



HAL
open science

Énoncés contradictoires dans les résumés linguistiques flous

Gilles Moyse, Marie-Jeanne Lesot, Bernadette Bouchon-Meunier

► **To cite this version:**

Gilles Moyse, Marie-Jeanne Lesot, Bernadette Bouchon-Meunier. Énoncés contradictoires dans les résumés linguistiques flous. 23ème rencontre sur la Logique Floue et ses Applications, Oct 2014, Cargèse, France. pp.1-8. hal-01052868

HAL Id: hal-01052868

<https://hal.science/hal-01052868>

Submitted on 18 Dec 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Énoncés contradictoires dans les résumés linguistiques flous

Contradictory utterances in fuzzy linguistic summaries

Gilles Moysse¹

Marie-Jeanne Lesot¹

Bernadette Bouchon-Meunier¹

¹ Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR 7606, LIP6, F-75005, Paris, France

CNRS, UMR 7606, LIP6, F-75005, Paris, France

prenom.nom@lip6.fr

Résumé :

Nous proposons une analyse en trois temps des causes de la complexité à identifier les phrases contradictoires dans les résumés linguistiques flous. Le premier concerne la définition des oppositions, basée sur les carrés aristotéliens et moderne. Le second traite de l'utilisation des quantificateurs généralisés, plus riches et plus complexes que « Tous » et « Certains ». Le troisième enfin détaille les propriétés liées à l'utilisation de la logique floue pour représenter l'opposition. En fin d'analyse, nous proposons un ensemble de pistes pour la définition de nouvelles propriétés liées à l'opposition dans les résumés linguistiques.

Mots-clés :

Résumés linguistiques flous, cohérence, négation, contradiction, carré des oppositions

Abstract:

We propose a three-part study of the causes of the complexity to identify contradictory sentences in fuzzy linguistic summaries. The first part deals with the definition of opposition, based on the modern and Aristotelian squares. The second one covers the generalized quantifiers, richer and more complex than « All » and « Some ». Finally, the third one details the properties of the fuzzy logic tools used to model opposition. At the end of our analysis, we propose some ideas to define new properties ensuring non contradiction in the summaries.

Keywords:

Fuzzy Linguistic Summaries, Consistency, Negation, Contradiction, Square of opposition

1 Introduction

L'une des propriétés reconnues des systèmes flous est leur capacité à fournir des résultats compréhensibles, exprimables sous forme linguistique et simple d'accès pour un utilisateur non expert. Les résumés linguistiques flous (RLF) en particulier permettent la génération de phrases en langage naturel descriptives d'un jeu de données numériques [21, 23]. L'étude de leur interprétabilité a permis la définition d'un certain nombre de propriétés

souhaitables pour ces derniers [5], comme la négation externe ou l'antonymie, et de mesures de leur qualité [6, 10], comme leur brièveté ou leur précision.

Cependant, les systèmes de RLF peuvent générer des phrases contradictoires comme « La plupart des individus sont grands » et « La plupart des individus sont petits », nuisant à l'interprétabilité du résultat renvoyé. S'il est aisé d'identifier ces phrases comme opposées, leur formalisation dans le cadre rappelé dans la section 2 pose un certain nombre de difficultés que nous proposons d'analyser autour des trois axes détaillés dans les sections 3 à 5. Le premier d'entre eux concerne la formalisation de la relation d'opposition qui peut prendre différentes formes détaillées dans la section 3. Ces formalisations portent des sémantiques différentes, non nécessairement compatibles entre elles. Le second axe, introduit dans la section 4, est lié aux quantificateurs généralisés utilisés pour les RLF. Ces derniers permettent en effet de représenter différentes nuances sémantiques intermédiaires entre les quantificateurs classiques \forall et \exists , nécessitant de généraliser la formalisation des oppositions présentées dans la section 3. Enfin, le troisième axe concerne l'utilisation de la logique floue, qui permet de capturer les différentes interprétations présentes entre les deux valeurs extrêmes Vrai et Faux de la logique classique. La section 5 en présente l'intérêt sémantique ainsi que son impact sur les formes d'opposition et les méthodes de quantification présentées dans les sections 3 et 4.

