



HAL
open science

Estimation d'état généralisée sur horizon glissant. Application au diagnostic

Olivier Adrot, Didier Maquin, José Ragot

► **To cite this version:**

Olivier Adrot, Didier Maquin, José Ragot. Estimation d'état généralisée sur horizon glissant. Application au diagnostic. Troisième Conférence Internationale sur l'Automatisation Industrielle, Jun 1999, Montréal, Canada. pp.22.5. hal-01063377

HAL Id: hal-01063377

<https://hal.science/hal-01063377v1>

Submitted on 21 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ESTIMATION D'ÉTAT GÉNÉRALISÉ SUR HORIZON GLISSANT APPLICATION A LA DÉTECTION DE DÉFAUTS

Olivier Adrot, Didier Maquin, José Ragot

Centre de Recherche en Automatique de Nancy - CNRS UPRES-A 7039

Ecole Nationale Supérieure de Géologie

2, Avenue de la forêt de Haye

54516 Vandoeuvre Cedex - France

Email: {oadrot, dmaquin, jragot}@ensem.u-nancy.fr

Résumé

On propose une technique d'estimation simultanée de l'état et de l'entrée d'un système dynamique à partir des mesures disponibles. Pour cela, le système dynamique standard est transformé en système singulier dont l'état généralisé (état du système initial augmenté des commandes) est estimé sur un horizon de taille croissante. Une formulation récursive du problème est proposée, ce qui présente un avantage considérable par rapport aux techniques habituelles. Les résidus générés à partir de l'écart entre les mesures et les estimations peuvent alors être analysés pour détecter des défauts de capteurs ou d'actionneurs.

Abstract

A technique allowing a simultaneous state and input estimation of a dynamical system is proposed. The standard form of the model is transformed into a singular one by defining a generalized state vector which comprises the initial state vector augmented by the command vector. This new state vector is estimated on an infinite horizon. A recursive formulation of the estimator is proposed. The residuals generated from the difference between the measurements and the estimations can be analysed for detecting sensor or actuator faults.

1. Introduction

La détection de défauts basée sur l'utilisation de modèles peut être divisée en deux étapes principales : la génération de résidus et la prise de décision. Lors de la première étape, les signaux d'entrée et de sortie du système sont utilisés pour générer un *résidu*, c'est-à-dire un signal mettant en évidence la présence d'un défaut. En général, en régime de fonctionnement normal, ce signal est statistiquement nul et s'écarte notablement de zéro en présence de défauts. Durant la seconde étape, les résidus sont analysés pour décider s'il y a ou non présence de défaut, sur quel composant du système il est intervenu (opération souvent appelée localisation) et dans certains cas, déterminer la nature du défaut et sa cause (identification).

La génération de résidus à l'aide d'une estimation d'état consiste à reconstruire l'état ou, plus généralement, la sortie du processus à l'aide d'observateurs et à utiliser l'erreur d'estimation comme résidu [1].

Cette technique permet de détecter les défauts de capteurs et d'actionneurs et, dans certains cas, les défauts de processus par

la mise en œuvre de plusieurs observateurs excités par une combinaison judicieusement choisie des entrées et des sorties du système [2].

2. Description du modèle utilisé

On considère les systèmes pouvant être modélisés sous la forme :

$$\begin{cases} \xi_{k+1} = A\xi_k + Bu_k \\ y_k^1 = C\xi_k + v_k \\ y_k^2 = D\xi_k + w_k \end{cases} \quad (1)$$

où $\xi \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$, $y^1 \in \mathbf{R}^p$, $y^2 \in \mathbf{R}^q$ et où les matrices A , B , C et D ont des dimensions appropriées.

Les deux premières équations sont "classiques" pour la représentation de systèmes dynamiques. La première exprime la loi d'évolution de l'état ξ en fonction de la commande u alors que la seconde précise la dépendance de la sortie y^1 en fonction de l'état et d'un bruit additif v . La dernière équation traduit le fait que l'on ne connaît pas exactement la commande mais que l'on dispose de "mesures" y^2 de celle-ci. Cette équation a la même structure que la précédente. Cette formulation est intéressante car elle permet, par exemple, en modifiant la matrice D , de considérer que certaines entrées (commandes) sont inconnues. On se place ainsi dans la situation générale où les mesures effectuées portent à la fois sur l'état du système et sur les commandes. Le cas plus classique où toutes les commandes sont connues ($D=I$ et $v_k \equiv 0$) peut être considéré comme un cas particulier de l'approche proposée ici.

