



**HAL**  
open science

## Statistiques de la réponse électromagnétique d'une chambre réverbérante chaotique

Jean-Baptiste Gros, Ulrich Kuhl, Olivier Legrand, Fabrice Mortessagne, Odile  
Picon, Elodie Richalot

► **To cite this version:**

Jean-Baptiste Gros, Ulrich Kuhl, Olivier Legrand, Fabrice Mortessagne, Odile Picon, et al.. Statistiques de la réponse électromagnétique d'une chambre réverbérante chaotique. 2014. hal-01050905

**HAL Id: hal-01050905**

**<https://hal.science/hal-01050905>**

Preprint submitted on 25 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Statistiques de la réponse électromagnétique d'une chambre réverbérante chaotique

J.-B. Gros<sup>1</sup>, U. Kuhl<sup>1</sup>, O. Legrand<sup>1</sup>, F. Mortessagne<sup>1</sup>, O. Picon<sup>2</sup>, E. Richalot<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université Nice-Sophia Antipolis, CNRS, Laboratoire Physique de la Matière Condensée, UMR 7336, 06300 Nice, France, [jean-baptiste.gros@unice.fr](mailto:jean-baptiste.gros@unice.fr)

<sup>2</sup>Université Paris-Est, ESYCOM (EA 2552), UPEMLV, ESIEE-Paris, CNAM, 77454 Marne-la-Vallée, France

**Résumé.** Cet article présente une étude de la réponse électromagnétique d'une chambre réverbérante (CR) chaotique en présence de pertes. Au moyen de simulations et d'expériences, sont comparées les fluctuations des maxima du champ obtenus dans une CR à brassage de modes conventionnelle et dans une CR chaotique au voisinage de la fréquence minimum d'utilisation. Ce travail illustre que les propriétés statistiques spectrales et spatiales universelles des CR chaotiques permettent de mieux répondre aux critères exigés par la norme pour réaliser des tests d'immunité ou de compatibilité électromagnétique.

### I. INTRODUCTION

Les chambres réverbérantes (CR) électromagnétiques (EM) sont communément utilisées par les industriels pour les tests d'immunité ou de compatibilité électromagnétique. Grâce à la présence d'un brasseur mécanique et de pertes entraînant un recouvrement modal, les systèmes sous test sont soumis à un champ électromagnétique supposé statistiquement isotrope, uniforme et dépolarisé [1]. Ces propriétés sont généralement bien réalisées si la fréquence d'excitation est bien supérieure à la fréquence minimum d'utilisation, en anglais : *the lowest useable frequency* (LUF). Il est important de souligner ici que la LUF dépend fortement à la fois de la taille de la chambre et de l'importance du recouvrement modal associé aux pertes (liées aux parois et aux antennes) [2]. Le comportement statistique du champ, exigé dans une CR au dessus de la LUF, est supposé reposer sur la validité de l'hypothèse de Hill, selon laquelle le champ EM peut être assimilé à une superposition aléatoire d'ondes planes [3], [4]. Il est généralement admis que cette hypothèse est réalisée dans des conditions de brassage efficace. Or il se trouve que ce comportement statistique est naturellement réalisé dans une cavité chaotique sans avoir recours au brassage [5]. On peut dès lors mettre à profit les propriétés statistiques universelles des cavités chaotiques afin d'améliorer le comportement des CR au voisinage de la LUF. C'est ce que nous allons démontrer ici en comparant les réponses EM d'une CR chaotique et d'une CR commerciale, obtenues via un modèle numérique et des mesures expérimentales.

### II. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE D'UNE CR EN PRÉSENCE DE PERTES

Dans un premier temps, on modélise l'influence des pertes ohmiques sur la réponse EM à l'intérieur d'une CR, à la fréquence  $f$ , via la fonction de Green dyadique (FGD) à valeurs complexes :

$$\overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_0, f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n^2 \vec{E}_n(\vec{r}) \otimes \vec{E}_n(\vec{r}_0)}{k^2(k_n^2 - k^2)} \quad (1)$$

où la somme porte sur les résonances complexes définies par les valeurs propres  $k_n = \frac{2\pi f_n}{c} (1 - \frac{i}{2Q_n})$  avec  $f_n$  la fréquence centrale de la  $n$ -ième résonance et  $f_n/Q_n = \Gamma_n$  sa largeur, et les champs propres complexes  $\vec{E}_n$  au point de mesure  $\vec{r}$  et au point d'excitation  $\vec{r}_0$  (source ponctuelle de courant). Dans la littérature, la FGD est souvent écrite sous forme matricielle :

$$\overline{\overline{G}} = \begin{pmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

où chacune des colonnes ( $i = x, y, \text{ ou } z$ ) fournit les trois composantes du vecteur champ électrique pour une excitation polarisée selon  $\vec{e}_i$ . On étudie une CR chaotique (Fig. 1.a) et une CR conventionnelle équipée d'un brasseur (Fig. 1.b).