2 Résumés linguistiques flous par protoformes

Un système de RLF [21, 9] permet la génération de phrases instanciées à partir de protoformes du type « QSy sont P », où y représente les données étudiées, Q est un quantificateur comme « Peu » ou « Moins d'environ 3 » et S et P des modalités floues de variables linguistiques associées aux attributs numériques décrivant les données. La qualité d'un protoforme par rapport à ces dernières est mesurée par le degré de vérité $t(QSy \text{ sont } P)$, calculé comme le degré d'appartenance de la cardinalité floue des « Sy sont P » au sous-ensemble flou du quantificateur Q .

Un résumé flou représente donc un ensemble de phrases avec leurs valeurs de vérité. Les trois sections suivantes présentent une étude des causes de la complexité à identifier les phrases en opposition au sein d'un tel résumé.

3 Formalisation des oppositions

Le premier axe d'analyse de la complexité liée à l'identification des oppositions réside dans leurs définitions même, présentées dans cette section au travers du carré des oppositions aristotélicien, du carré moderne et enfin de plusieurs de leurs extensions.

3.1 Carré aristotélicien

Opposition des propositions simples Aristote définit dans son étude des oppositions trois relations : la *contradiction*, la *contraire* et la *subcontraire*. Ces dernières sont basées sur les deux lois qu'Aristote pose comme fondamentales, à savoir celle de *non contradiction* (NC) et celle du *tiers exclu* (TE) ([8] p. 6).

Dans le cadre d'une proposition simple du type « S est P » où S est le sujet et P le prédicat, P est en *contradiction* avec un second prédicat P' si aucun sujet ne peut être l'un *et* l'autre à la fois, mais doit être l'un *ou* l'autre. Ces prédicats vérifient donc la loi de non contradiction puis-

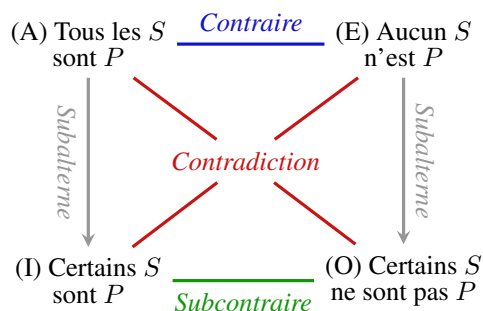


Figure 1 – Carré aristotélicien ou classique

qu'ils ne peuvent être associés tous deux au même sujet, mais également la loi du tiers exclu puisqu'aucun autre prédicat ne peut être associé à ce sujet. Par exemple, « froid » et « non froid » sont en contradiction, puisque tout sujet est l'un ou l'autre, ne peut être différent, et ne peut être les deux simultanément. L'utilisation du préfixe « non » devant un adjectif permet de définir sa contradiction, mais d'autres adjectifs définis par paires définissent également des contradictions, comme « malade » / « sain ».

Deux prédicats sont dans une relation de *contraire* si aucun sujet ne peut être l'un et l'autre, mais peut être différent. Le contraire vérifie donc la loi de non contradiction mais pas celle du tiers exclu. Les termes contraires peuvent être de deux types ([8] p. 39) : *extrêmes* ou *polarisés* s'ils sont situés aux extrémités d'une échelle graduelle, comme « chaud » / « froid » ou « bon » / « mauvais », ou *simples* s'ils sont entre deux extrêmes, comme « chaud » / « tiède » ou « bon » / « acceptable ».

Enfin, deux prédicats sont dans une relation de *subcontraire* si un sujet peut être l'un ou l'autre mais ne peut pas être ni l'un ni l'autre. Ainsi, ils vérifient la loi du tiers exclu mais pas celle de non contradiction. Les termes « non grand » et « non petit » vérifient par exemple cette relation : un sujet peut n'être ni grand ni petit, mais il est soit non grand, soit non petit, soit les deux.

Opposition des propositions quantifiées Les trois relations de contradiction, contraire et subcon-

traire sont disposées dans le carré aristotélicien, ou carré classique, illustré sur la Fig. 1, ainsi qu'une quatrième, la relation de *subalterne*, qui n'est pas une négation mais une implication : si « Tous les S sont P », alors « Certains S sont P » ($A \rightarrow I$), et si « Aucun S n'est P », alors « Certains S ne sont pas P » ($E \rightarrow O$).

