



**HAL**  
open science

# Régularisation bayésienne appliquée à la méthode d'holographie acoustique de champ proche en temps réel

Thibaut Le Magueresse, Jean-Hugh Thomas, Sébastien Paillasseur, Jérôme Antoni

## ► To cite this version:

Thibaut Le Magueresse, Jean-Hugh Thomas, Sébastien Paillasseur, Jérôme Antoni. Régularisation bayésienne appliquée à la méthode d'holographie acoustique de champ proche en temps réel. Congrès Français d'Acoustique 2014, Apr 2014, France. Méthodes d'inversion pour l'imagerie acoustique. hal-01038121

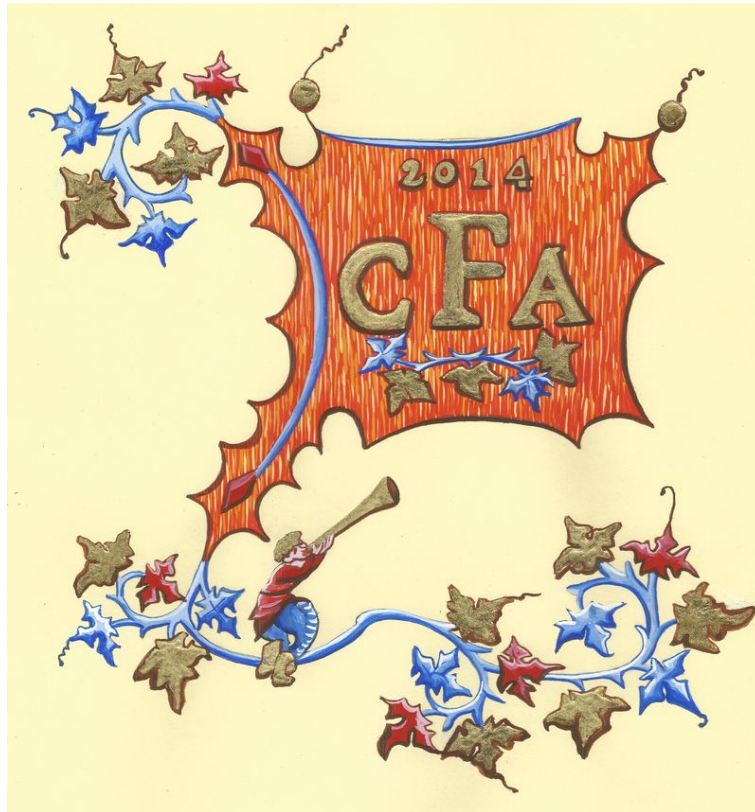
**HAL Id: hal-01038121**

**<https://hal.science/hal-01038121>**

Submitted on 23 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## **Régularisation bayésienne appliquée à la méthode d'holographie acoustique de champ proche en temps réel**

T. Le Magueresse<sup>a</sup>, J.-H. Thomas<sup>b</sup>, S. Paillasseur<sup>c</sup> et J. Antoni<sup>d</sup>

<sup>a</sup>MicrodB, 28 chemin du petit bois, 69130 Ecully, France

<sup>b</sup>LAUM, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France

<sup>c</sup>Microdb, 28 chemin du petit bois, 69130 Ecully, France

<sup>d</sup>Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA de Lyon Bâtiment St. Exupéry 25 bis av. Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France

thibaut-le-magueresse@microdb.fr

La méthode d'holographie acoustique de champ proche en temps réel est une méthode expérimentale qui permet la localisation et la quantification de sources acoustiques instationnaires, en utilisant une antenne de microphones régulière et plane. Dans le sens direct, la propagation est décrite en convoluant le spectre des nombres d'ondes du champ de pression généré par la source par une réponse impulsionnelle analytique connue. Ce produit de convolution peut être remplacé par un produit matriciel. L'opérateur de propagation est alors mis sous la forme d'une matrice de Toeplitz. Le processus de rétro-propagation met en jeu la décomposition en valeurs singulières de cette matrice et une régularisation de Tikhonov. L'objet de cette communication est d'étudier le processus de régularisation utilisé lors de la résolution de ce problème inverse. Le paramètre de régularisation est calculé en établissant un compromis entre la fidélité aux données mesurées et la fidélité à une certaine information a priori. Dans ce cadre, une approche bayésienne semble pertinente. Un nouveau paramètre de régularisation est alors introduit. La pertinence du paramètre de régularisation bayésien est alors estimée expérimentalement dans le cadre de la reconstruction du champ de pression par holographie acoustique de champ proche temps-réel.