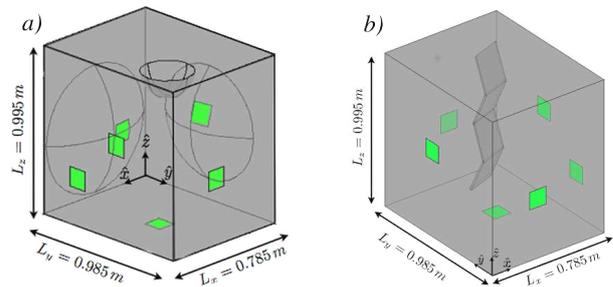


Fig. 1. a) : CR rendue chaotique par l'introduction d'une demi-sphère et de 2 calottes sphériques [5]. b) : CR conventionnelle. Les petits carrés indiquent les patches où l'absorption est localisée.

Dans le cas de la CR chaotique, le paramètre de complexité des modes, défini par :

$$q_n^2 = \frac{\langle \text{Im} [\vec{E}_n] \cdot \text{Im} [\vec{E}_n] \rangle}{\langle \text{Re} [\vec{E}_n] \cdot \text{Re} [\vec{E}_n] \rangle} \quad (3)$$

(où le champ vectoriel est correctement normalisé via la transformation  $\vec{E}_n \rightarrow \vec{E}_n / \sqrt{\iiint \vec{E}_n \cdot \vec{E}_n dv}$  qui rend nulle la phase moyenne de chaque composante [8]) ainsi que les largeurs  $\Gamma_n$  des résonances, vérifient des prédictions statistiques obtenues à l'aide de la théorie des matrices aléatoires appliquée aux systèmes chaotiques ouverts (voir par exemple [6] et références incluses).

Dans la gamme de fréquences étudiées, pour les dimensions indiquées en Fig.1, si les pertes n'étaient liées qu'à la conductivité finie des parois, le facteur de qualité moyen serait de l'ordre de  $10^4 - 10^5$ . Or, en pratique, ce dernier est plutôt de l'ordre de quelques  $10^3$  du fait des pertes liées aux antennes, aux défauts des parois et aux divers objets introduits dans la CR. Dans un souci de simplification, dans nos modèles, les pertes sont introduites au niveau de *patches* identiques (Fig.1), distribués sur les parois et dont la conductivité est choisie de sorte que le facteur de qualité moyen ( $\langle Q_n \rangle$ ) de la CR reste compris entre 1500 et 2000 (valeurs réalistes dans des CR de cette dimension autour de 1 GHz). Les résonances complexes ( $k_n$  et  $\vec{E}_n$ ) dans les deux CR de la Fig.1 ont été obtenues via un logiciel de FEM.

### III. ÉTUDE STATISTIQUE

#### III.1. Statistiques des éléments de la FGD

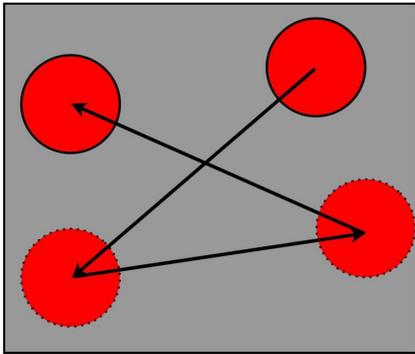


Fig. 2. trajectoire de la demi-sphère du plafond de la CR chaotique .

