

Application de la méthode de transformation pour étudier l'impact des incertitudes géométriques sur les performances d'une machine électrique

Duy Hung MAC¹, Stéphane CLENET¹, Jean Claude MIPO²

¹L2EP/ Arts et Métiers ParisTech centre de Lille, Lille – France, ²Valeo S.E. Créteil, France

RESUME –Les procédés de fabrication induisent des disparités sur les dimensions des machines électriques. Pour quantifier l'impact de ces disparités, qui sont souvent mal connues, sur les performances des machines, une approche probabiliste peut être utilisée. Dans cette approche, il est nécessaire de disposer d'un modèle paramétrique de la géométrie permettant de simuler différentes configuration de la géométrie. Dans ce papier, une telle méthode de propagation des incertitudes-méthode de transformation-est présentée et appliquée dans le cas d'une machine électrique avec un stator de dimensions aléatoires.

MOTS-CLES – Incertitudes géométriques, Approche probabiliste, Méthode de transformation.

1. Introduction

Les incertitudes portées par les paramètres géométriques ou matériaux d'une machine électrique peuvent avoir de nombreuses origines : les imperfections des procédés de fabrication, l'impact de l'environnement mal ou peu contrôlé (l'humidité, la température, ...), la déformation mécanique, le vieillissement de matériaux... Dans une simulation numérique, on prend généralement les valeurs nominales comme données d'entrée du modèle. En effet, on considère que l'impact des incertitudes des paramètres d'entrée sur la grandeur de sortie d'intérêt est négligeable devant les erreurs numériques. En réalité, ce fait n'est parfois plus vrai lorsque les erreurs numériques deviennent de plus en plus faibles grâce à une augmentation de la performance des simulateurs. Alors, pour une caractérisation par un modèle numérique plus pertinent d'une machine électrique, la prise en compte de ces incertitudes devient nécessaire. L'approche probabiliste est une des méthodes le plus souvent utilisées pour quantifier l'impact des incertitudes portés par des paramètres d'entrée sur la grandeur de sortie d'intérêt [1, 2, 3, 4]. Dans cette approche, les grandeurs incertaines sont modélisées sous la forme de variables aléatoires. Cette approche comporte deux étapes qui sont :

-la modélisation probabiliste des données d'entrée. Cette étape est pour l'objectif de modéliser des données d'entrées incertaines par des variables aléatoires avec une fonction de densité de probabilité (pdf) connue. Des approches statistiques appuyées sur une base de données peuvent être utilisées.

-la propagation des incertitudes. Les incertitudes sur les données d'entrée sont propagées au travers du modèle numérique pour caractériser les incertitudes sur les grandeurs d'intérêt de sortie. Des informations (les moments, pdf, ...) de ces variables sont extraites et exploitées.

Dans ce papier, on s'intéresse au cas où l'approche probabiliste est couplée avec un modèle des éléments finis (FEM) pour représenter la machine électrique [1]. On se concentrera sur l'étape de propagation de l'approche probabiliste. On peut distinguer deux types d'incertitudes : celles portées par la loi de comportement [4] de matériaux et celles portées par la géométrie. Les méthodes pour traiter le dernier type d'incertitudes nécessitent des traitements supplémentaires [2, 3]. En effet, d'une façon naturelle, une variation de géométrie semble nécessiter un remaillage. Notons que le remaillage peut être numériquement couteux et peut produire des bruits numériques. Une façon d'éviter le remaillage est d'utiliser la méthode de transformation proposée dans [3, 5]. La méthode consiste à ramener le problème défini dans un domaine de géométrie aléatoire à celui défini dans un domaine déterministe avec une loi de comportement modifiée grâce à une transformation des géométries. Dans ce papier, nous allons appliquer cette méthode au cas d'une machine électrique ayant des dimensions stator de dimensions aléatoires. Nous allons comparer les performances en termes de couple d'une machine en ayant une approche par intervalle de tolérance et une approche utilisant comme données d'entrée les dimensions mesurées.

