HAL
open science

Vers un système de vote plus juste ?

Jorge Gonzalez Suitt, Axel Guyon, Thibault Hennion, Rida Laraki, Xavier Starkloff, Sophie Thibault, Benjamin Favreau

To cite this version:

Jorge Gonzalez Suitt, Axel Guyon, Thibault Hennion, Rida Laraki, Xavier Starkloff, et al.. Vers un système de vote plus juste ?. 2014. hal-01061100

HAL Id: hal-01061100

https://hal.science/hal-01061100v1

Preprint submitted on 5 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

VERS UN SYSTEME DE VOTE PLUS JUSTE ?

Jorge GONZALEZ SUITT
Axel GUYON
Thibault HENNION
Rida LARAKI
Xavier STARKLOFF
Sophie THIBAULT
Benjamin FAVREAU

September 2014

Cahier n° 2014-20

DEPARTEMENT D'ECONOMIE
Route de Saclay
91128 PALAISEAU CEDEX
(33) 1 69333033
http://www.economie.polytechnique.edu/
mailto:chantal.poujouly@polytechnique.edu

École polytechnique

Vers un système de vote plus juste ?

Jorge González Suitt
Axel Guyon
Thibault Hennion
Rida Laraki
Xavier Starkloff
Sophie Thibault
Benjamin Favreau

Remerciements

Nous tenons à remercier la fédération socialiste du Val-de-Marne et les mairies de Fresnes et d'Alfortville, qui nous ont accordé les autorisations nécessaires à la réalisation de l'expérience pendant les primaires citoyennes le 9 octobre 2011, et qui nous ont fourni le matériel nécessaire au bon déroulement de cette expérience. Merci en particulier aux responsables des deux bureaux : Michel Gernichovitz pour Alfortville, et Denis Helbling pour Fresnes.

Nous remercions chaleureusement les mairies de Fresnes et Ivry-sur-Seine qui nous ont permis d'organiser nos expériences lors du premier tour de l'élection présidentielle du 22 avril 2012. Conscients du travail supplémentaire que cela représentait pour eux en cette période chargée, nous tenons à les remercier d'avoir tout fait pour que cette expérience, qui revêtait une importance particulière pour nous, se déroule dans les meilleures conditions. Merci en particulier à MM. Jean-Jacques Bridey et Pierre Gosnat, maires respectifs de Fresnes et Ivry-sur-Seine. Pour la ville de Fresnes, merci à Mme Audrey Deguevara, la directrice générale adjointe des services, ainsi qu'à Mme Michèle Chabrèle, la responsable des affaires générales. Pour la ville d'Ivry-sur-Seine, merci à Mme Véronique Hébrard, la responsable du service Affaires Civiles.

Nous remercions aussi MM. Jean-Pierre Le Poulain et François Lamy, maires des villes d'Avon et de Palaiseau, qui avaient accepté de nous accueillir le 22 avril 2012, ce qui n'a malheureusement pas été possible pour des raisons pratiques. Merci également à Mme Elisabeth Texeira de la mairie d'Avon et Mme Alice Loget de la mairie de Palaiseau.

Nous remercions le service matériel de l'École polytechnique et le centre Polymedia pour leur réactivité.

Nous remercions la Direction des Études de l'École polytechnique, dont les subventions ont rendu possibles nos expériences.

Nous remercions toutes les personnes qui ont accepté de nous consacrer un peu de leur temps pour tenir les bureaux de vote lors de nos différentes expériences, et qui ont ainsi participé à leur succès : Philippe Bich, Mario Bravo, Ségolène Cavaliere, Thierry Champion, Antoine Chausson, Marie-Hortense Cloud, Mathieu Combaud, Maxime Depalles, Lucile Duchamps, Arthur Flam, Margo Girard, Paula González, Daniel Hoehener, Diego Jaure, Joon Kwon, Xiaoxi Li, Ming Long, J. Pablo Maldonado Lopez, Romain Mondon-Cancel, Miquel Oliu-Barton, Sofia Olivares, Julien Panis-Lie, Alexis Peilloux, Eva Perez, Justine Robin, Lucette Thibault, et Cheng Wan.

Nous remercions les 2 030 électeurs d'Alfortville, Fresnes, et d'Ivry-sur-Seine, qui se sont prêtés au jeu de nos expériences.

Nous remercions Lucette et Nicolas Thibault pour leurs relectures minutieuses de ce rapport.

Nous remercions le Lieutenant de Vaisseau Lelièvre pour ses remarques pertinentes lors de la première présentation orale de notre PSC, ainsi que M. Eric Strobl, coordinateur du Département d'économie, qui a su orienter notre PSC et nous proposer M. Rida Laraki comme tuteur.

Nous remercions M. Michel Balinski dont les discussions avec notre tuteur à propos de notre projet ont été fructueuses.

Table des matières

Introduction **4**

Problématique **5**

1 Les enjeux du choix d'un système de vote **7**
1.1 La situation actuelle : les carences d'un système . . . 7
1.1.1 Vote utile ou vote sincère ? . . . 7
1.1.2 Vers une élimination du « meilleur » candidat dès le premier tour ? . . . 7
1.2 Présentation des systèmes de vote . . . 7
1.2.1 Systèmes de vote alternatifs . . . 8
1.2.2 Critères théoriques d'un système de vote . . . 8
1.3 Étude des systèmes de vote : avantages et inconvénients . . . 10
1.3.1 Le scrutin majoritaire . . . 10
1.3.2 Les systèmes de vote par classement . . . 11
1.3.3 Les systèmes de vote par notation . . . 14

2 Primaires citoyennes : premières comparaisons des systèmes de vote **16**
2.1 Présentation de l'expérience . . . 16
2.2 Résultats . . . 17
2.2.1 Fresnes . . . 17
2.2.2 Alfortville . . . 21
2.2.3 Le Jugement Majoritaire en pratique . . . 24
2.2.4 Introduction du Jugement Majoritaire simplifié . . . 25
2.3 Exploitation des résultats . . . 26
2.3.1 Robustesse . . . 26
2.3.2 Résistance à la manipulation . . . 28
2.3.3 Comparaison des systèmes de vote . . . 29
2.4 Bilan de l'expérience . . . 30

3 Élections présidentielles : une approche plus ciblée dans un contexte plus général **31**
3.1 Présentation de l'expérience . . . 31
3.1.1 Objectifs . . . 31
3.1.2 Protocole expérimental . . . 31
3.1.3 Des données plus représentatives : le sondage OpinionWay/Terra Nova . . . 31
3.2 Résultats . . . 32
3.2.1 Bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine . . . 32
3.2.2 Bureau n° 12 de Fresnes . . . 36
3.2.3 Bureau n° 14 de Fresnes . . . 39
3.2.4 Le sondage OpinionWay/Terra Nova . . . 43
3.2.5 Une variante représentative du sondage OpinionWay/Terra Nova . . . 47
3.3 Exploitation des résultats . . . 51
3.3.1 Robustesse . . . 51
3.3.2 Résistance à la manipulation . . . 53
3.3.3 Biais au centre . . . 57
3.3.4 Une seconde comparaison des systèmes de vote . . . 59
3.4 Bilan de l'expérience . . . 60

Conclusion **61**

Bibliographie **63**

Annexe 1 : supports utilisés pour les deux expériences **64**

Introduction

L'année 2012 riche en échéances électorales, à la fois en France et à l'étranger, a été l'occasion de s'interroger sur les modalités qui régissent le choix par le peuple de ses représentants. La question du « meilleur » système de vote, on ne peut plus d'actualité, est en effet une question épineuse. Un système de vote se doit-il d'être simple, d'accorder au gagnant une légitimité nécessaire pour gouverner, ou simplement de respecter la volonté du peuple ? Et que peut bien signifier l'expression « la volonté du peuple » ?

Les primaires citoyennes du Parti Socialiste en octobre 2011, et bien évidemment l'élection présidentielle d'avril 2012, sont autant de situations électorales auxquelles nous avons été confrontés cette année dans notre quotidien, et qui ont nourri notre curiosité et notre réflexion sur le sujet.

La recherche académique sur les systèmes de vote, c'est-à-dire les différentes manières de recueillir les opinions des électeurs et de les agréger pour choisir un candidat, a été initiée il y a bien longtemps, par Condorcet et Borda notamment, mais elle a connu un véritable essor dans la deuxième moitié du XXe siècle sous l'impulsion de Kenneth Arrow, prix Nobel d'économie 1972. Plus récemment, la pratique d'expériences électorales s'est répandue. De telles expériences, qui consistent à faire voter des électeurs pour de faux, en parallèle d'un vote réel, fournissent des données numériques qui permettent de mettre en lumière forces et faiblesses de différents systèmes de vote dans un contexte électoral réel.

Conscients de l'opportunité unique que constituait cette année électorale pour faire des tests en conditions réelles, nous avons donc choisi d'aborder ce thème des systèmes de vote d'un point de vue pratique, en s'inspirant de la littérature existante, mais aussi en proposant des expériences et des méthodes d'exploitation nouvelles. Pour ce faire, nous avons eu la chance d'avoir comme tuteur Rida Laraki, co-auteur avec Michel Balinski d'un ouvrage récent (voir [3]) présentant le système de vote qu'ils ont conçu, le Jugement Majoritaire.

Notre démarche a donc été de nous intéresser dans un premier temps aux connaissances existantes sur le sujet, en prenant pour point de départ les défauts du système de vote actuellement en vigueur en France. Ces recherches préliminaires avaient pour but de restreindre la liste des systèmes de vote alternatifs avant d'aborder les expériences, en ne sélectionnant que ceux qui présentent théoriquement le plus d'atouts par rapport à un ensemble de critères sur lesquels nous reviendrons.

Nous avons ensuite réalisé, dans des bureaux de vote, lors des deux échéances électorales mentionnées plus haut, des expériences grandeur nature. Leurs objectifs étaient principalement de vérifier que ces systèmes, dont la théorie affirme qu'ils sont parmi les « meilleurs », n'étaient pas mis en défaut par la pratique, confrontés à la diversité des électeurs, à leurs opinions très variées, et à leur façon d'utiliser ces systèmes. Il s'agissait pour chacune de ces expériences, ce que nous vous présentons dans le développement de ce rapport, d'exploiter de manière scientifique les données recueillies et d'en dégager des conclusions concernant les atouts et défauts, dans un cadre pratique, des différents systèmes dans différents contextes électoraux réels.

Problématique

Différents systèmes de vote sont proposés par la communauté scientifique comme des alternatives dont elle a prouvé qu'elles étaient relativement plus efficaces, moins exposées à la manipulation, et finalement plus « justes ». Ces résultats théoriques se confirment-ils en pratique ? Confrontés à la réalité d'un contexte électoral précis, et à celle des électeurs dans toute leur diversité de comportements et de raisonnements, ces systèmes s'affirment-ils toujours comme des alternatives efficaces ? Si oui, la comparaison des différents systèmes dans un contexte pratique permet-elle à certains de se dégager en tant que systèmes « plus justes », à la fois en théorie et en pratique ?

Dans toute la suite de ce rapport, pour en simplifier la lecture, nous serons amenés à utiliser un certain nombre d'abréviations pour désigner les différents systèmes de vote. Les voici regroupées ci-dessous.

1R	Scrutin uninominal à un tour
2R	Scrutin uninominal à deux tours
Borda	Système de Borda
Condorcet	Système du classement de Condorcet
JM	Jugement Majoritaire
JMS	Jugement Majoritaire simplifié
VA	Vote par assentiment
VD	Vote par désapprobation
VST	Vote simple transférable ou système de Hare

1 Les enjeux du choix d'un système de vote

La manière de voter et le mode de scrutin actuels en France (scrutin uninominal à deux tours, où les deux premiers sont qualifiés pour le second tour) sont extrêmement simples, mais ils comportent de nombreux défauts qui peuvent pervertir l'expression de la volonté populaire. Nous nous intéressons aux systèmes de vote qui prennent le mieux en compte les suffrages des citoyens afin que le résultat des urnes corresponde le plus possible à ce qu'ont souhaité exprimer les votants. Notre objectif n'est pas de déterminer le meilleur système de vote, mais de nous appuyer sur ceux dits « alternatifs » qui permettent de résoudre nombre d'imperfections de celui actuellement en vigueur. Nous étudierons, grâce aux expériences que nous avons menées, leurs limites, et dans quelle mesure un changement de système de vote serait envisageable. Après avoir énoncé les inconvénients de la manière de voter actuelle et quelques considérations théoriques sur le choix d'un système de vote, nous dénombrerons les systèmes de vote existants et déterminerons les avantages et inconvénients théoriques de chacun. Nous étudierons également la différence entre les caractéristiques théoriques de ceux-ci et leurs applications pratiques : si un système semble être le plus efficace en théorie, sa complexité ne remet-elle pas en cause son application à de larges scrutins nationaux ?

1.1 La situation actuelle : les carences d'un système

1.1.1 Vote utile ou vote sincère ?

La méthode actuelle — le scrutin majoritaire à deux tours — a pour principal avantage son extrême simplicité : l'électeur glisse dans l'urne le nom d'un et un seul candidat, celui qui lui paraît représenter le mieux ses idées. Cependant, cette simplicité est à l'origine de nombreux défauts. Tout d'abord, le système de vote à deux tours peut nuire à la sincérité du vote du premier tour. En effet, l'électeur peut être tenté de voter non plus pour le candidat qui partage le plus ses idées, mais pour celui qu'il préfère parmi ceux qui ont une chance d'être présents au second tour : c'est la stratégie du « vote utile » [1].

1.1.2 Vers une élimination du « meilleur » candidat dès le premier tour ?

Par ailleurs, le candidat qui aurait remporté le plus de suffrages lors du second tour peut être éliminé lors du premier tour, comme le rappellent les événements électoraux de 2002. On peut aussi observer le cas où un troisième homme vient fausser le duel entre les deux principaux candidats, alors même qu'il recueille beaucoup moins de suffrages qu'eux. Le cas de l'élection américaine de 2000, même si cette dernière s'apparente plus à un scrutin majoritaire à un tour, est particulièrement éloquent : Ralph Nader (97 488 voix) est venu arbitrer le duel entre George W. Bush (2 912 790 voix) et Al Gore (2 912 253 voix) en Floride, un « swing state » (état où l'élection est la plus disputée et indécise) crucial pour l'élection présidentielle [2]. Enfin, si aucun candidat ne convient à l'électeur, celui-ci pourrait choisir de ne pas se déplacer puisque les votes blancs ne sont pas pris en compte ; pourtant, son opinion n'a aucune raison de moins compter que celle d'un électeur qui aurait choisi tel ou tel candidat. Ces imperfections résultent principalement du fait que l'électeur ne peut voter que pour une seule personne, et ce quoi qu'il pense des autres candidats. Ainsi, de deux électeurs, dont un n'apprécie qu'un seul candidat, et l'autre hésite fortement entre ce même candidat et un second mais vote finalement pour le premier, le résultat sera le même lors du dépouillement, alors que les intentions et les motifs du vote auront été bien différents.

1.2 Présentation des systèmes de vote

Comme nous allons le voir dans la suite de cette étude, il est possible de recueillir les préférences de l'électeur de façons très variées. En effet, il existe une grande diversité de systèmes de vote ainsi que de leur mise en

1. au sujet du vote utile, on pourra consulter les études de l'institut BVA avant l'élection présidentielle de 2007 `http://www.bva.fr/data/sondage/sondage_fiche/548/fichier_souhaitdevictoire_c0d12.pdf`
2. pour le détail des résultats, voir [3]

application : pour un même profil de préférences de l'électeur, on verra que l'on peut déterminer le vainqueur de plusieurs façons, et que cela peut mener à des résultats différents.

Dans les sections suivantes, on trouvera les caractéristiques des principaux systèmes de vote qui diffèrent du scrutin majoritaire à deux tours.

1.2.1 Systèmes de vote alternatifs

Pour plus de clarté, on choisit ici de répertorier les principaux systèmes de vote alternatifs en introduisant des catégories de systèmes de vote, et non pas en traitant chacun d'entre eux de façon individuelle. Le plus souvent, une catégorie fait ainsi référence à une façon de voter unique (*i.e.* un bulletin de vote), seul le mode de détermination du vainqueur peut varier selon les systèmes.

Votes par approbation

L'électeur déclare sur son bulletin de vote s'il approuve ou désapprouve chaque candidat, et le vainqueur est celui qui remporte le plus grand nombre d'approbations parmi les votants.

Vote « cumulatif » ou « à points »

L'électeur possède un certain nombre de points à répartir entre tous les candidats. Le gagnant est le candidat qui recueille le plus de points.

Vote par évaluation

L'électeur attribue une mention ou une note à chaque candidat (mentions *Excellent*, *Très bien*, *Bien*, *Passable*, *Insuffisant*, *À rejeter*, lettres A-B-C-D-E, notes de 1 à 10, par exemple). Le vainqueur est le candidat pour qui, selon les méthodes, la moyenne ou la médiane est la plus élevée.

Votes par classement

L'électeur classe les N candidats de 1 à N. La méthode de détermination du vainqueur la plus couramment utilisée est celle du système de Borda : à partir du classement donné par l'électeur, on attribue N points au premier, $N-1$ au deuxième, et ainsi de suite jusqu'au candidat classé N-ième, qui reçoit 1 point. Le vainqueur est celui qui remporte le plus de points lors du dépouillement.

Cependant, décider à la majorité n'a rien de simple. Par exemple, si on demande aux votants de classer trois propositions (A, B et C) par ordre de préférence, alors il est possible qu'en même temps, une majorité de votants préfère A à B, qu'une autre préfère B à C et qu'une troisième préfère C à A. Ce paradoxe a été énoncé par Nicolas de Condorcet au XVIIIe siècle ; on pourra en retrouver un exemple en figure 1.1.

Kenneth Arrow aboutit à un résultat plus radical en 1951 avec le théorème d'impossibilité [3], prouvant qu'il n'existe pas de système de vote par classement parfait, c'est-à-dire capable de concilier un nombre réduit de critères fondamentaux.

1.2.2 Critères théoriques d'un système de vote

Il existe un certain nombre de critères théoriques pour évaluer l'efficacité et la solidité d'un système de vote. Les plus utilisés sont les suivants, les plus importants étant les six premiers :

1. *Universalité* : on doit pouvoir déterminer un gagnant sur l'ensemble des configurations ; on doit toujours pouvoir déduire un choix collectif à partir des volontés individuelles.

2. *Principe de Pareto* : si tous les individus préfèrent un candidat X à un candidat Y, alors le classement devra placer X avant Y.

3. *Indépendance des candidats non-pertinents* : le classement relatif de deux candidats ne doit dépendre que de leur position relative pour les individus et non du classement d'un troisième candidat ; si l'on ne considère qu'un sous-ensemble d'options, la fonction ne doit pas aboutir à un autre classement de ce sous-ensemble. Cela peut être reformulé de la façon suivante : si, dans une élection où X est gagnant, on

3. voir [2]

Considérons une équipe de volley-ball composée de six personnes. Chacune d'entre elles émet ses préférences entre 3 propositions de menu sportif A, B et C. On notera A > B le fait que le menu A est préféré au menu B. On considère le profil de préférence suivant :

- 2 : A > B > C
- 2 : B > C > A
- 1 : C > A > B
- 1 : C > B > A

Le 2R aboutit à une égalité parfaite entre A, B et C qui recueillent chacun deux voix.

Dans les comparaisons majoritaires par paires, on obtient :

- 3 : A > B, 3 : B > A
- 4 : B > C, 2 : C > B
- 4 : C > A, 2 : A > C

ce qui conduit au résultat A = B > C > A.

Dans un cas comme celui-ci, Condorcet propose d'éliminer le vainqueur le moins performant (ici A car A > B est préféré à son opposé par le moins de votants) et de faire un duel entre B et C qui sera remporté par B. Dans ce cas, la méthode de Condorcet est plus efficace que le 2R, puisqu'elle donne un vainqueur de l'élection.

Il existe aussi des situations où la méthode de Condorcet arrive au résultat exactement opposé au résultat majoritaire (résultat du 2R). Considérons un tournoi de volley-ball rassemblant cinq équipes, soit trente joueurs. Ces derniers ont le choix entre trois propositions de menu a, b et c. Les préférences se répartissent ainsi (en notant a > b, le fait que le menu a est préféré au menu b) :

- 12 : a > c > b
- 10 : b > c > a
- 7 : c > b > a
- 1 : c > a > b

Les résultats du 2R sont les suivants : a l'emporte avec 12 voix, b obtient 10 voix et c 1 voix. D'où a > b > c en termes de voix.

Dans les comparaisons majoritaires par paires, on obtient :

- 17 : b > a, 13 : a > b
- 20 : c > b, 10 : b > c
- 18 : c > a, 12 : a > c

Cela conduit avec la méthode de Condorcet à la préférence majoritaire c > b > a, exactement contraire au choix pluraliste.

FIGURE 1.1 – Exemple de paradoxe de Condorcet

ajoute un nouveau candidat Y, le nouveau gagnant ne peut être que X ou Y.

4. *Non-dictature* : aucun individu ne doit pouvoir imposer ses préférences indépendamment des préférences des autres.

   Le théorème d'Arrow énonce alors le résultat suivant : dans le cas où il y a plus de trois candidats et deux électeurs, aucun système de vote par classement ne satisfait ces quatre premiers critères.

5. *Monotonie* : si un candidat n'est pas gagnant et qu'on le rétrograde dans certains bulletins sans modifier l'ordre relatif des autres candidats, alors il ne doit pas pouvoir gagner. On trouvera un exemple de non-respect du critère de monotonie en figure 1.2.

6. *Non-manipulabilité* : un électeur ne doit pas pouvoir, en changeant son vote initial en un vote qui ne reflète plus ses préférences, favoriser son candidat préféré.

7. *Critère de Condorcet* : s'il existe un candidat qui remporte tous les duels face aux autres (il est systématiquement classé à un meilleur rang par la majorité des électeurs), alors il doit remporter l'élection.

8. Le *critère de majorité* affirme de même : si un candidat est classé premier dans plus de la moitié des bulletins lors d'un vote par classement, alors il doit être élu.

   Si un candidat est adulé par 51 % de la population et rejeté catégoriquement par les 49 % restants, il remportera selon ces critères l'élection face à un candidat que toute la population classerait à la deuxième place de leur préférence.

9. *Cohérence* : si on divise les bulletins en deux groupes (par exemple deux tables de dépouillement) et si un candidat est le vainqueur des deux groupes de bulletins, alors il doit être le vainqueur global de l'élection.

10. *Participation* : lorsqu'un candidat X est élu, si l'on ajoute des bulletins supplémentaires dans lesquels le candidat X est mieux classé que tous les autres, alors le candidat X doit remporter ce nouveau vote.

1.3 Étude des systèmes de vote : avantages et inconvénients

1.3.1 Le scrutin majoritaire

Comme nous l'avons évoqué plus haut, le scrutin majoritaire a l'avantage d'être simple pour l'électeur : ce dernier glisse un nom et un seul dans l'urne. Il n'a pas besoin de connaître tous les candidats précisément tant qu'il est capable d'en choisir un. C'est un système bien accepté par la grande majorité des citoyens et parmi les plus faciles à dépouiller. Cependant, très peu de citoyens comprennent les subtilités de ce système et ses nombreux paradoxes. Le choix formulé par l'électeur peut en effet être réducteur, car il n'exprime pas ses opinions sur les autres candidats. Du point de vue électoral, tous les candidats pour lesquels il n'a pas voté ont le même statut : ils n'obtiennent pas de voix. L'électeur peut alors ressentir une certaine frustration, a fortiori s'il est encouragé au vote utile, et que les résultats ne prennent pas en compte toute la subtilité de ses préférences. Le système de vote binaire est donc le plus profitable aux candidats dont la position dans leur famille politique est dominante (au sens où ils sont plutôt au centre de l'ensemble du spectre politique, pour avoir une chance d'être victorieux lors du second tour de l'élection, mais pas à l'un des extrêmes de leur famille politique pour être capable de se qualifier au second tour).