Afin de réaliser une étude statistique, on considère 28 configurations différentes pour chaque CR, obtenues soit en déplaçant la demi-sphère du plafond de la CR chaotique (voir Fig.2), soit en pivotant le brasseur de la CR conventionnelle autour de son axe. Pour chaque configuration, la FGD (1) est calculée pour 261 fréquences d'excitation régulièrement espacées entre  $4,7f_c$  et  $5f_c$  (où  $f_c$  est la fréquence de coupure d'une des configurations de la CR chaotique). Cet intervalle, situé au voisinage du 200<sup>e</sup> mode , comprend environ 50 résonances dont le recouvrement modal moyen, défini par  $d = \langle \Gamma_n \rangle / \Delta f = 8\pi V f^3 c^{-3} \langle Q_n \rangle^{-1}$  (où  $\Delta f$  est l'espacement moyen entre

fréquences de résonance adjacentes et  $V$  le volume de la CR), vaut environ 0,5.

Dans un premier temps, a été testé le caractère gaussien de la distribution des parties réelle et imaginaire de chacune des composantes cartésiennes des FGD calculées [7], [8]. Dans la CR conventionnelle, près de 20% d'entre elles ont au moins une composante dont la partie réelle et/ou la partie imaginaire ne sont pas distribuées selon une loi normale. Dans la CR chaotique, seuls 7% des FGD ont une seule composante (partie réelle ou imaginaire) non gaussienne.

Pour des fréquences très supérieures à la LUF, où de fait  $d \gg 1$ , l'hypothèse de Hill est généralement vérifiée. Elle conduit à un champ EM complexe dont chaque composante cartésienne présente des parties réelle et imaginaire statistiquement indépendantes et identiquement distribuées selon une loi normale. Dans ce cas, la distribution du carré de l'amplitude de chaque composante suit une loi exponentielle. Ce régime a été abondamment exploré dans d'autres contextes tels que la physique nucléaire (régime de Ericson) et l'acoustique des salles (régime de Schroeder) [9]. Or dans le régime qui nous intéresse ici ( $d \lesssim 1$ ), les parties réelle et imaginaire de chacune des composantes du champ ne sont pas identiquement distribuées [5], [8]. Cependant, pour une fréquence d'excitation et une configuration données, dans le cas d'une CR idéalement chaotique, elles demeurent distribuées selon des lois normales mais de variances différentes. La distribution du module carré de chaque composante  $I_i = |E_i|^2$  qui en découle n'est alors plus exponentielle et dépend d'un unique paramètre  $\rho_i$ , appelé *phase rigidity*, défini par :

$$\rho_i = \frac{\langle E_i^2 \rangle}{\langle |E_i|^2 \rangle}. \quad (4)$$

Plus précisément la distribution de  $\tilde{I}_i = I_i / \langle I_i \rangle$  dépend du seul module de  $\rho$  au travers de l'expression [10]

$$P_{\rho_i}(\tilde{I}_i) = \frac{1}{\sqrt{1 - |\rho_i|^2}} \exp \left[ -\frac{\tilde{I}_i}{1 - |\rho_i|^2} \right] I_0 \left[ \frac{|\rho_i| \tilde{I}_i}{1 - |\rho_i|^2} \right] \quad (5)$$

Cette distribution à été proposée par Pnini et Shapiro dans [11] afin de modéliser des systèmes chaotiques partiellement ouverts et permet l'interpolation entre les distributions idéales de Porter-Thomas ( $|\rho| \rightarrow 1$  pour les systèmes fermés) et exponentielle ( $|\rho| = 0$  pour les systèmes complètement ouverts). Récemment, dans [12], cette distribution a été comparée à des distributions empiriques obtenues dans une CR conventionnelle à basse fréquence. Malheureusement cette comparaison n'a pas pris en compte le caractère non universel des CR conventionnelles à basse fréquence, ni même le fait que  $\rho$  soit un paramètre distribué aussi bien en fréquence qu'en

configuration [10]. En effet, ce paramètre est amené à fluctuer lors d'un brassage mécanique ou électronique. Dans la CR chaotique, du fait de l'isotropie du champ, on a observé que, pour une fréquence d'excitation et une configuration données, chaque colonne de la FGD est associée à une seule valeur de  $\rho$ .

