

# Modélisation analytique du champ rayonné par les composants à noyau torique pour le calcul de l'inductance de fuite

Pierre-Étienne LÉVY, Cyrille GAUTIER, François COSTA, Bertrand REVOL

SATIE, ENS Cachan, CNRS, UniverSud, 61 av. du President Wilson, 94230 Cachan, France

**RESUME** – Cet article propose une modélisation analytique du champ rayonné par les composants à noyau ferromagnétique torique. Le modèle se base sur le principe de transformation conforme et permet de calculer le champ rayonné dans l'air par n'importe quelle distribution de courant. Les résultats obtenus permettent d'obtenir la valeur de l'inductance de fuite des composants et d'étudier l'influence de la géométrie du bobinage sur le champ rayonné.

**MOTS-CLES** – Compatibilité électromagnétique, Champ de fuite, Couplages inter-composants, Modélisation des composants

## 1 Introduction

Le développement des convertisseurs en électronique de puissance vise aujourd'hui à concevoir des systèmes fonctionnant à haute fréquence, grâce à l'apparition des composants *grand gap* tel que le SiC et le GaN, et l'intégration des modules de puissance. Cependant, la hausse de fréquence et le rapprochement des composants ont pour effet d'augmenter le rayonnement électromagnétique généré par ces systèmes entraînant des couplages magnétiques.

Ces couplages peuvent être gênants dans le cas de filtres CEM. En effet, l'application des normes conduit fréquemment au placement d'un filtre CEM dans le système. Les couplages parasites apparaissant entre les différents éléments du filtre dégradent ses performances et représentent l'un des problèmes critiques durant la conception d'un filtre CEM. Il a été montré que les composants magnétiques sont les plus critiques du fait des couplages inductifs dans les filtres. Parmi eux, l'inductance de mode commun (MC) présente un intérêt particulier à cause du couplage entre les deux enroulements et des fuites magnétiques autour d'elle. Un modèle électrique précis est donné dans [1] mais il ne tient pas compte des effets de bobinage. En effet, le positionnement des bobinages de l'inductance MC l'un par rapport à l'autre influe grandement sur les paramètres du composants [2, 3]. De plus, l'absence d'un modèle de rayonnement autre que celui apporté par des simulations par éléments finis entraîne des coûts temporels élevés pour l'étude de ces couplages.

En revanche ces couplages sont primordiaux dans l'étude des convertisseurs entrelacés par coupleurs magnétiques [4]. En effet, la maîtrise des inductances de fuites est fondamentale dans le cas de coupleurs réalisés par des transformateurs séparés [5] car elle détermine l'inductance de sortie du convertisseur. Il est donc nécessaire d'avoir une modélisation du rayonnement de ces composants pour pouvoir prédire les performances de ces convertisseurs.

Cette étude propose une méthode de calcul pour déterminer analytiquement le champ rayonné par les composants magnétiques à noyau magnétique torique. Elle sera ensuite appliquée sur un tore de mode commun pour étudier les effets du bobinage sur son rayonnement.

## 2 Transformation des sources de courants

La méthode de transformation conforme (TC) est un outil puissant pour le calcul de champ magnétique rayonné en 2D se basant sur l'analyse complexe des champs [6]. La configuration est placée dans un plan complexe  $z = x + iy$ . On applique alors une transformation complexe  $w = f(z) = u + iv$  à la distribution de départ ce qui donne une nouvelle configuration où le calcul de champ est facilement réalisable.

## 2.1 Choix de la transformation

Dans le cas de composants magnétiques toriques, le problème pour le calcul de champ vient de la répartition circulaire des conducteurs le long du noyau. Il est donc intéressant de transformer les cercles en droite, ce qui est facilement réalisable avec la transformation en logarithme complexe qui donne pour  $z = re^{i\theta}$

$$\begin{aligned} w &= \text{Log}(z) \\ &= \ln r + i\theta = u + iv \end{aligned} \quad (1)$$

La transformation permet donc de transformer les cercles de rayon  $r$  en des droites d'équation  $u = \ln r$  ce qui correspond bien à nos besoins.