Un autre avantage est qu'il produit un vainqueur nécessairement majoritaire au second tour, ce qui renforce la perception de légitimité du nouvel élu. Il accentue cependant les conflits et les tactiques électoralistes entre les candidats qui doivent se partager les voix. De même, ce mode de scrutin défavorise, par définition, les candidats qui représentent la préférence première d'une petite partie de l'électorat, mais aussi ceux qui bénéficient d'un large capital de sympathie auprès d'une large fraction de l'électorat sans toutefois être classés premiers.

Enfin, le scrutin majoritaire à un ou deux tours souffre d'un grand nombre de défauts largement connus et démontrés. Par exemple, il ne satisfait pas le critère d'indépendance des candidats non pertinents, ni le critère de monotonie comme la figure 1.2 page suivante le montre.

Soient 17 électeurs et 3 candidats A, B et C. Les électeurs ne glissent qu'un seul nom dans l'urne. Voici leurs préférences :

- 8 : A > C > B
- 5 : B > A > C
- 4 : C > B > A

Le candidat C est éliminé au premier tour, le candidat B remporte l'élection au second tour (A : 8 et B : 9).

Maintenant, supposons que, parmi les 8 électeurs qui préféraient A, deux d'entre eux rétrogradent le candidat A par rapport au candidat C. Nous avons donc :

- 6 : A > C > B
- 2 : C > A > B
- 5 : B > A > C (inchangé)
- 4 : C > B > A (inchangé)

Le candidat B est alors éliminé au premier tour et le candidat A remporte l'élection au second tour (A : 11 et C : 6).

L'incohérence apparaît alors : le fait que deux électeurs ne veuillent plus voter pour le candidat A a provoqué l'élection du candidat A.

FIGURE 1.2 – Exemple de non-respect du critère de monotonie

À l'opposé du vote binaire, la très forte expressivité des systèmes de vote qui suivent semble être une solution pour prendre en compte toute la subtilité du choix de l'électeur.

1.3.2 Les systèmes de vote par classement

Le Borda

Soit n le nombre de candidats à l'élection. Chaque électeur établit alors une liste de candidats par ordre de préférence — il peut ne pas classer tous les candidats. Au premier de la liste, on attribue n points, au second $n-1$ points, et ainsi de suite jusqu'au dernier candidat de la liste. Les candidats non listés se voient attribuer 0 point. Le score d'un candidat est la somme de tous les points qui lui ont été attribués. Ce score peut aussi être obtenu comme la somme des lignes de la matrice des face-à-face. En effet, pour chaque électeur la somme des lignes de sa matrice des face-à-face équivaut aux points de Borda si l'on admet que celle-ci a des 1 sur la diagonale (ce qui correspond au point de base du candidat classé en dernier), car chaque candidat l'emportant dans un face-à-face monte d'un cran et gagne donc un point. De cette façon la somme des lignes de la matrice des face-à-face de l'élection coïncide avec les points du Borda [4]. Enfin, le ou les candidats dont les scores sont les plus élevés remportent les élections. On se réfèrera à la figure 1.3 page suivante pour le développement d'un exemple.

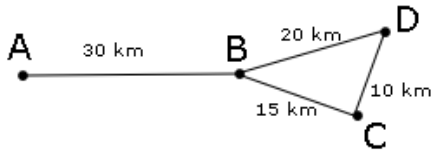
Le vote simple transférable

Le VST est le système utilisé en Australie depuis 1918 et son utilisation en Angleterre a été rejetée au printemps dernier par référendum [5]. Chaque électeur classe tous (forme absolue) ou une partie (forme optionnelle) des candidats par ordre de préférence. On compte les voix des candidats premiers de liste. Si un candidat obtient la majorité absolue des voix, il est élu. Sinon, on supprime le candidat qui a recueilli le moins de voix et on barre son nom dans tous les bulletins des électeurs ; le rang des candidats placés après le candidat éliminé est ainsi modifié. De nouveau, on compte les voix des candidats premiers de liste. On répète l'opération jusqu'à obtention d'une majorité absolue, ce qui arrive inévitablement (dans le pire des cas, lorsqu'il ne reste plus que deux candidats en compétition). On se réfèrera à la figure 1.4 dans les pages qui suivent pour le développement d'un exemple.

4. dans le cas où tous les électeurs départagent tous les candidats, ceci prouve l'équivalence entre ces deux versions du système Borda, mais dans la réalité on a été contraint de considérer des électeurs n'émettant aucun avis sur certains couples de candidats, et dans ce cas on a attribué un demi-point à chacun ; le résultat ne peut donc pas coïncider avec la première version du Borda, telle que décrite, mais s'en rapproche

5. voir [31]

Imaginons qu'une section sportive de l'École polytechnique souhaite choisir le lieu de son traditionnel « Week-end section ». La section comporte quarante-cinq élèves, qui souhaitent chacun se trouver à proximité d'un lieu précis. Dix-neuf élèves souhaiteraient être hébergés à proximité immédiate de la plage, située en A. Douze préféreraient le centre-ville, situé en B. Six choisissent les terrains de sport (en C) et huit l'attraction culturelle de la région, en D.



On procède à un vote où chacun liste les villes qu'il préfère. Bien entendu, un élève souhaitera se rapprocher de son point d'intérêt, et listera les villes en fonction de la distance qu'il lui faudra parcourir pour s'y rendre.

Plage (19)	Centre (12)	Sport (6)	Culture (8)
1. Lieu A	1. Lieu B	1. Lieu C	1. Lieu D
2. Lieu B	2. Lieu C	2. Lieu D	2. Lieu C
3. Lieu C	3. Lieu D	3. Lieu B	3. Lieu B
4. Lieu D	4. Lieu A	4. Lieu A	4. Lieu A

Ce qui conduit au décompte de points suivant :

Lieu	1er	2e	3e	4e	Points
A	19	0	0	26	102 ($= 19 \times 4 + 26 \times 1$)
B	12	19	14	0	133
C	6	20	19	0	122
D	8	6	12	19	93

Dans notre exemple le premier obtient 4 points, le second 3 points, le troisième 2 points, et le dernier 1 point.

Alors que la méthode classique aurait conduit à choisir l'hébergement dans la ville A (majorité relative des suffrages), ici le choix se porte sur la ville B. On observe une particularité, que l'on retrouvera dans nos expériences du système de Borda : le « biais au centre ». Le système de Borda, par sa détermination du vainqueur, peut favoriser les positions « centristes ». Dans le cas de l'hébergement, il s'agit d'une position géographique, mais lors d'une élection il peut s'agir de position politique.

FIGURE 1.3 – Exemple de calcul du gagnant avec le système de Borda

Voici ce que donnerait l'exemple précédent (avec les mêmes bulletins) avec le vote simple transférable.

Aucune ville ne recueille la majorité des suffrages. La ville C, qui ne recueille que 15 % des voix, est éliminée et n'est alors plus décomptée dans le dépouillement des votes, seul le second choix des électeurs ayant voté pour elle est pris en compte. Ce choix s'étant porté majoritairement sur la ville D, celle-ci engrange la totalité des suffrages de la ville C, soit 6 voix supplémentaires. À l'issue du premier transfert de voix, la ville B est alors celle qui recueille le moins de suffrages. Elle est donc éliminée, seules les villes A et D restent en lice. La même opération que pour la ville C est réalisée. La ville D, maintenant en tête chez les électeurs qui préféraient la ville B, passe alors à vingt-six voix (58 % des votes). C'est donc dans la ville D que sera choisi l'hébergement.

Lieu	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour
A	19	19	19	~~19~~ 0
B	12	12	~~12~~ 0	0
C	6	~~6~~ 0	0	0
D	8	~~8~~ 14	~~14~~ 26	26

FIGURE 1.4 – Exemple de calcul du gagnant avec le VST

Le Condorcet

C'est un système dans lequel l'unique vainqueur est celui, s'il existe, qui, comparé tour à tour à tous les autres candidats, remporte chacun des duels. Rien ne garantit cependant l'existence d'un candidat satisfaisant ce critère. Ainsi, tout système de vote fondé sur la méthode comparative de Condorcet doit prévoir un moyen de déterminer un vainqueur dans les élections pour lesquelles ce candidat idéal n'existe pas. Le dépouillement du scrutin consiste à simuler l'ensemble des duels possibles : pour chaque paire de candidats, on détermine le nombre d'électeurs ayant voté pour l'un ou l'autre en vérifiant, sur chaque bulletin de vote, comment l'un était classé par rapport à l'autre. Ainsi pour chaque duel, il y a un candidat vainqueur. Dans la plupart des cas, il y a un unique candidat qui remporte tous ses duels. Pour résoudre les conflits (dus au paradoxe de Condorcet), on peut éliminer le vainqueur le moins performant (c'est-à-dire celui qui gagne le moins de duels, ou, en cas de nouvelle égalité, celui qui a les victoires les moins larges) ou encore changer de mode de désignation du vainqueur et choisir alors la méthode de Borda ou du VST.

Tous les systèmes de vote par classement possèdent cependant un défaut majeur : dans le même esprit que le paradoxe de Condorcet, le théorème d'impossibilité, énoncé par Arrow, démontre qu'aucun des systèmes de vote par classement étudiés ne peut concilier les quatre critères fondamentaux dont on a parlé précédemment. Par ailleurs, le vote par classement offre moins de souplesse et d'acuité au « message » de l'électeur : par exemple, l'électeur ne peut pas spécifier que plusieurs candidats lui conviendraient très bien. Le vote par classement ne favorise pas la pluralité d'une élection démocratique puisque la présence de deux candidats partageant un électorat commun réduit leurs chances respectives de l'emporter : en effet, l'électeur doit les ordonner, si bien qu'ils entrent en compétition, même s'ils peuvent être initialement assez proches. Par suite, pour tenter de contourner les faiblesses apparentes du vote par classement, des modes de calcul très complexes ont été mis au point. Cette complexité réduit l'analyse et la lisibilité du résultat pour le citoyen. Enfin, le système pourrait connaître des difficultés face à un nombre de candidats trop important : dans ce cas, l'électeur aurait des difficultés à classer tous les candidats.

Étudiés plus récemment, les systèmes de vote par notation dans une échelle de valeurs ne s'appuient pas sur un principe de classement. Ces systèmes de vote par notation — et non pas par classement : deux candidats peuvent ainsi obtenir la même notation — échappent ainsi au théorème d'impossibilité d'Arrow et respectent les principaux critères[6] d'évaluation des systèmes de vote.

6. voir [16]

1.3.3 Les systèmes de vote par notation

Les électeurs émettent un avis sur une échelle de valeurs pour chaque candidat. Cette échelle de valeurs doit être partagée et assimilée par les électeurs comme le sont par exemple les systèmes de notes scolaires (0 à 20 en France, A-B-C-D-E dans les pays anglo-saxons). Le nombre de valeurs et la terminologie employée doivent être adaptés à l'enjeu de l'élection (élire un président, élire une assemblée, référendum, *etc.*)

Le vote cumulatif

Le vote cumulatif est un système de vote pondéré qui peut être utilisé pour l'élection de plusieurs candidats (une assemblée par exemple). Chaque électeur possède un nombre de points n qu'il distribue librement entre les candidats. Les candidats qui récoltent le plus de points sont élus. On notera que le vote cumulatif est bien un système de vote par notation puisque l'électeur donne à chaque candidat une note entre 0 et le nombre de points qu'il lui reste (la seule contrainte étant que la somme des notes vaut nécessairement n). Ce système est utilisé dans certaines corporations aux États-Unis, et fut notamment utilisé durant plus d'un siècle dans l'Illinois [7] ainsi qu'au XIXe siècle en Angleterre. Cependant, plus l'électeur choisit un nombre élevé de candidats, moins son vote a de poids. C'est pourquoi ce système est mal adapté à une élection destinée à élire un seul candidat. D'autre part, l'inconvénient majeur du vote cumulatif est qu'il exacerbe les tensions entre les candidats car les points gagnés par l'un sont nécessairement perdus pour l'autre. C'est donc la pluralité de l'élection qui est remise en cause car les candidats les plus importants s'efforcent d'empêcher ceux qui ont moins de moyens de se présenter, et les électeurs sont alors contraints au « vote utile ».

Le vote par approbation

Ce système n'engendre pas l'émiettement des voix entre différents candidats ; il respecte le critère d'indépendance globale, ce qui favorise la pluralité des élections. L'enjeu pour chaque candidat est d'obtenir le soutien de l'électeur, et pas d'arracher les voix aux autres candidats. Les postures tactiques de dénigrement entre les candidats sont donc censées évoluer vers des stratégies plus positives de valorisation de programmes. De plus, ce système a comme avantage sa simplicité et son adaptabilité dans des votes utilisant un scrutin uninominal à deux tours. Restreint à deux options (approuve ou désapprouve), le vote par assentiment est naturellement moins fin et expressif qu'un vote par notation avec plus de critères. Dans le cas le plus restrictif en terme d'options pour évaluer chaque candidat (*pour* ou *contre*), l'électeur reste relativement bridé dans son message. Aussi, ce système peut faire élire un candidat tout juste toléré par le plus grand nombre, au détriment d'un candidat qui aurait été largement préféré par la majorité de ces électeurs. Notons enfin que le vote par assentiment est utilisé par plusieurs institutions scientifiques prestigieuses, l'Association Américaine de Mathématiques (MAA) a par exemple décidé d'élire son président de cette manière de voter depuis 1987 [8].

Le vote par désapprobation

C'est le système symétrique du système précédent : il demande aux électeurs de rayer du bulletin de vote les candidats qu'ils n'approuvent pas. Avec ce système, c'est le candidat le moins désapprouvé qui remporte l'élection.

Le Jugement Majoritaire

Pour déterminer le vainqueur d'une élection dans le Jugement Majoritaire, on observe quelle est la mention médiane la plus élevée (on notera que la médiane n'est en général pas affectée si un électeur change sa notation d'un cran). On utilise habituellement les sept mentions suivantes : *Excellent*, *Très bien*, *Bien*, *Assez bien*, *Passable*, *Insuffisant* et *À rejeter* — on peut compléter la liste précédente par deux autres mentions afin d'obtenir un spectre plus large ou au contraire en enlever deux afin de le restreindre. Si un électeur estime que le candidat A mérite la mention *Bien* et qu'il n'a obtenu que la mention *Assez bien*, il pourrait être tenté de lui attribuer une meilleure mention ; cependant, comme écrit précédemment, cela ne modifiera pas la mention médiane qu'a obtenue le candidat A.

Toutefois, ces systèmes de vote alternatifs ne respectent pas le « critère de majorité », selon lequel un candidat classé premier par plus de la moitié des électeurs doit être élu. À première vue, ce critère paraît naturel. Mais prenons l'exemple d'un candidat fortement apprécié par 51 % des électeurs et fortement rejeté par les 49 % restant, cela fait-il de lui un meilleur candidat que celui qui serait modérément apprécié par tous ? C'est

7. voir [24] et [1]
8. voir [9]

ce qu'affirme le critère de majorité.

Le choix d'un système de vote est un choix primordial pour une démocratie car il détermine le cadre dans lequel le débat démocratique va pouvoir se dérouler. Plusieurs systèmes de vote et plusieurs modes de scrutin existent selon que l'on souhaite privilégier une fine expression de l'électeur, le rassemblement des candidats, la légitimité du vainqueur, ou encore l'équilibre des institutions. Face à ce choix structurel pour un système de vote, se pose aussi la question du langage à utiliser, notamment pour les manières de voter qui nécessitent une appréciation des différents candidats, puisqu'il ne faudrait pas que les termes utilisés avantagent ou handicapent certains postulants. Nous étudierons ces différents points au cours de nos expériences, en recherchant quel est le système de vote le plus adapté pour une élection présidentielle.

2 Primaires citoyennes : premières comparaisons des systèmes de vote

Nous présentons ici les résultats de l'expérience menée dans les bureaux de vote de Fresnes et Alfortville (Val-de-Marne) lors du premier tour des primaires citoyennes organisées par le Parti Socialiste, le 9 octobre 2011.

Afin de déterminer quel serait le candidat du Parti Socialiste à l'élection présidentielle d'avril 2012, ce dernier avait choisi d'organiser une élection ouverte. En effet, d'une part, il n'était pas obligatoire pour un candidat d'appartenir au Parti Socialiste, en témoigne la candidature de Jean-Michel Baylet, président du Parti Radical de Gauche (PRG). D'autre part, moyennant le paiement d'un euro symbolique et la signature d'une charte d'adhésion aux « valeurs de la Gauche et de la République », n'importe quel citoyen français inscrit sur les listes électorales [1] pouvait participer à ce vote.

Ces primaires, organisée sous le contrôle d'une Haute autorité (chargée d'enregistrer les candidatures, de contrôler les opérations et de proclamer les résultats définitifs), se sont déroulées selon les règles du scrutin uninominal à deux tours.

2.1 Présentation de l'expérience

Objectifs

Nous avons profité du cadre des primaires citoyennes pour qu'un maximum de citoyens participent à l'expérimentation de différents systèmes de vote après avoir voté de manière officielle. Notre groupe était situé en sortie du parcours électoral ; nous avons abordé chaque électeur en lui présentant les enjeux de notre expérience avant de lui proposer de participer.

Nous nous sommes posé trois objectifs pour cette expérience :

— Comparer différents systèmes de vote, choisis pour leurs propriétés théoriques et leur importance dans la littérature. En ce qui concerne le JM, on en a testé plusieurs versions en faisant varier, d'un bureau à l'autre, l'éventail des mentions proposées sur le bulletin de vote.

— Tester le JM dans un contexte particulier. La signature de la charte des valeurs de la gauche dans le cadre de ces primaires permettait de garantir l'adhésion des électeurs aux candidats : l'expérience a donc eu lieu avec un électorat a priori plutôt favorable à tous les candidats (ce qu'on vérifiera au vu des résultats). Si le JM a été testé dans de nombreux contextes, c'est la première fois qu'il a été mis à l'épreuve dans ce contexte particulier, l'enjeu étant de vérifier son efficacité à départager les candidats.

— Tester plus généralement l'utilisation par les électeurs de systèmes de vote alternatifs.

Protocole expérimental

Pour atteindre ces objectifs, notre méthode a été la suivante :

— Nous avons demandé aux participants de voter chacun avec plusieurs systèmes de vote. Dans le bureau de vote de Fresnes, nous avons fait remplir aux électeurs un bulletin de vote [2] testant le JM, le Borda et le 1R. Dans le bureau de vote d'Alfortville, nous avons fait remplir un bulletin de vote [3] comprenant le

1. ainsi que : les mineurs ayant 18 ans au moment du vote de l'élection présidentielle, les mineurs et les étrangers membres du PS, du PRG, du MJS ou des JRG
2. voir annexe 1
3. voir annexe 1

JM, le VA, et le 1R. Nous pouvions ainsi comparer pour chaque électeur son utilisation de trois systèmes différents.

— Dans un bureau de vote nous avons proposé les sept mentions habituellement utilisées dans le cadre du JM, à savoir *Excellent*, *Très bien*, *Bien*, *Assez bien*, *Passable*, *Insuffisant* et *À rejeter*. Dans l'autre, nous avons enlevé la mention positive *Excellent*, ceci dans le but de tester l'hypothèse de langage commun : un électeur choisit-il une mention pour sa valeur intrinsèque, ou pour ce qu'elle représente sur une échelle de six ou sept mentions ? Nous verrons par la suite que dans le cadre du vote politique – le seul que nous ayons testé – nous n'avons rien pu conclure quant à la question du langage. D'autre part, s'il a été démontré que l'utilisation de ces six mentions était adaptée au cadre d'élections présidentielles [4], c'est-à-dire pour un électorat faisant face à un éventail de candidats très large, qu'en est-il dans le cadre d'un électorat globalement favorable aux candidats ?

— Nous avons par ailleurs été particulièrement attentifs aux réactions et commentaires des participants afin de recueillir leur sentiment sur les différents systèmes proposés et sur un changement hypothétique du système de vote actuel. En guise de conclusion du bulletin de vote, une question invitait ainsi chaque participant à nous indiquer quel était son système préféré parmi les deux qu'il avait pu expérimenter.

2.2 Résultats

2.2.1 Fresnes

Nombre de votants : 594
Nombre de participants à l'expérience : 457
dont 12 votes nuls pour le JM et 30 pour le Borda
Taux de participation : 76,9 %

Le Jugement Majoritaire en détail

En utilisant les données du bureau de Fresnes, on présente la méthode du JM permettant d'attribuer à chaque candidat une mention et une sous-mention majoritaires.

Les résultats bruts sont présentés sur la figure 2.1 ci-dessous. Nous avons choisi d'ordonner les candidats sur nos bulletins de vote [5] selon l'ordre décidé par le Parti Socialiste. Ainsi, dans les tableaux de résultats bruts, ce même ordre est respecté.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Arnaud Montebourg	11,69 %	22,02 %	27,19 %	15,73 %	9,21 %	8,54 %	5,62 %
Martine Aubry	18,20 %	30,34 %	31,24 %	10,56 %	4,27 %	1,80 %	3,60 %
Jean-Michel Baylet	0,00 %	0,67 %	8,54 %	17,98 %	24,72 %	26,07 %	22,02 %
Manuel Valls	2,47 %	9,66 %	24,27 %	23,15 %	17,75 %	8,09 %	14,61 %
François Hollande	18,20 %	32,13 %	26,74 %	10,79 %	6,07 %	2,92 %	3,15 %
Ségolène Royal	3,60 %	11,91 %	22,02 %	23,60 %	16,18 %	10,34 %	12,36 %

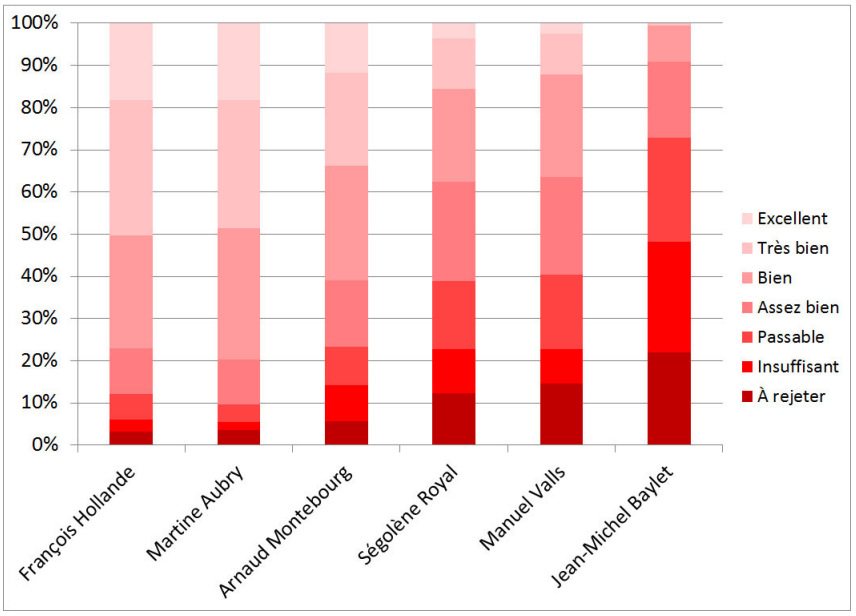
Arnaud Montebourg a reçu 11,69 % de mentions *Excellent*, 22,02 % de mentions *Très bien*, *etc.*

FIGURE 2.1 – Résultats bruts du JM à Fresnes

Il s'agit d'abord de déterminer la mention majoritaire, c'est-à-dire la mention telle que plus de 50 % des électeurs ont donné au candidat une mention supérieure ou égale, et plus de 50 % des électeurs lui ont donné une mention inférieure ou égale. C'est donc la mention sur laquelle s'accorde une majorité d'électeurs. Sur la

4. voir [3]
5. voir annexe 1

figure 2.2 ci-dessous, il s'agit de la mention qui coupe la droite des 50 %.