### III.2. Critère d'uniformité de la norme

On s'intéresse ici aux fluctuations des maxima du module du champ évaluées par [1] :

$$\sigma_{dB}(f) = 20 \log_{10} \left( 1 + \frac{\sigma_{\max}}{\langle |E_a|_{\max} \rangle} \right) \quad (6)$$

Conformément à [1], on choisit 8 points de mesure (éloignés au minimum d'un quart de longueur d'onde). En chacun de ces points, pour 28 positions non corrélées du brasseur ou de la demi-sphère, on calcule la matrice FGD (2) (dont chaque colonne est divisée par la racine carrée de la puissance d'entrée) et on retient, pour chaque ligne, la composante de plus grand module  $|E_a|_{\max} = |\max(G_{ai})|$ . On calcule enfin la moyenne et l'écart type sur les  $8 \times 3$  valeurs de  $|E_a|_{\max} = \{|E_x|_{\max}, |E_y|_{\max}, |E_z|_{\max}\}$ . Dans la norme [1], le champ est considéré comme uniforme lorsque  $\sigma_{dB} < 3$  dB. La CR chaotique (courbe rouge de la Fig.3) vérifie plus souvent et mieux ce critère que la CR conventionnelle (courbe bleue de la Fig.3).

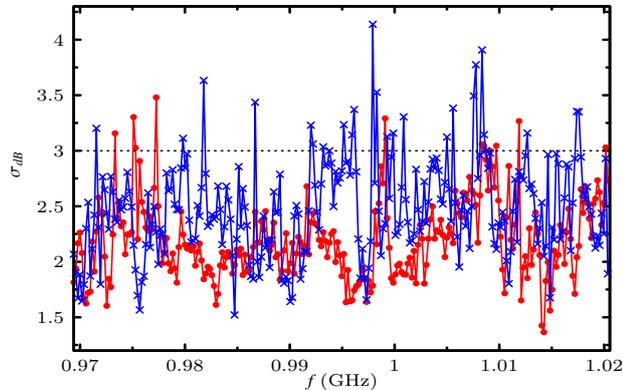


Fig. 3. Fluctuations des maxima en dB. CR chaotique : points et courbe en rouge. CR conventionnelle : croix et courbe en bleu.

Afin de mieux quantifier ces différences de comportement, on propose de représenter ces résultats sous forme d'histogrammes et de considérer leurs évolutions lorsqu'on fait varier le nombre de points de mesure (voir Fig.4 et Fig.5). Les histogrammes présentés en Fig.4 correspondent respectivement à 8, 16 et 32 points de mesures dans la CR chaotique. On constate qu'augmenter le nombre de points de mesure ne modifie pas la moyenne de façon significative (tirets rouges, bleus et verts superposés) et tend à concentrer les histogrammes autour d'une même moyenne nettement inférieure à 3 dB. En

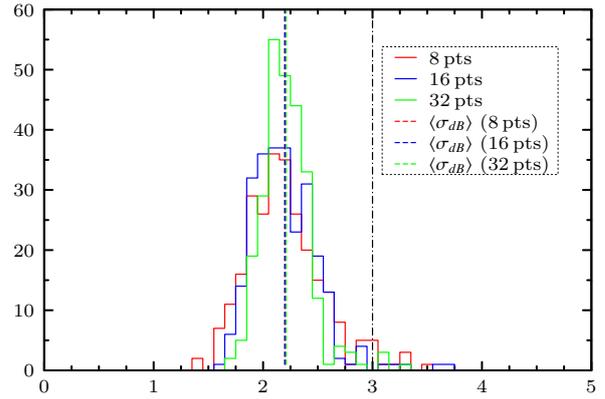


Fig. 4. Histogrammes des valeurs de  $\sigma_{dB}$  obtenues pour 8 (rouge), 16 (bleu), 32 (vert) points de mesure dans la CR chaotique. Les tirets en rouge, bleu et vert représentent respectivement les moyennes de  $\sigma_{dB}$  pour 8, 16 et 32 points. La limite à 3 dB est également indiquée. Les pourcentages de valeurs au-dessus de cette limite sont respectivement de : 3,8%, 1,9% et 1,5%

revanche, les histogrammes présentés en Fig.5 et correspondant à la CR conventionnelle, montrent un comportement dépendant du nombre de points. En effet les moyennes dépendent significativement du nombre de points de mesures et sont plus élevées que dans la CR chaotique. De surcroît, les dispersions autour de celles-ci ne tendent pas à diminuer avec l'augmentation du nombre de points. Ceci démontre clairement le caractère non universel des statistiques de champ obtenues dans une CR non-chaotique.

