

Modélisation analytique d'un moteur synchro-réluctant assisté d'aimants permanents

Dany Prieto, Philippe Dessante, Jean-Claude Vannier, Xavier Jannot, Jacques

Saint-Michel

► To cite this version:

Dany Prieto, Philippe Dessante, Jean-Claude Vannier, Xavier Jannot, Jacques Saint-Michel. Modélisation analytique d'un moteur synchro-réluctant assisté d'aimants permanents. 1er Symposium de Génie Électrique (SGE 2014), Jul 2014, Cachan, France. hal-01065250

HAL Id: hal-01065250 https://hal.science/hal-01065250

Submitted on 18 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation analytique d'un moteur synchroréluctant assisté d'aimants permanents

Dany PRIETO*, Philippe DESSANTE*, Jean-Claude VANNIER*, Xavier JANNOT**, Jacques SAINT-MICHEL** *SUPELEC, 3 rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

**Moteurs Leroy-Somer, 16 Bd. Marcelin Leroy, F-16000 Angoulême, France

RESUME - L'article présente un modèle analytique électromagnétique pour un Moteur Synchro-Réluctant Assisté d'Aimants Permanents (MSR-AP). Le modèle proposé se base sur les équations de Maxwell : le théorème d'Ampère et la loi de conservation de flux. La saturation magnétique dans le stator et le rotor est prise en considération, ainsi que l'influence des ponts magnétiques des barrières de flux. Le but est de calculer les performances du moteur (couple électromagnétique, tension phase-phase et facteur de puissance) pour plusieurs valeurs de courants et d'angles de calage. Les résultats du modèle analytique sont comparés à ceux des éléments finis (MEF) et sont validés par des essais sur un prototype de moteur.

Mots-clés—machine synchrone à aimants, machine synchroréluctante, modèle analytique, saturation.

1. INTRODUCTION

Les moteurs à aimants permanents sont connus par leurs bonnes performances et leur compacité. Dans les applications industrielles, les aimants permanents de type terres rares ont été les plus utilisés pendant les dernières années, mais l'augmentation de leur prix a induit une recherche vers de nouvelles structures de machines. Le moteur synchro-réluctant assisté par des aimants permanents (MSR-AP) est une solution envisageable (Figure 1), car son couple électromagnétique est principalement produit par la saillance du rotor. Il est donc possible d'utiliser des aimants permanents moins « puissants » et à un coût réduit comme des aimants en ferrite. Les aimants permanents, insérés dans les barrières de flux, produisent une augmentation du facteur de puissance par rapport à la structure sans aimants (synchro-réluctant [1]). Sur la figure 1, le rotor a 4 pôles et 3 barrières de flux par pôle. Les auteurs de [2]-[4] concluent que le MSR-AP a un couple massique supérieur au moteur asynchrone, il est donc intéressant de l'analyser. Plusieurs recherches s'intéressent à améliorer les performances du moteur, comme maximiser le couple moyen et le facteur de puissance, et minimiser les ondulations de couple [5]-[9].

Le besoin de réaliser une conception par optimisation demande un modèle relativement rapide en temps de résolution, d'où l'intérêt de développer un modèle analytique pour ce type de problématique [10]. Dans cette étude, nous développons ce type de modèle pour la MSR-AP. Dans la littérature, plusieurs modèles analytiques de cette topologie peuvent être trouvés [11]-[14] ainsi que pour divers moteur à aimants permanents [15]-[16]. Les auteurs de [11]-[13] présentent des modèles différents pour chaque nombre de barrières de flux du moteur synchro-réluctant et la saturation des ponts magnétiques est prise en compte par une réduction du flux produit par les aimants permanents. Les auteurs de [14] présentent un modèle linéaire pour être utilisé dans une optimisation initiale et obtenir un point initial pour une deuxième optimisation basée sur un modèle éléments finis.



Fig.1 Structure d'un moteur synchro-réluctant assisté d'aimants permanents

Cet article propose un modèle analytique électromagnétique basé sur la méthode utilisée par [15] où les auteurs ont développé un modèle analytique pour un moteur synchrone à aimant à concentration de flux sous hypothèse de linéarité des matériaux magnétiques. Dans notre modèle, la saturation dans les dents et la culasse du stator est ajoutée au modèle, selon les expressions données par [16]. La saturation au rotor est aussi considérée car les barrières de flux réduisent la section de fer du rotor pour le passage du flux, donc il y aura une augmentation de l'induction de la tôle [1]. La consommation des Ampères-tours au rotor est donc non négligeable. Le modèle a comme paramètres le nombre de pôles et le nombre de barrières de flux, afin de permettre l'application du modèle à d'autres structures.

