombre d'encoches étudiée, la répartition spatiale des composantes normales et tangentielles de l'induction magnétique dans l'entrefer est présentée dans la figure 2, en fonction de la position angulaire, ainsi que leur contenu harmonique spatial. Les simulations sont réalisées en charge, à vitesse constante, avec un décalage de phase entre forces électromotrices et courants d'induit maximisant le couple.

Pour les combinaisons  $N_s = 6kp, k \in \{2,3\}$ , l'effet des huit pôles est observable par la succession d'alternance de signe. La composante normale de l'induction voit sa forme trapézoïdale, observable à vide, modifiée par l'effet de l'augmentation du courant dans les conducteurs. Les courants étant importants dans cette étude, la forme de la composante normale est profondément impactée et prend cette forme quasi triangulaire. La composante normale de l'induction à vide est due aux aimants et est donc en deçà des valeurs de saturation. De ce fait, en fonctionnement en charge, la saturation limite les amplitudes des variations dues à l'encochage. Il en va de même pour la composante tangentielle qui voit ses extrema augmenter sous l'effet d'un courant de plus en plus important, qui sont alors limités par la saturation.

Dans les quatre cas considérés, la valeur maximale de la composante tangentielle de l'induction atteint plus de la moitié de celle de la composante normale. Cette composante tangentielle est toujours de signe contraire que la composante normale dans les cas où  $N_s = 6kp, k \in \{2,3\}$ , ce qui n'est pas vérifié dans les cas où  $N_s = 2p \pm 2$ . De plus, pour ces dernières combinaisons, les variations dues aux pôles s'observent par les fluctuations de plus grande fréquence dans la composante normale de l'induction et non plus par celles de plus basse fréquence. Les variations de basses fréquences sont dues à la

topologie du bobinage pour les alternances et à l'amplitude des courants pour les amplitudes des variations.

Les spectres des inductions sont obtenus en considérant un cycle complet sur 360 degrés mécaniques. Les harmoniques prépondérants sont ceux de rang  $(2k + 1)p, k \in \mathbb{N}$  et sont dus au rotor, comme constaté dans [5]. De plus, l'harmonique de rang 4 est également excité du fait de la répartition du bobinage et donc des courants au stator. Ce dernier harmonique est donc le plus important. Les harmoniques de rang 4 des deux composantes de l'induction sont plus importants dans le cas 8p72e que 8p48e. En effet, la composante normale est 4% plus importante et la composante tangentielle 29% plus importante dans le cas 8p72e que 8p48e. Les cas où  $N_s = 2p \pm 2$  présentent des spectres similaires dont la composante normale est 17% plus faible et la composante tangentielle 21% plus faible que pour la combinaison 8p48e.

Les composantes normales et tangentielles de la pression électromagnétique exercée sur la surface du stator en contact avec l'entrefer sont présentées dans la figure 3. Y sont adjoints leur spectre spatial. Du fait des valeurs non négligeables de la composante tangentielle du champ observées dans la figure 2 pour chacune des combinaisons étudiées, d'après (1), la composante normale de la pression se trouve diminuée tandis que la composante tangentielle de la pression se trouve augmentée. Ainsi, la composante tangentielle de la pression atteint des valeurs aussi élevées en valeur absolue que la composante normale. Pour toutes les combinaisons, les seuls harmoniques de pression pouvant être excités à vide sont ceux de rang multiples de  $PGCD(N_s, 2p)$ . Ainsi, pour les combinaisons  $N_s = 6kp, k \in \mathbb{N}^*$ , les harmoniques à vide, notés  $h$ , sont donnés par (2).

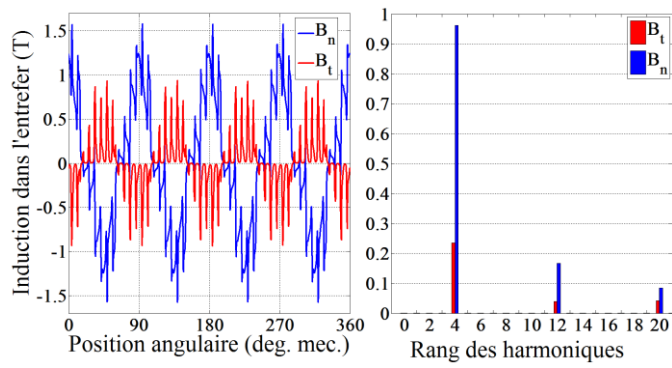
$$\forall (k, i) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}, h = iPGCD(6kp, 2p) = 2ip \quad (2)$$

En utilisant l'anthyphèrese, les harmoniques à vides,  $h$ , pour les combinaisons  $N_s = 2p \pm 2$  sont données par (3).

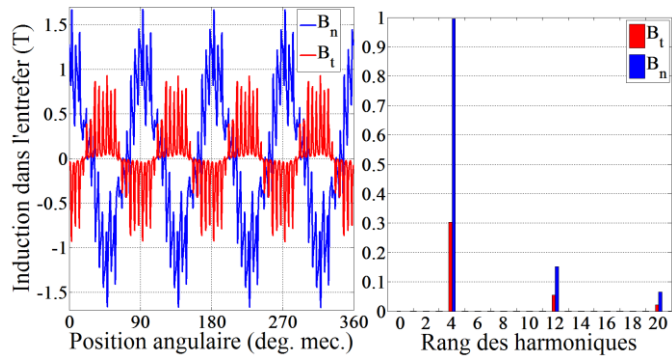
$$\forall i \in \mathbb{N}, h = iPGCD(2p \pm 2, 2p) = 2i \quad (3)$$

En charge, tous les harmoniques peuvent être toutefois potentiellement excités pour les combinaisons  $N_s = 2p \pm 2$  mais ils ne présentent pas de force déséquilibrée car l'harmonique de rang 1 n'est pas excité. Dans les cas où  $N_s = 6kp, k \in \mathbb{N}^*$ , lorsque  $PGCD(N_s, 2p)$  augmente, le rang des harmoniques augmente également. Il peut en résulter que le premier harmonique autre que celui de rang 0 excite un mode à une fréquence au-delà du spectre audible et ainsi seul l'harmonique de rang 0 contribue au bruit de la machine.