Tout d'abord, nous rappelons brièvement la méthode de transformation. Ensuite, l'application de cette méthode au cas d'une machine électrique sera présentée. Enfin, nous discutons sur quelques résultats obtenus.

2. Méthode de transformation

On s'intéresse à un problème de magnétostatique défini dans un domaine D (Fig. 1 à gauche).

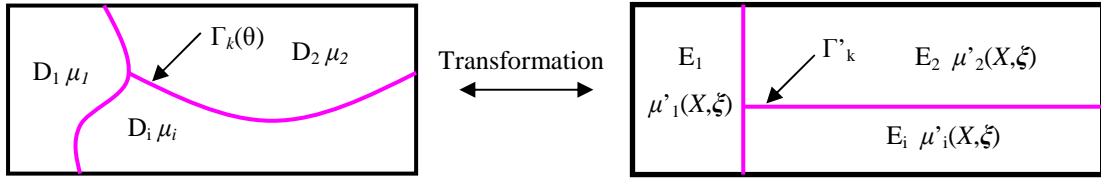


Figure 1 : Problème de magnétostatique défini dans le domaine aléatoire D et problème équivalent défini dans le domaine déterministe E

Les incertitudes géométriques du problème défini dans D sont supportées par les interfaces aléatoires $\Gamma_k(\theta)$ entre deux sous-domaines de deux matériaux différents. θ fait référence à l'aléa. On suppose que la perméabilité μ_i dans le sous-domaine D_i est constante. A l'issue de la première étape de l'approche probabiliste, l'interface $\Gamma_k(\theta)$ peut être représentée (ou approchée) en fonction d'un vecteur des variables aléatoires $\xi(\theta)$ de pdf connue. Pour simplifier la notation, la dépendance de ξ en θ sera omise. Alors, le problème de magnétostatique stochastique s'écrit sous la forme suivante.

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{B}(x, \xi) = 0 \\ \operatorname{curl} \mathbf{H}(x, \xi) = 0 \\ \mathbf{B}(x, \xi) = \mu(x, \xi) \cdot \mathbf{H}(x, \xi) \end{cases} \quad (1)$$

où \mathbf{B} et \mathbf{H} sont respectivement l'induction et le champs magnétique et la perméabilité μ s'écrit sous la forme suivante.

$$\mu(x, \xi) = \sum_{i=1}^{n_D} \mu_i \cdot I_{D_i}(x, \xi) \quad (2)$$

La fonction indicatrice I_{D_i} est égale à 1 si x est dans le sous-domaine D_i et zéro ailleurs.

Dans [5], on a démontré que s'il existe un « mapping » transformant le domaine D en un domaine E déterministe et si la perméabilité dans le domaine E prend la forme :

$$\mu'(X, \xi) = \frac{M'(X, \xi)\mu(X)M(X, \xi)}{|\det(M(X, \xi))|} \quad (3)$$

avec M la matrice jacobienne de transformation, alors les problèmes définis dans D et dans E sont équivalents au sens que :

$$\Omega'(X, \xi) = \Omega(X(x, \xi), \xi) \quad (4)$$

Ω et Ω' sont des potentiels scalaires du problème défini dans D et dans E respectivement. On va résoudre le problème défini dans le domaine E, puis la solution peut être aisément déduite par (4) sur le domaine D. Un maillage unique du domaine E est nécessaire. Notons que, dans cette méthode, la principale difficulté réside dans la détermination de la transformation [5].

3. Application de la méthode de transformation dans le cas d'une machine électrique

On s'intéresse à une machine électrique avec le stator où les rayons des dents sont supposés variables et pas nécessairement identiques (voir Fig. 2).