Du point de vue de la *qualité*, les sommets (A) et (I) contiennent les propositions *affirmatives* du carré, tandis que les sommets (E) et (O) sont ses propositions *négatives*. Du point de vue de la *quantité*, les sommets (A) et (E) représentent les propositions *universelles* du carré, et les sommets (I) et (O) ses propositions *particulières*. Dans le paragraphe suivant, une généralisation de cette notion de quantité est introduite via le carré moderne.

3.2 Carré moderne

Le carré moderne (cf. Fig. 2) diffère en plusieurs points du carré aristotélicien. Il est tout d'abord défini dans un formalisme logique moderne contrairement à la représentation linguistique du carré classique. Dans ce formalisme, Sx est vrai si x est S . De plus, il peut s'appliquer à un quantificateur Q quelconque, et plus uniquement aux quantités *universelles* et *particulières*, correspondant en logique moderne aux quantificateurs \forall et \exists . D'autre part, il ne se définit pas par les quatre relations de contradiction, contraire, subcontraire et subalterne entre chacun de ces sommets, mais par les trois relations de *négation externe* $\neg Q$ qui est une négation de la proposition dans son ensemble, de *négation interne* $Q\neg$ qui porte sur le prédicat P , et de *dualité* Q^d qui est construite comme la composition des deux négations précédentes : $Q^d = \neg(Q\neg) = (\neg Q)\neg$.

Si le quantificateur Q est \forall , son contraire est \exists et le carré moderne vérifie les quatre relations du carré aristotélicien (cf. Fig. 3) : les sommets (A) / (O) et (E) / (I) sont en relation de contradiction, les sommets (A) et (E) sont en relation de contraire, les sommets (I) et (O) sont en relation de subcontraire, et enfin les som-

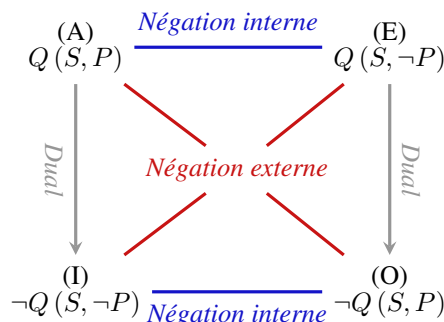


Figure 2 – Carré moderne d'un quantificateur Q

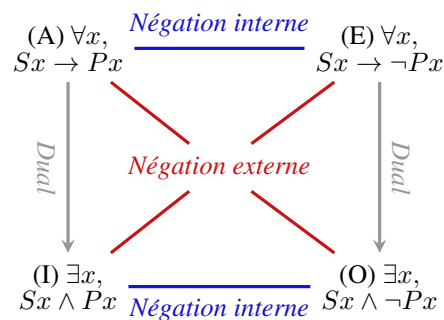


Figure 3 – Carré moderne de « Tous ».

metts (A) et (E) impliquent respectivement (I) et (O), vérifiant ainsi la relation de subalterne. Nous illustrons cependant dans la section 4 que la majorité des quantificateurs généralisés ne vérifient pas les relations du carré classique.

3.3 Extensions du carré des oppositions

L'interprétation de « Certains » sur les sommets (I) et (O) des carrés moderne et classique est sujette à discussion. En effet, il est vu dans les deux carrés comme « Certains, peut-être tous, peut-être aucun ». Or « Certains » peut également être vu de manière exclusive, comme « Certains, ni tous, ni aucun ».

Hexagone logique Comme illustré sur la Fig. 4, l'hexagone des oppositions [3] est construit sur la base du carré moderne avec le quantificateur \forall auquel sont ajoutés deux sommets issus de cette autre interprétation de « Certains » : (Y), qui représente « Certains, ni tous ni aucun », et (U) qui signifie « Tous ou aucun ».