Une notation plus compacte est utilisée en regroupant l'état et la commande :

$$\begin{cases} (I \quad -B) \begin{pmatrix} \xi_{k+1} \\ u_k \end{pmatrix} = (A \quad 0) \begin{pmatrix} \xi_k \\ u_{k-1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} y_k^1 \\ y_{k-1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_k \\ u_{k-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_k \\ w_{k-1} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

Dans la suite, on considère donc des équations du type :

$$\begin{cases} Ex_{k+1} = Fx_k \\ z_k = Hx_k + \varepsilon_k \end{cases} \quad (3)$$

où le vecteur x , appelé état généralisé, regroupe l'état et la commande du système considéré. Cette notation a l'avantage de ne pas particulariser l'état par rapport à la commande.

A partir des mesures z_k (sur un horizon donné) et connaissant le modèle du système, on souhaite reconstruire l'état généralisé correspondant (on cherche donc à estimer simultanément les entrées et les états du système ; cela constitue l'originalité de la technique présentée).

3. Estimation de l'état sur un horizon de taille égale à 2

Une situation très simple est celle correspondant à un horizon d'estimation égal à deux c'est-à-dire où l'on dispose des mesures z_1 et z_2 . Nous montrons comment établir l'expression de l'estimateur de l'état généralisé. Au sens du maximum de vraisemblance et avec l'hypothèse d'une distribution normale des erreurs de mesure, on doit minimiser le critère :

$$\Phi = \sum_{k=1}^2 \|z_k - H\hat{x}_{k/2}\|_{V_{k/2}^{-1}}^2 \quad (4a)$$

sous la contrainte :

$$E\hat{x}_{2/2} - F\hat{x}_{1/2} = 0 \quad (4b)$$

Considérons alors le lagrangien :

$$L = \sum_{k=1}^2 \|z_k - H\hat{x}_{k/2}\|_{V_{k/2}^{-1}}^2 + \lambda_1^T (E\hat{x}_{2/2} - F\hat{x}_{1/2}) \quad (5)$$

dans lequel les matrices de pondération prennent en compte un coefficient d'oubli ρ constant sur l'horizon ($\rho < 1$) :

$$\begin{aligned} V_{1/2} &= \rho V \\ V_{2/2} &= V \end{aligned} \quad (6)$$

et où V est la matrice de variance du vecteur bruit ε_k

Compte tenu de (5), les équations d'optimalité au premier ordre s'écrivent :

$$H^T V_{1/2}^{-1} (H\hat{x}_{1/2} - z_1) - F^T \lambda_1 = 0 \quad (7a)$$

$$H^T V_{2/2}^{-1} (H\hat{x}_{2/2} - z_2) + E^T \lambda_1 = 0 \quad (7b)$$

$$E\hat{x}_{2/2} - F\hat{x}_{1/2} = 0 \quad (7c)$$

Des calculs matriciels élémentaires, qui ne seront pas développés pour simplifier la présentation, conduisent à :

$$\hat{x}_{2/2} = R_{2/2}^{-1} \left(H^T V_{2/2}^{-1} z_2 + E^T (FR_{1/2}^{-1} F^T)^{-1} FR_{1/2}^{-1} H^T V_{1/2}^{-1} z_1 \right)^T \quad (8)$$

avec les définitions :

$$R_{1/2} = H^T V_{1/2}^{-1} H + \rho^{-1} F^T F \quad (9a)$$

$$R_{2/2} = H^T V_{2/2}^{-1} H + E^T (FR_{1/2}^{-1} F^T)^{-1} E - \rho^{-1} E^T E \quad (9b)$$

En utilisant les expressions (6) des matrices de pondération, on peut également écrire :

$$\hat{x}_{2/2} = R_{2/2}^{-1} \left(H^T V^{-1} z_2 + \rho^{-1} E^T (FR_{1/2}^{-1} F^T)^{-1} FR_{1/2}^{-1} H^T V^{-1} z_1 \right)^T \quad (10a)$$

$$R_{1/2} = \rho^{-1} (H^T V^{-1} H + F^T F) \quad (10b)$$

$$R_{2/2} = H^T V_{2/2}^{-1} H + E^T (FR_{1/2}^{-1} F^T)^{-1} E - \rho^{-1} E^T E \quad (10c)$$

On a ainsi exprimé l'estimé de l'état $\hat{x}_{2/2}$, à l'instant terminal de l'horizon d'observation, en fonction des mesures disponibles. La forme (8) montre que l'estimation est une combinaison linéaire des mesures. Notons cependant que cette reconstruction n'est possible que si la quantité d'information apportée par ces deux mesures z_1 et z_2 est suffisante (problème d'observabilité du système). Si ce n'est pas le cas, l'horizon d'observation doit être augmenté.