Les mentions majoritaires obtenues par les candidats s'observent sur la ligne horizontale des 50 %. Martine Aubry obtient ainsi la mention *Bien*.

FIGURE 2.2 – Répartition des mentions attribuées aux candidats à Fresnes

On s'intéresse ensuite à la sous-mention de chaque candidat. Pour cela, on détermine la proportion P d'électeurs ayant attribué au candidat une mention strictement supérieure à sa mention majoritaire et la proportion N des électeurs lui ayant attribué une mention strictement inférieure. Si $P > N$ alors la sous-mention du candidat est $+$; sinon cette sous-mention est $-$.

Enfin, pour départager deux candidats qui auraient les mêmes mention et sous-mention majoritaires, on procède de la façon suivante : si leur sous-mention est $+$, alors celui qui a la proportion P la plus grande est devant l'autre dans le classement ; si leur sous-mention est $-$, c'est celui qui a la proportion N la plus petite qui est devant l'autre.

Ceci est résumé sur la figure 2.3 ci-dessous.

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**18,20 %**	**Très bien**	$-$	**49,66 %**
Martine Aubry	48,54 %	Bien	$+$	20,22 %
Arnaud Montebourg	33,71 %	Bien	$-$	39,10 %
Ségolène Royal	37,53 %	Assez bien	$-$	38,88 %
Manuel Valls	36,40 %	Assez bien	$-$	40,45 %
Jean-Michel Baylet	27,19 %	Passable	$-$	48,09 %

François Hollande obtient la mention majoritaire *Très bien* $-$, Martine Aubry obtient *Bien* $+$. François Hollande obtient l'appréciation $-$ car il a reçu moins de mentions strictement supérieures (1) à sa mention (2), que de mentions strictement inférieures (4). Ségolène Royal et Manuel Valls sont départagés en comparant leurs scores dans (4), car leur appréciation commune est $-$.

FIGURE 2.3 – Résultats du JM à Fresnes

Le vainqueur, François Hollande, a une avance légère sur la deuxième, Martine Aubry. Celle-ci se traduit par une différence de mention entre les deux candidats, ce qui permet au passage de remarquer l'existence d'effets de seuil dans le passage d'une mention à l'autre (on parle d'effet de seuil lorsque l'ajout d'une unique voix peut faire changer la mention d'un candidat). Tous les candidats sont bien distingués par le JM, à l'exception de Ségolène Royal et Manuel Valls qui sont assez proches. On peut donc déjà prévoir que les tests de robustesse et de manipulation (*cf. infra*) donneront des changements dans le classement entre ces deux candidats.

Un autre constat est celui du caractère favorable de l'électorat. Ceci est encore plus frappant si l'on s'intéresse au total des mentions attribuées, visible sur la figure 2.4 ci-dessous.

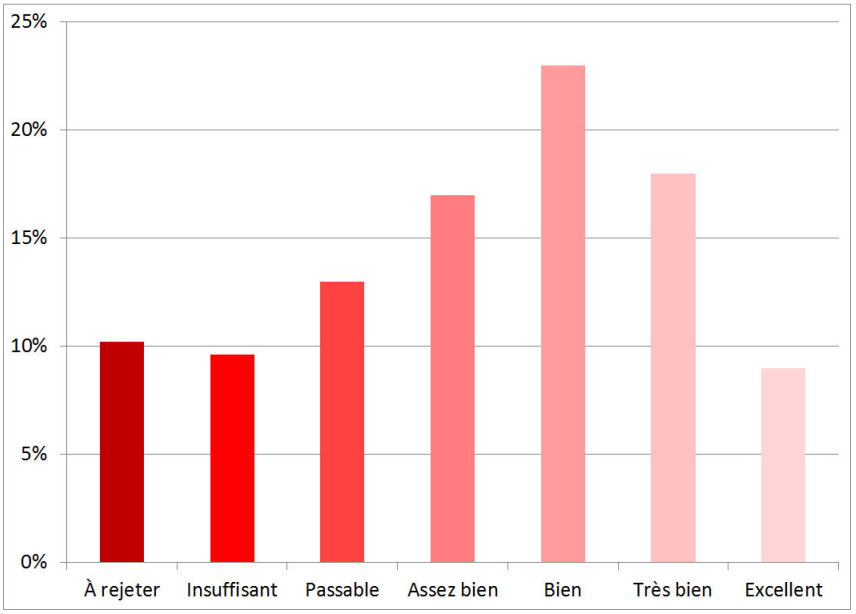


FIGURE 2.4 – Utilisation des mentions à Fresnes

En effet, les résultats d'expériences précédentes [6], réalisées dans des contextes différents de celui-ci, et les résultats des élections présidentielles (*cf. infra*) révèlent des avis bien moins positifs sur les candidats de la part des électeurs. On observe néanmoins que chacune des mentions est utilisée de manière significative (> 5 %) : les électeurs, bien que globalement favorables, ont exploité largement le spectre des mentions qui leur était proposé.

Le système Borda

Le bulletin de vote du Borda peut être vu comme un système donnant tous les face-à-face : le candidat le mieux classé remporte le vote. La figure 2.5 page suivante présente la matrice des face-à-face ainsi obtenue.

On peut y lire que Martine Aubry est ainsi le gagnant de Condorcet pour ce système de vote.

Le score de chaque candidat est alors obtenu en additionnant les pourcentages de la ligne correspondante et en divisant le total par 5 pour normaliser. Le score normalisé que l'on obtient ici est équivalent à celui obtenu par la méthode décrite dans la première partie (à savoir : la somme des points, entre 1 et n, donnés par chaque électeur, et divisée par le nombre maximal de points pouvant théoriquement être obtenu).

La figure 2.6 page suivante présente ainsi les résultats normalisés pour le Borda au bureau de Fresnes.

Contrairement au JM, le Borda ne distingue pas nettement Martine Aubry, la gagnante, de François Hollande. En effet, son avance est très faible, ce qui laisse prévoir un grand nombre de manipulations efficaces (*cf. infra*). De même que pour le JM, Ségolène Royal et Manuel Valls sont proches dans les résultats.

6. voir [3]

	Montebourg	Aubry	Baylet	Valls	Hollande	Royal
Montebourg	-	31,69 %	91,78 %	69,01 %	34,98 %	68,31 %
Aubry	68,31 %	-	95,54 %	85,92 %	50,23 %	84,74 %
Baylet	8,22 %	4,46 %	-	21,13 %	5,16 %	21,83 %
Valls	30,99 %	14,08 %	78,87 %	-	12,91 %	45,31 %
Hollande	65,02 %	49,77 %	94,84 %	87,09 %	-	85,45 %
Royal	31,69 %	14,79 %	78,17 %	54,69 %	14,55 %	-

Aubry l'emporte contre Montebourg avec 68,31 % des voix, Baylet perd contre Royal avec 21,83 % des voix.

FIGURE 2.5 – Matrice des face-à-face à Fresnes

	Pourcentage de vote
Martine Aubry	**77,04 %**
François Hollande	76,43 %
Arnaud Montebourg	59,15 %
Ségolène Royal	38,73 %
Manuel Valls	36,43 %
Jean-Michel Baylet	12,16 %

FIGURE 2.6 – Résultats du Borda à Fresnes

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 2.7 ci-dessous présente les résultats du 1R lors de notre expérience.

	Pourcentage de vote
François Hollande	**35,65 %**
Martine Aubry	34,49 %
Arnaud Montebourg	18,52 %
Manuel Valls	6,02 %
Ségolène Royal	5,32 %
Jean-Michel Baylet	0,00 %

35,65 % des électeurs ont voté pour François Hollande, 34,49 % pour Martine Aubry.

FIGURE 2.7 – Résultats du 1R à Fresnes

On a ici une bonne illustration du fait que le résultat d'une élection dépend du système utilisé, puisque François Hollande, qui gagne pour le JM et le 1R, est deuxième pour le Borda. Pour ce bureau, seul le JM

permet de bien distinguer un vainqueur, les deux autres systèmes ne lui donnant qu'une faible avance, ce qui rend ces résultats manipulables (*cf. infra*).

Lors de nos expériences, nous avons demandé aux participants de nous indiquer sur leur bulletin de vote [a] quel était le système qu'ils avaient préféré utiliser. À Fresnes, les résultats sont les suivants :

	Nb de voix	Pourcentage
JM	197	46,57 %
Borda	202	47,75 %
Nuls/autres	24	5,58 %

Il ne paraît pas possible de différencier le JM et le Borda à partir de cette simple expérience. Le nombre extrêmement important de bulletins nuls manifeste peut-être un certain scepticisme face au changement du système de vote, même si le taux de réponse à ce questionnaire est plus élevé que ce à quoi nous pouvions nous attendre. Il était aussi intéressant de relever les commentaires des participants après avoir voté : beaucoup d'électeurs ont en effet dit éprouver des difficultés à classer tous les candidats, notamment les moins connus, mais cela ne semble pas s'être reflété dans les résultats des préférences.

a. voir annexe 1

FIGURE 2.8 – Résultats du sondage à Fresnes

2.2.2 Alfortville

Nombre de votants : 468
Nombre de participants à l'expérience : 292
dont 8 votes nuls pour le JM et 12 pour le VA
Taux de participation : 62,4 %

Le Jugement Majoritaire

La figure 2.9 ci-dessous présente les résultats bruts de l'expérience d'Alfortville. La figure 2.10 et les graphes 2.11.1 et 2.11.2 page suivante présentent respectivement les résultats du JM, la répartition des mentions par candidat et l'utilisation globale des mentions.

	Mentions					
	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Arnaud Montebourg	12,19 %	28,32 %	23,66 %	13,98 %	11,83 %	10,04 %
Martine Aubry	33,33 %	35,84 %	12,90 %	7,53 %	3,58 %	6,81 %
Jean-Michel Baylet	1,43 %	4,66 %	14,70 %	21,15 %	30,11 %	27,96 %
Manuel Valls	10,75 %	17,56 %	27,24 %	16,49 %	12,19 %	15,77 %
François Hollande	40,14 %	34,41 %	12,54 %	7,17 %	2,51 %	3,23 %
Ségolène Royal	11,83 %	15,05 %	25,81 %	18,28 %	12,19 %	16,85 %

Arnaud Montebourg a reçu 12,19 % de mentions *Très bien*, 28,32 % de mentions *Bien*, *etc.*

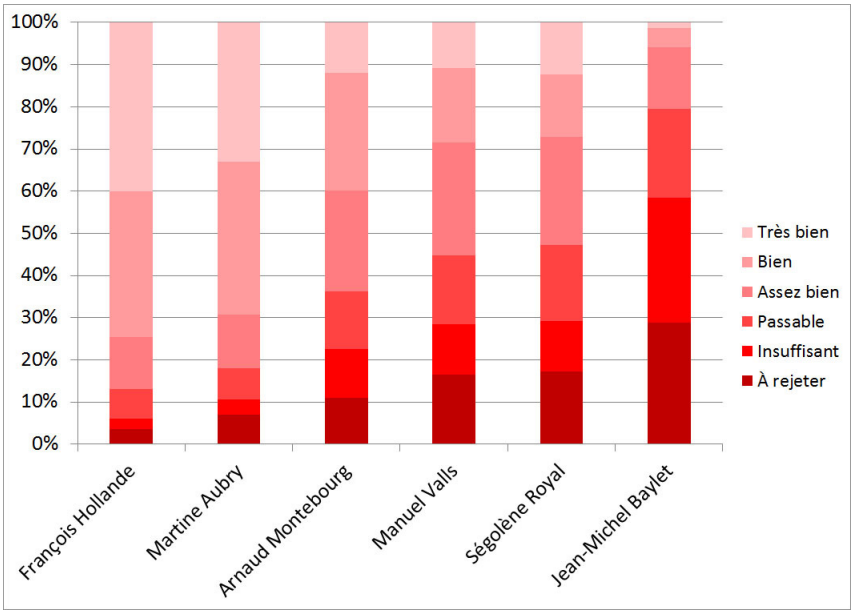
FIGURE 2.9 – Résultats bruts du JM à Alfortville

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**40,14 %**	**Bien**	+	**25,45 %**
Martine Aubry	33,33 %	Bien	+	30,82 %
Arnaud Montebourg	40,50 %	Assez bien	+	35,84 %
Manuel Valls	28,32 %	Assez bien	–	44,44 %
Ségolène Royal	26,88 %	Assez bien	–	47,31 %
Jean-Michel Baylet	41,94 %	Insuffisant	+	27,96 %

François Hollande, le gagnant, obtient la mention majoritaire *Bien* +.

FIGURE 2.10 – Résultats du JM à Alfortville

Graphe 2.11.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 2.11.2 : utilisation des mentions

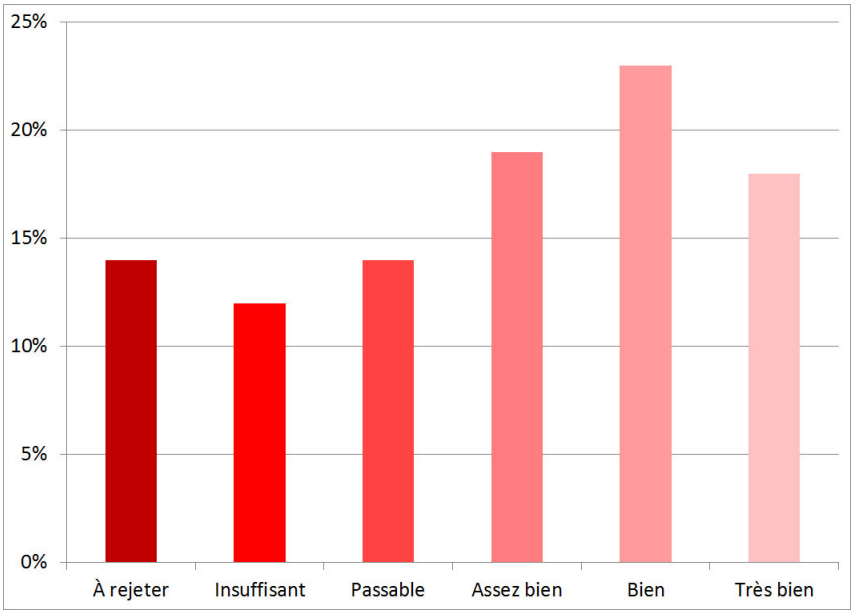


FIGURE 2.11 – Mentions à Alfortville

Pour ce bureau aussi, le vainqueur est bien distinct : François Hollande et Martine Aubry ont les mêmes mention et sous-mention majoritaires, mais la différence entre les mentions inférieures et supérieures à la mention majoritaire (respectivement $40,14 - 25,45 = 14,69$ % et 2,51 %) détache clairement le premier de la deuxième. On peut néanmoins se demander si la présence de la mention *Excellent* aurait permis de distinguer leurs mentions majoritaires comme à Fresnes. Seuls Ségolène Royal et Manuel Valls sont proches dans les résultats. On remarque que contrairement à Fresnes où il avait une mention *Passable* −, Jean-Michel Baylet reçoit ici la mention *Insuffisant* +, malgré un électorat globalement favorable, comme le montre le graphe d'utilisation des mentions.

Là encore, malgré une position globalement favorable (la mention la plus utilisée est *Bien*), les électeurs ont utilisé toutes les mentions qui leur étaient proposées.

Le vote par assentiment

La figure 2.12 ci-dessous présente les résultats du VA pour le bureau d'Alfortville.

	Pourcentage d'approbation
François Hollande	**88,45 %**
Martine Aubry	86,28 %
Arnaud Montebourg	65,70 %
Ségolène Royal	54,51 %
Manuel Valls	54,15 %
Jean-Michel Baylet	26,35 %

88,45 % des électeurs ont donné leur approbation à François Hollande, 86,28 % à Martine Aubry, *etc.*

FIGURE 2.12 – Résultats du VA à Alfortville

On y retrouve assez bien le classement du JM (sauf pour Manuel Valls et Ségolène Royal qui sont presque à égalité), et les pourcentages d'assentiment correspondent aux mentions majoritaires obtenues. En revanche, cinq des six candidats obtiennent la majorité absolue avec ce système de vote, ce qui ne le rend pas optimal pour départager les candidats. L'écart entre les deux premiers est relativement faible par rapport au JM, et l'on peut prévoir que ces résultats soient manipulables (*cf. infra*).

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 2.13 ci-dessous présente les résultats du 1R pour le bureau d'Alfortville.

	Pourcentage de vote
François Hollande	**37,18 %**
Martine Aubry	29,60 %
Arnaud Montebourg	12,64 %
Ségolène Royal	10,47 %
Manuel Valls	9,75 %
Jean-Michel Baylet	0,36 %

37,18 % des électeurs ont voté pour François Hollande, 29,60 % pour Martine Aubry, *etc.*

FIGURE 2.13 – Résultats du 1R à Alfortville

On remarque que l'écart entre François Hollande et Martine Aubry, important pour le 1R, l'est bien moins dans le VA, ce qui laisse penser que de nombreux électeurs de François Hollande apprécient également Martine Aubry. Le VA est donc le système qui distingue le moins bien le gagnant pour ce bureau.

En comparant le JM et le VA sur un même bulletin, on peut par ailleurs donner la répartition des mentions minimales d'approbation (figure 2.14, ci-dessous). Pour un électeur donné, celle-ci correspond à la plus faible mention attribuée (dans le JM) à un candidat qu'il approuve (dans le VA).

Mention minimale d'approbation	Nombre de participants	Pourcentage
À rejeter	18	6,57 %
Insuffisant	21	7,66 %
Passable	52	18,98 %
Assez bien	92	33,58 %
Bien	67	24,45 %
Très bien	24	8,76 %

Pour 18 électeurs, c'est-à-dire pour 6,57 % de l'électorat, la plus faible mention attribuée à un candidat approuvé est *À rejeter*.

FIGURE 2.14 – Mention minimale d'approbation à Alfortville

On constate que tous les électeurs n'ont pas le même degré d'exigence envers tous les candidats, ou alors qu'ils n'ont pas tous la même perception de la valeur des mentions.

On peut aussi s'intéresser aux votes « logiques » et « très logiques ». On appelle vote logique un vote tel que tous les candidats ayant obtenu une mention strictement supérieure à la mention minimale d'approbation dans le JM sont aussi approuvés dans le VA ; un vote très logique est tel que tous les candidats ayant obtenu une mention supérieure ou égale à la mention minimale d'approbation dans le JM sont aussi approuvés dans le VA. Dans ce bureau, 92,03 % des votes sont logiques, et 72,83 % sont très logiques. Ce dernier chiffre montre qu'on ne peut pas déduire le VA à partir du JM, système recueillant pourtant plus d'informations, puisqu'il semble que la mention attribuée au candidat, pour plus de 27 % des électeurs, n'est pas le seul facteur déterminant son approbation ou non.

Lors de nos expériences, nous avons demandé aux participants de nous indiquer sur leur bulletin de vote [a] quel était le système qu'ils avaient préféré utiliser. À Alfortville, les résultats sont les suivants :

	Nb de voix	Pourcentage
JM	179	55,59 %
VA	89	27,64 %
Nuls/autres	54	16,77 %

Le JM semble largement plébiscité, probablement en raison de la forte diversité des opinions qu'il permet. Il offre aussi la possibilité d'attribuer la même mention à plusieurs candidats (c'est-à-dire choisir de ne pas les départager), ce qui n'est pas le cas du Borda. Le VA est peut-être jugé trop simple par les électeurs, qui préfèrent la large palette de mentions du JM.

a. voir annexe 1

FIGURE 2.15 – Résultats du sondage à Alfortville

2.2.3 Le Jugement Majoritaire en pratique

Un désavantage a priori du JM est sa complexité. Après cette expérience, ce défaut est à relativiser : sans autre information que les explications que nous leur donnions à l'oral, les électeurs ont rempli le bulletin en moins de 3 minutes en moyenne. Les réactions des participants à cette expérience ont été dans leur très grande majorité positives : l'idée de pouvoir exprimer leur opinion sur tous les candidats les attirait. Nous avons même

eu le plaisir de discuter plus longuement avec certains d'entre eux, particulièrement intéressés par l'expérience. Certains électeurs étaient toutefois méfiants au premier abord, d'autant plus qu'ils n'avaient pas été informés au préalable de notre présence. L'accueil de la part de certains dirigeants socialistes fut également mitigé, une partie d'entre eux étant suspicieux quant à l'exploitation de nos données.

Alors que nous essayions de convaincre les électeurs de participer à nos expériences, la fréquence de certaines remarques nous a fait prendre conscience des difficultés de l'introduction pratique d'un système de vote alternatif.

La forme du scrutin a tout d'abord surpris. Certains électeurs se sont trouvés pris au dépourvu lorsqu'ils ont dû émettre un jugement sur chaque candidat. Nous avons pu retrouver ce comportement lors du dépouillement : Jean-Michel Baylet étant moins connu que les autres, les électeurs ne lui ont souvent attribué aucune mention, ce qui équivaut à la mention *À rejeter* dans le calcul des résultats du JM. Certains électeurs avec qui nous avons pu discuter ont regretté qu'il n'existe pas une case *Abstention* dans les mentions possibles. D'autres participants ont jugé cette manière de voter trop compliquée. Beaucoup nous ont interrogés sur le but de notre expérience, et de manière assez surprenante, alors que nous évoquions la recherche d'un système de vote plus juste, les électeurs ont montré un attachement inattendu au système de vote actuel.

Face à ce constat, des systèmes de vote plus simples peuvent être proposés. En particulier, on s'intéresse dans la section suivante au Jugement Majoritaire Simplifié (JMS).

Un autre reproche fait au JM est celui de la légitimité qu'il donne au gagnant : quelle est-elle lorsque le gagnant a une mention *Assez bien* ? Cela revient à poser la question : un système de vote doit-il avant tout refléter les opinions des électeurs ou bien accorder de la légitimité à un représentant ? La question de la légitimité est certes primordiale, mais elle ne doit en aucun cas passer devant la volonté de l'électorat, qui est le premier facteur de décision. À ce sujet, Michel Balinski et Rida Laraki préconisent [7] la tenue d'un nouveau scrutin si la mention majoritaire du candidat déclaré vainqueur est inférieure ou égale à la mention *Passable*.

2.2.4 Introduction du Jugement Majoritaire simplifié

Ce système de vote présente le même bulletin de vote que le JM, mais adopte une règle de calcul du vainqueur différente et plus simple. En effet, dans le cas de deux mentions médianes identiques, il ne calcule pas la sous-mention, mais établit la différence entre les nombres de voix présentant des mentions supérieures et celles présentant des mentions inférieures à cette mention médiane.

Les figures 2.16 et 2.17 ci-dessous et page suivante présentent les résultats des primaires à Fresnes et Alfortville calculés avec la règle du JMS.