## 1 Introduction

Dans le milieu industriel, un grand nombre de problèmes vibratoires ou acoustiques ont comme origine une excitation fluctuante dans le temps. Récemment, des méthodes d'imagerie acoustique ont été développées dans le but de reconstruire temporellement et spatialement des champs de pression instationnaires. Ces techniques consistent à estimer le champ de pression généré au niveau d'une structure à partir d'une antenne de microphones. L'opérateur de propagation des ondes générées par la structure vers l'antenne est une réponse impulsionnelle déterminée analytiquement. Dans la littérature, trois familles de méthodes se distinguent. Les méthodes de formation de voies ont été tout d'abord développées pour des besoins militaires. Le principe est d'utiliser la différence de phase entre les microphones pour reconstruire le champ de pression à des points focalisés sur la structure [1, 2]. De par leur caractéristique de robustesse face au bruit, ces méthodes sont très utilisées en industrie mais elles sont limitées en résolution pour des rayonnements de basses fréquences et ne permettent pas une quantification précise des sources. Ces méthodes sont donc aujourd'hui encore en développement [3, 4].

Par ailleurs, des méthodes récursives ont été proposées [5, 6]. Le principe de ces méthodes est d'admettre que le champ de pression mesuré correspond à une distribution de sources monopolaires rayonnant dans l'espace. Ces méthodes ont un caractère sensible puisque leur récursivité a comme inconvénient de propager le bruit de mesure, échantillon par échantillon.

Finalement, des techniques d'holographie acoustique de champ proche, basées sur une transformée de Fourier spatiale du champ de pression ont été développées pour la reconstruction temporelle de sources instationnaires sur des structures planes. La mesure champ proche du champ de pression permet de prendre en compte les ondes évanescentes et de ce fait fournit des résultats de haute résolution. La méthode appelée « Time Method » met en jeu une transformée de Fourier fréquentielle à court terme dans le but de pouvoir répéter le traitement d'holographie sur chaque bloc temporel [7]. La méthode « Time Domain Holography » répète le processus d'holographie pour chaque fréquence et une transformée de Fourier inverse est utilisée en fin de traitement pour obtenir une estimation du champ dans le domaine temporel [8]. Wu *et. al* [9] proposent une évolution de la méthode pour l'application en coordonnées

sphériques. Ils appliquent une transformée de Laplace pour s'affranchir du produit de convolution.

Récemment, la méthode d'holographie champ proche en temps réel a été développée. Le principe de l'holographie acoustique temps-réel introduit par Thomas *et al.* [10] est de conserver la dépendance temporelle dans le formalisme utilisé. La transformée temporelle est donc exclue. La première étape est de réaliser une transformée de Fourier spatiale des signaux microphoniques. Ensuite, l'équation de propagation de Helmholtz est résolue en passant par le domaine de Laplace. La solution trouvée s'écrit sous la forme d'un produit de convolution du spectre de pression instantané par une réponse impulsionnelle. En considérant les conditions aux limites du problème d'acoustique de propagation en champ libre, une expression analytique de la réponse impulsionnelle est trouvée. Son inversion implique un processus de régularisation. L'estimation du paramètre de régularisation optimal est une étape indispensable pour obtenir une bonne reconstruction. Le but de cet article est d'étudier le paramètre de régularisation bayésien qui a démontré sa supériorité pour la résolution des problèmes acoustiques inverses dans le domaine fréquentiel [11].

## 2 Holographie acoustique de champ proche temps-réel

### 2.1 Problème direct

Le problème direct en holographie acoustique temps-réel consiste à propager le spectre des nombres d'onde du plan source  $z_s$  au plan de mesure  $z_m$  (voir figure 1). Cette propagation est réalisée par la convolution du spectre des nombres d'onde instantané  $P(k_x, k_y, z_s, t)$  par la réponse impulsionnelle  $h(k_x, k_y, z_m - z_s, t)$  :

$$P(k_x, k_y, z_m, t) = P(k_x, k_y, z_s, t) * h(k_x, k_y, z_m - z_s, t) + B(k_x, k_y, t), \quad (1)$$

avec  $k_x$  et  $k_y$  les nombres d'onde suivant les axes  $x$  et  $y$  et  $B(k_x, k_y, t)$  le bruit additif dans le domaine du nombre d'onde et  $\mathbf{t}$  un vecteur temporel de dimensions  $N$ , avec  $N$  le nombre d'échantillons temporels.