Les quatre relations du carré classique, contrai-

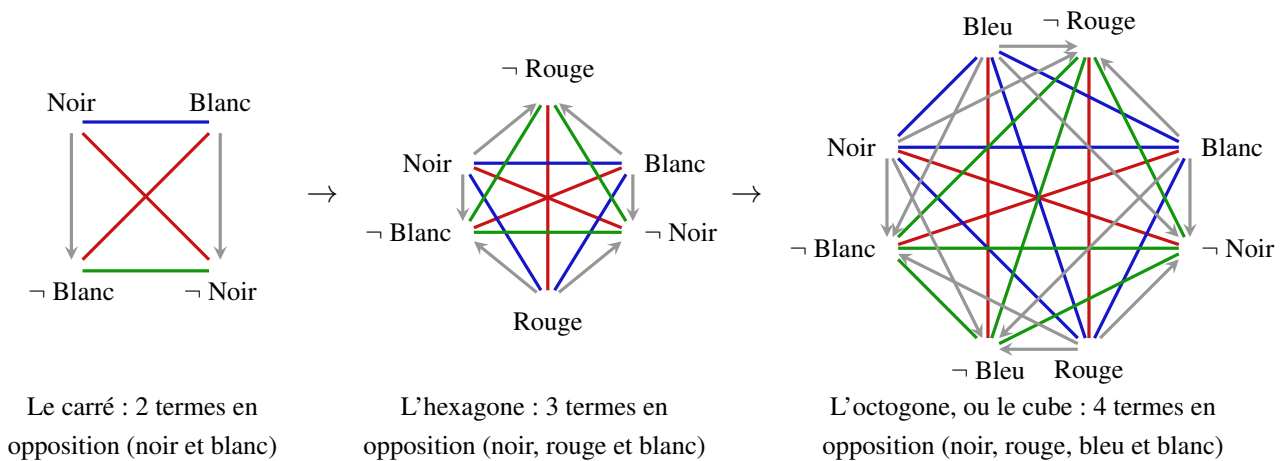


Figure 5 – Évolutions du carré classique et de ses relations avec plus de 2 termes en opposition

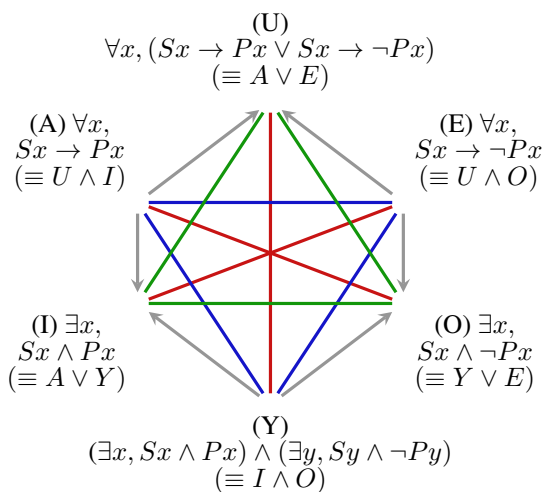


Figure 4 – Hexagone logique avec (U) « Tous ou aucun » et (Y) « Certains, ni tous ni aucun »

rement à celles du carré moderne, sont vérifiées par ces deux sommets. En effet, si (Y) et (U) sont bien liés par une relation de négation externe car la négation de (U) $\neg(\forall x, (Sx \rightarrow Px \vee Sx \rightarrow \neg Px))$ est équivalente à (Y), les relations de contraire entre (I) et (U) et entre (O) et (U) ne sont pas des négations internes : ni $Sx \wedge \neg Px$ qui est la négation interne de (I) ni $Sx \wedge Px$ qui est celle de (O) ne sont équivalents à (U). Il en va de même des sommets (A) / (Y) et (E) / (Y).

Autres extensions L'hexagone peut être vu comme une extension du carré puisqu'il prend en compte trois oppositions, entre « Tous »,

« Certains, tous ou aucun » et « Certains, ni tous, ni aucun », tandis que le carré n'en décrit que deux, entre « Tous » et « Certains ».

La théorie des N-oppositions [12] propose une méthodologie vérifiant les quatre relations du carré classique dans des structures opposant un nombre quelconque de termes, donc de propositions non quantifiées de la forme « S est P ». Pour ce faire, les termes à opposer sont d'abord identifiés, chacun liés aux autres par une relation de contraire. Les termes contradictoires sont ensuite déterminés et placés par symétrie centrale à l'opposé des termes d'origine. Les subcontraires sont construits en symétrie centrale par rapport aux contraires, i.e. en liant chacun des termes contradictoires avec les autres termes contradictoires. Enfin, chaque terme est lié à chacun des autres termes contradictoires par une relation de subalterne. La construction de trois structures mettant en opposition 2, 3 puis 4 termes est illustrée sur la Fig. 5.

Ainsi, l'opposition entre propositions peut être appréhendée de différentes manières et constitue un premier degré de liberté dans la définition des RLF. Nous montrons dans la section suivante comment l'utilisation des quantificateurs généralisés en constitue un second.