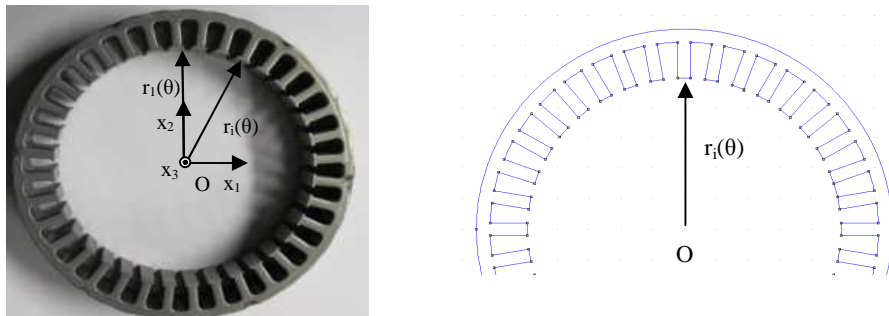


Figure 2 : Stator étudié et le modèle simplifié

Dans [6], des mesures sur ces rayons ont été effectuées pour 5 stators et il a été montré en particulier que certaines dimensions ne respectaient pas les tolérances. Un modèle simplifié (Fig. 2 à droite) a été adopté pour le modèle numérique. A partir des mesures, on a 5 réalisations de 36 paramètres que sont les rayons de dent $r_i(\theta_j)$, $i=1:36$, $j=1:5$. On peut simuler alors 5 réalisations de la courbe de couple à vide en fonction de l'angle de rotation du rotor correspondant à ces 5 réalisations $r_i(\theta_j)$. Pour prendre en compte de la variation géométrique du rotor, la méthode de transformation peut être utilisée.

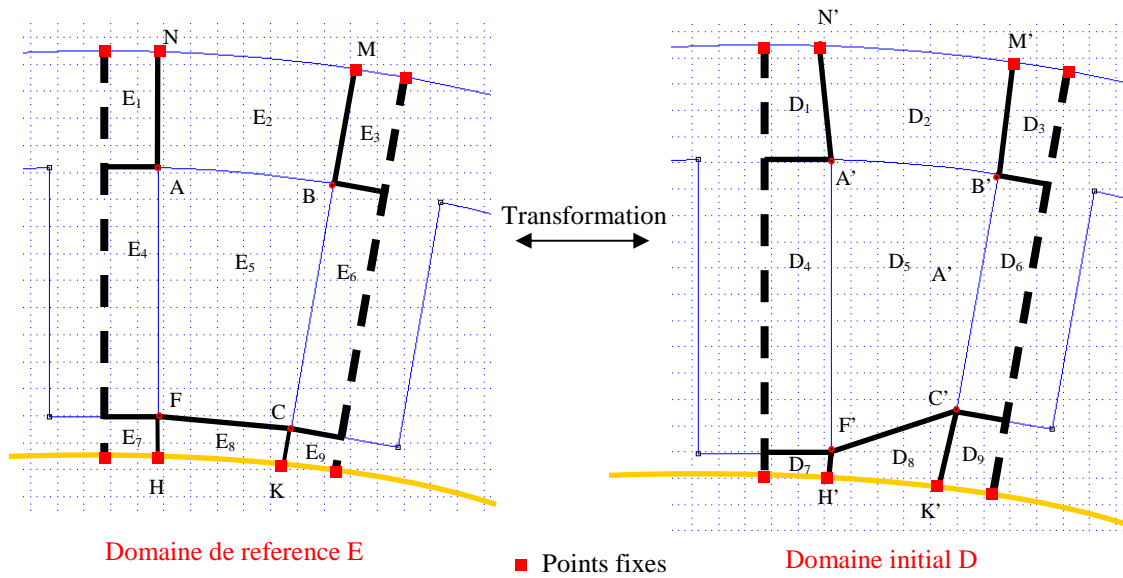


Figure 3 : Détermination de la transformation

Le problème défini sur le domaine initial D avec le stator de rayons mesurés est ramené à celui défini sur le domaine E avec un stator de rayon nominal. Fig. 3 explique la détermination de la transformation. La ligne jaune située dans l'entrefer divise le domaine E (et respectivement D) en partie « haute » et partie « basse ». Comme on a considéré que la géométrie du rotor est fixe, alors la transformation de la partie « basse » est l'identité. Concernant la transformation de la partie « haute », on considère plusieurs sous-domaines (voir Fig. 3) et la transformation est déterminée successivement pour chaque sous-domaine. Notons qu'il faut assurer une continuité de la transformation aux interfaces des sous-domaines. On donne par exemple la détermination de la transformation du sous-domaine $E_5 - D_5$ dans Fig. 4.