4. Estimation de l'état sur un horizon de taille égale à 3

De façon semblable, on peut estimer l'état du système sur un horizon de taille égale à 3. Le lagrangien associé au problème s'écrit :

$$L = \sum_{k=1}^3 \|z_k - H\hat{x}_{k/3}\|_{V_{k/3}^{-1}}^2 + \mu_1^T (E\hat{x}_{2/3} - F\hat{x}_{1/3}) + \mu_2^T (E\hat{x}_{3/3} - F\hat{x}_{2/3}) \quad (11)$$

Comme précédemment, le facteur d'oubli permet de définir les matrices de pondération :

$$\begin{aligned} V_{1/3} &= \rho^2 V \\ V_{2/3} &= \rho V \\ V_{3/3} &= V \end{aligned} \quad (12)$$

Les équations d'optimalité :

$$H^T V_{1/3}^{-1} (H\hat{x}_{1/3} - z_1) - F^T \mu_1 = 0 \quad (13a)$$

$$H^T V_{2/3}^{-1} (H\hat{x}_{2/3} - z_2) + E^T \mu_1 - F^T \mu_2 = 0 \quad (13b)$$

$$H^T V_{3/3}^{-1} (H\hat{x}_{3/3} - z_3) + E^T \mu_2 = 0 \quad (13c)$$

$$E\hat{x}_{2/3} - F\hat{x}_{1/3} = 0 \quad (13d)$$

$$E\hat{x}_{3/3} - F\hat{x}_{2/3} = 0 \quad (13e)$$

se résolvent sans difficulté particulière. Après quelques calculs, on obtient :

$$\hat{x}_{3/3} = R_{3/3}^{-1} \left(H^T V_{3/3}^{-1} z_3 + E^T (FR_{2/3}^{-1} F^T)^{-1} FR_{2/3}^{-1} \right. \\ \left. \left(H^T V_{2/3}^{-1} z_2 + E^T (FR_{1/3}^{-1} F^T)^{-1} FR_{1/3}^{-1} H^T V_{1/3}^{-1} z_1 \right) \right) \quad (14a)$$

avec :

$$R_{1/3} = H^T V_{1/3}^{-1} H + \rho^{-2} F^T F \quad (14b)$$

$$R_{2/3} = H^T V_{2/3}^{-1} H + \rho^{-1} F^T F + E^T (FR_{1/3}^{-1} F^T)^{-1} E \\ - \rho^{-2} E^T E \quad (14c)$$

$$R_{3/3} = H^T V_{3/3}^{-1} H + E^T (FR_{2/3}^{-1} F^T)^{-1} E - \rho^{-1} E^T E \quad (14d)$$

Ainsi, on a exprimé l'estimé de l'état, à l'instant terminal de l'horizon d'observation, en fonction des mesures disponibles.

5. Formulation récurrence de l'estimateur

Comparons maintenant les estimations terminales correspondant aux deux horizons $N=2$ et $N=3$. Compte tenu des expressions des matrices de pondération, on constate que :

$$R_{1/3} = \rho^{-1} R_{1/2} \quad (15a)$$

$$R_{2/3} = \rho^{-1} (R_{2/2} + F^T F) \quad (15b)$$

$$(15c)$$

A partir du lemme d'inversion de matrice, on montre que :

$$(FR_{2/3}^{-1} F^T)^{-1} = \rho^{-1} \left(I + (FR_{2/2}^{-1} F^T)^{-1} \right) \quad (16)$$

que l'on reporte dans $\hat{x}_{3/3}$ et $R_{3/3}$:

$$\hat{x}_{3/3} = R_{3/3}^{-1} \left(H^T V^{-1} z_3 + E^T \rho^{-1} (FR_{2/2}^{-1} F^T)^{-1} F \hat{x}_{2/2} \right) \quad (17a)$$

$$R_{3/3} = H^T V^{-1} H + \rho^{-1} E^T (FR_{2/2}^{-1} F^T)^{-1} E \quad (17b)$$