4 Quantificateurs généralisés

Les propositions quantifiées étudiées dans la section précédente utilisent les quantificateurs « Tous » et « Certains » ou « Tous », « Certains, tous ou aucun » et « Certains, ni tous, ni aucun », qui ont pour particularité d'être tous exprimables à l'aide de \forall et \exists . Cependant, leur sémantique ne permet pas de représenter l'ensemble des quantificateurs utilisés dans le langage, comme « Beaucoup », « Plus de 5 » ou « Moins de la moitié ».

La présente section introduit les quantificateurs généralisés et leur sémantique, puis leurs liens avec les carrés logiques.

4.1 Interprétation

Les quantificateurs généralisés [13] pallient le manque d'expressivité de \forall et \exists en permettant d'en exprimer les intermédiaires en plus de ces deux derniers. D'un point de vue linguistique, ils sont multiples et peuvent être évalués à l'aide d'opérateurs ensemblistes et de cardinalité [2]. Les exemples suivants illustrent l'évaluation de certains de ces quantificateurs :

$$\text{tous}(S, P) \Leftrightarrow S \subseteq P$$

$$\text{aucun}(S, P) \Leftrightarrow S \cap P = \emptyset$$

$$\text{plus de trois}(S, P) \Leftrightarrow |S \cap P| > 3$$

$$\text{moins de 20\%}(S, P) \Leftrightarrow |S \cap P| / |X| < 0,2$$

$$\text{la plupart}(S, P) \Leftrightarrow |S \cap P| > |S - P|$$

où X est l'univers dans lequel sont faites les évaluations et le quantificateur $\text{tous}(S, P)$ par exemple est lu « Tous les S sont P ».

4.2 Quantificateurs généralisés et carrés logiques

Carré moderne Les définitions du carré moderne sont adaptées pour les quantificateurs généralisés car elles s'appliquent à tout quantificateur Q [20]. Par exemple, les sommets du carré moderne de $\text{moins de 20\%}(S, P)$ illustré sur la Fig. 6 sont construits à partir des

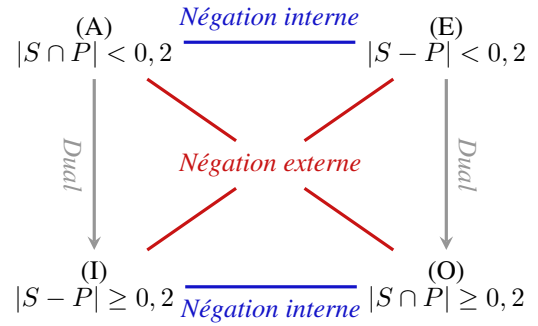


Figure 6 – Carré moderne de (A) « Moins de 20% des S sont P » avec (E) « Moins de 20% des S ne sont pas P », (I) « Au moins 20% des S ne sont pas P » et (O) « Au moins 20% des S sont P ».

définitions de négation interne, de négation externe et de dualité. De plus, la relation $S \cap \neg P \Leftrightarrow S - P$ est utilisée.

Toutefois, ces définitions ne vérifient pas a priori les relations du carré classique [4]. Supposons le quantificateur « Entre un et deux tiers des S sont P » sur le sommet (A). Sa négation interne sur le sommet (E) est « Entre un et deux tiers des S ne sont pas P ». Il est clair que ces deux expressions ne vérifient pas la relation de contraire puisqu'elles peuvent être vraies toutes les deux [20]. De la même manière, si le sommet (A) est « Moins de 5 S sont P », alors le sommet (O) est « 5 S ou plus sont P », le sommet (I) est « 5 S ou plus sont non P » et la relation de subcontraire entre (I) et (O) n'est pas vérifiée car les deux peuvent être faux si par exemple 4 S sont P et 4 S sont non P .

Carré classique Si de manière générale les quantificateurs généralisés construits sur le carré moderne ne vérifient pas les relations du carré classique, des études ont été menées afin de déterminer si certains quantificateurs pouvaient les vérifier totalement ou partiellement.