La réponse impulsionnelle est obtenue en résolvant l'équation de Helmholtz dans le domaine des nombres d'onde :

$$\frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial t^2} - (k_x^2 + k_y^2) P(k_x, k_y, z, t) = 0, \quad (2)$$

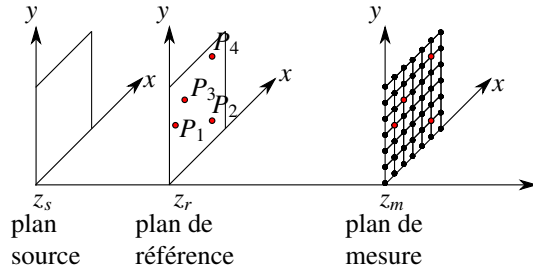


FIGURE 1 – Géométrie du problème

avec  $c$  la célérité des ondes acoustiques. La résolution de cette équation mène à une réponse impulsionnelle analytique de la forme :

$$h(\Omega_r, \tau, t) = \delta(t - \tau) - g(\Omega_r, \tau, t), \quad (3)$$

avec  $\delta(t - \tau)$  la fonction de Dirac, et

$$g(\Omega_r, \tau, t) = \tau \Omega_r^2 \frac{J_1(\Omega_r \sqrt{t^2 - \tau^2})}{\Omega_r \sqrt{t^2 - \tau^2}} \Gamma(t - \tau), \quad (4)$$

avec  $\tau = (z_m - z_s)/c$  le retard de propagation,  $\Omega_r = c \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  la pulsation de transition,  $J_1$  la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 1 et  $\Gamma(t)$  la fonction de Heaviside.

Il a été montré lors des études précédentes que la propagation des ondes par convolution avec cette réponse impulsionnelle pouvait présenter des distorsions dues à l'échantillonnage temporel de la réponse impulsionnelle [10, 12]. Le traitement utilisé ici est un échantillonnage moyenné de la réponse impulsionnelle. Cela consiste à remplacer la discrétisation directe  $g[n]$  de la fonction  $g(t)$  par un échantillonnage moyenné  $\bar{g}[n]$ .  $g[n]$  est obtenue en prenant la valeur de  $g(t)$  à l'instant  $t = n\Delta t$

$$g[n] = g(n\Delta t). \quad (5)$$

$\bar{g}[n]$  est égale à la valeur moyenne de  $g(t)$  sur un intervalle  $\Delta t$  centré sur  $t = n\Delta t$

$$\bar{g}[n] = \frac{1}{\Delta t} \int_{n\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}^{n\Delta t + \frac{\Delta t}{2}} g(t) dt. \quad (6)$$

## 2.2 Problème inverse

### 2.2.1 Déconvolution

La technique utilisée est de transformer le produit de convolution exprimé en équation (1) par un produit matriciel [13, 14] :

$$\mathbf{P}(k_x, k_y, z_m) = \mathbf{P}(k_x, k_y, z_s) \mathbf{H}(k_x, k_y, \Delta z) + \mathbf{B}(k_x, k_y). \quad (7)$$

Pour éviter des problèmes de singularité, la reconstruction du champ source se fera au niveau du plan de calcul  $z_c$ , avec  $z_c > z_s$ , et avec  $\Delta_z = z_m - z_c$  la distance de rétro-propagation. La suite du développement considère un couple  $(k_x, k_y)$  unique, pour une simplicité d'écriture. La matrice  $\mathbf{H}(\Delta z)$  est

une matrice triangulaire inférieure de Toeplitz définie par :

$$\mathbf{H}(\Delta z) = \begin{pmatrix} h(\Delta z, t^1) & 0 & \dots & 0 \\ h(\Delta z, t^2) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ h(\Delta z, t^N) & \dots & h(\Delta z, t^2) & h(\Delta z, t^1) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Le produit du spectre des nombres d'onde instantané avec l'inverse de la matrice de Toeplitz régularisée fournit alors le spectre des nombres d'onde instantané au niveau du plan de calcul. Une transformée de Fourier spatiale inverse permet finalement d'estimer le champ de pression dans le domaine espace-temps.

### 2.2.2 Régularisation

La matrice  $\mathbf{H}(\Delta z)$  étant mal conditionnée, des outils de régularisation sont utilisés dans le but de stabiliser la solution aux perturbations des données d'entrée lors de son inversion.

La formulation du problème au sens des moindres carrés estime une solution  $\mathbf{P}(z_s)$  à partir du modèle de propagation  $\mathbf{H}(\Delta z)$  et des mesures  $\mathbf{P}(z_m)$  :

$$\mathbf{P}(z_s) = \underset{\|\mathbf{P}(z_s)\|}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{P}(z_m) - \mathbf{H}(\Delta z) \mathbf{P}(z_s)\|_2^2. \quad (9)$$