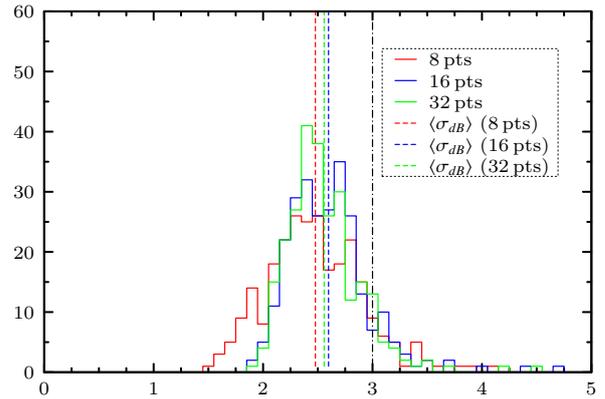


Fig. 5. Histogrammes des valeurs de  $\sigma_{dB}$  obtenues pour 8 (rouge), 16 (bleu), 32 (vert) points de mesure dans la CR conventionnelle. Les tirets en rouge, bleu et vert représentent respectivement les moyennes de  $\sigma_{dB}$  pour 8, 16 et 32 points. La limite à 3 dB est également indiquée. Les pourcentages de valeurs au-dessus de cette limite sont respectivement de : 9,6%, 11,1% et 8,8%

Sur la base des résultats numérique présentés ci-dessus, on peut avancer l'hypothèse que le caractère universel

des statistiques de la réponse dans une CR chaotique est garant d'une plus grande fiabilité du critère d'uniformité proposé par la norme. La forte sensibilité du critère d'uniformité vis-à-vis du nombre de points de mesure dans une CR conventionnelle lorsque l'on est au voisinage de la LUF tend à démontrer l'inadaptation de ce critère à ce régime dans une CR non chaotique.

#### IV. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

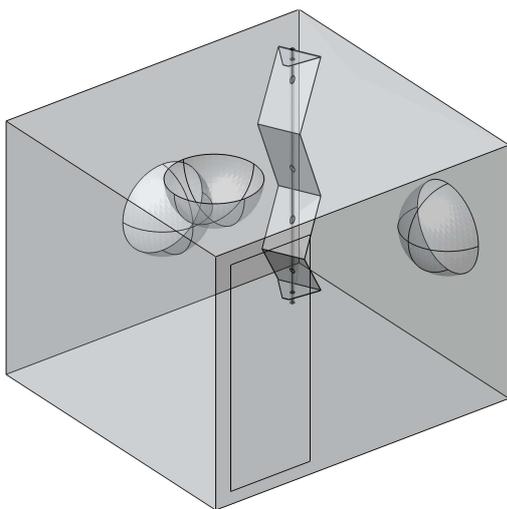


Fig. 6. Schéma de la CR commerciale rendue chaotique par l'ajout de 3 demi-sphères. Le volume de la CR sans les demi-sphères est de  $19.1 \text{ m}^3$ , les demi-sphères ont un rayon de 40 cm.

Cette section présente des expériences menées dans une CR commerciale munie d'un brasseur vertical du type présenté plus haut. Celle-ci est rendue chaotique par l'ajout de 3 demi-sphères métalliques sur ses parois (cf Fig.6). La caractéristique chaotique de cette configuration a été vérifiée par les méthodes décrites dans la référence [5]. Dans les configurations d'origine et chaotiques de cette CR ( $V \simeq 20 \text{ m}^3$ ), on a mesuré la matrice  $S$  entre deux antennes (un dipôle et un monopôle). Les mesures ont été réalisées en 1024 fréquences régulièrement espacées sur une bande de fréquences de 20 MHz centrée autour de 400 MHz, pour 30 positions du brasseur espacées de 12 degrés et pour huit positions différentes de l'antenne monopôle. Après avoir extrait les couplages des antennes [6], [8], on déduit de la mesure de  $S_{12}$  la valeur normalisée de l'amplitude de la composante cartésienne du champ le long de l'antenne monopôle dont l'orientation est maintenue fixée. On évalue le facteur de qualité moyen à environ 2000. Ce dernier est peu dégradé par l'introduction des demi-sphères. Dans la gamme de fréquences étudiée (de l'ordre de 5 à 6 fois la fréquence

de coupure), le recouvrement modal demeure modéré ( $d \sim 0,6$ ). Des réponses ainsi mesurées, on retiendra ici l'analyse du critère d'uniformité. Comme dans la section précédente, on présente en Fig.7 une comparaison des histogrammes de  $\sigma_{dB}$  obtenus expérimentalement dans les deux configurations ci-dessus mentionnées. Ces mesures préliminaires tendent à confirmer les résultats établis numériquement dans la section précédente. En effet, le critère d'uniformité est beaucoup mieux vérifié dans la configuration chaotique, notamment du fait d'une dispersion plus réduite de la distribution de  $\sigma_{dB}$  autour d'une valeur moyenne elle-même plus faible.