En logique classique, il est difficile de les vérifier pour des quantificateurs autres que « Tous » et « Certains » (cf. Fig. 3). En effet, les propositions faites pour les carrés contenant $\text{Peu}(S, P)$ et $\text{Beaucoup}(S, P)$ d'une part et

Tableau 1 – Propriétés des oppositions

	NC	TE	Involutivité
Contradiction	×	×	×
Contraire polarisé	×		×
Contraire simple	×		
Subcontraire		×	×

Beaucoup (S, P) et *Presque tous* (S, P) d’une autre [16] ne sont vérifiées qu’au prix de compromis sémantiques importants : « Beaucoup » doit être le contraire de « Peu » dans un cas, et de « Presque tous » dans l’autre, ce qui exclut l’utilisation simultanée des deux carrés. De plus, la contradiction entre « Beaucoup » et « Presque tous » n’est pas toujours naturelle, comme par exemple avec les phrases « Presque tous les jeunes sont grands » et « Beaucoup de jeunes ne sont pas grands ». Enfin, pour que le subcontraire soit vérifié dans les deux carrés il faut que « Beaucoup » contienne moins de 50% des éléments, sinon « Beaucoup de S sont P » et « Beaucoup de S ne sont pas P » ne sauraient être vrais simultanément.

Dans le cadre de la logique non classique des types flous, il est proposé, afin de valider ces relations à l’aide des quantificateurs intermédiaires [15], de représenter les quantificateurs généralisés à l’aide de modificateurs linguistiques accolés aux quantificateurs classiques \forall et \exists . Par exemple, « Beaucoup » est évalué par « Un peu Tous » avec le modificateur « Un peu » et \forall . Dans ce contexte, un certain nombre de quantificateurs généralisés peuvent être définis en suivant les définitions du carré moderne et vérifiant les relations du carré classique [14].

En somme, l’utilisation des quantificateurs généralisés permet d’augmenter l’expressivité des systèmes de RLF mais rendent les relations classiques d’opposition plus complexes à vérifier. Dans la section suivante, nous montrons l’impact de l’utilisation de la logique floue sur l’analyse de ces oppositions.

5 Logique floue, négation, quantification

Les formalismes présentés dans les sections précédentes, à l’exception de celui des quantificateurs intermédiaires, se placent dans le cadre de la logique classique. Dans cette section, nous détaillons la transposition en logique floue des relations d’opposition entre termes (cf. propriétés sur le tableau 1), du calcul de la valeur de vérité des quantificateurs généralisés exposés en sections 3 et 4, et enfin des relations d’oppositions entre protoformes.

5.1 Opposition des termes

Involutivité Les différents types d’opposition détaillés en sous-section 3.1 sont transposés en logique floue comme illustré ci-dessous. Elles vérifient toutes, à l’exception du contraire simple, la propriété d’involutivité (cf. tableau 1), également appelée double négation ([8] p. 22).

Non contradiction et tiers exclu En notant S un terme linguistique représenté par la fonction d’appartenance μ_S et $\neg S$ son opposé (contradiction ou contraire comme discuté dans les paragraphes suivants), les lois de non contradiction (NC) et du tiers exclu (TE) s’écrivent de manière « stricte » respectivement $\top(S, \neg S) = 0$ et $\perp(S, \neg S) = 1$. Une définition plus souple pour ces lois est basée sur une vérité entendue comme un degré supérieur à 0,5 et une fausseté comme un degré inférieur à 0,5, c’est-à-dire $\top(S, \neg S) \leq 0,5$ et $\perp(S, \neg S) \geq 0,5$.

Contradiction De manière générale, le sous-ensemble flou \bar{S} contradictoire de S est défini par $\mu_{\bar{S}}(x) = \varphi^{-1}(\varphi(1) - \varphi(\mu_S(x)))$, où φ est le générateur de la contradiction [19]. La définition habituelle de la contradiction $\mu_{\bar{S}}(x) = 1 - \mu_S(x)$ est issue du générateur $\varphi(x) = x$.

Les propriétés des \top -norme et \top -conorme permettent de montrer que cette contradiction vérifie l’involutivité ainsi que les définitions

souples des lois de NC et du TE, i.e. $\top(S, \bar{S}) \leq 0,5$ et $\perp(S, \bar{S}) \geq 0,5$. La vérification des définitions strictes n'est pas garantie en revanche pour tous les couples de \top -norme et \top -conorme.