On dispose ainsi d'une expression simple permettant de déduire l'estimation $\hat{x}_{3/3}$ à partir de l'estimation $\hat{x}_{2/2}$. On laisse le soin au lecteur de vérifier la validité de la récurrence générale :

$$\hat{x}_{N/N} = R_{N/N}^{-1} \left(H^T V^{-1} z_N \\ + E^T \rho^{-1} (FR_{N-1/N-1}^{-1} F^T)^{-1} F \hat{x}_{N-1/N-1} \right) \quad (18a)$$

$$R_{N/N} = H^T V^{-1} H + \rho^{-1} E^T (FR_{N-1/N-1}^{-1} F^T)^{-1} E \quad (18b)$$

initialisée avec :

$$R_{0/0} = I \quad (18c)$$

La matrice $R_{N/N}^{-1}$ est la variance de l'estimation $\hat{x}_{N/N}$. Remarquons que l'équation d'évolution de cette variance revêt la forme d'une équation de Riccati généralisée. On consultera les travaux [3], [4], [5] en ce qui concerne les conditions de convergence de cette équation. Si $R_{N/N}^{-1}$ converge vers une valeur limite R (solution de l'équation de Riccati), l'estimateur (18a) s'écrit en fonction de cette solution :

$$\hat{x}_{N/N} = R^{-1} \left(H^T V^{-1} z_N + E^T \rho^{-1} (FR^{-1} F^T)^{-1} F \hat{x}_{N-1/N-1} \right)$$

Les expressions (18) constituent une extension de la formulation du filtre de Kalman aux systèmes singuliers (en posant la matrice E égale à l'identité et le facteur d'oubli ρ égal à 1, on retrouve d'ailleurs la forme classique du filtre de Kalman).

On notera que cette récurrence a été limitée uniquement à l'expression de l'état terminal sur les horizons considérés. Ceci se justifie par le fait que, dans la pratique, l'estimation est réalisée en ligne et que l'on s'intéresse à l'estimation de l'état à l'instant courant. Notons également dans ce cas l'intérêt du facteur d'oubli qui permet de mettre à jour l'estimateur sans être trop pénalisé par l'accumulation des influences de toutes les observations passées ce qui est particulièrement néfaste pour la détection de défauts.

6. Détection de défaut à propos d'un exemple

Considérons le système à quatre états et trois commandes défini par les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.05 & 0.05 & 0 \\ 0.19 & 0.92 & 0 & -0.11 \\ -0.30 & 0 & 0.96 & 0 \\ 0 & 0.01 & -0.02 & 0.05 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -0.15 & 0.10 & -0.23 \\ 0.20 & -0.30 & 0.05 \\ -0.02 & 0 & -0.01 \\ 0 & 0.07 & 0.80 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dans tous les résultats présentés, le système a été excité par la même commande, les bruits de mesure n'ont pas varié d'un essai à un autre. Afin d'illustrer l'intérêt de la méthode proposée en ce qui concerne la détection et localisation de défauts, un biais de mesure a été ajouté à un jeu de données obtenu en simulation. Ce biais, d'amplitude égale à 0.5, intervient sur la mesure de la troisième entrée entre les instants 50 et 70. La figure 1 montre, à titre indicatif, les évolutions temporelles de la troisième entrée et de la première sortie.

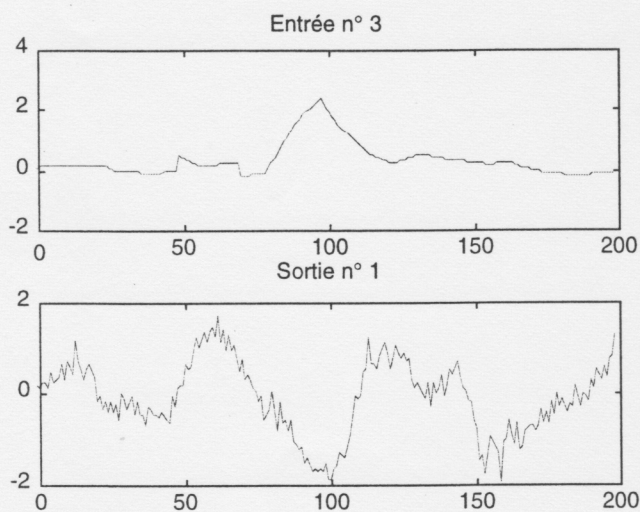


Figure 1 : Signaux mesurés

La technique d'estimation proposée a été appliquée en utilisant toutes les informations disponibles, i.e. les trois entrées et les trois sorties. Les résidus (différence entre les mesures et les estimations) correspondant aux signaux précédents sont représentés à la figure 2. On constate que la présence du biais affecte, en particulier, ces deux résidus.