La présence de barrières de flux demande l'utilisation de plusieurs ponts magnétiques afin d'assurer la cohésion mécanique de la structure, particulièrement à haute vitesse. Ces ponts magnétiques (Figure 1), principalement les ponts tangentiels, ont un effet sur l'induction de l'entrefer et donc sur les performances [17]. L'expression de l'induction du pont dépend de l'induction de l'entrefer, laquelle est valable avec ou sans aimants permanents dans les barrières de flux.

L'article est divisé en trois sections principales. La section 2 présente l'expression de la force magnétomotrice, le système d'équations de la MSR-AP, ainsi que les calculs des inductions dans les ponts tangentiels, le rotor et les dents et la culasse du stator, il finit avec le calcul des performances (couple moyen, facteur de puissance et tension phase-phase). La section 3 compare le modèle analytique avec un modèle par éléments finis. Enfin la section 4 présente la validation du modèle analytique par essais sur un prototype de moteur.

2. MODELE ANALYTIQUE

Le modèle se base sur les équations de Maxwell : le théorème d'Ampère et la loi de conservation de flux. L'objectif est d'obtenir l'allure de l'induction d'entrefer afin de calculer les performances du moteur, à savoir, le couple électromagnétique, le facteur de puissance et la tension aux bornes du moteur. Les paramètres géométriques principaux sont le nombre de paires de pôles et le nombre de barrières de flux. Les paramètres géométriques de chaque barrière et de la structure du moteur (rayon extérieur, rayon d'alésage, largeur de la dent, etc.) sont aussi pris en compte.

2.1. Force magnétomotrice

L'expression de la force magnétomotrice produite par un courant triphasé sinusoïdal est présentée dans [15] et peut être exprimée par (1).

$$Fmm(\theta) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I.k_b.N_{spp} \cos(p\theta - \alpha)$$
(1)

Où *I* est le courant efficace par phase, k_b est le coefficient de bobinage, N_{spp} est le nombre de spires par pôle et par phase, θ est la position angulaire et α est l'angle de calage (déphasage entre le courant et l'axe q).

2.2. Système d'équations de la MSR-AP

La figure 2 schématise le MSR-AP. Les allures de la force magnétomotrice et du courant sont présentées en fonction de la position angulaire θ . Les aimants permanents sont centrés dans les barrières de flux et leurs tailles correspondent à un pourcentage de la taille de la barrière de flux ; par conséquent, le reste de la barrière n'est pas rempli. Les ponts tangentiels entre l'entrefer et la barrière de flux et les ponts radiaux entre chaque aimant de la même barrière sont aussi considérés.



Fig.2 Schéma du MSR-AP pour un pôle - Schéma de lignes de flux

L'étude tient compte de la saturation de la tôle magnétique. Le théorème d'Ampère est appliqué pour 5 chemins (Ch1 à Ch5) et est exprimé par (2) à (6) respectivement.

$$He(\theta).e + At_s(\theta) + At_{r1(k)} - \sum_{j=1}^{k} H_{ap_j}.e_{ap_j} = Fmm(\theta)$$
(2)

$$H_{apc_{(k)}} \cdot e_{ap_{(k)}} - H_{air_{(k)}} \cdot e_{bf_{(k)}} + At_{r2_{(k)}} = 0$$
(3)

$$H_{air(k)} \cdot e_{bf_{(k)}} - H_{pr_{(k)}} \cdot e_{pr_{(k)}} + At_{r_{3(k)}} = 0$$
(4)

$$-H_{apr_{(k)}} \cdot e_{ap_{(k)}} + H_{air_{(k)}} \cdot e_{bf_{(k)}} + At_{r4_{(k)}} = 0$$
(5)

$$-H_{air_{-}e_{(k)}} \cdot e_{bf_{(k)}} + H_{air_{(k)}} \cdot e_{bf_{(k)}} + At_{r5_{(k)}} = 0$$
(6)

Où Nb_f est le nombre de barrières de flux et k est le numéro de chaque barrière, il varie de 1 à Nb_f , e est l'entrefer, e_{ap} est l'épaisseur de l'aimant, e_{bf} est l'épaisseur de la barrière de flux et e_{pr} est l'épaisseur du pont radial. At_s sont les ampères-tours consommés par le stator (dents et culasse). At_r sont les ampères-tours consommés par les chemins du rotor.