## 2.2 Périodisation de la source

Pour une première approche, les conducteurs d'un tore de mode commun ont été modélisés par une nappe de courant de densité  $J_s = N_c/(2ar_0)$  où  $N_c$  est le nombre de conducteurs,  $a$  la demi-ouverture angulaire du bobinage et  $r_0$  le rayon de l'arc. La transformation de cette source donne donc un segment de droite de longueur  $2a$  centré en  $\theta_0$  et placé sur la droite d'équation  $\ln r_0$ . Cependant on remarque que, pour un angle dans le plan  $z$  valant  $\theta_k = \theta_0 + 2k\pi$ , on a  $J(\theta_k) \neq 0$ . La distribution dans le plan  $w$  est donc un créneau d'amplitude  $J_{wm} = N_c/(2a)$  comme illustré sur la figure 1.

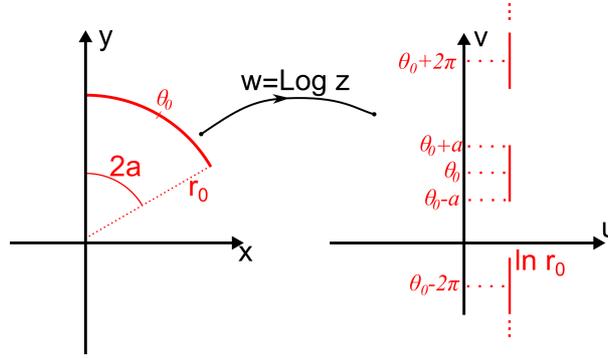


FIGURE 1 – Transformation de la source

Cette distribution en créneau est très utile pour le calcul du champ magnétique car elle peut alors être décomposée en série de Fourier, le champ rayonné par un plan conducteur parcouru par une densité de courant sinusoïdale étant calculable analytiquement. Nous détaillerons cette décomposition dans l'article final.

## 3 Calcul du champ magnétique

La distribution de courant étant une série de Fourier, il est maintenant facile de calculer le champ rayonné par chaque composante de la décomposition. En effet, chacune d'elle correspond à un plan infini d'équation  $u = \ln r_0$  parcouru par une densité de courant définie par  $J = J_n \cos(nv)$  où  $J_n$  est la  $n$ -ième composante de la décomposition.

### 3.1 Calcul dans le domaine conforme

En partant des équations de Maxwell, le calcul du champ est réalisé. Deux zones de champ sont à distinguer, compte tenu des conditions aux limites sur la plan conducteur et à l'infini, à savoir la zone définie par  $u < \ln r_0$  et celle définie par  $u > \ln r_0$ . L'équation du champ dans le domaine transformé est donc donnée par

$$\begin{cases} H_{0<} = 0 \\ H_{n<} = -i \frac{J_n}{2} \exp(n(\bar{w} - \bar{w}_0)) \end{cases} \quad \begin{cases} H_{0>} = iJ_0 \\ H_{n>} = i \frac{J_n}{2} \exp(-n(\bar{w} - \bar{w}_0)) \end{cases} \quad (2)$$

où  $H_{0<}$  et  $H_{n<}$  (respectivement  $>$ ) représentent les champs calculés la composante continue et l'harmonique de rang  $n$  pour la partie  $u < 0$  (resp.  $u > 0$ ). Grâce au formalisme complexe, le potentiel magnétique complexe également peut être calculé. La partie imaginaire de celui-ci correspond au potentiel vecteur magnétique et permet donc d'obtenir les lignes de champ magnétique rayonné dans l'air.