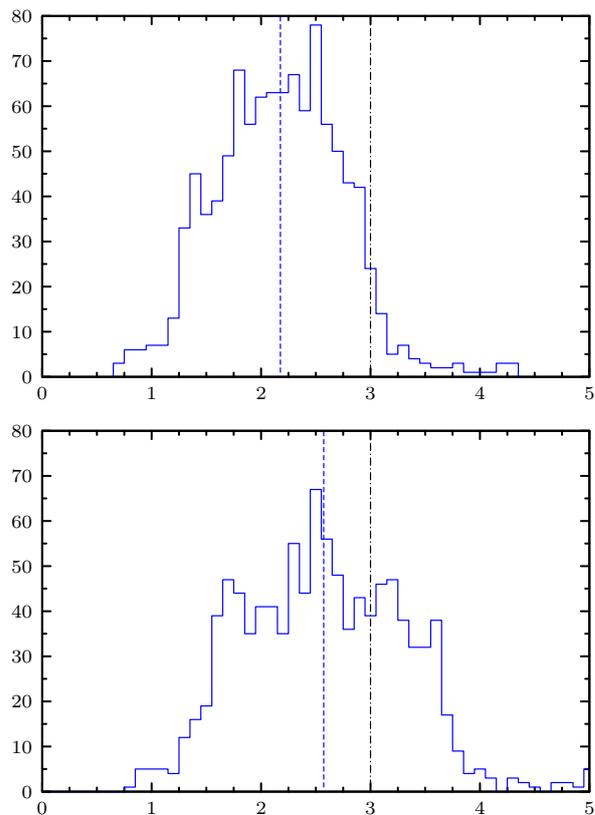


Fig. 7. Histogrammes des valeurs de  $\sigma_{dB}$  obtenues expérimentalement dans les deux configurations de la CR représentée en Fig. 6. Sont aussi reportées : la limite à 3dB (tirets-pointillés en noir) et la moyenne de  $\sigma_{dB}$  (tirets en bleu). L'histogramme du haut correspond à la CR chaotique avec les 3 demi-sphères et le brasseur, l'histogramme du bas correspond à la même CR sans les demi-sphères.

Ces résultats expérimentaux confirment également la validité de notre approche numérique. En Fig.8 sont présentés les histogrammes de  $\sigma_{dB}$ , obtenus à partir du calcul d'un seul élément de la FGD dans des géométries et configurations (nombres de pas de brasseur, positions des points de mesure,...) aussi proches que possible de celles de nos expériences, notamment par l'introduction de pertes ohmiques localisées sur les parois et assurant

un recouvrement modal  $d \lesssim 1$ . Les comportements expérimentaux et numériques sont remarquablement comparables.