La position angulaire θ est discrétisée de 0° à 180° le long de l'entrefer. Les positions angulaires associées à la portion d'entrefer au-dessus des ponts tangentiels sont calculées dans le modèle du pont tangentiel (section 2.3), alors que pour le reste des positions angulaires θ , l'équation (2) est appliquée.

La loi de conservation de flux est détaillée dans les équations (7) et (8).

Pôle central : $(k = Nb_f)$

$$\phi_{e(k)} + \phi_{ap_{(k)}} + \phi_{air(k)} + \phi_{pr_{(k)}} + \phi_{pt_{(k)}} = 0$$
(7)

Entre deux barrières $(1 \le k \le Nb_f-1)$:

$$\phi_{e(k)} + \phi_{ap_{(k)}} - \phi_{ap_{(k-1)}} + \phi_{air(k)} - \phi_{air(k-1)} + \phi_{pr_{(k)}} - \phi_{pr_{(k-1)}} + \phi_{pt_{(k)}} - \phi_{pt_{(k-1)}} = 0$$
(8)

Où *e* est le sous-indice pour l'entrefer, *ap* pour l'aimant permanent radial et tangentiel, *air* pour l'air à côté de chaque aimant, *pr* pour le pont radial et *pt* pour le pont tangentiel.

Le système d'équations est complété par les relations constitutives des matériaux (9).

$$B_{e}(\theta) = \mu_{0} \cdot H_{e}(\theta)$$

$$B_{air} = \mu_{0} \cdot H_{air}$$

$$B_{ap} = B_{r} + \mu_{0} \cdot \mu_{ap} \cdot H_{ap}$$

$$B_{pr} = \mu_{0} \cdot \mu_{r(B_{ur})} \cdot H_{pr}$$
(9)

2.3. Ponts tangentiels

L'objectif est de calculer l'induction dans les ponts tangentiels et l'induction d'entrefer au-dessus de chaque pont. La figure 3 présente le schéma du pont. La figure de gauche montre l'application du théorème d'Ampère et celle de droite, l'application de la loi de conservation de flux.



Fig.3 Pont tangentiel (a) Théorème d'Ampère, (b) Loi de conservation de flux

Le théorème d'Ampère et la loi de conservation de flux sont exprimés par les relations (10) et (11) respectivement.

$$\int_{0}^{x} H_{pt}(x) dx + \frac{b_{(x)}}{\mu_{0}} \cdot e - \frac{B_{e0}}{\mu_{0}} \cdot e = \Delta Fmm(\theta)$$
(10)

$$b_{(x)} = -h_{pt} \frac{dB_{pt(x)}}{dx} \tag{11}$$

Où h_{pt} est la hauteur du pont tangentiel. De (1), (10) et (11) les inductions du pont tangentiel peuvent être exprimées par une équation différentielle de second ordre avec des valeurs limites (induction d'entrefer initiale B_{e0} et finale B_{ef} au-dessus du pont) comme (12). Enfin l'induction d'entrefer au-dessus du pont est calculée par (11).

$$\frac{dB_{pt}^2}{dx^2} - \sigma B_{pt} = A \cdot \cos\left(p\left(\theta_0 + \frac{x}{R_{rot}}\right) - \alpha\right)$$
(12)
Dù $\sigma = \frac{1}{e \cdot h_{pt} \cdot \mu_{r(B_{pt})}}$ et $A = \frac{Fmm \cdot p \cdot \mu_0}{R_{rot} \cdot e \cdot h_{pt}}$

2.4. Induction au stator

L'induction dans la dent du stator se base sur la loi de Gauss appliquée sur un pas dentaire. Nous prenons comme hypothèse que tout le flux qui traverse l'entrefer passe par la dent du stator. L'équation (13) donne l'induction de la dent.

$$Bds(\theta) = \frac{R_{ale}}{l_{ds}} \int_{\theta - \frac{\tau_s}{2}}^{\theta + \frac{\tau_s}{2}} B_e(u) du$$
(13)

Le flux dans la culasse du stator est aussi calculé par la loi de Gauss comme pour les dents. Ainsi l'induction de la culasse est exprimée par (14) comme une intégrale de l'induction d'entrefer sur un pôle.

$$Bcs(\theta) = \frac{R_{culasse}}{2.h_{culasse}} \int_{\theta}^{\theta+180^{\circ}} B_e(u) du$$
(14)

Le calcul des inductions dans les dents et la culasse du stator est complété par le modèle de fuites d'encoches réalisé par [16]. Nous ne présentons pas les expressions données par l'auteur, mais elles sont prises en compte dans notre modèle.