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique	Ordre avec le Borda
	Mention	Différence		
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**Très bien**	**−31,45 %**	**1**	**2**
Martine Aubry	Bien	28,31 %	2	1
Arnaud Montebourg	Bien	−5,38 %	3	3
Ségolène Royal	Assez bien	−1,34 %	4	4
Manuel Valls	Assez bien	−4,03 %	5	5
Jean-Michel Baylet	Passable	−20,89 %	6	6

François Hollande est le vainqueur et obtient la mention majoritaire (*Très bien*, $-31,45$ %). $-31,45$ % correspond à la différence entre le pourcentage de mentions obtenues qui sont strictement supérieures à *Très bien*, et le pourcentage de celles qui sont strictement inférieures à *Très bien*. François Hollande est par ailleurs classé 1er dans le Jugement Majoritaire classique, et 2nd avec le Borda.

FIGURE 2.16 – Résultats du JMS à Fresnes

7. voir [3]

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique	Ordre avec le VA
	Mention	Différence		
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**Bien**	**14,70 %**	**1**	**1**
Martine Aubry	Bien	2,51 %	2	2
Arnaud Montebourg	Assez bien	4,66 %	3	3
Manuel Valls	Assez bien	−16,12 %	4	5
Ségolène Royal	Assez bien	−20,42 %	5	4
Jean-Michel Baylet	Insuffisant	13,98 %	6	6

François Hollande est le vainqueur et obtient la mention majoritaire (*Bien*, 14,70 %). 14,70 % correspond à la différence entre le pourcentage de mentions obtenues qui sont strictement supérieures à *Bien*, et le pourcentage de celles qui sont strictement inférieures à *Bien*. François Hollande est par ailleurs classé 1er dans le Jugement Majoritaire classique et au Vote par Approbation.

FIGURE 2.17 – Résultats du JMS à Alfortville

On peut y remarquer que les résultats sont les mêmes pour les deux bureaux. À première vue, JM et JMS apparaissent donc très semblables ; en revanche, qu'en est-il des propriétés de robustesse et de résistance à la manipulation ? Ces termes seront définis précisément dans la section suivante.

2.3 Exploitation des résultats

2.3.1 Robustesse

Lorsque l'électeur est face à son bulletin de vote, on ne peut pas exclure qu'il puisse hésiter, et ce d'autant plus que les informations qui lui sont demandées sont nombreuses. La simplicité du vote classique le préserve en principe de ce genre d'hésitation, mais pour le JM ou le JMS par exemple, le choix peut parfois être difficile entre deux mentions adjacentes pour certains candidats. Cet effet est exacerbé par le fait que les participants utilisent le JM pour la première fois lors de l'expérience. Ces remarques sont également vraies pour le Borda, que l'on a testé à Fresnes ; en particulier, l'électeur peut hésiter lors de son classement entre plusieurs candidats.

Principe du test

On cherche donc ici, pour le JM, le JMS et le Borda, à mesurer l'effet de ce phénomène sur le résultat de l'élection. Le système de vote sera d'autant plus robuste que ce risque de changement de vote ne modifie pas l'ordre des candidats dans les résultats.

- Systèmes JM et JMS

  Dans ce test, on tire chaque bulletin et on change avec une probabilité p (5 %) chacune des mentions attribuées (vers le haut avec une probabilité $p/2$, vers le bas avec la même probabilité, sauf pour les mentions extrêmes, que l'on change dans le seul sens possible avec la probabilité p).

- Système Borda

  Dans ce test, on considère que l'électeur ayant donné un certain rang à un candidat peut avoir hésité avec les rangs adjacents : il aurait pu intervertir le premier et le deuxième dans son classement, le deuxième et le troisième, *etc.* Là encore, on tire chaque bulletin de vote. Pour chaque bulletin tiré, on part du haut du classement, et on intervertit le candidat considéré et celui qui le suit directement dans le classement avec une probabilité p (5 %). Pour éviter que le premier, par ce jeu d'échanges, ne se retrouve en bas de la liste, après que deux candidats ont échangé leur classement, on passe au candidat qui se trouve deux rangs plus bas dans le classement (par exemple : si le 2e et le 3e sont intervertis, on passe directement au 4e candidat).

Pour chacun des trois systèmes, on itère le procédé de test 10 000 fois, et on observe le nombre de fois où le classement est changé, et plus précisément quelle partie du classement.

Fresnes

Les résultats du test de robustesse pour le bureau de Fresnes sont présentés sur la figure 2.18 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 3	des positions 4 à 6	
JM	10 000	6,43 %	2,93 %	3,62 %	2,92 %
JMS	10 000	34,61 %	34,36 %	0,40 %	33,42 %
Borda	10 000	9,38 %	9,38 %	1,45 %	7,93 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 6,43 % des cas. Le classement des 3 premiers est modifié dans 2,93 % des cas (dans 2,92 % des cas, le gagnant change), et celui des 3 derniers est modifié dans 3,62 % des cas.

FIGURE 2.18 – Tests de robustesse du JM, du JMS et du Borda à Fresnes

Contrairement à ce qu'on avait pu prévoir, le JM est robuste pour le classement entier, et pas seulement les trois premiers candidats, malgré le faible écart entre Manuel Valls et Ségolène Royal.

Malgré un résultat de vote identique et une règle de décision similaire, le JMS est beaucoup moins robuste que le JM — il l'est même moins que le Borda. La désignation du candidat vainqueur avec le JMS est en particulier très sensible au test de robustesse et beaucoup plus qu'avec le JM ce qui est très surprenant ! La sensibilité du résultat est due au fait que la mention majoritaire pour François Hollande a été obtenue avec une très faible marge, mais comment expliquer alors que le classement final soit robuste dans le cadre du JM et pas du JMS ? On peut penser que cela provient du fait que le JM utilise la médiane pour déterminer le candidat vainqueur, ce qui n'est pas le cas du JMS. À l'inverse, l'écart entre Ségolène Royal et Manuel Valls est très faible dans le cadre du JMS et pourtant le classement est très robuste et bien plus que pour les deux autres systèmes de vote !

Comme on avait pu le prévoir en observant les résultats plus serrés du Borda, ce système de vote est ici moins robuste que le JM pour le haut du classement. En ce qui concerne les trois derniers candidats, l'écart entre Ségolène Royal et Manuel Valls est plus faible dans le JM que dans le Borda, ce qui explique que le premier soit le moins robuste pour le bas du classement.

Alfortville

Pour la ville d'Alfortville, on ne teste la robustesse que des systèmes JM et JMS. Les résultats des tests correspondants sont présentés sur la figure 2.19 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 3	des positions 4 à 6	
JM	10 000	0,07 %	0,00 %	0,07 %	0,00 %
JMS	10 000	0,05 %	0,00 %	0,05 %	0,00 %

Sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 0,07 % des cas. Sur ces cas, le classement des 3 premiers n'est jamais modifié, et celui des 3 derniers est modifié à chaque fois.

FIGURE 2.19 – Tests de robustesse du JM et du JMS à Alfortville

Pour ce bureau, le JM et le JMS sont particulièrement robustes, et ce, malgré l'écart relativement faible entre Manuel Valls et Ségolène Royal.

2.3.2 Résistance à la manipulation

Un point important de la théorie des systèmes de vote est le fait que les électeurs n'expriment pas toujours leurs préférences de façon sincère. En effet, en anticipant les résultats du vote à l'aide des informations auxquelles ils ont accès (sondages, discussions), ils peuvent parfois chercher à voter stratégiquement. Le phénomène du « vote utile » en est un exemple : il se caractérise par le fait que certains électeurs ne votent pas pour leur candidat préféré, qui n'avait, selon eux, que très peu de chances de parvenir au second tour, mais pour celui qu'ils préfèrent parmi les candidats pressentis au second tour. Ce comportement, assimilable à une manipulation, peut conduire à un résultat contraire à la volonté de la majorité.

Il a notamment été montré [8] que, quelles que soient les préférences de l'électorat, par ce jeu de croyances sur les chances des candidats d'atteindre le second tour, n'importe quel candidat peut remporter les élections. La résistance à la manipulation est donc une propriété souhaitable pour un système de vote.

Principe du test

Dans tous les tests suivants, on répète 10 000 fois la même procédure, chaque itération donnant un résultat favorable ou non (ou pas de résultat si la procédure n'aboutit pas à cause des ballottages), et on comptabilise le nombre de résultats favorables obtenus, ainsi que le nombre de fois où la procédure a abouti. La procédure consiste à sélectionner au hasard, parmi l'ensemble des bulletins, une quantité N ($N = 51$, 101, *etc.*) fixée au préalable de bulletins, et de ne plus considérer que ces bulletins-là. Sur ces N bulletins, on effectue une des manipulations décrites ci-dessous, et on considère que le résultat de la procédure est favorable si le challenger qu'on avait calculé sur ces N bulletins avant manipulation est devenu le gagnant sur les N bulletins manipulés.

Notons que, en raison des contraintes spécifiques à chaque système de vote, ces tests ne sont absolument pas comparables entre eux. En revanche, à chaque fois, on a cherché à utiliser la meilleure stratégie simple (c'est-à-dire, en ne changeant les voix que pour les candidats dont il est question) permise par chaque système. On trouvera ci-dessous la description détaillée de telles stratégies pour chacun des systèmes de vote.

- Systèmes JM et JMS

  Si l'électeur préfère le challenger au gagnant, on attribue, avec une probabilité p, la plus haute mention au challenger et la plus basse mention au gagnant.

- Système 1R

  Si l'électeur n'a voté au 1R ni pour le gagnant, ni pour le challenger, et s'il a attribué au JM une meilleure mention au challenger qu'au gagnant, alors on le fait voter au 1R pour le challenger.

- Système Borda

  Si l'électeur préfère dans le Borda le challenger au gagnant, alors on classe le challenger en première position, et le gagnant en dernière position, tout en conservant l'ordre relatif des autres candidats.

- Système VA

  Si l'électeur préfère le challenger au gagnant dans son bulletin au JM, alors on le fait approuver le challenger et désapprouver le gagnant.

Les tests que nous avons effectués et qui sont présentés dans les tableaux qui suivent sont ceux correspondant à une manipulation simple — et, dans le cas du JM et du JMS, au « premier » test décrit ci-dessus.

Fresnes

En prenant un pourcentage $p = 5$ %, on obtient les résultats présentés sur la figure 2.20 ci-dessous.

Tout d'abord le Borda se révèle très facilement manipulable par rapport aux JM, JMS et 1R. Alors que le JM et le Borda étaient comparables en ce qui concerne la robustesse, ici la distinction est nette en faveur du premier. Ensuite, le 1R est moins manipulable que le JM pour cette élection, ce qui est probablement dû au très faible écart entre François Hollande et Martine Aubry pour le JM — et ce, malgré le fait qu'ils sont proches

8. voir [26]

Bulletins tirés	51	151	251	351
JM	41,85 %	69,16 %	89,65 %	99,30 %
JMS	50,09 %	81,14 %	95,05 %	99,71 %
1R	28,41 %	49,91 %	71,57 %	94,74 %
Borda	87,19 %	99,64 %	100,00 %	100,00 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du JM avec un tirage de 51 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 41,85 % des cas.

FIGURE 2.20 – Tests de résistance à la manipulation à Fresnes

aussi dans le 1R. Enfin, le JM est ici moins manipulable que le JMS.

Le pourcentage d'éleceurs donnant la mention minimale — *À rejeter* — à tous les candidats sauf un est de 0,90 %. Cela nous autorise à penser que la quasi-totalité des participants a rempli le bulletin du JM sincèrement — ou du moins n'a pas tenté de manipuler grossièrement l'élection, et donc que les tests de manipulation effectués sont pertinents.

Alfortville

On obtient les résultats présentés sur la figure 2.21 ci-dessous.

Bulletins tirés	51	151	251
JM	21,44 %	15,02 %	0,21 %
JMS	26,58 %	21,95 %	1,51 %
1R	16,24 %	9,98 %	0,03 %
VA	66,98 %	90,85 %	99,73 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du VA avec un tirage de 51 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 66,98 % des cas.

FIGURE 2.21 – Tests de résistance à la manipulation à Alfortville

Par rapport aux résultats précédents pour le bureau de Fresnes, on retrouve ici clairement le fait que l'écart est significatif entre les deux premiers candidats pour le JM et le 1R, car les proportions de manipulations efficaces sont bien inférieures à Alfortville qu'à Fresnes. Ici aussi, le 1R est moins manipulable que le JM, qui l'est moins que le JMS. En revanche, le VA, dont on a vu qu'il ne départageait pas beaucoup les deux premiers candidats, se révèle logiquement facilement manipulable pour ce bureau de vote, en tout cas bien plus que le JM, le JMS et le 1R.

De même qu'à Fresnes on peut considérer que ces tests de manipulation sont pertinents puisque le pourcentage de votes donnant la mention *À rejeter* à tous les candidats sauf un est de 3,23 %.

2.3.3 Comparaison des systèmes de vote

Pour ce qui est des aspects plus techniques de robustesse et de résistance à la manipulation étudiés ici, le JM se démarque clairement des autres systèmes, se montrant à la fois plus robuste et moins manipulable. Notons l'importance de ces deux facteurs, car l'un assure que malgré la plus grande complexité du bulletin de vote JM les résultats ne sont pas instables pour autant, et l'autre permet d'élire le candidat semblant correspondre le mieux aux opinions de l'électorat, et non le préféré d'une minorité des électeurs qui auraient voté non sincèrement pour l'élire.

2.4 Bilan de l'expérience

Les expériences menées lors des primaires citoyennes nous permettent de tirer deux conclusions.

Tout d'abord le Borda présente de nombreux défauts. Il est extrêmement manipulable et fort peu robuste. Ces propriétés rédhibitoires nous conduiront à privilégier l'étude des autres systèmes de vote lors de prochaines expériences.

Par ailleurs, nous avons mis en évidence une propriété inattendue mais très intéressante du vote par assentiment : lorsque l'électorat est particulièrement favorable aux candidats, il ne permet pas de les distinguer de manière significative, alors que la finesse du JM aboutit dans ce contexte à une distinction notable des candidats. Ainsi dans le cadre d'une primaire par exemple, le VA est à éviter.

De plus, nous ne pouvons pas conclure de règles générales au sujet de la robustesse et de la manipulabilité comparée du JMS et du JM avec ces seules expériences.

Enfin, nous avions mené une expérience sur l'influence du langage en différenciant le choix des mentions au JM selon les bureaux de vote. Nous ne pouvons pas tirer de conclusions générales après cette expérimentation en raison de la diversité des électorats des bureaux de Fresnes et d'Alfortville.

3 Élections présidentielles : une approche plus ciblée dans un contexte plus général

3.1 Présentation de l'expérience

3.1.1 Objectifs

Comme dans l'expérience que nous avions réalisée pendant les primaires citoyennes, nous avons profité du premier tour des élections présidentielles pour mettre en pratique différents systèmes de vote et les confronter aux réactions des électeurs. Nous avons pu effectuer une expérience dans trois bureaux de vote : les bureaux n° 12 et n° 14 de la ville de Fresnes (Val-de-Marne), et le bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine (Val-de-Marne).

Nos objectifs étaient les suivants :

— Comparer les systèmes de vote que nous avions retenus après l'expérience des primaires citoyennes, à savoir le JM et le VA.

— Étudier l'influence que peut avoir la tournure de la question posée sur le vote des électeurs.

— Vérifier la praticité des systèmes de vote testés et l'utilisation par les électeurs de systèmes de vote alternatifs. Le contexte, contrairement à nos expériences précédentes, était celui d'une élection officielle, à laquelle étaient appelés à voter tous les citoyens français, de tous les bords politiques. Cela nous a permis de mesurer l'intérêt d'une frange plus large de la population, même si les bureaux de vote en question sont politiquement marqués à gauche.

3.1.2 Protocole expérimental

Nous avons procédé de la manière suivante :

— Nous avons testé le JM avec sept mentions (de *À rejeter* à *Excellent*) dans chacun de ces bureaux.

— Sur les bulletins [1], nous avons ajouté une variante du VA pour chaque bureau : le VA classique dans le bureau n° 12 de Fresnes, le VD dans le bureau n° 14 de Fresnes, et une version du VA dont la question évoque une mention à Ivry-sur-Seine (en écrivant « Cochez la case de chacun des candidats suivants dont vous jugez qu'il ferait un <u>bon</u> Président de la République Française », le terme « bon » fait ainsi référence à la mention *Bien*).

— Enfin, nous avons prêté une attention toute particulière aux réactions et remarques des participants, à leurs opinions sur le système de vote actuel et sur ceux que nous leur proposions de tester.

3.1.3 Des données plus représentatives : le sondage OpinionWay/Terra Nova

Nous avons par ailleurs pu obtenir les données tirées d'un sondage commandé par Terra Nova à l'institut de sondage OpinionWay et réalisé entre le 12 et le 16 avril 2012 pendant la campagne électorale auprès d'un échantillon de 1034 personnes représentatif de la population française âgée de 18 ans et plus. Les sondés se voyaient proposer le JM, le 1R, et des hypothèses de second tour pour les cinq premiers candidats, c'est-à-dire des face-à-face dont on peut tirer un classement Borda pour les candidats concernés. Contrairement aux données de nos expériences, celles-ci ont l'avantage d'être représentatives de la population française, et permettent de comparer le biais au centre des systèmes de vote (*cf. infra*).

1. disponibles en annexe 1

3.2 Résultats

3.2.1 Bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Nombre de votants : 605
Nombre de participants à l'expérience : 407
dont 27 votes nuls
Taux de participation : 67,3 %

Le Jugement Majoritaire

On note qu'il y a eu 27 bulletins nuls, soit 6,63 % des voix. Dans la plupart des cas, l'électeur s'était vraisemblablement trompé de ligne : ce n'était donc pas dû à la complexité du bulletin, mais à sa taille réduite (format A5).

Les figures 3.1 et 3.2 ci-dessous et les graphes 3.3.1 et 3.3.2 page suivante présentent les résultats du JM obtenus dans ce bureau.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Eva Joly	4,46 %	3,94 %	14,96 %	10,24 %	13,39 %	24,67 %	28,35 %
Marine Le Pen	2,36 %	4,20 %	6,56 %	3,41 %	5,51 %	4,99 %	72,97 %
Nicolas Sarkozy	2,89 %	4,20 %	7,35 %	8,92 %	12,34 %	9,45 %	54,86 %
Jean-Luc Mélenchon	17,85 %	16,01 %	20,21 %	12,07 %	9,97 %	7,61 %	16,27 %
Philippe Poutou	2,36 %	3,67 %	11,02 %	12,60 %	9,45 %	24,93 %	35,96 %
Nathalie Arthaud	0,52 %	2,11 %	9,97 %	9,45 %	14,96 %	24,67 %	38,32 %
Jacques Cheminade	0,52 %	0,52 %	2,89 %	5,51 %	8,40 %	24,67 %	57,48 %
François Bayrou	1,57 %	5,51 %	17,85 %	19,95 %	16,80 %	11,81 %	26,51 %
Nicolas Dupont-Aignan	0,26 %	1,57 %	6,82 %	8,14 %	11,81 %	21,78 %	49,61 %
François Hollande	10,76 %	20,47 %	25,20 %	13,65 %	8,66 %	5,25 %	16,01 %

Eva Joly a reçu 4,46 % de mentions *Excellent*, 3,94 % de mentions *Très bien*, *etc.*

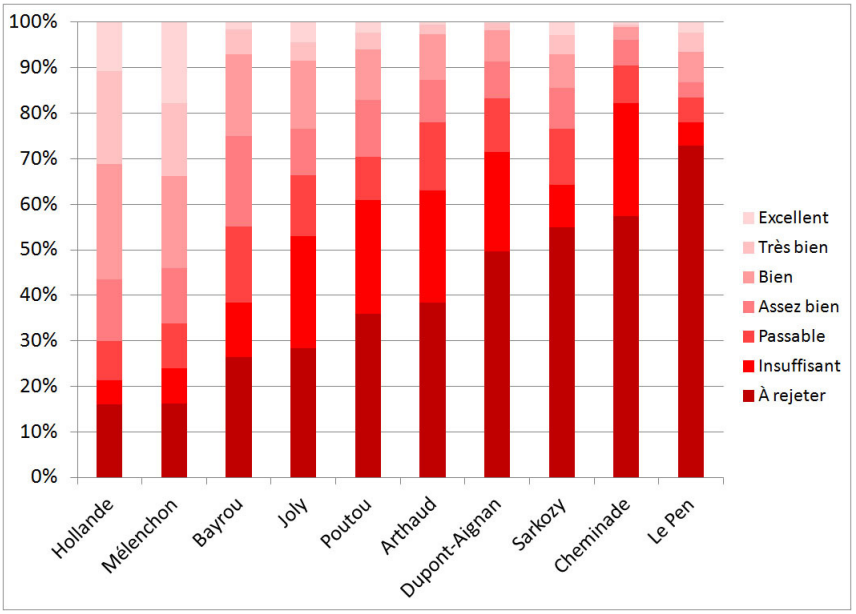
FIGURE 3.1 – Résultats bruts du JM au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**31,23 %**	**Bien**	**−**	**43,57 %**
Jean-Luc Mélenchon	33,86 %	Bien	−	45,93 %
François Bayrou	44,88 %	Passable	+	38,32 %
Eva Joly	46,98 %	Insuffisant	+	28,35 %
Philippe Poutou	39,11 %	Insuffisant	+	35,96 %
Nathalie Arthaud	37,01 %	Insuffisant	−	38,32 %
Nicolas Dupont-Aignan	28,61 %	Insuffisant	−	49,61 %
Nicolas Sarkozy	45,14 %	À rejeter	+	0,00 %
Jacques Cheminade	42,52 %	À rejeter	+	0,00 %
Marine Le Pen	27,03 %	À rejeter	+	0,00 %

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* −.

FIGURE 3.2 – Résultats du JM au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Graphe 3.3.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 3.3.2 : utilisation des mentions

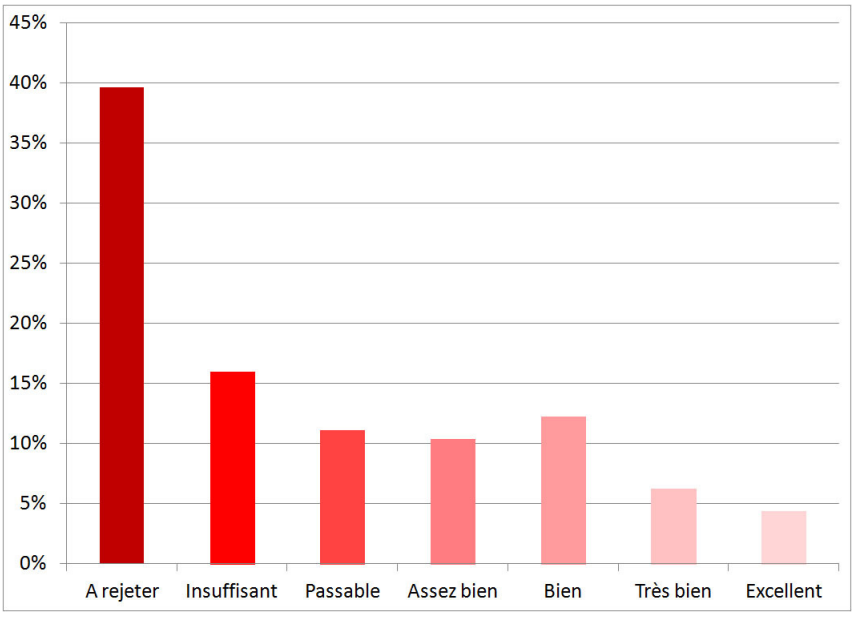


FIGURE 3.3 – Mentions au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Les candidats sont bien départagés par le JM, sauf pour les deux premiers, François Hollande et Jean-Luc Mélenchon qui sont très proches l'un de l'autre. On peut donc s'attendre à des manipulations efficaces lors des tests. Malgré des mentions majoritaires positives pour les deux premiers candidats, qui obtiennent beaucoup de *Très bien* et d'*Excellent* (31,23 % pour François Hollande et 33,86 % pour Jean-Luc Mélenchon), on voit que contrairement aux résultats des primaires citoyennes, les avis sont bien plus partagés sur les candidats, ce qui conduit à une utilisation importante des mentions négatives. On peut le constater plus clairement sur le graphe 3.3.2 d'utilisation des mentions.