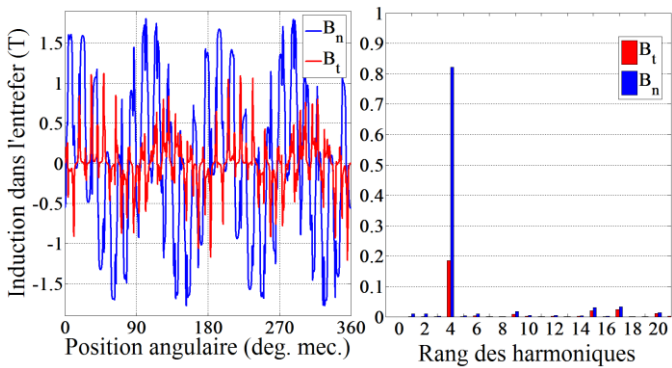
Pour les combinaisons 8p48e et 8p72e, le PGCD est le même. A nombre de pôles fixé, augmenter le nombre d'encoches par pôles et par phase augmente l'amplitude des harmoniques. Cette augmentation atteint jusqu'à 3% pour l'harmonique de rang 8 dans les deux cas présentés. Il en résulte que la configuration 8p48e devrait être légèrement moins bruyante que la configuration 8p72e à la seule condition que les modèles mécaniques soient similaires dans les deux cas.



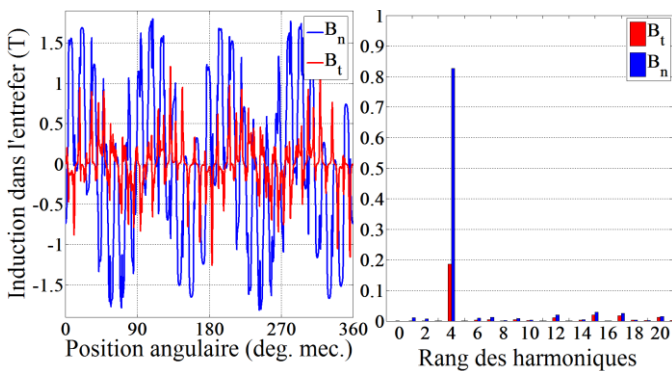
(a) 8p48e



(b) 8p72e

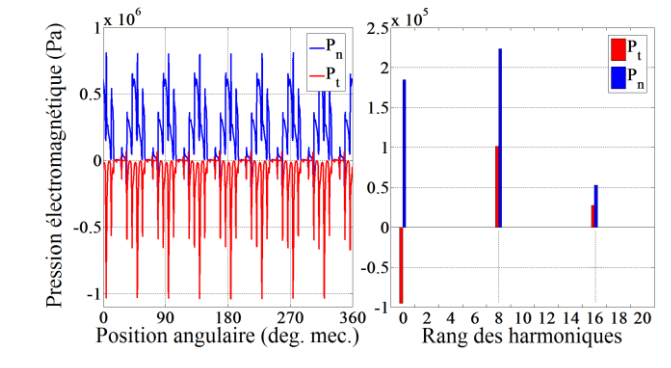


(c) 46p48e

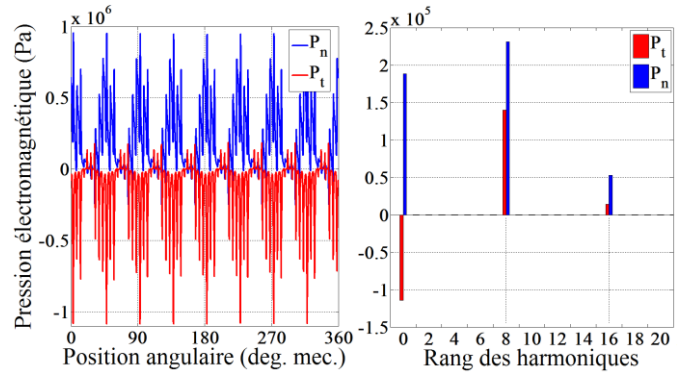


(d) 50p48e

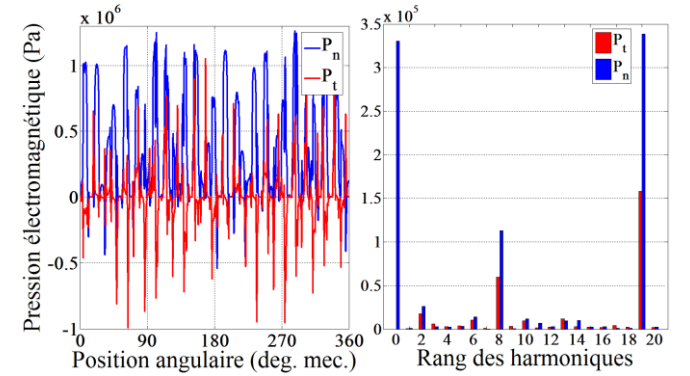
Fig.2 Comparaison des inductions dans l'entrefer obtenues en charge par la MEF pour les configurations de MSAP {8,46,50}p48e et 8p72e



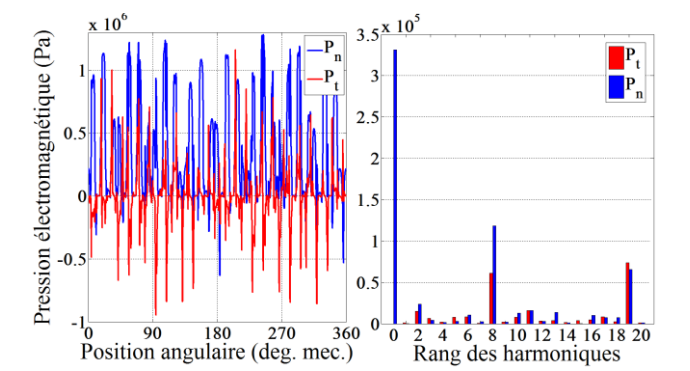
(a) 8p48e



(b) 8p72e



(c) 46p48e



(d) 50p48e

Fig.3 Comparaison des pressions électromagnétiques en charge par la MEF pour les configurations de MSAP {8,46,50}p48e et 8p72e

### 3. MODELES MECANIQUES ET ACOUSTIQUES

#### 3.1. Simplifications

Les fréquences propres sont d'importance pour modéliser précisément le comportement vibratoire de la structure mais certains détails sont coûteux en temps de calcul et n'apportent que peu de précision sur les résultats. Certaines simplifications listées ci-dessous permettent d'alléger le traitement par éléments finis.