### 3.2 Calcul dans le domaine initial

Le champ dans le domaine initial peut être calculé par la relation de transformation conforme  $H_z = H_w \left( \frac{dw}{dz} \right)^*$ . Après transformation, le champ obtenu en un point défini par son rayon  $r$  et son angle  $\theta$  vaut

$$\begin{cases} H_{0<} = 0 \\ H_{n<x} = -\frac{J_n r^{n-1}}{2 r_0^n} \sin((n-1)\theta - n\theta_0) \\ H_{n<y} = -\frac{J_n r^{n-1}}{2 r_0^n} \cos((n-1)\theta - n\theta_0) \end{cases} \quad \begin{cases} H_{0>} = -\frac{J_0}{r} (\sin \theta \vec{e}_x - \cos \theta \vec{e}_y) \\ H_{n>x} = -\frac{r J_n r_0^n}{2 r^{n+1}} \sin((n+1)\theta - n\theta_0) \\ H_{n>y} = -\frac{J_n r_0^n}{2 r^{n+1}} \cos((n+1)\theta - n\theta_0) \end{cases} \quad (3)$$

La figure 2 représente les allures de champ et de potentiel pour le champ dans les deux domaines.

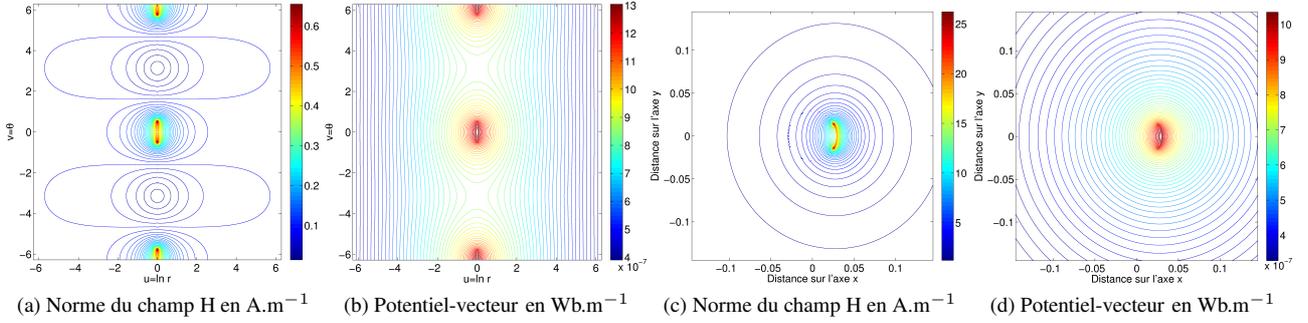


FIGURE 2 – Rayonnement de la source : (a) et (b) dans le domaine transformé, (c) et (d) dans le domaine initial

Il est important de remarquer que ce résultat permet de calculer le champ rayonné par n'importe quelle distribution de courant. En effet, la périodisation de la source est possible quelque soit la position des conducteurs (ou des distributions de courant) et le seul changement sera sur la valeur des coefficients de la DSF. Afin d'illustrer ce propos, nous nous intéresserons à un composant à bobines couplées simple *i.e* le tore de mode commun.

## 4 Application au tore de mode commun

### 4.1 Modélisation de la bobine

Pour cette étude nous allons appliquer la méthode à un tore de mode commun composé de deux bobines diamétralement opposés présentant chacun  $N_c = 13$  spires comme illustré sur la figure 3a. La distribution des conducteurs représente, dans le domaine transformé, un peigne de Dirac dont la décomposition est facilement calculable. Le noyau magnétique étant de grande perméabilité, il est pris en compte dans la modélisation analytique grâce à la méthode des images. La bobine complète est donc la superposition des nappes de courant intérieures et extérieures au noyau de chaque côté du tore.