2.5. Induction au rotor

Afin d'expliquer le calcul des inductions dans le rotor, la figure 4 sera utilisée. Elle montre un rotor à 4 paires de pôles et 4 barrières de flux. Le fer du rotor entre deux barrières de flux est appelé « dent rotorique ». Le pole est divisé en deux parties à être analysées, due à la symétrie du pôle, afin de calculer les Ampères-tours rotoriques du chemin 1 (Ch1) de la figure 2. Pour chaque dent rotorique, l'induction est modélisée par le chemin moyen de la dent. À la frontière de la dent rotorique, le flux magnétique est supposé dans la même direction que le chemin moyen de la dent.



Fig.4 Rotor du MSR-AP, un pôle

D'abord, les inductions sont calculées aux frontières. Le modèle analytique prend aussi en compte les inductions perpendiculaires aux barrières afin de calculer la vraie perméabilité relative.

La première dent rotorique est traitée en même temps que l'image négative de la dernière dent, afin de compléter l'ensemble de la dent. La saturation de la partie centrale est négligée, car l'arbre est un matériau magnétique, donc les flux sont calculés par (15) et (16) et l'induction des frontières par (17) et (18).

$$\phi_{dr_{-}r_{1(1,1)}} = \phi_{e(1,1)} - \phi_{e(2,1)} - \phi_{ept2_{(1,1)}} + \phi_{pt2_{(2,1)}}$$
(15)

$$\phi_{dr_r^2(1,1)} = \phi_{dr_r^1(1,1)} - \phi_{yr_{(1,1)}} + \phi_{yr_{(2,1)}}$$
(16)

$$B_{dr_{-}r_{1}(1,1)} = \frac{\varphi_{dr_{-}r_{1}(1,1)}}{2.d_{dr_{-}r_{1}(1)}}$$
(17)

$$B_{dr_r2(1,1)} = \frac{\varphi_{dr_r2(1,1)}}{2.d_{dr_r(1)}}$$
(18)

Pour les autres dents rotoriques, les équations sont divisées par le premier demi-pôle (z=1) et le second demi-pôle (z=2).

$$\phi_{dr_r1(z,dr)} = -\phi_{e(z,dr)} - \phi_{pt2(z,dr)} + \phi_{pt1(z,dr-1)}$$
(19)

$$\phi_{dr_r^2(z,dr)} = \phi_{dr_r^1(z,dr)} - \phi_{yr(z,dr)} + \phi_{yr(z,dr-1)}$$
(20)

$$\phi_{dr_{-}c1_{(z,dr)}} = \phi_{dr_{-}r2_{(z,dr)}} - \phi_{pr_{(z,dr)}} + \phi_{pr_{(z,dr-1)}}$$
(21)

$$\phi_{dr_c 2_{(z,dr)}} = \phi_{dr_c 2_{(z,dr)}} - \phi_{yc_{(z,dr)}} + \phi_{yc_{(z,dr-1)}}$$
(22)

$$B_{dr_{-}r1_{(z,dr)}} = \frac{\varphi_{dr_{-}r1_{(z,dr)}}}{d_{dr_{-}r_{(dr)}}}$$
(23)

$$B_{dr_r2_{(z,dr)}} = \frac{\phi_{dr_r2_{(z,dr)}}}{d_{dr_r(dr)}}$$
(24)

$$B_{dr_{-}c1_{(z,dr)}} = \frac{\phi_{dr_{-}c1_{(z,dr)}}}{d_{dr_{-}c_{(dr)}}}$$
(25)

$$B_{dr_{c}c^{2}(z,dr)} = \frac{\phi_{dr_{c}c^{2}(z,dr)}}{d_{dr_{c}c(dr)}}$$
(26)

Où dr est le numéro de la dent, ϕ_{yc} et ϕ_{yr} sont les flux qui traversent les barrières de flux. ϕ_{dr_rl} et ϕ_{dr_r2} sont les flux de frontières de la dent radiale. ϕ_{dr_rcl} et ϕ_{dr_rc2} sont les flux de frontières de la dent centrale. d_{dr_r} est l'épaisseur de la dent radiale et d_{dr_c} est l'épaisseur de la dent centrale. Les indices 1 et 2 se rapportent aux flux autour de la frontière des dents (figure 4).

Les inductions des frontières des dents rotoriques sont connues, donc une interpolation linéaire peut être réalisée afin de calculer les inductions à l'intérieur de chaque dent rotorique. L'induction dans la dent rotorique varie linéairement, mais pas le champ magnétique, due à la non-linéarité du matériau magnétique.