L'analyse vibro-acoustique s'effectue uniquement sur le stator. En effet, bien que l'entrefer soit aussi en contact avec le rotor, ce dernier est moins soumis aux ondes de force magnétiques du fait de sa forme. La surface de rayonnement du son du rotor est plus petite que celle du stator. Le rotor peut donc le plus souvent ne pas être considéré comme source de bruits d'origine magnétique [18]. Il a été mesuré que la contribution du rotor n'est quantifiable que pour les fréquences inférieures à 500 Hz [19]. De plus, le rotor est relié à la carcasse par les flasques et devrait introduire de nouveaux modes de vibrations. Or, tout changement dans les conditions aux limites d'une enveloppe cylindrique, par exemple, le moteur avec ou sans le rotor, n'influe pas beaucoup le comportement vibratoire de l'enveloppe à haute fréquence. De ce fait, si seuls les modes de la machine dues à la carcasse et au stator sont d'intérêt, les tests expérimentaux peuvent être également effectués sans rotor [19]. Il est important de noter que puisque ni les approches analytiques ni les modèles utilisant la MEF, la MEF de frontière ou l'analyse statistique énergétique (en basse fréquence notamment) ne peuvent garantir des résultats précis, les tests en laboratoires sont toujours très importants [20].

La température du stator a une influence sur les fréquences naturelles. En effet, ces dernières décroissent avec l'augmentation de la température et pour les modes circonferentiels, une différence de 0% à 8% a pu être observée entre les fréquences mesurée à température ambiante et celles à température de fonctionnement [21]. Cette influence est difficile à modéliser et à quantifier car elle impacte les isolants des conducteurs et les autres matériaux. D'ordre général, pour les métaux, le module d'élasticité de Young diminue avec la température alors que le coefficient de Poisson augmente. Dans le présent article, l'influence de la température est négligée et les calculs par la MEF sont réalisés à température ambiante et constante.

L'isolation des conducteurs est prise en compte par la modification du module d'élasticité de Young associé à cette partie qui est considérée isotrope. Mise à part l'agglomération, les traitements des bobines comme l'imprégnation et la cuisson réduisent l'amortissement du stator. Ainsi, les amplitudes des vibrations à la fréquence de résonance sont plus larges. C'est un désavantage d'un point de vue de la suppression du bruit mais un avantage sur le fait que l'imprégnation élimine beaucoup de fréquences de résonances parasites indésirables au stator, produisant un spectre plus propre [22]. L'imprégnation n'est pas considérée ici.

La complexité d'une machine réelle fait qu'il peut être extrêmement fastidieux de la modéliser par la MEF dans ses moindres détails. En général, les éléments ayant des formes

géométriques complexes sont approchés par des formes plus simples, i.e. cylindres, poutres, etc. Malheureusement, les matériaux ne peuvent jamais être parfaitement pris en compte et le couplage entre paliers flasqués et carcasse est délicate. Ainsi, les fréquences propres des modèles utilisant la MEF approchent au mieux la machine mais des erreurs allant de 3% [23] à 10% [19] peuvent apparaître entre ces modèles suivant le détail de leur géométrie et la machine suivant sa complexité.

#### 3.2. Effet de la carcasse

Une carcasse d'épaisseur constante de 7 mm est étudiée. Puisque la longueur axiale de la machine est de 75 mm et que les têtes de bobines sont déterminées à 30 mm, une longueur de carcasse de 175 mm est considérée. La construction des carcasses ayant évolué, les observations de certains auteurs à leur propos doivent être remises dans leur contexte. Toutefois, certaines remarques peuvent être agréées sous conditions. Dans le cas où la carcasse est faiblement couplée mécaniquement au stator, soit quand elle enveloppe simplement le stator [24], elle a très peu d'influence sur la valeur des fréquences propres [22][25]. Généralement, la plupart des moteurs de petite taille possèdent un stator enveloppé par la carcasse où le noyau est simplement pressé contre la carcasse [12]. Dans le cas des machines de taille importante, l'amplitude des vibrations en présence de la carcasse sont plus petites que celles de la machine sans carcasse [22]. Le cas du couplage faible présenté dans [24] a été vérifié pour une machine où la masse de la carcasse en aluminium comptait pour 7% de la masse totale du stator, son module de Young inférieur à celui du stator et la longueur axiale presque égale à celle du stator. Or, dans le cas où la carcasse est en acier, qui possède un module de Young légèrement supérieur à celui des tôles statoriques et une masse volumique plus importante, comme dans le cas de [19], la carcasse doit être prise en compte. De plus, il arrive de ce fait que, même pour les petites machines, la carcasse et le stator aient des dimensions résolument différentes, ce qui implique un comportement vibratoire significativement modifié par la carcasse [19]. Plus précisément, au plus la carcasse est longue par rapport au stator, au plus les fréquences naturelles de la structure complète diminuent [12]. Dans le présent cas, la carcasse compte pour 11.5% de la masse totale du stator et sa longueur est 2.3 fois plus longue que le stator. La carcasse ne peut être négligée.

Dans de nombreuses machines, un système de ventilation ou de refroidissement liquide est présent. Des canaux pour la ventilation par air peuvent être ainsi installés sur la surface externe du stator tandis que des circuits d'eau peuvent être usinés sur la surface externe de la carcasse [26]. Ces modifications par rapport aux formes cylindriques de base modifient le comportement vibro-acoustique de la structure car elles changent sa masse et sa raideur [19]. Dans le cas où des entailles sont faites au stator, une perte de symétrie peut apparaître si elles ne sont pas placées à intervalle régulier autour du stator. Cela implique une différence entre les modes de vibrations symétriques et antisymétriques. Ainsi, une seule entaille peut réduire le mode antisymétrique de 4% par rapport au mode symétrique [27]. Le refroidissement varie d'une machine à une autre et il n'est pas considéré dans cet article.

Il est considéré dans le modèle par la MEF que les tôles statoriques sont directement liées à la carcasse en considérant qu'elles sont en simple contact [20]. De plus, une machine réelle est fixée à un support, ce qui impose de nouvelles conditions aux limites à la structure. Or, si des isolants, possédant des fréquences propres bien plus faibles que celles d'intérêt, sont placés sous la machine, cette dernière peut être approximée sans support [19]. C'est ce choix qui est pris en compte. En sus, la forme des paliers est généralement complexe mais leur vibration n'est pas d'importance [19]. Leur véritable influence est la modification des conditions aux limites de la carcasse [12]. De ce fait, des flasques et paliers sont modélisés par de simples plaques.