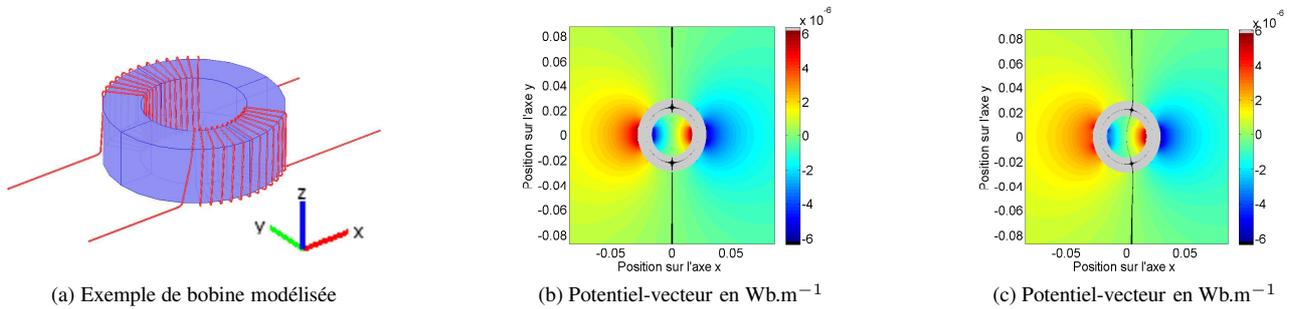


FIGURE 3 – Modélisation des tores de mode commun (a) Composant modélisée (b) Cas symétrique (c) Cas asymétrique

## 4.2 Étude de la géométrie du tore sur le rayonnement

Le calcul du champ magnétique a été appliqué à deux exemples afin d'étudier l'influence de l'ouverture du bobinage sur le rayonnement du tore. La première bobine est composée de deux bobinages de même ouverture angulaire  $a = \pi/4$  diamétralement opposés alors que la deuxième présente des bobinages ayant des ouvertures différentes  $a_1 = \pi/4$  et  $a_2 = 13\pi/15$ . Les potentiels vecteurs calculés sont représentés sur les figures 3b et 3c. La zone représentée en blanc correspond à la zone de potentiel nul *i.e* la zone de séparation entre les champs rayonnés par les deux bobinages.

On observe que le champ rayonné sépare l'espace en deux zones distinctes et que les bobinages ne se couplent pas via l'air. Grâce à ce résultat on peut donc calculer l'énergie rayonnée dans chaque zone et évaluer l'inductance de fuite associée à chaque bobinage.

## 5 Perspectives

Ces résultats montrent l'efficacité de la méthode pour un composant à noyau torique et la possibilité d'évaluer les couplages en connaissant le champ. Cette étude peut être poursuivie en affinant le modèle *i.e* en prenant en compte le caractère non infini des conducteurs. De plus, les méthodes de transformations conformes ne sont pas possibles en 3D et ne peuvent donc pas s'appliquer aux faces supérieures du tore et il faut donc trouver un modèle qui s'y applique. Enfin, cette méthode peut être appliquée pour évaluer la validité des hypothèses simplificatrices (modélisation des conducteurs par un plan) pouvant être faites et mesurer l'importance des effets de proximité de conducteurs.

## Références

- [1] M. Kovacic, Z. Hanic, S. Stipetic, S. Krishnamurthy, and D. Zarko, "Analytical Wideband Model of a Common-Mode Choke," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 7, pp. 3173–3185, Jul. 2012.
- [2] R. Prieto, V. Bataller, J. Cobos, and J. Uceda, "Influence of the winding strategy in toroidal transformers," in *IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No.98CH36200)*, vol. 1. IEEE, 1998, pp. 359–364.
- [3] E. Hoene, A. Lissner, S. Weber, S. Guttowski, W. John, and H. Reichl, "Simulating Electromagnetic Interactions in High Power Density Inverters," in *IEEE 36th Conference on Power Electronics Specialists, 2005*. IEEE, 2005, pp. 1665–1670.
- [4] F. Adam, E. Labouré, B. Revol, and C. Gautier, "Modélisation CEM d'un convertisseur électronique d'énergie hautes performances multi-cellulaire entrelacé couplé par transformateurs intercellules," in *CEM 2010*, 2010, pp. 1–6.
- [5] E. Laboure, A. Cuniere, T. A. Meynard, F. Forest, and E. Sarraute, "A Theoretical Approach to InterCell Transformers, Application to Interleaved Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 1, pp. 464–474, Jan. 2008.
- [6] M. Markovic, M. Jufer, and Y. Perriard, "Reducing the Cogging Torque in Brushless DC Motors by Using Conformal Mappings," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 451–455, Mar. 2004.