Contraire polarisé Le contraire polarisé de S est représenté en logique floue par son antonyme \hat{S} défini par la fonction d'appartenance $\mu_{\hat{S}}(x) = \mu_S(s^+ - s^- - x)$ [23] où $[s^-, s^+]$ est l'univers de définition de S . Cette définition vérifie directement l'involutivité. Elle est également conforme à la sémantique qui implique qu'un terme et son antonyme soient définis comme les modalités extrêmes d'une variable linguistique (VL), comme « chaud » et « froid » pour la VL « température » [17, 22]. Défini de la sorte, l'antonyme vérifie la loi de non contradiction stricte i.e. $\top(S, \hat{S}) = 0$. De plus, il vérifie $\hat{A} \subseteq \bar{A}$, ce qui est cohérent avec le fait que l'antonyme d'un terme est bien inclus dans sa contradiction : par exemple, si la VL « température » contient également une modalité « tiède » entre « chaud » et « froid », alors l'antonyme de « froid » qui est « chaud » est bien inclus dans la contradiction de « froid » qui est « non froid », i.e. « chaud » ou « tiède ».

Contraire simple Les contraires simples comme « noir » et « rouge » n'ont pas de définition particulière. En revanche, s'ils appartiennent à la même VL définie comme une partition de Ruspini, alors la loi de non contradiction souple est bien vérifiée puisqu'en ce cas $\top(S, P) \leq 0,5$ pour tout couple de modalités S et P de la VL.

Subcontraire Le subcontraire n'est pas non plus défini de manière spécifique en logique floue, mais sa relation est vérifiée à l'aide des définitions de complémentaire et d'antonyme. En effet, si S et \hat{S} sont des antonymes vérifiant la loi de non contradiction, alors \bar{S} et $\bar{\hat{S}}$ vérifient la loi du tiers exclu et sont donc des subcontraires car $\perp(\bar{S}, \bar{\hat{S}}) = 1 - \top(S, \hat{S}) = 1$ si \top et \perp sont duales [1].

5.2 Quantificateurs flous

Les quantificateurs flous [11, 23] résultent de la transposition en logique floue des quantificateurs généralisés avec différents opérateurs de cardinalité et d'intersection/union.

L'évaluation du degré de vérité d'un quantificateur flou est la même que celle d'un protoforme telle que rappelée en section 2. En effet, dans les deux cas, un décompte des éléments vérifiant la propriété à quantifier est effectué, via une cardinalité floue, puis l'adéquation avec le quantificateur est calculée pour renvoyer le degré de vérité.

Par exemple, les systèmes classiques de RLF [21] sont des transpositions en flou des quantificateurs/protoformes du type « QSy sont P », où le nombre de P étant S par rapport au nombre total de S est quantifié avec un quantificateur Q comme « Environ 3 », « La plupart » ou « Moins de 20% ».

De la même manière, la méthode DFS [7] étend cette transposition à tous les quantificateurs généralisés, dont certains plus complexes comme « Environ deux fois plus de Y_1 sont Y_2 que de Y_3 sont Y_4 », en réalisant l'évaluation floue de la valeur de vérité sur la base de la définition crisp du quantificateur généralisé et d'un opérateur de fuzzification des entrées.

5.3 Opposition dans les RLF

Certaines propriétés liées à l'opposition entre les phrases d'un RLF ont été proposées : l'*antonymie* $t(Qy \text{ sont } A) = t(\hat{Q}y \text{ sont } \bar{A})$, la *négation externe* $t(Qy \text{ sont } A) = 1 - t(\bar{Q}y \text{ sont } A)$ et la dualité $t(\hat{Q}By \text{ sont } \bar{A}) = 1 - t(\bar{Q}By \text{ sont } A)$, conséquence des deux premières.

Dans le cas des RLF classiques [21], ces propriétés sont vérifiées pour les protoformes du type « Qy sont A » uniquement, tandis qu'elles le sont pour tous les protoformes via les méthodes basées sur les *Representation Levels* [18] et sur les DFS présentés plus haut. Ces

deux dernières ne sont cependant pas basées sur la logique floue classique, et ne disposent donc pas de l'interprétabilité qui lui est habituellement associée.

6 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une proposition des trois raisons principales liées à la difficulté d'identifier l'opposition dans les phrases d'un système de RLF, liée aux trois degrés de liberté permis par les différentes définitions de l'opposition, par la diversité des quantificateurs généralisés utilisables, et enfin par l'usage de la logique floue.