### 3.3. Effet du feuilletage de la culasse statorique

Un stator est feuilleté de manière à réduire des pertes par courants de Foucault [28]. Généralement, l'axe de rotation des machines électriques est normal au plan du feuilletage du paquet de tôles [29]. Les vibrations mécaniques peuvent être considérées comme une fluctuation entre l'énergie potentielle élastique et l'énergie cinétique dans une structure comme montré par l'équation de Lagrange de deuxième espèce. Une élasticité continue est une condition nécessaire à cette fluctuation d'énergie. Certains auteurs émettent l'hypothèse simplificatrice qu'une structure laminée peut être traitée comme une structure solide pour le calcul des fréquences de résonance d'un stator [18][22]. Pour un stator, le feuilletage coupe la connexion élastique entre chaque tôle et rend impossible le transfert des forces élastiques entre elles [28]. Le comportement vibratoire de la culasse est donc particulièrement influencé par les paramètres élastiques du paquet de tôles laminées [30]. De plus, quand plusieurs tôles sont pressées par serrage pour former un seul cylindre laminé, les conditions aux limites de chaque tôle ne sont plus les mêmes que celles d'une seule tôle isolée simplement supportée à ses extrémités [28].

Le feuilletage de la culasse réduit la résistance de son pendant solide. Le paquet de tôle feuilleté est alors significativement moins raide et donc plus flexible [29]. Les amplitudes des vibrations d'un stator feuilleté sont donc plus amorties [31] et particulièrement pour les faibles nombres de modes [24]. De cet amortissement, il en résulte que les modes longitudinaux ne présentent pas de pics bien distincts sur le spectre vibratoire contrairement à une machine solide et homogène [27]. Ce qui amène certains auteurs à conclure qu'un noyau laminé supprime les modes longitudinaux égaux à 1[25][27]. Puisque les coefficients d'amortissement obtenus pour les stator non laminés décroissent avec l'augmentation de la fréquence, cela montre la prédominance d'un amortissement due à la friction [31]. Il a été observé dans le cas d'un stator laminé avec des enroulements que les coefficients d'amortissement ne présentent pas de relation directe avec les fréquences de résonance. Ceci suggère la présence d'effets d'amortissement non-linéaire qui sont normalement présent dans les structures composites construites de plusieurs matériaux différents. Les valeurs des coefficients d'amortissement pour ce modèle sont approximativement 10 à 100 fois plus grandes que celles obtenues pour une culasse statorique solide et homogène [31]. La réduction de l'amplitude

de la réponse vibratoire dépend du nombre et de l'épaisseur des tôles feuilletées ainsi que du type de mode [28].

L'anisotropie des tôles laminées, soit le fait que ses propriétés dépendent de la direction, est généralement considérée comme une orthotropie, et donc que les propriétés du matériau suivent deux composantes principales perpendiculaires. En élasticité linéaire, le tenseur des contraintes est relié au tenseur des déformations par le tenseur de raideur élastique. C'est ce qui est généralement représentée par la loi de Hooke avec des tenseurs de contrainte et de déformation de dimensions  $6 \times 1$  et donc un tenseur de raideur élastique de dimensions  $6 \times 6$  soit 36 paramètres. Ce tenseur de raideur contient dans le cas isotrope seulement 2 paramètres indépendants sur les 36. Ce sont le module de Young et le coefficient de Poisson de toute la structure. Or, dans le cas anisotrope, le module de Young et le coefficient de Poisson dépendent de la direction et il en résulte 21 paramètres indépendants. Dans le cas d'orthotropie, 9 paramètres indépendants sont à déterminer. En notant  $E$  le module de Young,  $G$  le module de cisaillement et  $\nu$  le coefficient de Poisson, les paramètres sont dans le repère  $\{x, y, z\}$  :  $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}, \nu_{xy}, \nu_{xz}$  et  $\nu_{yz}$ . Ces paramètres dépendent entièrement de la machine considérée car les matériaux et les longueurs diffèrent suivant les constructeurs. Ainsi, chaque auteur propose ses valeurs expérimentales qui servent de données aux modèles utilisant la MEF. L'acier utilisé dans la construction électrique permet de réduire au minimum les pertes d'énergie et d'augmenter le flux magnétique. Pour une seule tôle feuilletée les valeurs du module de Young dans le plan  $\{x, y\}$  peuvent varier de 175 GPa à 220 GPa[32].

Pour représenter le feuilletage de la culasse statorique dans ce présent article, le cas d'un acier orthotrope est considéré [19]. Le rapport de compression sur la déformation dans la direction longitudinale,  $E_z$ , et les rapports de contraintes de cisaillement dans les plans  $\{x, z\}$  et  $\{y, z\}$  sur la déformation dans ces plans,  $G_{xz}$  et  $G_{yz}$ , sont bien plus faibles que les modules équivalents des matériaux solides et homogènes. Ainsi,  $E_z, G_{xz}$  et  $G_{yz}$  ne dépassent pas 2% des valeurs du cas isotrope. Toutefois, les valeurs des facteurs d'amortissement associés aux déformations normales et de cisaillements sont généralement de l'ordre de 1.5% à 10%, soit significativement plus grandes que celles d'un acier isotrope [29].

Concernant le module de Young, que ce soit dans le plan  $\{x, y\}$  ou dans la direction axiale, les valeurs diffèrent d'un auteur à un autre car elles sont expérimentales et correspondent à une machine particulière. Pour  $E_x = E_y = 136 \text{ GPa}$ ,  $E_z$  a été déterminé à 2.7 GPa, soit 2% de la valeur dans le plan radial [19]. Ces résultats dépendent de l'épaisseur des tôles et par exemple, pour une épaisseur de 0.65 mm,  $E_z$  a été évalué à 0.8 GPa pour une valeur plus fréquemment utilisée de  $E_x = E_y = 200 \text{ GPa}$ , soit une diminution de 0.4% au lieu de 2%[29]. De plus, les modules dépendent des pressions de serrage et des traitements de la surface de chaque tôle. Ainsi, Delves donne un module de Young dans la direction axiale de 1.8 GPa, soit 0.9% de la valeur dans le plan radial [30]. Pour  $E_x = E_y = 205 \text{ GPa}$ ,  $E_z = 1.5 \text{ GPa}$ , soit 0.7%[33]. Subséquemment, le module de Young dans la direction axiale

est de l'ordre de 0.4% à 2% de celui trouvé dans la direction radiale. Cette étendue est présentée dans la figure 4.a) dans le cas de tôles de 0.65 mm d'épaisseur où est tracé le pourcentage de réduction des modules de Young longitudinaux dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène [29].