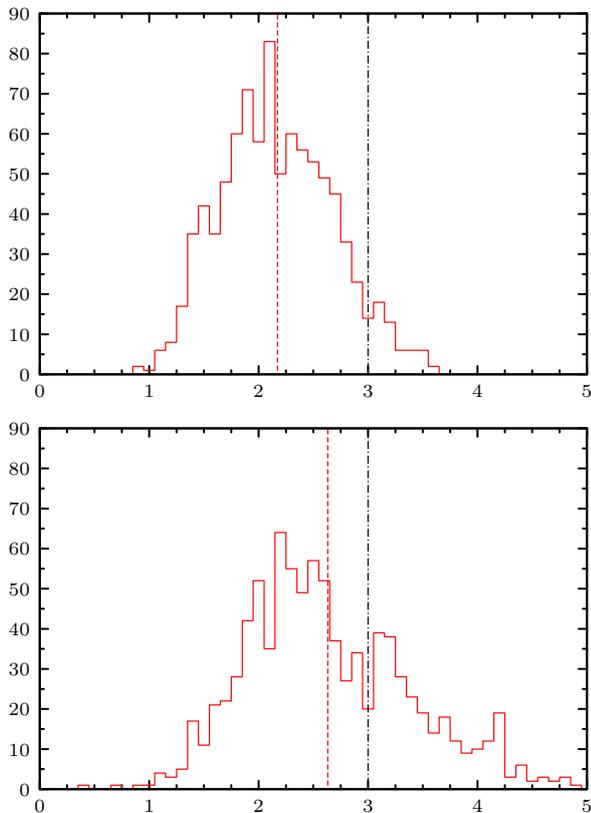


Fig. 8. Histogrammes des valeurs de  $\sigma_{dB}$  obtenues numériquement (via la FGD) dans les deux configurations de la CR représentée en Fig. 6. Les pertes sont introduites comme précédemment via 6 patches de conductivité très faible et assurant  $d \lesssim 1$ . Sont aussi reportées : la limite à 3dB (tirets-pointillés en noir) et la moyenne de  $\sigma_{dB}$  (tirets en rouge). L'histogramme du haut correspond à la CR chaotique avec les 3 demi-sphères et le brasseur, l'histogramme du bas correspond à la même CR sans les demi-sphères.

## V. CONCLUSION

Cet article s'intéresse aux statistiques de la réponse EM d'une CR rendue chaotique par l'adjonction d'éléments sphériques en présence de pertes. La réponse est modélisée en prenant en compte le caractère complexe des modes de la cavité dans l'expression de la fonction de Green dyadique. Une étude numérique montre que le critère d'uniformité, dans un régime proche de la LUF et de recouvrement modal modéré, n'a de pertinence que si la CR est chaotique. Ces résultats numériques sont pour la première fois confirmés expérimentalement dans une CR commerciale rendue chaotique. L'approche numérique et l'analyse qui en découle s'en trouvent ainsi validée.

Ce travail bénéficie du soutien financier de l'ANR CAOREV.

## REFERENCES

- [1] CISPR/A and IEC SC 77B, IEC 61000-4-21, " *Electromagnetic Compatibility (EMC)- Part 4-21: Testing and Measurement Techniques - Reverberation Chamber Test Methods*", International Electrotechnical Commission (IEC) International standard.
- [2] A. Cozza, " *The role of losses in the definition of the overmoded condition for reverberation chambers and their statistics*", IEEE Trans. Electromagn. Compat. 53 (2) (2011) 296 - 307.
- [3] D. Hill, " *Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers*", IEEE Trans. Electromagn. Compat. 40 (3) (1998) 209 - 217.
- [4] D. Hill, " *Electromagnetic Fields in Cavities: Deterministic and Statistical Theories*", IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, IEEE; Wiley, 2009.
- [5] J.-B. Gros, O. Legrand, F. Mortessagne, E. Richalot, K. Selemani, " *Universal behaviour of a wave chaos based electromagnetic reverberation chamber*", Wave Motion (2013), doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.wavemoti.2013.09.006>.
- [6] U. Kuhl, O. Legrand, F. Mortessagne, " *Microwave experiments using open chaotic cavities in the realm of the effective Hamiltonian formalism*", Fortschritte der Physik / Progress of Physics 61, 2 - 3 (2013) 404 - 419.
- [7] J.-B. Gros, et al., " *Le chaos des ondes dans les systèmes ouverts : Application aux chambres réverbérantes électromagnétiques*", "Assemblée générale Interférences d'Ondes", Dijon 28 - 30 octobre 2013
- [8] J.-B. Gros, U. Kuhl, O. Legrand, F. Mortessagne , *article en préparation*.
- [9] O. Legrand, F. Mortessagne, D. Sornette, " *Spectral Rigidity in the Large Modal Overlap Regime: Beyond the Ericson-Schroeder Hypothesis*", Journal de Physique I, 5(8) (1995) 1003 - 1010. doi:10.1051/jp1:1995179; Erratum: *Ibid* 5(11) (1995) 1517 - 1517. doi:10.1051/jp1:1995214
- [10] Y.-H. Kim, U. Kuhl, H.-J. Stöckmann, P. Brouwer, " *Measurement of Long-Range Wave-Function Correlations in an Open Microwave Billiard*", Physical Review Letters, 94(3), (2005) 036804. doi:10.1103/PhysRevLett.94.036804
- [11] R. Pnini and B. Shapiro, " *Intensity fluctuations in closed and open systems*", Physical Review. E, 54(2),(1996) R1032 - R1035. Retrieved from <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/9965316>
- [12] L. R. Arnaut, " *Mode-stirred reverberation chambers: A paradigm for spatio-temporal complexity in dynamic electromagnetic environments*", Wave Motion (2013), doi:10.1016/j.wavemoti.2013.08.007