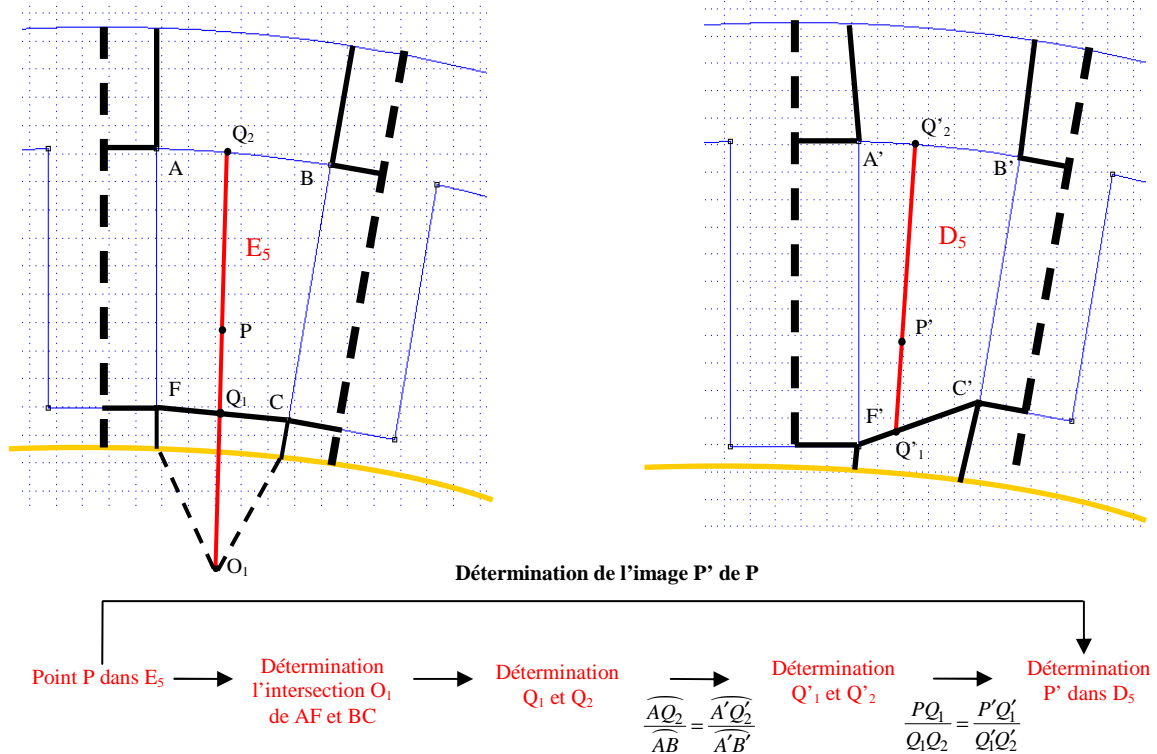


Figure 4 : Détermination de la transformation E_5-D_5

4. Résultats obtenus

Dans Fig. 5, on trace l'évolution du couple à vide en fonction de l'angle de rotation du rotor.