Concernant le module de cisaillement, sa valeur pour un matériau acier isotrope est de l'ordre de 80 GPa car  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  [34]. Pour un matériau laminé, sa valeur est un peu plus faible dans le plan radial  $\{x, y\}$  où il vaut 79.3 GPa dans [29], 55 GPa dans [27] et 25 GPa dans [33]. Dans les plans  $\{x, z\}$  et  $\{y, z\}$ , les modules de cisaillement sont également réduits et ne dépassent pas 2% des valeurs précédentes de  $G_{xy}$ . La figure 4. b) présente ce pourcentage de réduction du module de cisaillement dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène [29]. Une valeur du pourcentage de 0.4% est utilisé dans [30], et [33] utilise une valeur de 6% par rapport à l'équivalent solide. Dans le cas d'un matériau orthotrope, le coefficient de Poisson est directionnel et varie avec l'orientation de chaque tôle. Il est de plus sensiblement plus élevé que son équivalent solide [35]. Les coefficients de Poisson dans les plans  $\{x, z\}$  et  $\{y, z\}$  sont également impactés par le feuilletage des tôles. En utilisant la loi de Hooke, la matrice de raideur élastique, qui est symétrique, doit être définie positive pour que la fonction de densité de l'énergie de déformation soit également positive [36]. Or, le critère de Sylvester stipule que pour qu'une matrice réelle symétrique soit définie positive, il faut et suffit que les  $n$  ( $n$  étant la taille de la matrice) mineurs principaux dominants soient strictement positifs [37]. Les mineurs sont les déterminants de ses sous-matrices carrées. Le troisième de ces mineurs, qui vérifie cette inégalité, peut se simplifier selon (4) dans le cas orthotrope.

$$1 > \nu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x} + \nu_{yz}^2 \frac{E_z}{E_y} + \nu_{xz}^2 \frac{E_z}{E_x} + 2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{xz} \frac{E_z}{E_x} \quad (4)$$

Dans le cas des machines électriques,  $E_y = E_x$  et  $E_z$  vaut au maximum 2% de  $E_x$ . Ainsi, les coefficients de Poisson dans le plan  $\{x, z\}$  et  $\{y, z\}$  peuvent valoir jusqu'à 4 en fixant  $\nu_{xy} = 0.3$ . Dans [20][27][38] et al., les coefficients de Poisson valent 0.3 dans toutes les directions tandis que dans [33],  $\nu_{xz} = \nu_{yz} = 0.03$ . Toutefois, le coefficient de Poisson a peu d'effet sur les fréquences propres [38] et ainsi, pour les coefficients de Poisson majeurs, une valeur de 0.3 dans toutes les directions sera considérée.

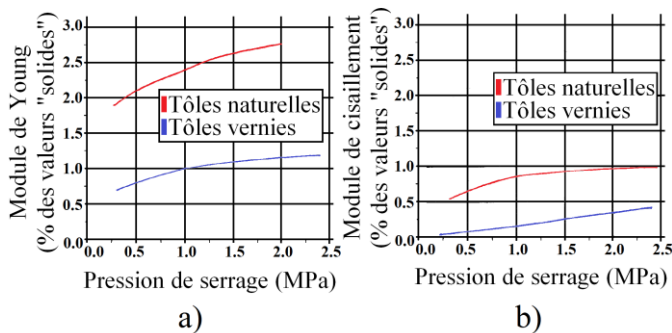


Fig.4 Pourcentage de réduction des modules de (a) Young longitudinaux et de

(b) cisaillement dans les plans  $\{x, z\}$  et  $\{y, z\}$  dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène [29]

La différence entre coefficients majeurs et mineurs est exprimée dans (5) pour un cas orthotrope [36].  $\nu_{ij}$  correspond à la contraction dans la direction  $j$  quand une extension est appliquée à la direction  $i$ . Ainsi, le coefficient mineur peut être au minimum  $\frac{1}{2\%} = 50$  fois plus faible que le coefficient majeur.

$$\nu_{ij} = \nu_{ji} \frac{E_j}{E_i} \quad (5)$$

De ces remarques, il est évident que le comportement vibratoire d'un stator feuilleté est différent de celui d'un stator fait d'un seul cylindre épais homogène [28]. Puisque l'amplitude des vibrations est amortie grâce au feuilletage, l'utilisation du feuilletage est un avantage d'un point de vue vibro-acoustique des machines électriques [24]. Toutefois, puisque chaque machine possède ses propres particularités physiques, les modèles utilisant la MEF ne peuvent rendre compte précisément du comportement vibratoire de la machine sans avoir recours à une méthode permettant de mettre à jour les constantes d'orthotropie déterminées précédemment.

### 3.4. Modèles

Une approche déterministe est utilisée pour déterminer le bruit rayonné par la machine. Elle est opposée à une analyse statistique énergétique [39]. Un modèle éléments finis structurel est créé pour décrire le comportement vibratoire de la machine et un modèle éléments finis acoustique évalue sa réponse acoustique. La MEF est généralement limitée aux faibles fréquences (en-deçà de 5 kHz) car le nombre d'éléments requis par le modèle augmente d'un facteur 8 (en 3-D) quand la fréquence d'intérêt est doublée [19]. Toutefois, dans le cas de petites machines et si le temps de calcul n'est pas important, il est possible d'obtenir de bons résultats pour les fréquences du spectre audible. De plus, le volume d'air englobant la machine peut être réduit de manière à garder un nombre d'éléments constant puisque leur taille diminue également. Les grandeurs physiques choisies pour les modèles sont donnés dans le tableau 2.

La carcasse est considérée comme un cylindre fermé, creux et supporté à ses extrémités. En effet, deux plaques qui sont les paliers ferment le cylindre. Il existe plusieurs conditions aux limites applicables aux extrémités du cylindre et les plus courantes dans le cas du stator ou de la carcasse considèrent les mêmes conditions aux deux extrémités. Dans le cas de la carcasse, les flasques sont relativement épaisses et un cas complètement contraint est considéré [20]. Ainsi, les déplacements dans les trois directions sont bloqués aux extrémités du cylindre. Une vue en éclaté de la modélisation mécanique et acoustique des machines possédant 48 encoches est proposée dans la figure 5.