2.6. Calcul de performances

Les flux d-q sont déduits à partir de l'induction d'entrefer B_e . Les composants d-q de l'induction fondamentale sont

obtenues à partir des premières composantes de la série de Fourier (27).

$$B_{ed} = \frac{2}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} B_e(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

$$B_{eq} = \frac{2}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} -B_e(\theta) \cos(\theta) d\theta$$
(27)

Les flux d-q sont calculés par (28) :

$$\phi_d = 2.N_{spp}.k_b.R_{ale}.L_{act}.B_{ed}$$

$$\phi_q = 2.N_{spp}.k_b.R_{ale}.L_{act}.B_{eq}$$
(28)

Le couple moyen C_{moy} , le facteur de puissance FP et la tension U sont exprimées par (29), (30) et (31) respectivement.

$$C_{moy} = \frac{3}{2} p(\phi_d i_q - \phi_q i_d) \tag{29}$$

$$FP = \cos\left(\operatorname{atan}\left(\frac{\phi_q}{\phi_d}\right) - \alpha\right) \tag{30}$$

$$U = \sqrt{\frac{3}{2}}\omega\sqrt{\phi_d^2 + \phi_q^2} \tag{31}$$

3. COMPARAISON AVEC UN MODELE PAR ELEMENTS FINIS

Le modèle analytique est comparé avec un modèle par éléments finis réalisé à l'aide du logiciel FEMM [18]. La géométrie du moteur est montrée dans le tableau 1. Les allures de l'induction d'entrefer sont affichées pour deux niveaux de courant. Ensuite les courbes de couple moyen, facteur de puissance et tension en fonction de l'angle de calage sont comparées pour plusieurs valeurs de courants.

3.1. Structure du MSR-AP

Le moteur analysé présente 3 barrières de flux. Le courant nominal est de $15A_{eff}$ et la vitesse nominale est de 3000 tr/min. La géométrie du moteur est décrite dans le tableau 1.

Tableau 1. Géométrie du MSR-AP

Grandeur	Valeur	
Diamètre extérieur [mm]	150	
Diamètre d'alésage [mm]	94	
Diamètre de l'arbre [mm]	30	
Entrefer [mm]	0,42	
Nombre d'encoche	48	
Nombre de pôles	4	
Nombre de barrières de flux	3	

3.2. Induction d'entrefer

À partir du système d'équations (2) à (6), l'induction d'entrefer est obtenue. Les figures 5 et 6 comparent l'induction d'entrefer entre le modèle analytique (bleu) et le modèle par éléments finis (rouge). Les courbes en trait continu représentent les inductions d'entrefer et celles en pointillés l'induction d'entrefer fondamentale. La comparaison est réalisée pour un angle de calage de 60° et pour deux niveaux de courant efficace, 7,2A et 15A. Les valeurs fondamentales sont 0,54T et 0,82T pour respectivement 7,2A et 15A.



Fig.5 Allure de l'induction d'entrefer (I=7.2 A_{eff} et α =60°). Comparaison des modèles analytique et éléments finis



Fig.6 Allure de l'induction d'entrefer (I=15 A_{eff} et $\alpha{=}60^\circ).$ Comparaison des modèles analytique et éléments finis

Les figures 5 et 6 montrent la précision du modèle analytique pour deux niveaux de courant, à faible courant (7,2A) quand le matériau n'est pas saturé et à fort courant (15A) quand la saturation est importante.

3.3. Induction des ponts tangentiels

L'équation différentielle de second ordre (12) est résolue afin d'obtenir les inductions pour chaque pont. La figure 7 montre la comparaison des inductions des ponts tangentiels entre le modèle analytique et le modèle par éléments finis. Cette comparaison est réalisée pour un angle de calage de 60° et deux niveaux de courant, 7.2A et 15A. Il y a deux ponts tangentiels par barrière de flux. Le moteur a 3 barrières de flux, les figures montrent les inductions qui traversent les 6 ponts tangentiels dans un pôle rotorique. Chaque pont tangentiel est placé par sa position angulaire (7° à 19°, 31° à 44°, 50° à 64°, 116° à 130°, 136° à 149 et 161° à 173°).