En effet, la mention *À rejeter* ressort clairement : elle représente 39,63 % des mentions attribuées, ce qui n'était pas le cas lors des primaires. Le spectre des mentions est toutefois utilisé dans sa totalité, malgré cette opinion globalement négative des candidats. 39,63 % des électeurs ont même donné leur meilleure mention à plusieurs candidats. La proportion d'électeurs n'ayant donné qu'une mention est de 3,93 %.

Les résultats obtenus avec le JMS sont présentés sur la figure 3.4 ci-dessous.

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique
	Mention	Différence	
	(1)	(2)	(3)
Jean-Luc Mélenchon	**Bien**	**−12,06 %**	**2**
François Hollande	Bien	−12,33 %	1
François Bayrou	Passable	6,56 %	3
Eva Joly	Insuffisant	18,75 %	4
Philippe Poutou	Insuffisant	3,15 %	5
Nathalie Arthaud	Insuffisant	−1,30 %	6
Nicolas Dupont-Aignan	Insuffisant	−20,99 %	7
Nicolas Sarkozy	À rejeter	45,14 %	8
Jacques Cheminade	À rejeter	42,52 %	9
Marine Le Pen	À rejeter	27,03 %	10

Jean-Luc Mélenchon est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* et une différence de $-12,06$ %, alors qu'il était 2e dans l'ordre du JM.

FIGURE 3.4 – Résultats du JMS au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

On remarque que le JMS mène à un vainqueur différent de l'élection pour ce bureau. En effet Jean-Luc Mélenchon obtient la même mention majoritaire que François Hollande, mais la différence de pourcentage entre les mentions supérieures et inférieures à la mention majoritaire est plus faible pour J.-L. Mélenchon. L'ordre des autres candidats n'est pas modifié.

Le vote par assentiment

On a testé dans ce bureau de vote une variante du VA consistant à introduire un jugement de valeur lié à une mention du JM dans la question posée : « Cochez la case de chacun des candidats suivants dont vous jugez qu'il ferait un bon Président de la République Française ».

Les résultats de cette variante du VA sont présentés figure 3.5 ci-dessous.

Tableau 3.5.1 : Résultats du VA

	Approbation
François Hollande	**62,22 %**
Jean-Luc Mélenchon	53,58 %
François Bayrou	32,10 %
Nicolas Sarkozy	22,22 %
Eva Joly	17,04 %
Marine Le Pen	12,35 %
Philippe Poutou	8,15 %
Nathalie Arthaud	4,94 %
Nicolas Dupont-Aignan	4,94 %
Jacques Cheminade	3,21 %

62,22 % des électeurs ont approuvé François Hollande, 53,58 % ont approuvé Jean-Luc Mélenchon, *etc.*

Tableau 3.5.2 : Nombre de croix dans le VA

n	Pourcentage d'électeurs ayant coché n candidats
0	4,20 %
1	23,70 %
2	38,27 %
3	21,23 %
4	9,63 %
5	1,73 %
6	0,25 %
7	0,49 %
8	0,00 %
9	0,25 %
10	0,25 %

4,20 % des électeurs n'ont approuvé aucun candidat, 23,70 % en ont approuvé un seul, *etc.*

FIGURE 3.5 – Résultats de la variante du VA au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Contrairement au JM, le VA donne une avance considérable à François Hollande. Hormis Nathalie Arthaud et Nicolas Dupont-Aignan qui sont presque à égalité (ce qui a un impact probable sur les résultats de robustesse),

tous les candidats sont bien départagés. François Hollande et Jean-Luc Mélenchon sont tout de même approuvés tous deux par la majorité des électeurs. L'utilisation de cette variante du VA montre bien que les électeurs ont profité de la possibilité qui leur était offerte d'exprimer plus complètement leurs opinions, puisque la plupart (72,10 %) ont donné leur assentiment à deux candidats ou plus.

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 3.6 ci-dessous présente les résultats officiels de ce bureau de vote.

	Pourcentage de vote
François Hollande	37,18 %
Jean-Luc Mélenchon	33,16 %
Marine Le Pen	11,39 %
Nicolas Sarkozy	7,70 %
François Bayrou	3,85 %
Eva Joly	3,85 %
Philippe Poutou	1,50 %
Nicolas Dupont-Aignan	1,00 %
Nathalie Arthaud	0,33 %
Jacques Cheminade	0,00 %

Dans le vote officiel sur ce bureau de vote, François Hollande a recueilli 37,18 % des suffrages, Jean-Luc Mélenchon 33,16 %, *etc.*

FIGURE 3.6 – Résultats officiels au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Ce qui est à noter en premier lieu est la différence entre les classements donnés par les trois systèmes de vote. On peut remarquer en particulier que Nicolas Sarkozy, rejeté par la majorité des électeurs dans le JM, est 4e pour le VA et les résultats officiels. Il en est de même pour Marine Le Pen, dernière du JM et 3e des résultats officiels. Le JM est en tout cas celui qui distingue le moins le vainqueur pour ce bureau de vote.

La répartition des mentions minimales d'approbation est donnée sur la figure 3.7 ci-dessous.

Mention minimale d'approbation	Nombre de participants	Pourcentage
À rejeter	16	4,89 %
Insuffisant	6	1,83 %
Passable	32	9,79 %
Assez bien	77	23,55 %
Bien	68	20,80 %
Très bien	63	19,27 %
Excellent	65	19,88 %

Pour 16 électeurs, c'est-à-dire pour 4,89 % de l'électorat, la plus faible mention attribuée à un candidat approuvé est *À rejeter*.

FIGURE 3.7 – Mention minimale d'approbation au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Comme pour les primaires, la mention minimale d'approbation est loin d'être la même pour tous les électeurs malgré la notion de « bon » candidat présente dans la question posée par cette variante du VA, et qui aurait tendance à suggérer une mention minimale d'approbation *Bien*. Effectivement, une majorité des électeurs (59,95 %) approuve un candidat pour une mention d'au moins *Bien*. Cette répartition diffère de celle obtenue lors des primaires, mais le contexte est également différent : le nombre de mentions du JM n'est pas le même et les électeurs, plus favorables lors des primaires, étaient peut-être plus exigeants.

88,16 % des votes sont logiques dans ce bureau, et 64,47 % sont très logiques (pour rappel, la définition d'un vote logique est donnée à la fin de la section 2.2.2). Comme à Alfortville pour les primaires, il semble que l'on ne puisse pas déduire le VA du JM, même en prenant en compte la répartition des mentions minimales d'approbation.

3.2.2 Bureau n° 12 de Fresnes

Nombre de votants : 771
Nombre de participants à l'expérience : 460
dont 39 votes nuls
Taux de participation : 59,7 %

Le Jugement Majoritaire

On note qu'il y a eu 39 bulletins nuls, soit 8,48 % des voix. Comme à Ivry-sur-Seine, il y avait dans la plupart d'entre eux deux croix dans la même ligne, l'électeur s'étant vraisemblablement trompé de ligne. Ce pourcentage très élevé pose la question de la mise en place effective d'un tel système : si près de 10% des votes sont perdus, peut-on considérer le résultat du vote comme représentatif de l'expression populaire ?

Les figures 3.8 et 3.9 ci-dessous et les graphes 3.10.1 et 3.10.2 page suivante présentent les résultats du JM pour ce bureau de vote.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Eva Joly	1,64 %	2,57 %	9,81 %	9,35 %	13,08 %	18,46 %	45,09 %
Marine Le Pen	3,74 %	2,57 %	3,97 %	6,54 %	5,84 %	6,07 %	71,26 %
Nicolas Sarkozy	3,97 %	6,31 %	10,75 %	8,64 %	8,88 %	8,64 %	52,80 %
Jean-Luc Mélenchon	7,71 %	14,72 %	17,76 %	14,25 %	10,98 %	5,14 %	29,44 %
Philippe Poutou	1,17 %	3,50 %	8,88 %	9,81 %	8,88 %	20,56 %	47,2 %
Nathalie Arthaud	0,23 %	2,10 %	4,21 %	8,18 %	11,21 %	21,03 %	53,04 %
Jacques Cheminade	0,00 %	0,47 %	1,64 %	5,37 %	8,41 %	19,16 %	64,95 %
François Bayrou	2,10 %	8,64 %	22,66 %	17,06 %	14,72 %	11,45 %	23,36 %
Nicolas Dupont-Aignan	1,17 %	1,87 %	5,14 %	7,48 %	14,02 %	19,63 %	50,70 %
François Hollande	16,36 %	17,99 %	21,03 %	8,41 %	11,68 %	5,61 %	18,93 %

Eva Joly a reçu 1,64 % de mentions *Excellent*, 2,57 % de mentions *Très bien*, *etc.*

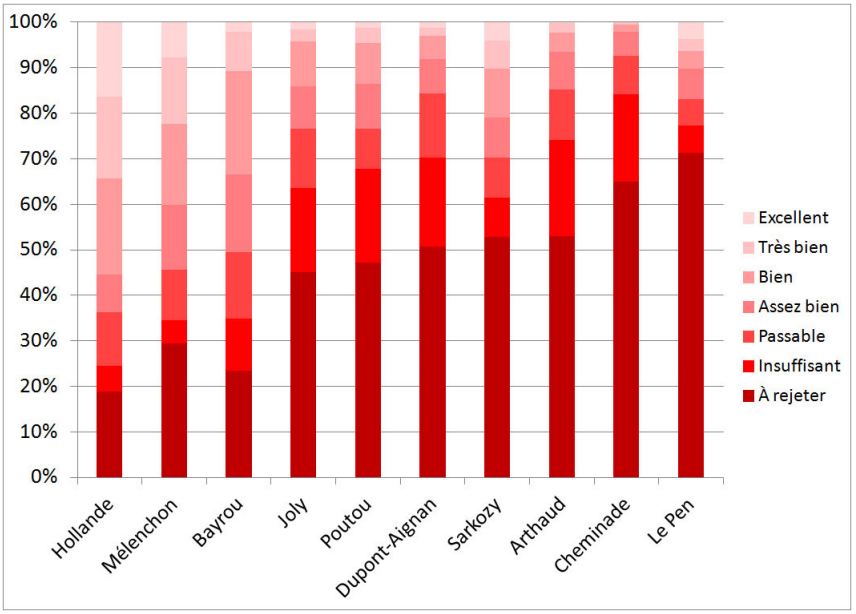
FIGURE 3.8 – Résultats bruts du JM au bureau n° 12 de Fresnes

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**34,35 %**	**Bien**	**−**	**44,63 %**
Jean-Luc Mélenchon	40,19 %	Assez bien	−	45,56 %
François Bayrou	33,41 %	Assez bien	−	49,53 %
Eva Joly	36,45 %	Insuffisant	−	45,09 %
Philippe Poutou	32,24 %	Insuffisant	−	47,20 %
Nicolas Dupont-Aignan	49,3 %	À rejeter	+	0,00 %
Nicolas Sarkozy	47,20 %	À rejeter	+	0,00 %
Nathalie Arthaud	46,96 %	À rejeter	+	0,00 %
Jacques Cheminade	35,05 %	À rejeter	+	0,00 %
Marine Le Pen	28,74 %	À rejeter	+	0,00 %

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* −.

FIGURE 3.9 – Résultats du JM au bureau n° 12 de Fresnes

Graphe 3.10.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 3.10.2 : utilisation des mentions

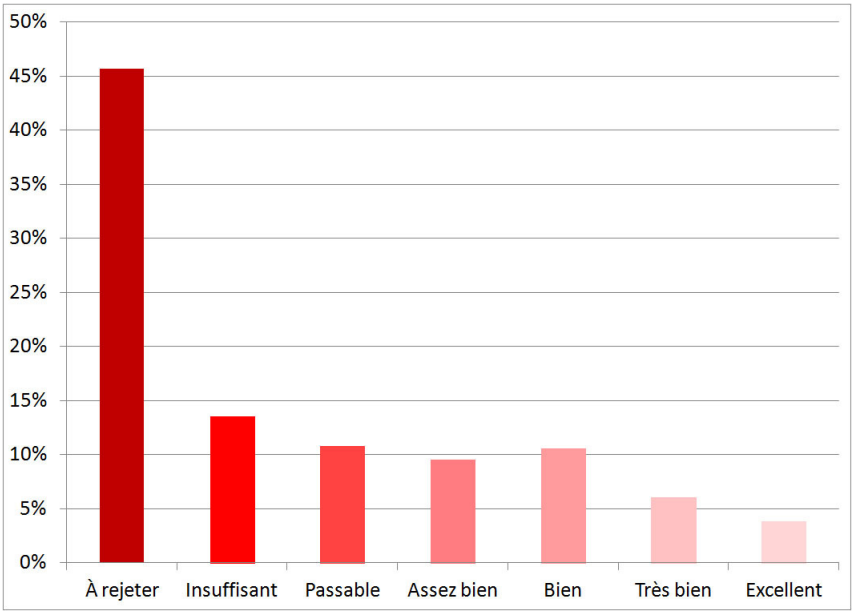


FIGURE 3.10 – Mentions au bureau n° 12 de Fresnes

Dans ce bureau de vote, le gagnant, François Hollande, a une avance significative sur le deuxième, Jean-Luc Mélenchon. Seuls les candidats du bas du classement sont proches les uns des autres, notamment Nicolas Dupont-Aignan, Nicolas Sarkozy et Nathalie Arthaud.

On constate que François Bayrou, contrairement aux deux premiers, n'a pas de « noyau dur » dans l'électorat, c'est-à-dire qu'il n'obtient pas beaucoup de mentions *Très bien* et *Excellent*, mais de nombreux *Bien* et *Assez bien*. On voit par là que du fait de sa position de centriste, il n'a pas le même électorat que les autres candidats.

Comme à Ivry-sur-Seine, la mention la plus utilisée (de loin) est *À rejeter*, mais les autres mentions (sauf *Excellent*) sont toutes utilisées de manière significative (> 5 %). 35,98 % des électeurs ont donné leur meilleure mention à plusieurs candidats. La proportion d'électeurs n'ayant donné qu'une mention est de 5,35 %.

Les résultats obtenus avec le JMS sont présentés sur la figure 3.11 page suivante. On note que le JMS mène au même vainqueur que le JM.

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique
	Mention	Différence	
	(1)	(2)	(3)
François Hollande	**Bien**	**−10,27 %**	**1**
Jean-Luc Mélenchon	Assez bien	−5,36 %	2
François Bayrou	Assez bien	−16,11 %	3
Eva Joly	Insuffisant	−8,63 %	4
Philippe Poutou	Insuffisant	−14,94 %	5
Nicolas Dupont-Aignan	À rejeter	49,30 %	6
Nicolas Sarkozy	À rejeter	47,20 %	7
Nathalie Arthaud	À rejeter	46,96 %	8
Jacques Cheminade	À rejeter	35,05 %	9
Marine Le Pen	À rejeter	28,74 %	10

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* et une différence de $-10,27$ % ; il était également 1er dans l'ordre du JM.

FIGURE 3.11 – Résultats du JMS au bureau n° 12 de Fresnes

Le vote par assentiment

La figure 3.12 ci-dessous présente les résultats du VA pour ce bureau.

Tableau 3.10.1 : Résultats du VA

	Approbation
François Hollande	**58,31 %**
Jean-Luc Mélenchon	42,57 %
François Bayrou	33,70 %
Nicolas Sarkozy	25,94 %
Eva Joly	13,53 %
Marine Le Pen	12,86 %
Nicolas Dupont-Aignan	9,53 %
Philippe Poutou	9,09 %
Nathalie Arthaud	3,99 %
Jacques Cheminade	3,77 %

58,31 % des électeurs ont approuvé François Hollande, 42,57 % ont approuvé Jean-Luc Mélenchon, *etc.*

Tableau 3.10.2 : Nombre de croix dans le VA

n	Pourcentage d'électeurs ayant coché n candidats
0	6,21 %
1	28,16 %
2	31,04 %
3	22,82 %
4	7,10 %
5	3,33 %
6	0,67 %
7	0,22 %
8	0,22 %
9	0,00 %
10	0,22 %

6,21 % des électeurs n'ont approuvé aucun candidat, 28,16 % en ont approuvé un seul, *etc.*

FIGURE 3.12 – Résultats du VA au bureau n° 12 de Fresnes

Là aussi François Hollande a une nette avance sur Jean-Luc Mélenchon, et la plupart des candidats sont bien départagés (sauf pour Nicolas Dupont-Aignan et Philippe Poutou). 65,63 % des électeurs ont approuvé plusieurs candidats.

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 3.13 page suivante présente les résultats officiels de ce bureau de vote.

	Pourcentage de vote
François Hollande	37,93 %
Nicolas Sarkozy	19,03 %
Jean-Luc Mélenchon	15,62 %
Marine Le Pen	12,20 %
François Bayrou	9,97 %
Eva Joly	2,10 %
Nicolas Dupont-Aignan	1,71 %
Philippe Poutou	0,79 %
Nathalie Arthaud	0,52 %
Jacques Cheminade	0,13 %

Dans le vote officiel sur ce bureau de vote, François Hollande a recueilli 37,93 % des suffrages, Nicolas Sarkozy 19,03 %, *etc.*

FIGURE 3.13 – Résultats officiels au bureau n° 12 de Fresnes

Comme pour le bureau d'Ivry-sur-Seine, le classement des candidats varie beaucoup selon le système de vote utilisé. Même si François Hollande l'emporte pour tous, Nicolas Sarkozy, par exemple, 7e dans le JM avec la mention *À rejeter +*, est 4e dans le VA, et même 2e pour les résultats officiels. Comme on l'a déjà évoqué, il faut néanmoins nuancer les comparaisons avec les résultats officiels étant donné le taux de participation à notre expérience. La plupart des candidats sont bien distingués les uns des autres par ces trois systèmes de vote.

On ne constate pas de différence importante entre l'utilisation du VA dans ce bureau et celle de la variante du VA dans le bureau d'Ivry-sur-Seine. Au contraire, les proportions des électeurs ayant approuvé 1, 2, *etc.* candidats sont proches entre les deux bureaux.

Mention minimale d'approbation	Nombre de participants	Pourcentage
À rejeter	27	6,41 %
Insuffisant	9	2,14 %
Passable	39	9,26 %
Assez bien	69	16,39 %
Bien	129	30,64 %
Très bien	67	15,91 %
Excellent	81	19,24 %

Pour 27 électeurs, c'est-à-dire pour 6,41 % de l'électorat, la plus faible mention attribuée à un candidat approuvé est *À rejeter*.

FIGURE 3.14 – Mention minimale d'approbation au bureau n° 12 de Fresnes

De même, on peut constater que la répartition des mentions minimales d'approbation est similaire. Ceci est plus surprenant car la question posée à Ivry-sur-Seine mentionnait explicitement une mention, contrairement au VA testé dans le bureau n° 12 de Fresnes.

3.2.3 Bureau n° 14 de Fresnes

Nombre de votants : 658
Nombre de participants à l'expérience : 422
dont 14 votes nuls
Taux de participation : 64,1 %

Le Jugement Majoritaire

Les figures 3.15 et 3.16 ci-dessous et les graphes 3.17.1 et 3.17.2 page suivante présentent les résultats du JM dans ce bureau de vote.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Eva Joly	1,94 %	7,04 %	12,62 %	8,74 %	15,78 %	28,16 %	25,73 %
Marine Le Pen	2,91 %	4,61 %	6,55 %	7,77 %	6,55 %	7,52 %	64,08 %
Nicolas Sarkozy	3,88 %	8,74 %	13,59 %	11,65 %	10,92 %	11,41 %	39,81 %
Jean-Luc Mélenchon	9,22 %	9,95 %	14,32 %	19,90 %	16,02 %	11,17 %	19,42 %
Philippe Poutou	1,21 %	1,94 %	6,55 %	9,47 %	15,78 %	28,40 %	36,65 %
Nathalie Arthaud	1,21 %	1,21 %	4,37 %	7,77 %	14,32 %	29,61 %	41,51 %
Jacques Cheminade	0,00 %	0,49 %	3,88 %	4,85 %	12,14 %	29,13 %	49,51 %
François Bayrou	2,18 %	8,98 %	20,39 %	23,54 %	20,63 %	11,65 %	12,62 %
Nicolas Dupont-Aignan	0,24 %	3,16 %	5,83 %	10,19 %	17,96 %	27,67 %	34,95 %
François Hollande	13,59 %	18,20 %	23,54 %	11,65 %	13,83 %	7,28 %	11,89 %

Eva Joly a reçu 1,94 % de mentions *Excellent*, 7,04 % de mentions *Très bien*, *etc.*

FIGURE 3.15 – Résultats bruts du JM au bureau n° 14 de Fresnes

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**31,80 %**	**Bien**	**−**	**44,66 %**
François Bayrou	31,55 %	Assez bien	−	44,90 %
Jean-Luc Mélenchon	33,50 %	Assez bien	−	46,60 %
Nicolas Sarkozy	48,79 %	Insuffisant	+	39,81 %
Eva Joly	46,12 %	Insuffisant	+	25,73 %
Nicolas Dupont-Aignan	37,38 %	Insuffisant	+	34,95 %
Philippe Poutou	34,95 %	Insuffisant	−	36,65 %
Nathalie Arthaud	28,88 %	Insuffisant	−	41,50 %
Jacques Cheminade	21,36 %	Insuffisant	−	49,51 %
Marine Le Pen	35,92 %	À rejeter	+	0,00 %

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* −.

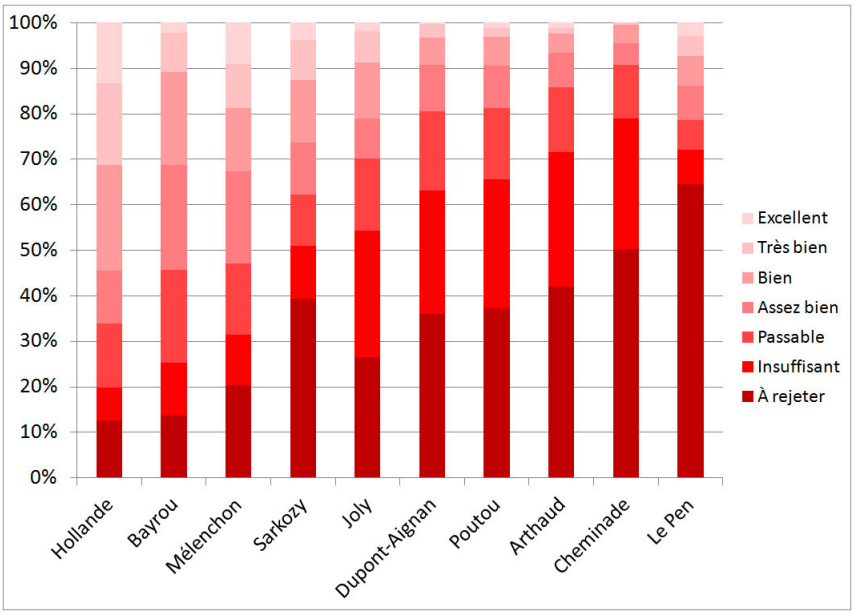
FIGURE 3.16 – Résultats du JM au bureau n° 14 de Fresnes

François Hollande a une nette avance sur le deuxième, François Bayrou, qui est très proche de Jean-Luc Mélenchon. Hormis ces deux derniers candidats, et Nicolas Dupont-Aignan et Philippe Poutou qui sont eux aussi assez proches, tous les autres sont clairement départagés par le JM.