### 3.5. Fréquences propres

Les fréquences propres de l'ensemble stator/carcasse sont obtenues au moyen d'une analyse modale 3-D par éléments finis avec ANSYS®. La carcasse est complètement contrainte à ses extrémités mais des modes longitudinaux nuls apparaissent sur le stator puisqu'il est libre à ses extrémités. De plus, la pression électromagnétique a été calculée en 2-D et est

donc considérée constante le long de la machine, ce qui conduit à des modes longitudinaux nuls. Les fréquences propres appartenant au spectre audible sont répertoriées dans le tableau 3. Puisqu'entre les deux configurations de stator le volume des enroulements est le même, les fréquences propres se trouvent être très proches.

Le contenu harmonique des pressions électromagnétiques en charge présentées dans la figure 3 montrent une similitude entre d'une part les configurations 8p{48,72}e et d'autre part les configurations {46,50}p48e. Dans les premières, le mode circonférentiel d'ordre 0 est moins excité que dans les deuxièmes et inversement pour le mode d'ordre 8. Ainsi, aux alentours de 3976 Hz, toutes les configurations devraient montrer un pic mais celles possédant 8 pôles rotoriques devraient se montrer moins bruyantes que les autres. Une plus large différence s'exprimera aux alentours de 11 kHz où les configurations possédant 8 pôles rotoriques devraient être bien plus bruyantes que les autres. Dans les configurations {46,50}p48e, tous les modes sauf celui d'ordre 1 sont observables et il devrait être possible d'observer leur effet sur le spectre, particulièrement pour le mode 2, à faible fréquence.

### 3.6. Bruit rayonné

Les spectres du niveau de puissance acoustique sont obtenus au moyen d'une analyse harmonique 3-D par éléments finis avec ANSYS®. La surface interne du stator est discrétisée en 288 surfaces de pression constante, calculée dans la section 2. Le bruit a pour origine les vibrations affectées par l'amortissement de la structure [19]. Ce coefficient est fortement impacté par les enroulements et le feuilletage ce qui le rend impossible à obtenir analytiquement. La formule empirique (6) est utilisée à la place [40]. Elle lie l'amortissement  $d$  à la fréquence  $f$ .

$$d(f) = \frac{1}{2\pi} (2.76 \times 10^{-5} f + 0.062) \quad (6)$$

La pression acoustique dans l'air entourant la machine est calculée tous les 40 Hz, sur une section située au milieu de la longueur axiale de la machine. A chaque nœud de cette section, la pression acoustique est calculée. Ainsi, pour un maximum de pression  $p_{max}$  situé au rayon  $R$ , le niveau de puissance acoustique  $L_w$  est donné par (7).

$$L_w = 20 \log_{10} \left( \frac{p_{max}}{\sqrt{2} p_{ref}} \right) + 10 \log_{10} (S_{sphere}) \quad (7)$$

La puissance de référence correspondant à 0 dB,  $p_{ref}$ , est égale à  $20 \mu Pa$ .  $S_{sphere}$  est la surface de la sphère de rayon  $R$ . Les niveaux de puissance acoustique des quatre configurations sont présentés dans la figure 6. Les configurations ayant un  $PGCD(N_s, 2p)$  plus important sont globalement plus silencieuses que celles en ayant un plus faible du fait que le rang des harmoniques de la densité de force est plus espacé avec la symétrie, comme montré dans (2) et (3). Les comparaisons suivantes sont effectuées en pourcentage d'augmentation par rapport au spectre en décibels.

Tableau 2. Grandeurs physiques des matériaux du stator

Paramètre	Tôles	Enroulements	Carcasse
$E_x$ (GPa)	200	9.4	71
$E_y$ (GPa)	200	9.4	71
$E_z$ (GPa)	0.8	9.4	71
$G_{xy}$ (GPa)	79.3	3.5	26.7
$G_{xz}$ (GPa)	0.3	3.5	26.7
$G_{yz}$ (GPa)	0.3	3.5	26.7
$\nu_{xy}$	0.3	0.35	0.33
$\nu_{xz}$	0.0012	0.35	0.33
$\nu_{yz}$	0.0012	0.35	0.33
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	7700	8890	2700

Tableau 3. Modes circonférentiels de l'ensemble stator/carcasse

Mode	Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)
0	3976	7	9045
2	814.3	8	11044
3	2070	9	13078
4	3588	10	15105
5	5285	11	17073
6	7115	12	18925

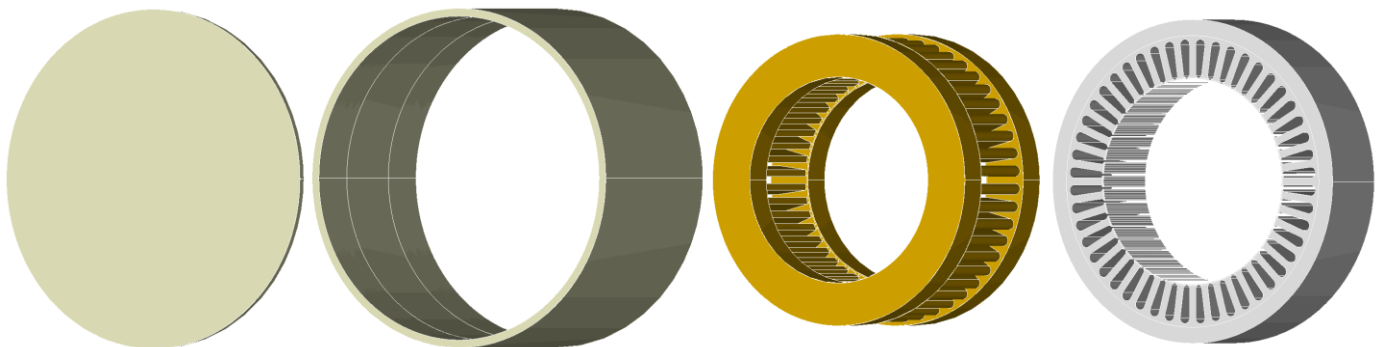


Fig. 5 Vue éclatée des machines possédant 48 encoches modélisées avec ANSYS®  
De gauche à droite : flasques, carcasse, enroulements avec têtes de bobine et noyau statorique