Fig.7 Induction du pont tangentiel avec la courbe B-H. Comparaison des modèles analytique et éléments finis. (a) I=7.2A_{eff}, α =60°, (b) I=15A_{eff}, α =60°

La figure 7 montre que les ponts tangentiels peuvent avoir une forte saturation. Cette saturation affecte l'induction d'entrefer, ce qui est bien montré sur les figures 5 et 6 pour chaque position angulaire. Le modèle analytique présente une bonne précision pour les 6 ponts tangentiels.

3.4. Induction dans le rotor

La comparaison des inductions dans les dents rotoriques entre les modèles analytique et éléments finis est illustrée par les figures 8 et 9 pour deux niveaux de courant, 7.2A et 15A. L'induction est relevée au long du chemin moyen de la dent rotorique. Le moteur a 3 barrières de flux, ainsi il y a 3 dents rotoriques. Sur chaque figure, la longueur totale de la dent rotorique est divisée en deux parties, la zone 1 (z=1) et la zone 2 (z=2), comme sur la figure 4. La dent 1 a une longueur radiale de 21mm et une longueur centrale de 7,91mm. La dent 3 a une longueur radiale de 15,9mm et une longueur centrale de 4,1mm.







Fig.9 Induction des dents rotoriques (I=15 A_{eff} et α =60°). Comparaison des modèles analytique et éléments finis.

Lorsque le courant est augmenté de 7.2A à 15A, l'induction dans les dents rotoriques augmente aussi. La saturation dans le rotor devient plus importante. Le modèle analytique a de bons résultats pour toutes les dents rotoriques. Ses courbes sont proches de celles des éléments finis.

3.5. Couple moyen

La figure 10 présente le couple moyen (C_{moy}) en fonction de l'angle de calage (α) pour plusieurs niveaux de courant. Les courbes du modèle analytique sont tracées en continu celles du modèle éléments finis en pointillé. Il est à noter que les courbes pour 7,2A sont superposées. Pour les autres niveaux de courant, le modèle analytique est proche du modèle éléments finis pour tous les angles de calage. Le tableau 2 présente les valeurs maximums du couple moyen pour chaque niveau de courant et compare les deux modèles. L'écart entre les deux modèles est autour de 1%.



Fig.10 Couple moyen en fonction de l'angle de calage. Comparaison des modèles analytique et éléments finis.

Tableau 2. Comparaison du MA et MEF. Valeurs maximums du couple moyen

Ieff (A)	7,2	13	15	17
$MA - C_{moy}$ (N.m)	9,98	20,74	24,35	27,67
$MEF - C_{moy}$ (N.m)	9,98	20,87	24,68	28,06
Ecart (%)	0	0,6	0,6	1,3

3.6. Facteur de puissance

La figure 11 montre le facteur de puissance $(cos \varphi)$ en fonction de l'angle de calage (α) pour plusieurs niveaux de courant. La comparaison des courbes assure le bon comportement du modèle analytique.



Fig.11 Facteur de puissance en fonction de l'angle de calage. Comparaison des modèles analytique et éléments finis

Pour 17A, la valeur maximum du facteur de puissance pour le modèle analytique est 0,97 et pour le modèle éléments finis est 0,95, donc l'écart maximum est 2%, différence jugée acceptable.

3.7. Tension entre phases

La figure 12 montre la tension efficace aux bornes du moteur (U_{eff}) en fonction de l'angle de calage (α) pour plusieurs niveaux de courant. Pour 7,2A, 13A et 15A la vitesse du moteur est fixée à 3000 tr/min, alors que pour 17A la vitesse est 1000 tr/min. L'écart entre les deux modèles est plus évident aux faibles angles de calages. Le tableau 3 présente les valeurs de tension pour un angle de calage égal à zéro et pour chaque niveau de courant. L'angle de calage est choisi afin d'avoir l'écart maximum entre les deux modèles.



Fig.12 Tension en fonction de l'angle de calage. Comparaison des modèles analytique et éléments finis.

Tableau 3. Comparaison du MA et MEF. Valeurs de tension (α=0°)

Ieff (A)	7,2	13	15	17
$MA - U_{eff}(V)$	343	389,8	399,7	136,1
$MEF - U_{eff}(V)$	351,1	407,9	420,6	143,8
Ecart (%)	2,3	4,4	4,9	5,3

Dans le tableau 3, l'écart maximum entre les deux modèles est de 5,3%. Cet écart assure la précision du modèle analytique.

Les précédents résultats valident la précision du modèle analytique pour calculer le couple moyen, le facteur de puissance et la tension entre phases. Le temps de calcul est proche de 15s pour chaque point de fonctionnement (courant, angle de calage). Le modèle par éléments finis doit réaliser au minimum 4 calculs statiques pour avoir une bonne précision du couple moyen [19], et le temps de calcul du modèle éléments finis est autour de 80s.