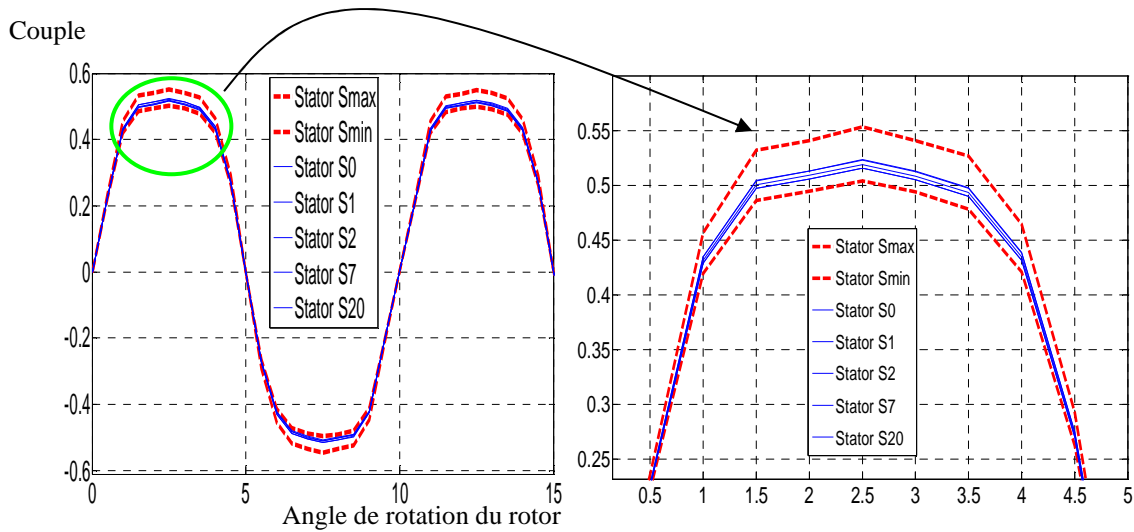


Figure 5. Evolution du couple à vide pour les différents stators et pour les deux stators S_{\min} et S_{\max} , stators ayant un rayon de dent constant égal respectivement au rayon minimal et maximal

Les deux courbes rouges correspondent aux cas de deux stator S_{\min} et S_{\max} où les rayons des dents sont égaux et égale respectivement la valeur maximum et minimale de l'intervalle de tolérance. Les 5 courbes bleues correspondent aux cas de 5 stators réels avec des rayons mesurés. On peut constater que les courbes correspondant aux stators réels restent encadrées par les courbes obtenues par S_{\min} et S_{\max} . De plus, on constate qu'elles sont très proches les unes des autres. Aussi, même si on a constaté que certaines valeurs de rayons mesurés sont en dehors de l'intervalle de tolérance (voir [6]) et que leurs répartitions (i.e. histogramme) sont différentes, la variation des couples dans le cas des stators réels est relativement faible. On constate donc ici qu'une approche par intervalles consistant à faire des calculs pour des valeurs extrêmes des entrées pour déterminer le domaine de variation d'une grandeur sortie d'intérêt n'est pas nécessairement adaptée. Il est nécessaire de prendre en compte les corrélations entre les différentes variables aléatoires d'entrée qui induisent ici des phénomènes d'auto-compensation conduisant à une réduction de la variabilité du couple.

Références

- [1] H. Mac, S. Clénet, K. Beddek, L. Chevallier, J. Korecki, O. Moreau, P. Thomas. *Influence of uncertainties on the $B(H)$ curves on the behavior of a turboalternator*. Int. J. Numer. Model. (2013), DOI: 10.1002/jnm.1963.
- [2] A. Nouy, A. Clément, F. Schoefs, and N. Moes. *An extended stochastic finite element method for solving stochastic differential equations on random domains*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 197, no. 51-52, pp. 4663-4682, 2008.
- [3] D. Xiu, D.M. Tartakovsky. *Numerical methods for differential equations in random domains*. SIAM J.SCI COMPUT, vol. 28, no. 3, pp. 1167-1185, 2006.
- [4] K. Beddek, Y. Le Menach, S. Clénet, O. Moreau. *3D spectral finite element in static electromagnetism using vector potential formulation*. IEEE Transactions on Magnetics, nol.47, no. 5, pp. 1250-1253, 2011.
- [5] D.H. Mac, S. Clénet, J.C. Mipo. *Transformation method for static field problem with random domain*. ", IEEE Transactions on Magnetics, vol.47, no. 5, pp. 1446-1449, 2011.
- [6] S. Zheng, H. Mac, T. Coorevits, S. Clénet, J.C. Mipo. *Modélisation des incertitudes géométriques d'un stator en vue d'une quantification des performances d'une machine électrique*. Numelec 2012 conference, July 2012, Marseille, France.