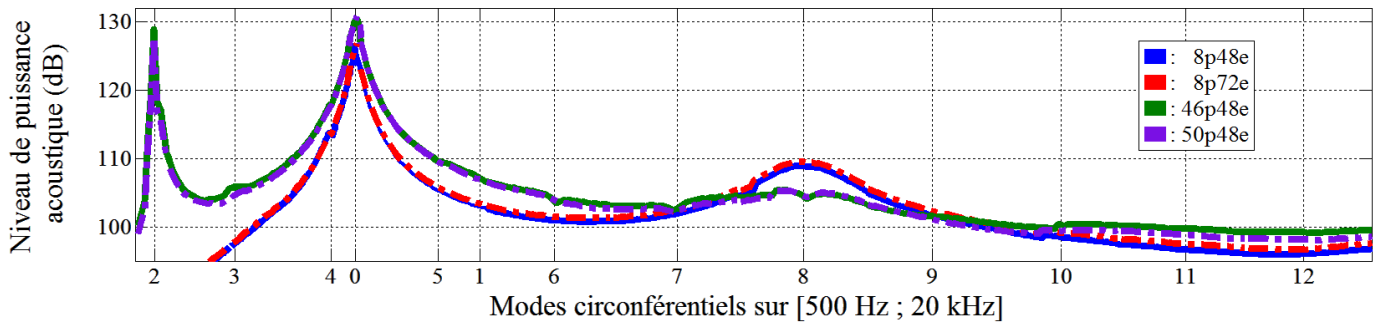


Fig. 6 Niveaux de puissance acoustique des configurations en charge obtenus avec la MEF dans le spectre audible [500 Hz; 20 kHz].

La configuration 46p48e est en moyenne plus bruyante de 3% que la configuration 50p48e. Leur maximum est le même pour le mode d'ordre 0, à 130.8 dB, et au niveau du mode d'ordre 2, une différence de 1% est observable, à 127.7 dB et 128.8 dB. Le faible écart entre les valeurs en décibel pour passer du mode d'ordre 0 à celui d'ordre 2, de 2.4% au maximum, se traduit par un peu plus d'un doublement de la puissance acoustique. Or, l'harmonique de rang 0, dans les deux cas {46,50}p48e est 13 fois plus grand que l'harmonique de rang 2. Ainsi, un harmonique de faible rang qui est excité à une faible fréquence peut avoir un impact important sur le niveau de puissance acoustique même s'il est en amplitude bien plus faible que les autres. La fréquence à laquelle cet harmonique est excité joue un rôle majeur, du fait de l'amortissement. Il est possible d'observer l'effet du mode 3 mais l'harmonique correspondant de la pression est trop faible en amplitude pour avoir un impact majeur, il en va alors de même pour les suivantes, autre que 8.

Comme constaté sur la figure 3, les harmoniques de rang 0 sont plus faibles dans les cas 8p{48,72}e que dans les cas {46,50}p48e et vice-versa pour le mode 8. L'harmonique de la pression électromagnétique de rang 0 est au maximum 79% plus important dans les cas {46,50}p48e que dans les cas 8p{48,72}e. Or, l'écart de 2.5 dB constaté sur la figure 6 se traduit par un peu moins du double (1.78) de la puissance acoustique. De même, pour le mode d'ordre 8, l'harmonique est au maximum 104% plus important dans les cas 8p{48,72}e que dans les cas {46,50}p48e ce qui se traduit par un peu plus du triple (3.31) de la puissance acoustique. Relier les puissances acoustiques aux amplitudes des harmoniques de la pression électromagnétique est donc délicat. L'apport du modèle vibro-acoustique sur le modèle électromagnétique est donc nécessaire pour déterminer si une configuration est bien plus bruyante qu'une autre, et ce particulièrement si le rang des harmonique n'est pas égal. Finalement, les configurations moins bruyantes sont 8p48e, 8p72e, 50p48e et enfin 46p48e.

#### 4. CONCLUSIONS

Deux modèles aux éléments finis, électromagnétique 2-D et vibro-acoustique 3-D, sont faiblement couplés de manière à rendre compte avec précision du bruit d'origine électromagnétique au sein des machines. De cette manière, l'influence de la combinaison de pôles et d'encoques pour une machine synchrone à aimants permanents peut être étudiée sur l'ensemble des grandeurs impliquées dans la génération du bruit. Quatre machines possédant un nombre d'encoques

$N_s = 6kp$  avec  $k \in \{2,3\}$  et  $N_s = 2p \pm 2$  sont simulées. Les précisions apportées par ces travaux, du point de vue de la modélisation, permettent de quantifier et de conclure efficacement sur les combinaisons les plus adaptées acoustiquement. Ceci, notamment, pour les moteurs de traction automobile possédant les caractéristiques étudiées. Des harmoniques de faibles rangs, et donc excités à des fréquences plus faibles, ayant une amplitude faible par rapport à des harmoniques excités à plus haute fréquence peuvent avoir d'importantes conséquences sur le bruit généré par la machine. Comme attendu, les configurations où  $N_s = 6kp$  avec  $k \in \{2,3\}$  sont moins bruyantes que les configurations où  $N_s = 2p \pm 2$ . Pour les configurations présentées, de nouveaux nombres d'encoques seront étudiés de manière à renforcer les résultats. De plus, de nouvelles configurations seront analysées, ce qui permettra d'élargir les comparaisons.

#### 5. REFERENCES

- [1] M. Huo, S. Wang, J. Xiu, S. Cao, « Effect of magnet/slot combination on triple-frequency magnetic force and vibration of permanent magnet motors », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, pp. 5965-5980, 2013.
- [2] M. Valavi, A. Nysveen, R. Nilssen, « Characterization of radial magnetic forces in low-speed permanent magnet wind generator with non-overlapping concentrated windings », *International Conference on Electrical Machines*, pp. 2943-2948, 2012.
- [3] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, P. Brochet, « Optimal slot numbers for magnetic noise reduction in variable-speed induction motors », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 8, pp. 3131-3136, 2009.
- [4] Z.Q. Zhu, P. Xia, L.J. Wu, G.W. Jewell, « Analytical modeling and finite-element computation of radial vibration force in fractional-slot permanent-magnet brushless machines », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 46, no. 5, pp. 1908-1918, 2010.
- [5] T. Sun, J.M. Kim, G.H. Lee, J.P. Hong, M.R. Choi, « Effect of pole and slot combination on noise and vibration in permanent magnet synchronous motor », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 5, pp. 1038-1041, 2011.
- [6] Z.Q. Zhu, Z.P. Xia, L.J. Wu, G.W. Jewell, « Influence of slot and pole number combination on radial force and vibration modes in fractional slot PM brushless machines having single- and double-layer windings », *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 3443-3450, 2009.
- [7] J. Goss, D. Staton, R. Wrobel, P. Mellor, « Brushless AC interior-permanent magnet motor design: comparison of slot/pole combinations and distributed vs. concentrated windings », *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 1213-1219, 2013.