4. VALIDATION PAR ESSAIS SUR UN PROTOTYPE

La comparaison entre le modèle analytique et le modèle par éléments finis a donné de bons résultats. Dans cette partie, le modèle analytique est validé par des essais réalisés sur un prototype de moteur. La géométrie du moteur est la même que celle décrite dans la section 3.1. Les courbes du couple moyen, facteur de puissance et tension sont comparées pour plusieurs valeurs de courant (7,2A, 13A, 15A et 17A). Les températures utilisées dans le modèle analytique sont celles obtenues pendant les essais (Tableau 4). La température des aimants permanents est considérée égale à la température du bobinage.

Tableau 4. Température au bobinage

Ieff (A)	7,2	13	15	17
T_{bob} (°C)	40	72	90	144

4.1. Couple moyen

La figure 13 montre le couple moyen (C_{moy}) en fonction de l'angle de calage (α) pour plusieurs valeurs de courant. Les courbes du modèle analytique sont en trait continu et les courbes des essais sont représentées par des points. Le tableau 5 donne les valeurs maximums du couple moyen pour chaque niveau de courant. Il calcule aussi l'écart entre les deux valeurs relevées.



Fig.13 Couple moyen en fonction de l'angle de calage. Validation par essais.

Tableau 5. Validation par essais. Valeurs maximums du couple moyen

Ieff (A)	7,2	13	15	17
$MA - C_{moy} (N.m)$	9,98	20,74	24,35	27,67
Essais – C_{moy} (N.m)	8,75	18,55	22,44	25,65
Ecart (%)	14	11,8	8,5	7,8

Dans le tableau 5, l'écart pour un faible courant est 14%, alors que pour un fort courant il est autour de 8%. Cette erreur de modèle analytique peut provenir d'une dégradation de la tôle magnétique due au procédé de fabrication du moteur, donc ses caractéristiques sont inférieures que celles utilisée dans le modèle.

4.2. Facteur de puissance

La figure 14 compare le facteur de puissance $(\cos \varphi)$ en fonction de l'angle de calage pour plusieurs valeurs de courant.



Fig.14 Facteur de puissance en fonctin de l'angle de calage. Validation par essais.

Le facteur de puissance calculé par le modèle analytique magnétique ne considère pas l'effet de la résistance au bobinage, laquelle incrémenterait la valeur du facteur de puissance. Cela conduirait à des valeurs de facteur de puissance proche de ceux expérimentaux, lesquelles sont plus clairement observées à 17A.

4.3. Tension entre phases

La figure 15 montre la tension efficace aux bornes du moteur (U_{eff}) en fonction de l'angle de calage (α) pour plusieurs niveaux de courant. Les courbes du modèle analytique sont proches de celles du modèle éléments finis pour 7.2A, 13A et 15A. La résistance de bobinage n'est pas prise en compte dans le modèle analytique. Elle influe clairement sur la tension aux bornes du moteur. Pour 17A, cet écart est plus évident.



Fig.15 Tension en fonction de l'angle de calage. Validation par essais.

5. CONCLUSIONS

L'article a présenté un modèle analytique électromagnétique pour un moteur synchro-réluctant assisté par aimants permanents. Ce modèle a pris en compte la saturation au stator et au rotor. Les ponts au rotor ont été modélisés et ajoutés au calcul de l'induction d'entrefer.

Le modèle analytique a été comparé à un modèle par éléments finis réalisé à l'aide du logiciel FEMM [18]. Les courbes du couple moyen, du facteur de puissance et de la tension des deux modèles sont proches. Le temps de calcul du modèle analytique est autour de 15s, lequel est cinq fois plus rapide que le modèle par éléments finis. Le modèle analytique a été ensuite validé par des essais sur un prototype de moteur. Les valeurs mesurées pour le couple moyen sont inférieures à celles du modèle analytique, car il existe une détérioration des propriétés magnétiques dans les tôles. Les courbes du facteur de puissance et de la tension sont proches de celles des essais.

Le système d'équations du modèle est adapté à la variation du nombre de pôles et du nombre de barrières de flux. C'est un avantage afin de traiter diverses topologies de MSR-AP.

Les bons résultats du modèle analytique permettent de l'utiliser pour une conception précise d'un moteur. Ce modèle analytique magnétique peut être utilisé pour une approche multi-physique. Le couplage entre divers modèles aura un temps de calcul réduit par rapport à un modèle type éléments finis. Ce modèle pourra donc être utilisé dans une procédure d'optimisation.