A l'heure actuelle, les systèmes de RLF se concentrent sur les propriétés d'antonymie, de négation externe et de dualité concernant l'opposition. Cependant, les différents aspects présentés dans cet article suggèrent que ces trois propriétés peuvent être développées.

D'abord, la définition de nouvelles propriétés permettra d'éviter l'occurrence de phrases comme « La plupart des S sont P_1 » et « La plupart des S sont P_2 », non prises en compte dans les propriétés précédentes. D'autre part, une étude de l'influence de la position de la négation dans les protoformes pourra être menée pour identifier d'autres propriétés. Enfin, les définitions du carré moderne pourront être mises à profit pour définir une implication floue basée sur la relation de dualité construite comme la composition des négations interne et externe.

Références

- [1] C. Alsina, E. Trillas, and L. Valverde. On some logical connectives for fuzzy sets theory. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 93(1) :15–26, 1983.
- [2] J. Barwise and R. Cooper. Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics and Philosophy*, 4(2) :159–219, 1981.
- [3] R. Blanché. *Les structures intellectuelles, essai sur l'organisation systématique des concepts*. J.Vrin, 1966.
- [4] M. Brown. Generalized quantifiers and the square of opposition. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 25(4) :303–322, 1984.
- [5] M. Delgado, M.D. Ruiz, D. Sánchez, and M.A. Vila. Fuzzy quantification : a state of the art. *Fuzzy Sets and Systems*, 242 :1–30, 2014.
- [6] F. Díaz-Hermida, A. Ramos-Soto, and A. Bugarín. On the role of fuzzy quantified statements in linguistic summarization of data. In *Proc of ISDA'11*, pages 166–171, 2011.
- [7] I. Glöckner. DFS - An Axiomatic Approach to Fuzzy Quantification. Technical report, Universität Bielefeld, 1997.
- [8] L.R. Horn. *A Natural History of Negation*. Center for the Study of Language and Information, 2002.
- [9] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Protoforms of Linguistic Data Summaries : Towards More General Natural-Language-Based Data Mining Tools. In *Soft computing systems*, pages 417–425, 2002.
- [10] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Comprehensiveness and interpretability of linguistic data summaries : A natural language focused perspective. In *Proc. of IEEE SSCI CIHLI'13*, pages 33–40, 2013.
- [11] Y. Liu and E. Kerre. An overview of fuzzy quantifiers. (I). Interpretations. *Fuzzy Sets and Systems*, 95(1) :1–21, 1998.
- [12] A. Moretti. From the "logical square" to the "logical poly-simplexes". A quick survey of what happened in between. In *New perspectives on the square of opposition*, pages 1–21. 2011.
- [13] A. Mostowski. On a Generalization of Quantifiers. *Fundamenta Mathematicae*, 44(1) :12–36, 1957.
- [14] P. Murinová and V. Novák. The analysis of the generalized square of opposition. In *Proc. of EUS-FLAT'13*, pages 252–259, 2013.
- [15] V. Novák. A formal theory of intermediate quantifiers. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(10) :1229–1246, 2008.
- [16] P.L. Peterson. On the logic of "Few", "Many" and "Most". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 20(1) :155–179, 1979.
- [17] A. R. de Soto and E. Trillas. On Antonym and Negate in Fuzzy Logic. *Int. Journal of Intelligent Systems*, 14(3) :295–303, 1999.
- [18] D. Sánchez, M. Delgado, and M.A. Vila. Fuzzy Quantification Using Restriction Levels. In *Proc. of Int. Workshop on Fuzzy Logic and Applications'09*, pages 28–35, 2009.
- [19] E. Trillas. On negation functions in the theory of fuzzy sets. *Stochastica*, 3(1) :47–60, 1979.
- [20] D. Westerstahl. Classical vs. modern Squares of Opposition, and beyond. In *The Square of Opposition : A General Framework for Cognition*, pages 195–229. 2012.
- [21] R.R. Yager. A new approach to the summarization of data. *Information Sciences*, 28(1) :69–86, 1982.
- [22] R.R. Yager. Opposites and measures of extremism in concepts and constructs. *Int. Journal of Man-Machine Studies*, 18(4) :307–322, 1983.
- [23] L.A. Zadeh. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages. *Computers & Mathematics with Applications*, 9(1) :149–184, 1983.