On constate ici aussi que François Bayrou se distingue par les mentions qui lui sont attribuées : il obtient peu de mentions extrêmes, mais principalement les mentions médianes (*Bien*, *Assez bien*, *Passable*), alors que François Hollande obtient pour sa part beaucoup de mentions *Excellent* et *Très bien*.

Même si beaucoup moins de candidats obtiennent la mention *À rejeter* que dans les autres bureaux, les mentions *Insuffisant* et *À rejeter* représentent tout de même 52,82 % des mentions attribuées.

Graphe 3.17.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 3.17.2 : utilisation des mentions

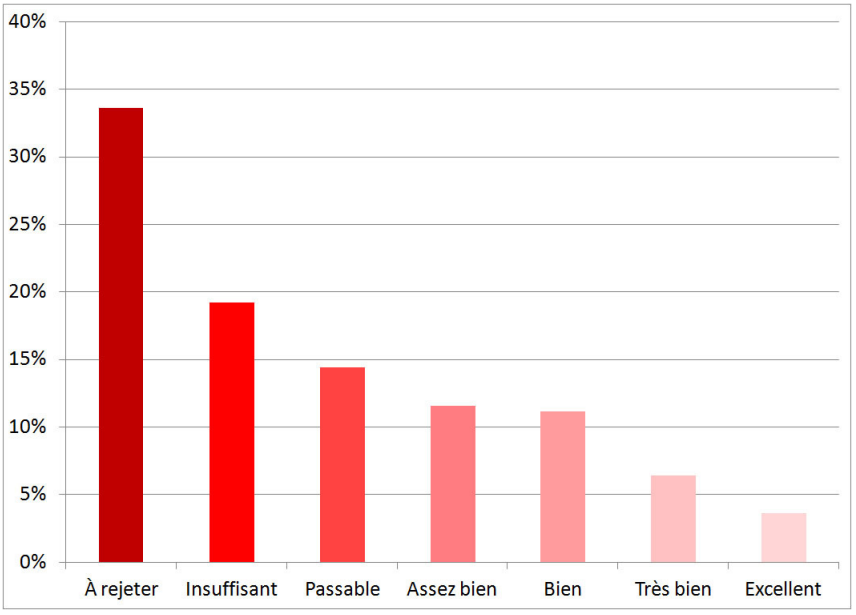


FIGURE 3.17 – Mentions au bureau n° 14 de Fresnes

Les résultats obtenus avec le JMS sont présentés sur la figure 3.18 page suivante.

On y constate que l'écart entre Jean-Luc Mélenchon et François Bayrou, déjà limité dans le JM, est très faible pour le JMS. De plus, Eva Joly passe devant Nicolas Sarkozy, car elle a bien moins de mentions strictement inférieures à sa mention majoritaire que lui, ce que le JMS permet de prendre en compte (alors que le JM ne le considère que si la sous-mention est −).

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique
	Mention	Différence	
	(1)	(2)	(3)
François Hollande	**Bien**	**−12,85 %**	**1**
Jean-Luc Mélenchon	Assez bien	−13,10 %	2
François Bayrou	Assez bien	−13,34 %	3
Eva Joly	Insuffisant	20,39 %	5
Nicolas Sarkozy	Insuffisant	8,98 %	4
Nicolas Dupont-Aignan	Insuffisant	2,43 %	6
Philippe Poutou	Insuffisant	−1,69 %	7
Nathalie Arthaud	Insuffisant	−12,61 %	8
Jacques Cheminade	Insuffisant	−28,15 %	9
Marine Le Pen	À rejeter	35,92 %	10

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Bien* et une différence de $-12,85$ % ; il était également 1er dans l'ordre du JM.

FIGURE 3.18 – Résultats du JMS au bureau n° 14 de Fresnes

Le vote par désapprobation

Les tableaux 3.19.1 et 3.19.2 ci-dessous donnent les résultats du VD pour ce bureau de vote.

Tableau 3.19.1 : Résultats du VD

	Désapprobation
François Hollande	**24,34 %**
François Bayrou	28,64 %
Jean-Luc Mélenchon	36,52 %
Nicolas Sarkozy	50,36 %
Eva Joly	53,94 %
Nicolas Dupont-Aignan	61,58 %
Philippe Poutou	63,72 %
Nathalie Arthaud	67,54 %
Jacques Cheminade	69,69 %
Marine Le Pen	75,89 %

24,34 % des électeurs ont désapprouvé François Hollande, 28,64 % ont désapprouvé Jean-Luc Mélenchon, *etc.*

Tableau 3.19.2 : Nombre de croix dans le VD

n	Pourcentage d'électeurs ayant coché n candidats
0	2,63 %
1	7,16 %
2	8,35 %
3	17,66 %
4	15,04 %
5	13,37 %
6	10,74 %
7	8,83 %
8	9,07 %
9	6,44 %
10	0,72 %

2,63 % des électeurs n'ont désapprouvé aucun candidat, 7,16 % en ont désapprouvé un seul, *etc.*

FIGURE 3.19 – Résultats du VD au bureau n° 14 de Fresnes

Tout d'abord on constate que le VD n'est en aucun cas équivalent au VA en considérant que les candidats non désapprouvés dans l'un sont approuvés dans l'autre. Les candidats sont pour la plupart assez proches les uns des autres. La majorité des électeurs ont désapprouvé entre 3 et 6 candidats : on voit qu'il est bien plus fort de désapprouver un candidat que de ne pas l'approuver, car cette répartition est très différente de celle du VA.

Une première comparaison des systèmes de vote

Les résultats officiels sont présentés figure 3.20 page suivante.

Dans ce bureau de vote également, le classement des candidats est différent selon le système de vote. Notons toutefois que le classement du VD est assez proche de celui du JM, puisque seuls les 2e et 3e candidats

	Pourcentage de vote
François Hollande	39,78 %
Nicolas Sarkozy	21,35 %
Jean-Luc Mélenchon	13,67 %
Marine Le Pen	10,60 %
François Bayrou	7,83 %
Nicolas Dupont-Aignan	2,61 %
Eva Joly	2,61 %
Philippe Poutou	0,77 %
Nathalie Arthaud	0,46 %
Jacques Cheminade	0,31 %

Dans le vote officiel sur ce bureau de vote, François Hollande a recueilli 39,78 % des suffrages, Nicolas Sarkozy 21,35 %, *etc.*

FIGURE 3.20 – Résultats officiels au bureau n° 14 de Fresnes

sont différents. Le VD est en revanche bien moins efficace pour départager les candidats, l'avance de François Hollande étant notamment moins importante pour ce système que pour les deux autres.

La figure 3.21 ci-dessous présente la répartition des mentions maximales de désapprobation.

Mention maximale de désapprobation	Nombre de participants	Pourcentage
À rejeter	92	21,80 %
Insuffisant	86	20,38 %
Passable	94	22,27 %
Assez bien	68	16,11 %
Bien	37	8,77 %
Très bien	22	5,21 %
Excellent	23	5,45 %

Pour 92 électeurs, c'est-à-dire pour 21,80 % de l'électorat, la plus haute mention attribuée à un candidat désapprouvé est *À rejeter*.

FIGURE 3.21 – Mention maximale de désapprobation au bureau n° 14 de Fresnes

La répartition des mentions maximales de désapprobation confirme la différence existant entre le VD et le VA : la grande majorité des électeurs désapprouve un candidat lorsqu'il est au plus *Passable*, alors que dans les autres bureaux, la majorité des électeurs approuvait un candidat lorsqu'il était au moins *Bien*.

78,35 % des votes sont logiques, et seulement 46,47 % sont très logiques. Cela s'explique en partie par le fait que plusieurs électeurs ont pu confondre VD et VA, mais pas dans de telles proportions : il y a bien une différence entre l'assentiment (ou ici la désapprobation) et l'attribution d'une mention.

3.2.4 Le sondage OpinionWay/Terra Nova

Le Jugement Majoritaire

Sur les 1034 personnes interrogées, seules 993 se sont prononcées. Les résultats concernent donc ces 993 participants.

Les figures 3.22 et 3.23 et les graphes 3.24.1 et 3.24.2 donnés dans les pages qui suivent présentent les résultats du JM de ce sondage.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Eva Joly	0,81 %	2,72 %	5,94 %	11,18 %	16,01 %	25,88 %	37,46 %
Marine Le Pen	4,43 %	5,74 %	8,36 %	9,26 %	13,80 %	8,36 %	50,05 %
Nicolas Sarkozy	8,96 %	11,18 %	15,31 %	11,48 %	12,79 %	8,96 %	31,32 %
Jean-Luc Mélenchon	4,93 %	8,46 %	11,88 %	14,30 %	18,03 %	16,01 %	26,38 %
Philippe Poutou	0,30 %	1,31 %	4,13 %	7,75 %	12,79 %	28,30 %	45,42 %
Nathalie Arthaud	0,10 %	1,11 %	3,32 %	6,55 %	13,80 %	26,08 %	49,04 %
Jacques Cheminade	0,30 %	0,60 %	2,01 %	5,44 %	11,88 %	27,19 %	52,57 %
François Bayrou	3,22 %	8,96 %	20,14 %	24,77 %	20,44 %	12,49 %	9,97 %
Nicolas Dupont-Aignan	0,40 %	1,91 %	5,34 %	11,68 %	18,93 %	26,28 %	35,45 %
François Hollande	10,27 %	14,10 %	15,61 %	14,30 %	16,41 %	14,20 %	15,11 %

Eva Joly a reçu 0,81 % de mentions *Excellent*, 2,72 % de mentions *Très bien*, *etc.*

FIGURE 3.22 – Résultats bruts du JM dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Bayrou	**32,33 %**	**Assez bien**	**−**	**42,90 %**
François Hollande	39,98 %	Assez bien	−	45,72 %
Nicolas Sarkozy	46,93 %	Passable	+	40,28 %
Jean-Luc Mélenchon	39,58 %	Passable	−	42,40 %
Nicolas Dupont-Aignan	38,27 %	Insuffisant	+	35,45 %
Eva Joly	36,66 %	Insuffisant	−	37,46 %
Philippe Poutou	26,28 %	Insuffisant	−	45,42 %
Nathalie Arthaud	24,87 %	Insuffisant	−	49,04 %
Marine Le Pen	49,95 %	À rejeter	+	0,00 %
Jacques Cheminade	47,43 %	À rejeter	+	0,00 %

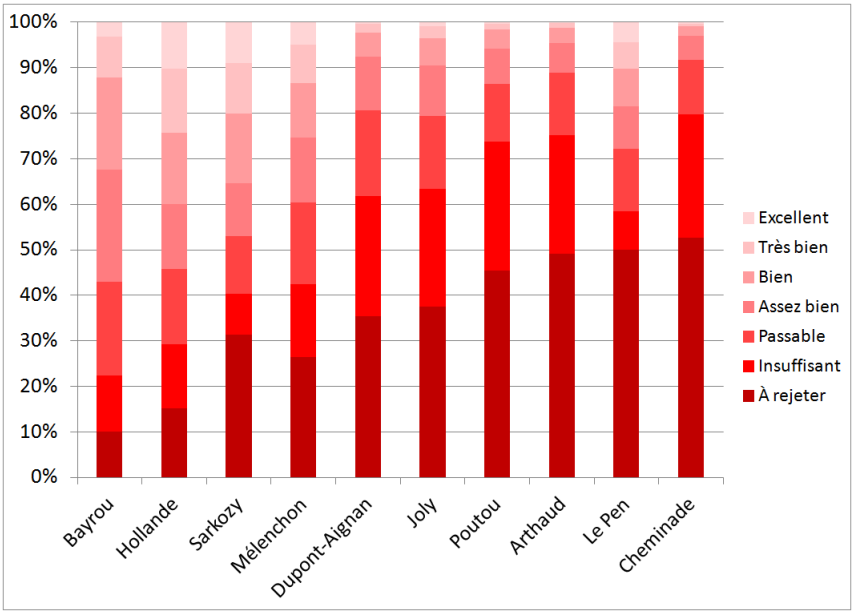
François Bayrou est vainqueur avec la mention majoritaire *Assez bien* −.

FIGURE 3.23 – Résultats du JM dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

François Bayrou et François Hollande sont assez proches, car ce dernier a à la fois plus d'électeurs lui donnant une mention supérieure à sa mention majoritaire et plus lui en donnant une inférieure que François Bayrou. Les deux candidats ont cependant des distributions de mentions différentes, François Bayrou étant le moins rejeté, et recevant plus de mentions médianes. Les autres candidats sont bien départagés (sauf Eva Joly et Nicolas Dupont-Aignan qui sont proches dans les résultats). Ces résultats sont plus représentatifs de la population française que ceux des trois bureaux où nous avons réalisé une expérience.

Ici aussi, les mentions *À rejeter* et *Insuffisant* sont les deux plus utilisées. Seule la mention *Excellent* a une utilisation de moins de 5 %. 34,84 % ont donné leur meilleure mention à plusieurs candidats.

Graphe 3.24.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 3.24.2 : utilisation des mentions

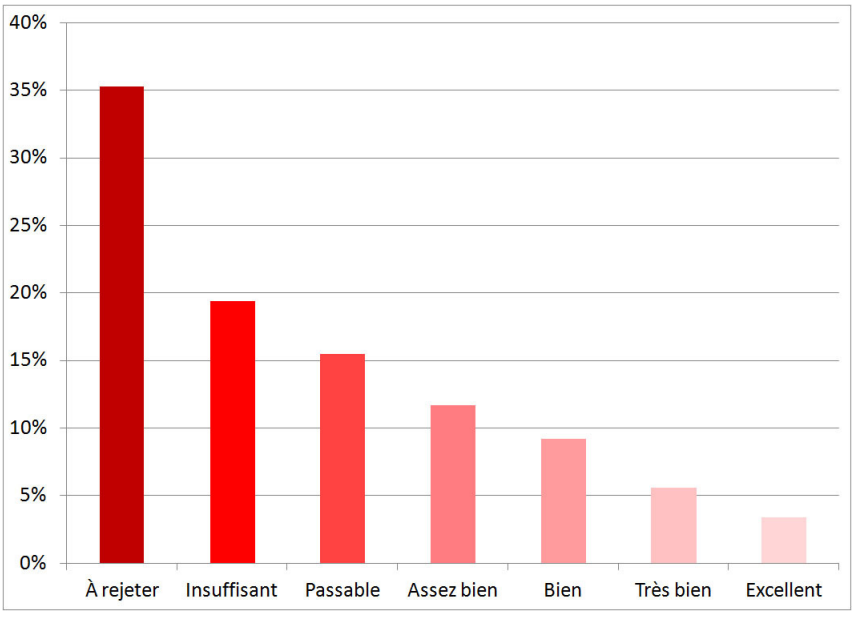


FIGURE 3.24 – Mentions dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

En utilisant le JMS, on obtient les résultats présentés figure 3.25 ci-dessous.

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique
	Mention	Différence	
	(1)	(2)	(3)
François Hollande	**Assez bien**	**−5,73 %**	**2**
François Bayrou	Assez bien	−10,56 %	1
Nicolas Sarkozy	Passable	6,65 %	3
Jean-Luc Mélenchon	Passable	−2,81 %	4
Nicolas Dupont-Aignan	Insuffisant	2,82 %	5
Eva Joly	Insuffisant	−0,80 %	6
Philippe Poutou	Insuffisant	−19,12 %	7
Nathalie Arthaud	Insuffisant	−24,16 %	8
Marine Le Pen	À rejeter	49,95 %	9
Jacques Cheminade	À rejeter	47,43 %	10

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Assez bien* et une différence de $-5,73$ %, alors qu'il était 2e dans l'ordre du JM.

FIGURE 3.25 – Résultats du JMS dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

Les face-à-face

Ces face-à-face entre les cinq principaux candidats sont présentés figure 3.26 ci-dessous. Contrairement au tableau de face-à-face qu'on a pu voir plus haut, les données présentes dans le tableau ci-dessous ne sont pas extraites du Borda mais ont été données directement par les électeurs.

On observe que le vainqueur est modifié en utilisant cette méthode.

	Le Pen	Sarkozy	Mélenchon	Bayrou	Hollande
Le Pen	-	39,02 %	42,04 %	32,73 %	37,26 %
Sarkozy	60,98 %	-	50,81 %	44,46 %	46,83 %
Mélenchon	57,96 %	49,19 %	-	41,99 %	39,73 %
Bayrou	67,27 %	55,54 %	58,01 %	-	49,70 %
Hollande	62,74 %	53,17 %	60,27 %	50,30 %	-

Sarkozy l'emporte contre Le Pen avec 60,98 % des voix, Sarkozy perd contre Bayrou avec 44,46 % des voix.

FIGURE 3.26 – Matrice des face-à-face dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

Ces résultats permettent de comparer le système de Condorcet avec le système Borda, que l'on peut obtenir tous deux à partir de cette matrice de face-à-face. Alors que François Hollande est le gagnant de Condorcet, il est 2e derrière François Bayrou pour le système Borda, ce dernier ne donnant qu'une très légère avance au vainqueur.

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 3.27 ci-dessous présente les résultats du 1R.

	Pourcentage de vote
Nicolas Sarkozy	**28,03 %**
François Hollande	26,91 %
Marine Le Pen	14,80 %
François Bayrou	12,00 %
Jean-Luc Mélenchon	11,32 %
Eva Joly	2,80 %
Philippe Poutou	2,02 %
Nicolas Dupont-Aignan	1,23 %
Nathalie Arthaud	0,56 %
Jacques Cheminade	0,34 %

28,03 % des électeurs ont voté pour Nicolas Sarkozy,
26,91 % ont voté pour François Hollande, *etc.*

FIGURE 3.27 – Résultats du 1R dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

Encore une fois, le classement final dépend beaucoup du système de vote. Comme lors des primaires citoyennes, le Borda se révèle moins efficace pour départager les candidats. De même, le 1R donne un écart faible entre François Hollande et Nicolas Sarkozy alors qu'il est significatif dans le JM. François Bayrou semble très défavorisé par le 1R, où il est 4e derrière Marine Le Pen alors que les autres systèmes le donnent 1er et 2e. De même Marine Le Pen semble être favorisée par le 1R qui la classe 3e alors qu'elle est 9e dans le JM et 5e (sur 5) pour le Borda et le système de Condorcet. Nicolas Sarkozy est le vainqueur pour le 1R, alors qu'il est 3e pour les autres systèmes.

3.2.5 Une variante représentative du sondage OpinionWay/Terra Nova

Le Jugement Majoritaire

À partir des données recueillies dans le sondage OpinionWay/Terra Nova, Michel Balinski et Rida Laraki ont créé une élection fictive à partir d'une sous-élection du sondage OpinionWay/Terra Nova qui reproduit les résultats du premier tour officiel à l'échelle nationale. Ainsi, cette élection comprend 773 bulletins et se veut représentative du premier tour sur le plan national.

Les résultats obtenus sont présentés figures 3.28 et 3.29 et sur les graphes 3.30.1 et 3.30.2 dans les pages suivantes.

Les résultats sont différents du véritable sondage pour représenter l'opinion nationale des électeurs. Là encore, on constate le caractère centriste de François Bayrou, plus rassembleur, mais ayant moins d'électeurs très partisans que François Hollande. Ces deux candidats sont relativement proches, comme le sont Nicolas Sarkozy et Jean-Luc Mélenchon d'une part, et Eva Joly et Nicolas Dupont-Aignan.

Les résultats obtenus avec le JMS sont présentés sur la figure 3.31.

	Mentions						
	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Eva Joly	0,81 %	2,99 %	6,51 %	11,8 %	14,65 %	24,69 %	38,53 %
Marine Le Pen	5,97 %	7,33 %	9,50 %	9,36 %	13,98 %	6,24 %	47,63 %
Nicolas Sarkozy	9,63 %	12,35 %	16,28 %	10,99 %	11,13 %	7,87 %	31,75 %
Jean-Luc Mélenchon	5,43 %	9,50 %	12,89 %	14,65 %	17,10 %	15,06 %	25,37 %
Philippe Poutou	0,14 %	1,36 %	4,48 %	7,73 %	12,48 %	28,09 %	45,73 %
Nathalie Arthaud	0,00 %	1,36 %	3,80 %	6,51 %	13,16 %	25,24 %	49,93 %
Jacques Cheminade	0,41 %	0,81 %	2,44 %	5,83 %	11,67 %	26,87 %	51,97 %
François Bayrou	2,58 %	9,77 %	21,71 %	25,24 %	20,08 %	11,94 %	8,68 %
Nicolas Dupont-Aignan	0,54 %	2,58 %	5,97 %	11,26 %	20,22 %	25,51 %	33,92 %
François Hollande	12,48 %	16,15 %	16,42 %	11,67 %	14,79 %	14,25 %	14,25 %

Eva Joly a reçu 0,81 % de mentions *Excellent*, 2,99 % de mentions *Très bien*, *etc.*

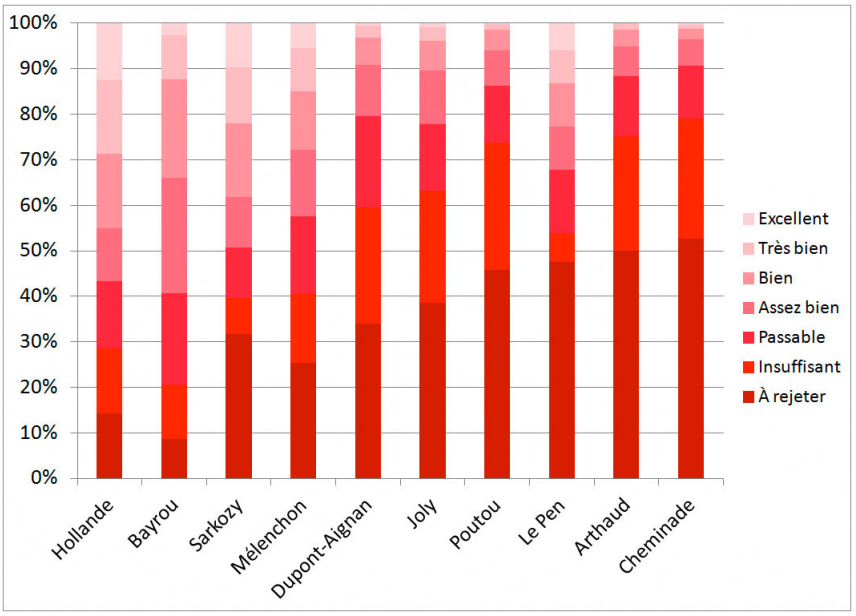
FIGURE 3.28 – Résultats bruts du JM dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

	Plus que la mention majoritaire	Mention majoritaire		Moins que la mention majoritaire
		Mention	Appréciation	
	(1)	(2)	(3)	(4)
François Hollande	**45,0 %**	**Assez bien**	+	**43,3 %**
François Bayrou	34,1 %	Assez bien	−	40,7 %
Nicolas Sarkozy	49,3 %	Passable	+	39,6 %
Jean-Luc Mélenchon	42,5 %	Passable	+	40,4 %
Nicolas Dupont-Aignan	40,6 %	Insuffisant	+	33,9 %
Eva Joly	36,8 %	Insuffisant	−	38,5 %
Philippe Poutou	26,2 %	Insuffisant	−	45,7 %
Nathalie Arthaud	46,1 %	Insuffisant	−	47,6 %
Marine Le Pen	24,8 %	Insuffisant	−	49,9 %
Jacques Cheminade	48,0 %	À rejeter	+	0,0 %

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Assez bien +*.