6. References

- D. PRIETO, B. DAGUSE, Ph. DESSANTE, P. VIDAL, J.-C. VANNIER, « Effect of magnets on average torque and power factor of synchronous reluctance motors », IEEE 20th International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2012, Marseille (France).
- [2] T.A. LIPO, « Synchronous reluctance machines A viable alternative for AC drivers? », Electric Machines and Power Systems, pp. 659-671, April 1991.
- [3] A. VAGATI, « The synchronous reluctance solution: a new alternative in AC drives » IEEE 20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON '94, vol. 1, pp. 1-13, Sep. 1994.
- [4] A. BOGLIETTI, A. CAVAGNINO, M. PASTORELLI, A. VAGATI, « Experimental comparison of induction and synchronous reluctance motors performance », IEEE Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005, vol. 1, pp. 474-479, Oct. 2005.
- [5] A. FRATTA, G. P. TROGLIA, A. VAGATI, F. VILLATA, « Evolution of torque ripple in high performance synchronous reluctance machines », Records of IEEE Industry Application Society Annual Meeting, Toronto, Canada, vol. 1, pp. 163-170, Oct. 1993.
- [6] K.-C. KIM, J. S. AHN, S. H. WON, J.-P. HONG, J. LEE, « A study on the optimal design of SynRM for the high torque and power factor », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, N° 6, pp. 2543-2545, June. 2007.
- [7] M. BARCARO, N. BIANCHI, F. MAGNUSSEN, « Design Consideration to maximize Performance of an IPM Motor for a Wide

Flux-Weakening Region », IEEE 19th International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2010, Sept. 2010.

- [8] N. BIANCHI, D. DURELLO and E. FORNASIERO, « Multi-Objective Optimization of an Interior PM Motor for a High-Performance Drive », IEEE 20th International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2012, Sept. 2012.
- [9] Y.-H. JEONG, K. KIM, Y.-J. KIM, B.-S. PARK, S.-Y. JUNG, « Design Characteristics of PMa-SynRM and Performance Comparison with IPMSM Based on Numerical Analysis », IEEE 20th International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2012, Sept. 2012.
- [10] S. BRISSET, « Démarches et outils pour la conception optimal des machines électriques », Habilitation à diriger des recherches de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, Décembre 2007, (France).
- [11] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, D. BON, M.-C. DAI PRE, « Rotor flux-barrier design for torque ripple reduction in synchronous reluctance motors », IEEE Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006, vol. 3, pp. 1193-1200, Oct. 2006.
- [12] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, D. BON, M.-C. DAI PRE, « Torque Harmonic Compensation in a Synchronous Reluctance Motor », IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 23, N° 2, pp. 466-473, June. 2008.
- [13] M. BARCARO, N. BIANCHI, F. MAGNUSSEN, «Rotor Flux-Barrier Geometry Design to Reduce Stator Iron Losses in Synchronous IPM Motors Under FW Operations », IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 46, N° 5, pp. 1950-1958, Sept/Oct. 2010.
- [14] S. TALEBI, P. NIAZI, H. TOLIYAT, « Design of Permanent Magnet-Assisted Synchronous Reluctance Motors Made Easy », IEEE Industry Applications Conference, 2007. 42nd IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2007, pp. 2242-2248, Sept. 2007.
- [15] X. JANNOT, J.-C. VANNIER, J. SAINT-MICHEL, M. GABSI, C. MARCHAND, D. SADARNAC, «An analytical model for ipm synchronous machine with circumferential magnetization design», Electromotion 09 – EPE Chapter « Electric Drives », Lille, 2009.
- [16] B. DAGUSE, « Modélisation analytique pour le dimensionnement par optimisation d'une machine dédiée à une chaîne de traction hybride à dominante électrique », Thèse de Doctorat de Supélec, Gif-sur-Yvette, Juin 2013.
- [17] A. VAGATI, M. PASTORELLI, G. FRANCESCHINI, S. CORNEL PETRACHE, « Design of Low-Torque-Ripple Synchronous Reluctance Motors », IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 34, N° 4, pp. 758-765, July/August-1998.
- [18] D. MEEKER, «Finite Element Method Magnetics User's Manual », Octobre 2010.
- [19] N. BIANCHI, L. ALBERTI, « MMF harmonics effect on the embedded FE analytical computation of PM motors », IEEE Transactions on Industry Application, vol. 46, N°2, pp. 812-820, March/April 2010.