- [8] S.O. Kwon, J.J. Lee, T. Sun, J.P. Hong, « Characteristics and radial magnetic force of interior permanent magnet synchronous motor according to pole/slot combinations », *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pp. 1491-1495, 2009.
- [9] Y.S. Chen, Z.Q. Zhu, D. Howe, « Vibration of PM brushless machines having a fractional number of slots per pole », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 10, pp. 3395-3397, 2006.
- [10] L.J. Wu, Z.Q. Zhu, J.T. Chen, Z.P. Xia, « An analytical model of unbalanced magnetic force in fractional-slot surface-mounted permanent magnet machines », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 7, pp. 2686-2700, 2010.
- [11] D.C. Hanselman, « Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF », *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, vol. 144, no. 5, pp. 325-330, 1997.
- [12] Z.Q. Zhu, D. Howe, « Electromagnetic noise radiated by brushless permanent magnet DC drives », *International Conference on Electrical Machines and Drives*, pp. 606-611, 1993.
- [13] C. Wang, J.C.S. Lai, A. Astfalck, « Sound power radiated from an inverter driven induction motor II: numerical analysis », *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, vol. 151, no. 3, pp. 341-348, 2004.
- [14] M. Valavi, A. Nysveen, R. Nilssen, « Magnetic forces and vibration in permanent magnet machines with non-overlapping concentrated windings: a review », *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 977-984, 2012.
- [15] D.H. Kim, D.A. Lowther, J.K. Sykulski, « Efficient global and local force calculations based on continuum sensitivity analysis », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1177-1180, 2007.
- [16] K.J. Meessen, J.J.H. Paulides, E.A. Lomonova, « Force calculations in 3D cylindrical structures using Fourier analysis and the Maxwell stress tensor », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 1, pp. 536-545, 2013.
- [17] J. Delcambre, P. François, B. Jost, « Bruit des matériels électriques », *Techniques de l'Ingénieur*, 1985.
- [18] C. Wang, J.C.S. Lai, D.W.J. Pulle, « Prediction of acoustic noise from variable-speed induction motors: determinist versus statistical approaches », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 4, pp. 1037-1044, 2002.
- [19] C. Wang, J.C.S. Lai, « Vibration analysis of an induction motor », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 224, no. 4, pp. 733-756, 1999.
- [20] J.F. Gieras, C. Wang, J.C.S. Lai, « Noise of polyphase electric motors », *CRC Press*, 2005.
- [21] S. Watanabe, S. Kenjo, K. Ide, F. Sato, M. Yamamoto, « Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators », *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, no. 4, pp. 949-956, 1983.
- [22] R.K. Singal, K. Williams, S.P. Verma, « Theoretical and experimental study of vibrational behaviour of laminated stators of electrical machines », *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 6, no. 6, pp. 535-549, 1992.
- [23] D. Torregrossa, F. Peyraut, B. Fahimi, J. M'Boua, A. Miraoui, « Multiphysics finite-element modeling for vibration and acoustic analysis of permanent magnet synchronous machine », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, no. 2, pp. 490-500, 2011.
- [24] R.S. Girgis, S.P. Verma, « Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines as affected by teeth, windings, frame and laminations », *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 4, pp. 1446-1455, 1979.
- [25] K. Williams, R.K. Singal, S.P. Verma, « Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines. Part II: results for long stators », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 129, no. 1, pp. 15-29, 1989.
- [26] V. Lanfranchi, A. Aït-Hammouda, G. Friedrich, M. Hecquet, A. Randria, « Vibratory and acoustic behavior of induction traction motors, machine design improvement », *Industry Applications Conference, IAS Annual Meeting*, pp. 843-848, 2006.
- [27] S.A. Long, Z.Q. Zhu, D. Howe, « Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors », *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, vol. 148, no. 3, pp. 257-264, 2001.
- [28] H. Wang, K. Williams, « Effects of laminations on the vibrational behaviour of electrical machine stators », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 202, no. 5, pp. 703-715, 1997.
- [29] S. D. Garvey, « The vibrational behaviour of laminated components in electrical machines », *International Conference on Electrical Machines and Drives*, pp. 226-231, 1989.
- [30] S. D. Garvey, J. E. T. Penny, M. I. Friswell, A. W. Lees, « The stiffening effect of laminated rotor cores on flexible-rotor electrical machines », *International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, pp. 193-202, 2004.
- [31] S.P. Verma, A. Balan, « Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 9, no. 2, pp. 404-412, 1994.
- [32] Anonyme, « Non oriented electrical steel - Typical data », *Surahammars Bruk, Cogent, Tata Steel*, 2014.
- [33] L. Bouzek, R. Pechanek, « Vibration behaviour of the asynchronous machine magnetic core », *European Conference on Power Electronics and Applications*, pp. 1-7, 2013.
- [34] A. Borisavljević, « Limits, modeling and design of high-speed permanent magnet machines », *Springer Theses, Recognizing Outstanding Ph. D. Research*, Springer-Verlag, 2013.
- [35] M.C.Y. Niu, « Composite Airframe Structures », *Troisième édition*, Hong Kong Conmilit Press Limited, 2010.
- [36] T.C.T. Ting, T. Chen, « Poisson's ratio for anisotropic elastic materials can have no bounds », *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vo. 58, no. 1, pp.73-82, 2005.
- [37] F. Reinhardt, H. Soeder, « Atlas des mathématiques », *La Pochothèque, Encyclopédies d'Aujourd'hui, Librairie Générale Française*, 1997.
- [38] Z. Tang, P. Pillay, A.M. Omekanda, C. Li, C. Cetinkaya, « Young's modulus for laminated machine structures with particular reference to switched reluctance motors vibrations », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, no. 3, pp. 748-754, 2004.
- [39] C. Wang, J.C. Lai, A. Astfalck, « Sound power radiated from an inverter driven induction motor. Part 3: Statistical energy analysis », *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, vol. 152, no. 3, pp. 619-626, 2005.
- [40] S.J. Yang, « Low-noise electrical motors », *Clarendon Press*, 1981