FIGURE 3.29 – Résultats du JM dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Graphe 3.30.1 : répartition des mentions attribuées aux candidats



Graphe 3.30.2 : utilisation des mentions

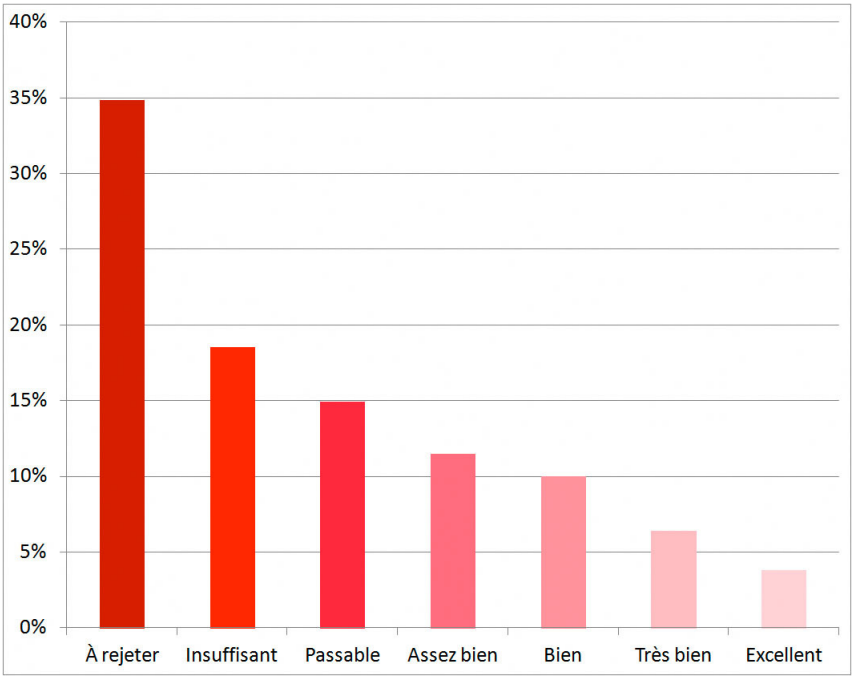


FIGURE 3.30 – Mentions dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

	Mention majoritaire		Ordre avec le JM classique
	Mention	Différence	
	(1)	(2)	(3)
François Hollande	**Assez bien**	**1,8 %**	**1**
François Bayrou	Assez bien	−6,5 %	2
Nicolas Sarkozy	Passable	9,6 %	3
Jean-Luc Mélenchon	Passable	2,0 %	4
Nicolas Dupont-Aignan	Insuffisant	6,6 %	5
Marine Le Pen	Insuffisant	−19,4 %	8
Eva Joly	Insuffisant	−1,4 %	6
Philippe Poutou	Insuffisant	−1,7 %	7
Nathalie Arthaud	Insuffisant	−25,0 %	9
Jacques Cheminade	À rejeter	−48,0 %	10

François Hollande est vainqueur avec la mention majoritaire *Assez bien* et une différence de $1,8$ % ; il était également 1er dans l'ordre du JM.

FIGURE 3.31 – Résultats du JMS dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

L'écart entre les candidats est légèrement différent avec le JMS. Eva Joly et Philippe Poutou sont proches, et on note le saut dans le classement de Marine Le Pen, qui passe de la 8e place dans le JM à la 6e dans le JMS.

Les face-à-face

Ces face-à-face entre les cinq principaux candidats sont présentés figure 3.32.

	Le Pen	Sarkozy	Mélenchon	Bayrou	Hollande
Le Pen	-	30,04 %	38,83 %	28,11 %	33,08 %
Sarkozy	69,96 %	-	52,86 %	41,61 %	45,98 %
Mélenchon	61,17 %	47,14 %	-	33,1 %	23,62 %
Bayrou	71,89 %	58,39 %	66,9 %	-	47,21 %
Hollande	66,92 %	54,02 %	76,38 %	52,79 %	-

Sarkozy l'emporte contre Le Pen avec 69,96 % des voix, Sarkozy perd contre Bayrou avec 41,61 % des voix.

FIGURE 3.32 – Matrice des face-à-face dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Une première comparaison des systèmes de vote

La figure 3.33 page suivante présente les résultats du 1R.

	Pourcentage
François Hollande	**28,63 %**
Nicolas Sarkozy	27,27 %
Marine Le Pen	17,91 %
Jean-Luc Mélenchon	10,99 %
François Bayrou	9,09 %
Eva Joly	2,31 %
Nicolas Dupont-Aignan	1,49 %
Philippe Poutou	1,22 %
Nathalie Arthaud	0,68 %
Jacques Cheminade	0,41 %

28,63 % des électeurs ont voté pour François Hollande, 27,27 % ont voté pour Nicolas Sarkozy, *etc.*

FIGURE 3.33 – Résultats du 1R dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

3.3 Exploitation des résultats

3.3.1 Robustesse

Pour chacun des trois bureaux de vote, ainsi que pour le sondage OpinionWay/Terra Nova, on effectue le test de robustesse vu précédemment (section 2.3.1) pour le JM et le JMS.

Ivry-sur-Seine

Les résultats du test de robustesse sont présentés figure 3.34 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 5	des positions 6 à 10	
JM	10 000	2,32 %	0,08 %	2,28 %	0,04 %
JMS	10 000	43,39 %	42,05 %	2,19 %	31,93 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 2,32 % des cas. Le classement des 5 premiers est modifié dans 0,08 % des cas (dans 0,04 % des cas, le gagnant change), et celui des 5 derniers est modifié dans 2,28 % des cas.

FIGURE 3.34 – Tests de robustesse du JM et du JMS au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Avec le JM, les résultats ne sont pas instables pour ce qui est du gagnant, et ce même pour le haut du classement, malgré le résultat serré entre les deux premiers candidats dans ce bureau. Les deux systèmes sont robustes pour la seconde moitié du classement, et ce malgré l'écart entre Nathalie Arthaud et Philippe Poutou pour le JM et le JMS.

Bureau n° 12 de Fresnes

Les résultats du test de robustesse pour ce bureau sont présentés figure 3.35 page suivante.

On remarque que les résultats sont plus instables dans ce bureau, mais le gagnant ne change pas du fait de son avance sur le 2e. Ceci est dû aux faibles écarts entre candidats, notamment Nicolas Sarkozy, Nathalie Arthaud, et Nicolas Dupont-Aignan. Le JMS a ici une robustesse comparable à celle du JM.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 5	des positions 6 à 10	
JM	10 000	69,00 %	36,31 %	69,00 %	0,00 %
JMS	10 000	69,06 %	33,74 %	69,06 %	0,00 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 69,00 % des cas. Le classement des 5 premiers est modifié dans 36,31 % des cas (mais le gagnant ne change jamais), et celui des 5 derniers est modifié dans 69,00 % des cas.

FIGURE 3.35 – Tests de robustesse du JM et du JMS au bureau n° 12 à Fresnes

Bureau n° 14 de Fresnes

Les résultats du test de robustesse pour ce bureau sont présentés figure 3.36 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 5	des positions 6 à 10	
JM	10 000	1,85 %	1,82 %	0,03 %	0,00 %
JMS	10 000	90,16 %	90,12 %	0,30 %	0,00 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 1,85 % des cas. Le classement des 5 premiers est modifié dans 1,82 % des cas (mais le gagnant ne change jamais), et celui des 5 derniers est modifié dans 0,03 % des cas.

FIGURE 3.36 – Tests de robustesse du JM et du JMS au bureau n° 14 à Fresnes

Le JM est très robuste pour ce bureau du fait des écarts significatifs entre les candidats. Le JMS est à nouveau moins robuste. Le JMS est à ce point sensible au test de robustesse pour le haut du classement parce qu'il rapproche significativement les deuxième et troisième candidats par rapport au JM. On peut toutefois noter que ces deux mêmes candidats sont déjà très proches dans les résultats du JM, ce qui montre d'autant plus sa robustesse au vu des résultats. Il est par ailleurs remarquable que la seconde moitié du classement soit si stable au vu du faible écart entre Philippe Poutou et Nicolas Dupont-Aignan dans le JM et le JMS.

Sondage OpinionWay/Terra Nova

Les résultats du test de robustesse pour le sondage sont présentés figure 3.37 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 5	des positions 6 à 10	
JM	10 000	26,68 %	0,03 %	26,68 %	0,00 %
JMS	10 000	100,00 %	0,00 %	100,00 %	0,00 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 26,68 % des cas. Le classement des 5 premiers est modifié dans 0,03 % des cas (mais le gagnant ne change jamais), et celui des 5 derniers est modifié dans 26,68 % des cas.

FIGURE 3.37 – Tests de robustesse du JM et du JMS dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

Malgré un faible écart entre les deux premiers candidats, le vainqueur est inchangé. En revanche le bas du classement est particulièrement instable, malgré des écarts significatifs entre les candidats. L'instabilité du bas du classement est principalement due au fait que Marine Le Pen est très proche de la mention majoritaire supérieure, ce qui modifie cette partie du classement en conséquence lorsqu'elle l'obtient par changement des votes. Le JMS paraît beaucoup moins robuste pour les cinq derniers candidats.

Sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Les résultats du test de robustesse pour le sondage représentatif sont présentés figure 3.38 ci-dessous.

	Nombre d'itérations	% de classements différents			% de changements du gagnant
		total	des positions 1 à 5	des positions 6 à 10	
JM	10 000	84,17 %	83,80 %	84,17 %	0,00 %
JMS	10 000	23,08 %	0,00 %	23,08 %	0,00 %

Pour le JM, sur 10 000 simulations où on change chaque mention dans chaque bulletin avec une probabilité $p/2$ vers une des deux mentions adjacentes (p s'il n'y a qu'une mention adjacente) avec $p = 5$ %, le classement global des candidats est modifié dans 84,17 % des cas. Le classement des 5 premiers est modifié dans 83,80 % des cas (mais le gagnant ne change jamais), et celui des 5 derniers est modifié dans 84,17 % des cas.

FIGURE 3.38 – Tests de robustesse du JM et du JMS dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Ici, c'est le JMS qui se révèle plus robuste que le JM, notamment pour la première moitié du classement, dont les candidats sont plus séparés par le JMS que par le JM (Nicolas Sarkozy et Jean-Luc Mélenchon notamment).

3.3.2 Résistance à la manipulation

Pour chacun des trois bureaux de vote, on effectue le test de résistance à la manipulation vu précédemment (section 2.3.2). On teste la résistance à la manipulation du JM et du VA (ou d'une variante du VA).

On s'intéresse également aux résultats du sondage OpinionWay/Terra Nova. Sur ces données uniquement, on effectuera cette fois-ci deux tests de résistance à la manipulation. Le premier est celui décrit à la section 2.3.2, et ne sera appliqué qu'aux JM, JMS et 1R. Le second, une variante du premier, sera décrit dans la section appropriée, et concernera en revanche le JM, le JMS, le JMM qu'on introduit à l'occasion (variante du JM où la mention de chaque candidat est la mention moyenne des mentions qui lui ont été attribuées), le 1R, le 2R et les systèmes de Condorcet et Borda. Les procédés retenus pour tester la résistance à la manipulation du 2R et du système de Condorcet seront décrits plus bas.

À chaque fois, on effectue 10 000 itérations du test.

Ivry-sur-Seine

On obtient les résultats présentés sur la figure 3.39 ci-dessous.

Bulletins tirés	51	151	251
JM	40,73 %	67,96 %	83,25 %
JMS	44,34 %	78,55 %	96,37 %
VA	32,05 %	28,23 %	17,27 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du JMS avec un tirage de 51 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 40,73 % des cas.

FIGURE 3.39 – Tests de résistance à la manipulation au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Les deux premiers candidats sont proches dans les résultats du JM, ce qui explique la manipulabilité de ce dernier et du JMS. Le JM reste toutefois moins manipulable que le JMS. Au contraire, le VA est ici relativement résistant à la manipulation, en tout cas plus que le JM. Cela s'explique principalement par l'écart significatif entre les deux premiers candidats donné par le VA.

Le pourcentage de participants ayant donné la mention *À rejeter* à tous les candidats sauf un est de 0,53 % (bulletins nuls mis à part, en ne comptant que les *À rejeter* voulus et non les lignes laissées vierges), ce qui permet de supposer que les opinions recueillies sont honnêtes, et qu'un test de manipulation est bien pertinent.

Bureau n° 12 de Fresnes

On obtient les résultats présentés sur la figure 3.40 page suivante.

Bulletins tirés	51	151	251
JM	11,99 %	0,77 %	0,00 %
JMS	12,48 %	0,97 %	0,02 %
VA	7,40 %	0,15 %	0,00 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du JM avec un tirage de 151 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 0,77 % des cas.

FIGURE 3.40 – Tests de résistance à la manipulation au bureau n° 12 de Fresnes

Dans ce bureau, les systèmes testés sont tous trois très résistants à la manipulation, ce qui est dû à l'avance importante qu'a le gagnant sur le challenger. On peut néanmoins distinguer une hiérarchie parmi ces systèmes : le VA est le moins manipulable des trois, et le JM l'est lui-même moins que le JMS.

Bureau n° 14 de Fresnes

On obtient les résultats présentés sur la figure 3.41 ci-dessous.

Bulletins tirés	51	151	251
JM	4,74 %	0,00 %	0,00 %
JMS	5,80 %	0,01 %	0,00 %
VD	55,55 %	57,46 %	58,29 %

Pour 10 000 simulations du test du VD avec un tirage de 151 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 57,46 % des cas.

FIGURE 3.41 – Tests de résistance à la manipulation au bureau n° 14 de Fresnes

Comme au bureau n° 12 de Fresnes, l'écart entre les deux premiers candidats dans le JM rend les tentatives de manipulation inefficaces dans la grande majorité des cas. Le JMS est ici encore plus manipulable que le JM. Pour ce qui est du VD, dont on a vu qu'il distinguait mal les candidats dans ses résultats, on retrouve ici cette observation, car il se révèle peu résistant à la manipulation, en tout cas bien moins que le JM et le JMS.

Sondage OpinionWay/Terra Nova

Pour tester le 2R, on raisonne alors de la façon suivante : comme le gagnant de Condorcet est celui qui remporte n'importe quel second tour, si celui-ci n'est pas le gagnant du 2R après tirage des bulletins, on considère la manipulation des électeurs qui le préfèrent au gagnant (d'après les face-à-face qu'ils ont remplis) et qu'on fait donc voter pour lui. Ainsi, s'ils parviennent à faire passer au second tour le gagnant de Condorcet, il remportera l'élection, et la manipulation aura été efficace.

On a utilisé une autre modélisation de la manipulation 2R, plus intuitive, mais donnant des résultats moins concluants, dont on trouvera la description en figure 3.42. Notons que pour cette manipulation, on comptabilise le nombre de changements du gagnant, et pas uniquement le nombre de victoires du challenger, puisque ce dernier ne peut pas gagner contre le gagnant au second tour.

Pour tester le système de Condorcet, on considère les électeurs qui préfèrent le challenger au gagnant, et leur stratégie consiste à faire gagner le challenger dans tous les face-à-face, et à faire perdre le gagnant dans tous les face-à-face.

Les résultats de ce test sont présentés sur la figure 3.43 ci-après (sauf ceux du 2R, apparaissant sur la figure 3.42).

Le JM s'y révèle assez manipulable, ce qui est dû au faible écart entre les deux premiers candidats. Comme lors des primaires (mais avec un test différent), le Borda est particulièrement manipulable, mais il faut noter que l'écart entre les deux premiers candidats pour ce système est assez faible. Il est notable que la variante JMM du JM soit bien plus manipulables que ce dernier, et soient sur ce point comparables au Borda. Ceci est dû au faible écart entre les deux premiers candidats, mais aussi à l'utilisation par le JM de la mention médiane, ce qui le rend comme on peut le constater résistant à la manipulation.

Il faut par ailleurs nuancer ces résultats pour le système de Condorcet et le 2R, qui semblent ici particulièrement résistants à la manipulation. En effet, pour ces deux systèmes, le fait de prendre en compte le gagnant après tirage des bulletins (le gagnant change donc à chaque itération) entraîne que si ce gagnant est le gagnant de Condorcet (c'est-à-dire François Hollande, ce qui arrive souvent — environ 80 % des cas pour le 2R par exemple —, car ce candidat est bien classé dans ces deux systèmes), alors la manipulation sera quoiqu'il arrive inefficace, puisque le gagnant de Condorcet est par définition celui du système de Condorcet, et remporte n'importe quel second tour pour le 2R. Ce phénomène perturbe donc grandement la capacité de ce test des systèmes de Condorcet et 2R à mesurer la résistance à la manipulation.

On a d'abord modélisé la manipulation du 2R ainsi : on note A le gagnant au second tour et B le second au second tour. On note 1, 2, 3, *etc.* les candidats dans l'ordre des résultats. On considère que seuls les 5 premiers candidats peuvent prétendre être au second tour.

Pour chaque électeur, on procède ainsi :

- si l'électeur a voté pour A au premier tour, alors il ne change pas son vote
- si l'électeur a voté pour B au premier tour et si A n'est pas son deuxième candidat préféré, alors si A est arrivé 1er au premier tour, il vote pour un parmi 3, 4, 5 qui peut battre A au second tour ; si A est arrivé 2e au premier tour, il vote pour le candidat le mieux classé que B peut battre au second tour
- si l'électeur a voté pour 3, 4 ou 5, il ne change pas son vote
- si l'électeur a voté pour $i \geqslant 6$, si parmi les 5 premiers candidats, son préféré est A, 3, 4 ou 5, il ne change pas son vote ; si c'est B, il vote pour le mieux classé parmi 3, 4 ou 5 que B peut battre au second tour.

Les résultats de ce test sont les suivants :

Bulletins tirés	101	301	501
2R	0,03 %	0,00 %	0,00 %

On voit que contrairement à notre intuition et à ce que la théorie prévoit, le 2R paraît avec ce test très résistant à la manipulation. En fait, la difficulté de manipulation qui apparaît ici provient du fait que B ne peut pas gagner au second tour contre A, et qu'il faut donc, pour que la manipulation soit efficace, qu'un des candidats 3, 4 ou 5 passe au second tour, ce qui est très difficile au vu du grand écart entre le deuxième (François Hollande) et le troisième (Marine Le Pen) au premier tour. Ce test de manipulation sera plus pertinent pour un premier tour analogue à celui des élections présidentielles de 2002, où le faible écart entre Jean-Marie Le Pen (le 2e) et Lionel Jospin (le 3e) et le fait qu'il y a eu peu de vote utile à ce premier tour donneraient des résultats très différents en cas de manipulation.

Nous avons donc modélisé différemment la manipulation du 2R en prenant en compte les résultats du premier modèle. Nous avons procédé de la façon suivante : on note C le gagnant de Condorcet. Si l'électeur a voté pour A au premier tour, il ne change pas son vote. S'il a voté pour un autre candidat au premier tour et qu'il préfère C à A, alors il vote pour C. C étant le candidat qui remporte n'importe quel second tour, la manipulation consiste ici à faire « voter utile » tous les électeurs, et pour le même candidat, contrairement au test précédent.

Ce test donne les résultats suivants :

Bulletins tirés	101	301	501
2R	31,35 %	27,72 %	23,08 %

Par comparaison aux autres systèmes de vote, le 2R semble être plus résistant à la manipulation. Mais comme on l'a évoqué lors de l'exploitation de ces résultats, les données de ce sondage sont telles que le candidat de Condorcet est souvent le gagnant avant manipulation, ce qui rend cette dernière ineffective. On peut le constater dans le tableau suivant, qui présente le pourcentage de cas où ce candidat est le gagnant après manipulation.

Bulletins tirés	101	301	501
2R	80,62 %	81,75 %	81,99 %

Ainsi, ce second test ne permet-il pas de mesurer la résistance à la manipulation du 2R pour ces données.

FIGURE 3.42 – Test alternatif de la résistance à la manipulation du 2R

Bulletins tirés	101	201	301	401
JM	50,88 %	62,84 %	73,55 %	83,40 %
JMS	57,86 %	74,25 %	82,96 %	89,35 %
JMM	84,65 %	94,78 %	98,51 %	99,47 %
1R	51,08 %	71,31 %	82,90 %	90,72 %
Condorcet	33,24 %	39,16 %	40,79 %	42,50 %
Borda	84,42 %	94,91 %	98,04 %	99,18 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du JM avec un tirage de 101 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 50,88 % des cas.

FIGURE 3.43 – Tests de résistance à la manipulation dans le sondage OpinionWay/Terra Nova

Sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Les résultats de ce test sont présentés sur la figure 3.45 ci-dessous.

Bulletins tirés	101	201	301
JM	42,59 %	49,56 %	55,77 %
JMS	49,66 %	60,20 %	65,30 %
JMM	77,79 %	89,18 %	95,19 %
1R	47,13 %	65,95 %	77,31 %
Condorcet	31,65 %	34,94 %	32,67 %
Borda	84,85 %	95,16 %	98,33 %

Pour 10 000 simulations du test de manipulation du JM avec un tirage de 101 électeurs, la manipulation réussit (le gagnant de l'élection change) dans 42,59 % des cas.

FIGURE 3.44 – Tests de résistance à la manipulation dans le sondage OpinionWay/Terra Nova représentatif

Les résultats des tests de manipulation sont très proches de ceux du sondage dans sa totalité. Le JM et ses variantes sont moins manipulables qu'avec tous les bulletins, car les résultats du JM sont moins serrés dans la sous-élection représentative.

3.3.3 Biais au centre

On s'intéresse à la propension des systèmes de vote à favoriser les candidats centristes, plus consensuels, lors d'une élection. On applique ce test aux données du sondage OpinionWay/Terra Nova représentatives de la population française.

On procède de la manière suivante : on tire un nombre donné de bulletins et on calcule les résultats de l'élection uniquement pour ces bulletins. On effectue 10 000 itérations, et le biais au centre est mesuré par le nombre de tirages où le candidat centriste sort vainqueur.

Les systèmes de vote testés, outre les systèmes de vote présents sur le bulletin (c'est-à-dire le 1R, le JM, et le Borda et le système de Condorcet, les deux derniers étant déduits des face-à-face), sont les suivants : le 2R, le JMS, le JMM, et les VA déduits du JM en considérant qu'il y a approbation pour une mention supérieure ou égale à *Très bien*, noté VA $\geqslant$ *Très bien*, le VA $\geqslant$ *Bien*, le VA $\geqslant$ *Assez bien*.

On ne détermine pas le candidat centriste à partir des programmes politiques des candidats ou de leur place supposée sur l'échiquier politique, qui sont des notions toutes relatives. On s'inspire pour le déterminer de la méthode utilisée par Rida Laraki et Michel Balinski [2].

2. voir [3]

Le candidat centriste est déterminé de la façon décrite ci-dessous.

Pour chaque candidat i, on examine les bulletins un par un.

- On considère la meilleure mention attribuée par l'électeur sur le bulletin. Si le candidat i n'a pas eu cette mention, on passe au bulletin suivant. Sinon, on continue la procédure.

- On compte le nombre n des candidats ayant eu cette mention :
  — si $n = 1$ (le candidat i considéré est le seul avec la meilleure mention), on compte le nombre p des candidats qui ont eu la meilleure mention inférieure sur le bulletin, et on attribue $1/p$ points de report du candidat i vers chacun de ces candidats (si $p = 0$, on passe au bulletin suivant).
  — si $n > 1$, on procède de la même façon, mais en ne considérant que les candidats ayant eu la même mention que i.