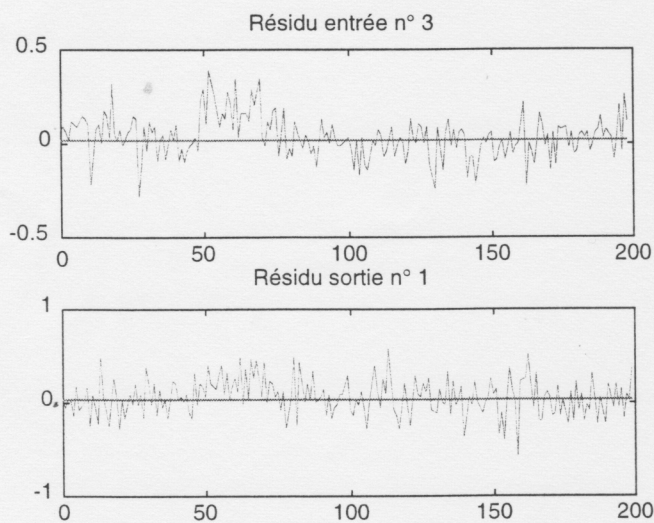


Figure 2 : Résidus calculés avec toutes les mesures

La technique employée pour détecter et, surtout, localiser les défauts est celle des bancs de reconstruteurs. On a, en particulier, utilisé une structure appelée par les anglo-saxons "Generalized Observer Scheme" (GOS) qui consiste à mettre en oeuvre $p+q$ reconstruteurs (somme du nombre de commandes et du nombre de sorties). L'estimation d'état réalisée par un reconstruteur particulier est effectuée sur la base de $p+q-1$ mesures (sous réserve que le système reste observable dans cette situation). L'analyse des résidus ainsi obtenus permet ensuite de localiser la mesure en défaut. En effet, en présence de défaut sur la i ème mesure, lorsqu'on n'utilise pas celle-ci pour la reconstruction d'état, seul le i ème résidu présente une déviation anormale.

A titre d'exemple, on présente, figure 3, les résultats obtenus lors de l'élimination de la troisième mesure. L'analyse des

différents résidus, qui ne sont pas tous représentés ici par manque de place, permet alors de constater que seul le résidu correspondant à la troisième entrée subit une déviation anormale, ce qui permet la localisation du défaut considéré.

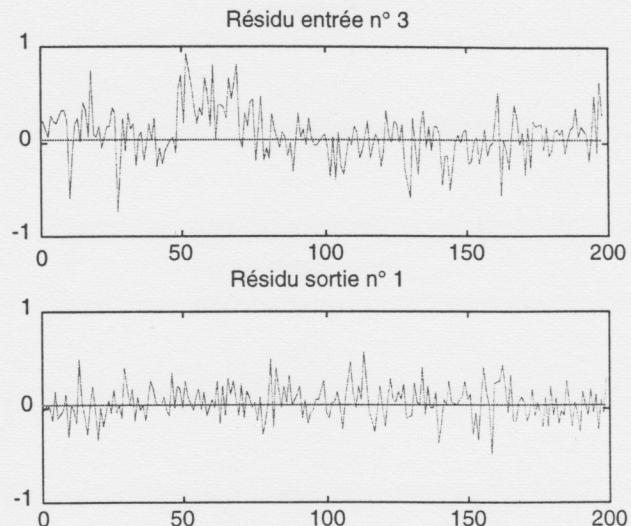


Figure 3 : Résidus calculés avec certaines mesures seulement

Le facteur de pondération ρ introduit en (6) permet de régler, dans une certaine mesure, la sensibilité au défaut en limitant l'importance des mesures passées par rapport aux mesures plus récentes. Le réglage de ce paramètre doit cependant résulter d'un compromis entre l'immunité aux bruits et la sensibilité aux défauts.

7. Conclusion

Une technique d'estimation entrée-sortie sur horizon glissant a été développée. Celle-ci peut être considérée comme une extension du filtrage de Kalman. L'introduction d'un facteur d'oubli fournit un paramètre de réglage relatif à la sensibilité de l'estimation aux défauts que l'on cherche à détecter. L'utilisation de ce type de reconstruteur dans le cadre de la détection de défaut a donné des résultats satisfaisants.

8. Références

- [1] P.M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation - A survey". In System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches, S. Tzafestas et al. (Eds.), D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht, vol. 1, p. 35-98, 1987.
- [2] R.N. Clark, D.C. Fosth, V.M. Walton, "Detection intrument malfunctions in control systems". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 11, p. 465-473, 1975.
- [3] P.E. Caines, "Linear stochastic systems". John Wiley, 1988.
- [4] M. Darouach, A. Bassong, M. Zasadzinski, "State estimation of stochastic singular systems: convergence and stability". International Journal of Systems Sciences, vol. 24, n° 5, pp. 1001-1008, 1993.
- [5] M. Zasadzinski, D. Mehdi, M. Darouach, "Recursive state estimation for singular systems". American Control Conference, Boston, USA, 1991.