- On agrège ensuite tous les reports sur chaque candidat, et on s'intéresse aux trois candidats A, B et C ayant le plus de reports sur eux.

- Pour déterminer le centriste parmi ces trois candidats, on utilise la règle suivante : C est le centriste si les reports de A vers C sont plus importants que ceux de A vers B, et si les reports de B vers C sont plus importants que ceux de B vers A.

Ici, le candidat centriste ainsi déterminé est François Bayrou.

Les résultats sont présentés figure 3.46 ci-dessous.

Bulletins tirés	101	301	501
JM	3 900	5 652	6 538
JMS	2 289	1 299	481
JMM	2 136	783	125
VA $\geqslant$ *Assez bien*	6 562	8 628	9 608
VA $\geqslant$ *Bien*	223	2	0
VA $\geqslant$ *Très bien*	10	0	0
1R	1	0	0
2R	34	0	0
Condorcet	4 304	4 295	3 832
Borda	5 819	6 957	7 814

FIGURE 3.45 – Biais au centre (François Bayrou)

Alors que le 1R, le 2R et les VA $\geqslant$ *Bien* et $\geqslant$ *Très bien* se révèlent (mais sans surprise pour les deux premiers) très défavorables au candidat centriste, le JM est moins biaisé en faveur de ce candidat que le système Borda, et plus que ses variantes, le JMS et le JMM. Il est toutefois à noter, comme on peut le constater au vu des variations avec le nombre de bulletins tirés, que le gagnant du JM et du Borda est le candidat centriste, alors qu'il ne l'est pas pour les autres systèmes. Le système de Condorcet quant à lui semble être aussi favorable au centriste que le JM si l'on considère le cas de 101 bulletins tirés (le moins influencé par le fait que ce candidat est ou n'est pas le gagnant pour tel ou tel système de vote). Contrairement aux VA $\geqslant$ *Très bien* et $\geqslant$ *Bien*, le VA $\geqslant$ *Assez bien* est assez logiquement biaisé en faveur du candidat centriste, plus encore que le système Borda.

On peut en procédant de la même façon comparer le biais de chaque système de vote en faveur de chacun des candidats principaux, et pas seulement du centriste. Les résultats sont présentés dans les tableaux 3.47.1, 3.47.2, 3.47.3 et 3.47.4 page suivante.

Bien que le nombre d'élections favorables aux deux candidats extrêmes Marine Le Pen et Jean-Luc Mélenchon soit infime, on peut toutefois noter que le VA $\geqslant$ *Très bien* pour les deux, le 1R pour Marine Le Pen, et le 2R et le VA $\geqslant$ *Bien* pour Jean-Luc Mélenchon, donnent des résultats non-nuls, à la différence des autres systèmes de vote. On peut donc en déduire qu'ils sont plus favorables aux extrêmes que les autres systèmes. Pour ce qui est

Tableau 3.47.1 : Biais François Hollande

Bulletins tirés	101	301	501
JM	5 319	4 334	3 462
JMS	6 110	8 278	9 429
JMM	7 381	9 151	9 865
VA $\geqslant$ *Assez bien*	2 518	1 122	307
VA $\geqslant$ *Bien*	6 942	8 952	9 778
VA $\geqslant$ *Très bien*	7 423	9 213	9 874
1R	4 038	3 503	2 892
2R	7 147	9 142	9 629
Condorcet	4 964	5 672	6 168
Borda	3 898	3 042	2 186

Tableau 3.47.2 : Biais Marine Le Pen

Bulletins tirés	101	301	501
JM	0	0	0
JMS	0	0	0
JMM	0	0	0
VA $\geqslant$ *Assez bien*	0	0	0
VA $\geqslant$ *Bien*	0	0	0
VA $\geqslant$ *Très bien*	2	0	0
1R	18	0	0
2R	0	0	0
Condorcet	0	0	0
Borda	0	0	0

Tableau 3.47.3 : Biais Jean-Luc Mélenchon

Bulletins tirés	101	301	501
JM	0	0	0
JMS	0	0	0
JMM	0	0	0
VA $\geqslant$ *Assez bien*	0	0	0
VA $\geqslant$ *Bien*	1	0	0
VA $\geqslant$ *Très bien*	11	0	0
1R	0	0	0
2R	9	0	0
Condorcet	0	0	0
Borda	0	0	0

Tableau 3.47.4 : Biais Nicolas Sarkozy

Bulletins tirés	101	301	501
JM	772	14	0
JMS	1 242	249	18
JMM	338	4	0
VA $\geqslant$ *Assez bien*	261	3	0
VA $\geqslant$ *Bien*	2 361	902	175
VA $\geqslant$ *Très bien*	2 041	639	94
1R	5 389	6 133	6 778
2R	1 813	423	32
Condorcet	732	33	0
Borda	283	1	0

FIGURE 3.46 – Tests des différents biais

de François Hollande et Nicolas Sarkozy, les différentes versions du JM sont toutes plus favorables au premier, ainsi que le 2R, le Borda et le système de Condorcet, alors que le 1R est plus favorable à Nicolas Sarkozy. Cette différence entre le 1R et le 2R s'explique par le fait que François Hollande a beaucoup plus de reports de voix au second tour que Nicolas Sarkozy. Les VA tirés du JM (VA $\geqslant$ *Assez bien*, VA $\geqslant$ *Bien*, VA $\geqslant$ *Très bien*) semblent plus favorables à François Hollande qu'aux autres candidats, mais le VA $\geqslant$ *Assez bien* l'était bien plus encore pour François Bayrou. Le système de Condorcet est plus favorable à François Hollande qu'à François Bayrou, et c'est le contraire pour le Borda. Au vu de ces résultats, on peut en déduire que François Hollande est le plus centriste des candidats si l'on excepte François Bayrou.

3.3.4 Une seconde comparaison des systèmes de vote

Comme pour les primaires citoyennes, le JM se révèle le moins manipulable des systèmes de vote testés (à la seule exception du système de Condorcet pour le sondage Terra Nova). Selon les écarts entre candidats il est plus ou moins robuste, mais cela affecte très peu le gagnant de l'élection, même si l'écart avec le 2e candidat est faible. Il est par ailleurs bien moins défavorable au candidat centriste que le système de vote actuel, le 2R, et lui est moins favorable que le Borda. Il semble moins favorable aux candidats extrêmes que le 1R.

3.4 Bilan de l'expérience

Le premier résultat des expériences menées lors de l'élection présidentielle est que le système de vote influence très largement le résultat du scrutin. En effet, selon la manière de voter choisie, l'ordre des candidats est systématiquement modifié.

Nous avons aussi pu mettre en évidence les différences entre le vote par assentiment et le vote par désapprobation, et avons pu observer qu'un système n'était pas le symétrique de l'autre : les électeurs ne donnent donc pas leur assentiment comme ils pourraient manifester leur désapprobation.

Enfin, la confrontation des résultats du Jugement Majoritaire et du vote par approbation permet d'évaluer la part des électeurs qui votent logiquement et très logiquement. Ces pourcentages sont relativement faibles, et nous ne pouvons donc pas retrouver les résultats du vote par assentiment à partir de la seule analyse des résultats du Jugement Majoritaire.

Enfin, les tests ont montré que le JM et le système de Condorcet étaient dans cette expérience les systèmes les moins manipulables et les plus robustes. Le JM est bien moins biaisé envers le candidat centriste (que ce soit en sa faveur ou en sa défaveur) que les principaux autres systèmes (notamment les systèmes Borda et 1R), et est moins favorable aux candidats situés à l'extrémité du spectre politique.

Conclusion

Les systèmes de vote constituent un des éléments fondateurs de nos démocraties modernes. Ils sont le vecteur de l'expression de la volonté populaire et donnent aux élus la légitimité nécessaire à l'exercice de leurs fonctions. Cependant, au cours de nos recherches, nous avons mis en évidence certaines imperfections du scrutin uninominal à deux tours, le système en vigueur en France. Par ailleurs, l'histoire des élections présidentielles de la Ve République montre que ce système a favorisé l'affirmation d'un paysage politique bipartite, et a parfois conduit à l'élimination dès le premier tour du candidat le plus apprécié. Ce constat nous a fait réfléchir sur la pertinence d'envisager un changement de système de vote. Pour tenter d'apporter des éléments de réponse, nous avons étudié des systèmes de vote alternatifs vantés par les théoriciens du choix social, mais en essayant de voir si cette supériorité théorique résiste à la pratique.

Les expériences que nous avons menées montrent que les principaux systèmes de vote (JM, VA et sa variante, Borda) sont compréhensibles et rapidement assimilables par une grande partie de la population. Les données recueillies lors de ces expériences nous ont permis de réaliser de multiples simulations numériques visant à évaluer la réaction des différents systèmes à différents comportements des électeurs. Nous avons ainsi illustré la très grande robustesse et la résistance à la manipulation du JM et du VA. Ces simulations ont aussi permis de mettre en évidence les faiblesses du Borda, trop sensible à la manipulation. Les avis des électeurs ont aussi été extrêmement précieux pour établir les forces et les faiblesses de chaque système de vote. Pour ce qui est du biais au centre, le JM se pose comme un compromis entre le vote réel et le VA – ou encore les systèmes de Borda et Condorcet. Par ailleurs, l'utilisation du JM s'est avérée, contrairement à celle du VA par exemple, pertinente dans deux contextes électoraux extrêmement différents. La manipulabilité reste bien évidemment dépendante des écarts observés en tête de scrutin, mais quelle que soit la situation, le JM reste dans la plupart des cas moins manipulable que les autres systèmes étudiés.

Si l'efficacité « mécanique » (résistance à la manipulation, robustesse, *etc.*) du JM est sans conteste supérieure à celle des autres systèmes, celui-ci pèche par sa complexité – le nombre excessif de bulletins nuls en témoigne. Pour mettre en place ce système efficacement, de nombreux problèmes pratiques doivent ainsi être résolus, et il serait sans doute très intéressant de poursuivre les recherches dans cette direction.

Bibliographie

[1] John B. Anderson. Let's restore cumulative voting, mars 2012. http://articles.chicagotribune.com/2012-03-30/news/ct-oped-0329-vote-20120330_1_cumulative-voting-voting-system-voting-rights-act.

[2] Kenneth Arrow. *Social choice and individual values.* PhD thesis, Columbia University, 1951.

[3] Michel Balinski and Rida Laraki. *Majority Judgment : Measuring, ranking and electing.* MIT Press, 2010.

[4] Michel Balinski and Rida Laraki. A letter regarding Steven J. Brams's review of *Majority Judgment*, 2011. http://www.americanscientist.org/bookshelf/pub/a-letter-regarding-steven-j-bramss-review-of-majority-judgment.

[5] André Blais. Why is there so little strategic voting in Canadian plurality rule elections ? *Political Studies*, 50 :445–454, 2002.

[6] André Blais, Jean-François Laslier, Nicolas Sauger, and Karine Van Der Straeten. Sincere, strategic, and heuristic voting under four election rules : An experimental study. *Social Choice and Welfare*, 35 :435–472, 2009. http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00335046/PDF/Cahier200806.pdf.

[7] André Blais and Louis Massicotte. Electoral formulas : A macroscopic perspective. *European Journal of Political Research*, 32 :107–129, 1997.

[8] Steven J. Brams. Grading candidates. *American Scientist*, septembre-octobre 2011. http://www.americanscientist.org/bookshelf/pub/grading-candidates.

[9] Steven J. Brams and Peter C. Fishburn. Going from theory to practice : the mixed success of approval voting. *Social Choice and Welfare*, 25 :457–474, 2005.

[10] Christophe Broquet and Alain Lancelot. Les systèmes électoraux, tableau de l'offre et critères de choix. Comission européenne pour la démocratie par le droit (Comission de Venise), 2003. http://www.venice.coe.int/docs/2003/CDL-EL(2003)006-f.pdf.

[11] John M. Carey and Matthew S. Shugart. Incentives to cultivate a personal vote : A rank ordering of electoral formulas. *Electoral Studies*, 14 :417–439, décembre 1995.

[12] Julien Chaouat. Condorcet, des mathématiques aux droits fondamentaux, 2010. http://droitculturepolitique.blogspot.fr/2010/11/condorcet-des-mathematiques-aux-droits.html.

[13] Jean-Claude Colliard. Rapport sur les quorums et autres aspects des systèmes électoraux restreignant l'accès au Parlement (II). Comission européenne pour la démocratie par le droit (Comission de Venise), 2003. http://www.venice.coe.int/docs/2010/CDL-AD(2010)007-f.pdf.

[14] Vincent Conitzer and Tuomas Sandholm. Universal voting protocol tweaks to make manipulation hard. In *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-03), Acapulco, Mexico, 2003*, pages 781–788, Acapulco, Mexico, 2003.

[15] Vincent Conitzer and Tuomas Sandholm. Common voting rules as maximum likelihood estimators. In *Uncertainty in Artificial Intelligence : Proceedings of the twentieth conference (UAI2005)*, pages 145–152. Morgan Kaufmann Publishers, 2005.

[16] Lorrie F. Cranor. Vote aggregation methods. http://lorrie.cranor.org/pubs/diss/node4.html.

[17] Arnaud Dellis and Mandar Oak. Policy convergence under approval and plurality voting : the role of policy commitment. *Social Choice and Welfare*, 29 :229–245, 2007.

[18] Edith Elkind and Helger Lipmaa. Hybrid voting protocols and hardness of manipulation. In *In Proceedings of the 16th International Symposium on Algorithms and Computation*, pages 206–215. Springer-Verlag, 2005.

[19] Dan S. Felsenthal and Machover Moshé. The Majority Judgment voting procedure : a critical evaluation. *Homo oeconomicus*, 25 :319–334, 2008.

[20] Bernard Jolibert. Condorcet (1743-1794). *Perspectives : revue trimestrielle d'éducation comparée (Paris, UNESCO : Bureau international d'éducation)*, 23 :201–213, 1993.

[21] Jean-François Laslier. Strategic approval voting in a large electorate. Cahier de recherche n°2004-001, Laboratoire d'Econométrie, École Polytechnique, 2004. http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00242909/PDF/2004-11-29-170.pdf.

[22] Jean-François Laslier. In silico voting experiments. In *Handbook on Approval Voting*, Studies in Choice and Welfare, pages 311–335. Springer Berlin Heidelberg, 2010.

[23] Jean-François Laslier and Karine Van Der Straeten. Election présidentielle : Une expérience pour un autre mode de scrutin. Cahier de recherche n°2003-007, Laboratoire d'Econométrie, École Polytechnique, 2003. http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00242952/PDF/2004-12-20-207.pdf.

[24] Blaine F. Moore. *The history of cumulative voting and minority representation in Illinois 1870-1908*. Urbana-Champaign : University press, 1909.

[25] Scott Moser. Voting by adaptive agents in multi-candidate elections. http://www.dia.fi.upm.es/~phernan/AgentesInteligentes/referencias/moser05.pdf.

[26] Roger B. Myerson and Robert J. Weber. A theory of voting equilibria. *The American Political Science Review*, 87 :102–114, mars 1993.

[27] Robert Nau. Reading for class number 9 : Social choice theory, 2008. http://faculty.fuqua.duke.edu/~rnau/choice/choice09.pdf.

[28] Rohit Parikh and Eric Pacuit. Safe votes, sincere votes, and strategizing. Presented at the 16th International Conference on Game Theory at Stony Brook, 2005.

[29] Jean-Benoît Pilet. Les jeux sont ouverts. Les effets du vote préférentiel dans les scrutins proportionnels de listes. Analyse comparée : Espagne, Belgique, Finlande et Suisse. *CEVIPOL Working Papers / Cahiers du CEVIPOL No 1*, 2003.

[30] Anouk Rivière. Comparing electoral systems : A geometric analysis. *Public Choice*, 118 :389–412, mars 2004.

[31] Clare Spencer. Daily view : Alternative voting referendum, février 2011. http://www.bbc.co.uk/blogs/seealso/2011/02/daily_view_alternative_voting_1.html.

Annexe 1 : supports utilisés pour les deux expériences

Annexe 1.1 : primaires citoyennes

Bulletin de vote (Jugement majoritaire)

Pour être le candidat du parti socialiste au cours des élections présidentielles de 2012,
ayant pris tous les éléments en compte,
je juge en conscience que ce candidat serait :

	EXCELLENT	TRES BIEN	BIEN	ASSEZ BIEN	PASSABLE	INSUFFISANT	A REJETER
ARNAUD MONTEBOURG							
MARTINE AUBRY							
JEAN-MICHEL BAYLET							
MANUEL VALLS							
FRANCOIS HOLLANDE							
SEGOLENE ROYAL							

Cochez une seule mention dans la ligne de chaque candidat.
Ne pas cocher une case dans la ligne d'un candidat revient à lui attribuer la mention « à rejeter »

Bulletin de vote (méthode de Borda)

Pour être le candidat du parti socialiste au cours des élections présidentielles de 2012, je classe
les personnalités suivantes dans l'ordre de préférence de 1 (meilleur) à 6 (moins bon) :

	ORDRE
ARNAUD MONTEBOURG	
MARTINE AUBRY	
JEAN-MICHEL BAYLET	
MANUEL VALLS	
FRANCOIS HOLLANDE	
SEGOLENE ROYAL	

Ne pas attribuer tous les numéros, ou bien attribuer deux fois le même numéro
rend un bulletin de vote nul

Quel est le candidat pour lequel vous avez voté lors du vote réel ?

☐ *Arnaud Montebourg* ☐ *Martine Aubry* ☐ *Jean-Michel Baylet*
☐ *Manuel Valls* ☐ *François Hollande* ☐ *Ségolène Royal*

Par quel système avez-vous eu l'impression de mieux exprimer votre opinion ?

☐ *Jugement majoritaire* ☐ *Méthode de Borda*

FIGURE 3.47 – Bulletin de vote utilisé à Fresnes

Bulletin de vote (Jugement majoritaire)

Pour être le candidat du parti socialiste au cours des élections présidentielles de 2012,
ayant pris tous les éléments en compte,
je juge en conscience que ce candidat serait :

	TRES BIEN	BIEN	ASSEZ BIEN	PASSABLE	INSUFFISANT	A REJETER
ARNAUD MONTEBOURG						
MARTINE AUBRY						
JEAN-MICHEL BAYLET						
MANUEL VALLS						
FRANCOIS HOLLANDE						
SEGOLENE ROYAL						

Cochez une seule mention dans la ligne de chaque candidat.
Ne pas cocher une case dans la ligne d'un candidat revient à lui attribuer la mention « à rejeter »

Bulletin de vote (vote par approbation)

Pour chacune des personnalités suivantes candidates à la représentation du parti socialiste à l'élection présidentielle de 2012, je déclare :

	APPROUVER SA CANDIDATURE	DESAPPROUVER SA CANDIDATURE
ARNAUD MONTEBOURG		
MARTINE AUBRY		
JEAN-MICHEL BAYLET		
MANUEL VALLS		
FRANCOIS HOLLANDE		
SEGOLENE ROYAL		

Ne cocher aucune case pour un candidat donné revient à désapprouver sa candidature.
Il est possible d'approuver plusieurs candidats.

Quel est le candidat pour lequel vous avez voté lors du vote réel ?

☐ *Arnaud Montebourg* ☐ *Martine Aubry* ☐ *Jean-Michel Baylet*
☐ *Manuel Valls* ☐ *François Hollande* ☐ *Ségolène Royal*

Par quel système avez-vous eu l'impression de mieux exprimer votre opinion ?

☐ *Jugement majoritaire* ☐ *vote par approbation*

FIGURE 3.48 – Bulletin de vote utilisé à Alfortville

Annexe 1.2 : élections présidentielles de 2012

Bulletin de vote : Jugement Majoritaire

Pour être le prochain Président de la République Française, ayant pris tous les éléments en compte, je juge en conscience que ce candidat serait :

	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
Eva Joly							
Marine Le Pen							
Nicolas Sarkozy							
Jean-Luc Mélenchon							
Philippe Poutou							
Nathalie Arthaud							
Jacques Cheminade							
François Bayrou							
Nicolas Dupont-Aignan							
François Hollande							

Cocher une seule mention dans la ligne de chaque candidat
Ne pas cocher une case dans la ligne d'un candidat revient à lui attribuer la mention « À rejeter »

Le candidat qui a la meilleure mention soutenue par une majorité d'électeurs remporte l'élection

Bulletin de vote : vote par assentiment

Cochez la case de chacun des candidats suivants dont vous jugez qu'il ferait un bon Président de la République Française.

Eva Joly	
Marine Le Pen	
Nicolas Sarkozy	
Jean-Luc Mélenchon	
Philippe Poutou	
Nathalie Arthaud	
Jacques Cheminade	
François Bayrou	
Nicolas Dupont-Aignan	
François Hollande	

Vous pouvez cocher plusieurs cases

Le candidat qui a été jugé bon par le plus grand nombre d'électeurs remporte l'élection

FIGURE 3.49 – Bulletin de vote (recto/verso) utilisé au bureau n° 3 d'Ivry-sur-Seine

Bulletin de vote : Jugement Majoritaire

Pour être le prochain Président de la République Française, ayant pris tous les éléments en compte, je juge en conscience que ce candidat serait :

	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
Eva Joly							
Marine Le Pen							
Nicolas Sarkozy							
Jean-Luc Mélenchon							
Philippe Poutou							
Nathalie Arthaud							
Jacques Cheminade							
François Bayrou							
Nicolas Dupont-Aignan							
François Hollande							

Cocher une seule mention dans la ligne de chaque candidat
Ne pas cocher une case dans la ligne d'un candidat revient à lui attribuer la mention « À rejeter »

Le candidat qui a la meilleure mention soutenue par une majorité d'électeurs remporte l'élection

Bulletin de vote : vote par assentiment

Cochez la case de chacun des candidats suivants que vous APPROUVERIEZ comme Président de la République Française.

Eva Joly	
Marine Le Pen	
Nicolas Sarkozy	
Jean-Luc Mélenchon	
Philippe Poutou	
Nathalie Arthaud	
Jacques Cheminade	
François Bayrou	
Nicolas Dupont-Aignan	
François Hollande	

Vous pouvez approuver plusieurs candidats

Le candidat le plus approuvé remporte l'élection

FIGURE 3.50 – Bulletin de vote (recto/verso) utilisé au bureau n° 12 de Fresnes

Bulletin de vote : Jugement Majoritaire

Pour être le prochain Président de la République Française, ayant pris tous les éléments en compte, je juge en conscience que ce candidat serait :

	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
Eva Joly							
Marine Le Pen							
Nicolas Sarkozy							
Jean-Luc Mélenchon							
Philippe Poutou							
Nathalie Arthaud							
Jacques Cheminade							
François Bayrou							
Nicolas Dupont-Aignan							
François Hollande							

Cocher une seule mention dans la ligne de chaque candidat
Ne pas cocher une case dans la ligne d'un candidat revient à lui attribuer la mention « À rejeter »

Le candidat qui a la meilleure mention soutenue par une majorité d'électeurs remporte l'élection

Bulletin de vote : vote par désapprobation

Cochez la case de chacun des candidats suivants que vous DÉSAPPROUVERIEZ comme Président de la République Française.

Eva Joly	
Marine Le Pen	
Nicolas Sarkozy	
Jean-Luc Mélenchon	
Philippe Poutou	
Nathalie Arthaud	
Jacques Cheminade	
François Bayrou	
Nicolas Dupont-Aignan	
François Hollande	

Vous pouvez désapprouver plusieurs candidats

Le candidat le moins désapprouvé remporte l'élection

FIGURE 3.51 – Bulletin de vote (recto/verso) utilisé au bureau n° 14 de Fresnes