La formulation du problème au sens de Tikhonov introduit un paramètre de régularisation  $\eta^2$  qui est calculé en établissant un compromis entre la fidélité aux données mesurées et une fidélité à une certaine information a priori [15]. La fonctionnelle à minimiser devient alors [16, 17] :

$$\mathbf{P}(z_s) = \underset{\|\mathbf{P}(z_s)\|}{\operatorname{argmin}} \left( \|\mathbf{P}(z_m) - \mathbf{H}(\Delta z) \mathbf{P}(z_s)\|_2^2 + \eta^2 \|\mathbf{C} \mathbf{P}(z_s)\|_2^2 \right), \quad (10)$$

avec  $\mathbf{C}$  un opérateur de contrainte correspondant à l'information a priori que l'on a sur la solution. En décomposant la matrice des fonctions de transfert en valeurs propres, l'estimation de la solution devient alors :

$$\mathbf{P}_\eta(z_s) = \mathbf{V} \left[ \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{s}^2 + \eta^2} \right] \mathbf{U}^H \mathbf{P}(z_m), \quad (11)$$

avec  $\mathbf{P}_\eta(z_s)$  la solution régularisée,  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{U}$  les matrices singulières issues de la décomposition de la matrice de Toeplitz. Ces matrices singulières possèdent des propriétés d'orthogonalité :

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}, \quad \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}, \quad (12)$$

avec  $\mathbf{I}$  la matrice identité. Les valeurs singulières réelles notées  $\mathbf{s}$  apparaissent dans un ordre croissant :  $s_1 > s_2 > \dots > s_N \geq 0$ . Le terme  $\left[ \frac{s_k^2}{s_k^2 + \eta^2} \right]$  peut être interprété comme étant un filtre qui est égal à 1 si  $s_k \gg \eta$ , c'est-à-dire si la valeur singulière est suffisamment énergétique. Il est égal à  $s_k/\eta$  si  $s_k \ll \eta$ , ce qui permet d'éviter une amplification trop importante de la sortie si la valeur singulière est trop peu énergétique. Des méthodes automatisées de calcul du paramètre de régularisation sont apparues, afin de déterminer quel degré de filtrage faut-il appliquer à ces valeurs singulières. Les trois méthodes

étudiées dans cet article sont la validation croisée généralisée (« GCV »), la méthode de la courbe en L (« LCV ») et la méthode bayésienne (« BA »). Il s'agira de comparer ces méthodes d'estimation de paramètre de régularisation d'une manière expérimentale. Les méthodes LCV et GCV ont été implémentées en suivant les algorithmes décrits dans la littérature [18, 19]. Le calcul du paramètre bayésien est détaillé en section 4.

### 3 Approche bayésienne pour la résolution du problème inverse

L'inconnue étant le champ de pression au niveau du plan de calcul, la règle de Bayes est utilisée pour estimer la densité de probabilité a posteriori [20] :

$$[\mathbf{P}(z_c)|\mathbf{P}(z_m)] = \frac{[\mathbf{P}(z_m)\mathbf{P}(z_c)] [\mathbf{P}(z_c)]}{[\mathbf{P}(z_m)]}, \quad (13)$$

où la notation  $[X]$  désigne la densité de probabilité d'une variable aléatoire  $X$  et  $[X|Y]$  sa densité de probabilité conditionnée aux observations  $Y$ . Le terme  $[\mathbf{P}(z_m)\mathbf{P}(z_c)]$  est la fonction de vraisemblance, c'est-à-dire la probabilité d'observer les mesures sachant le champ de sources, le terme  $[\mathbf{P}(z_c)]$  désigne la densité de probabilité a priori avant que les mesures ne soient effectuées, et finalement, où  $[\mathbf{P}(z_m)]$  représente l'évidence exprimant la probabilité d'observer les données moyennées sur tout l'espace des réalisations possibles des paramètres.

#### 3.1 Fonction de vraisemblance

Les erreurs expérimentales liées au bruit de mesure peuvent être modélisées par une densité de probabilité gaussienne, et ce pour plusieurs raisons :

- Les erreurs expérimentales peuvent provenir de plusieurs origines, et cette superposition d'erreurs converge vers une loi gaussienne d'après le théorème central limite [21] ;
- Le choix d'une loi gaussienne est le choix qui implique le plus de dispersion pour la modélisation des fluctuations aléatoires.

Sa densité de probabilité peut alors s'écrire comme une distribution normale centrée complexe  $\mathcal{N}_c(0, \beta^2 \mathbf{\Omega}_b)$  avec  $\beta^2$  la puissance moyenne du bruit et  $\mathbf{\Omega}_b$  une matrice de structure connue. Les coefficients de cette matrice sont des coefficients de corrélation qui définissent la nature du bruit (si aucun a priori n'est connu, une matrice identité peut être utilisé). Le bruit dans le domaine des nombres d'onde est considéré comme indépendant et identiquement distribué entre couple  $(k_x, k_y)$  et blanc temporellement. La densité de probabilité du bruit peut alors s'écrire, pour chaque couple  $(k_x, k_y)$  :

$$[\mathbf{B}|\beta^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \beta^2 \mathbf{\Omega}_b) = \frac{1}{\pi^N \beta^{2N} |\mathbf{\Omega}_b|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{B}\|_{\mathbf{\Omega}_b}^2}{\beta^2}\right), \quad (14)$$

avec  $|\mathbf{\Omega}_b|$  désignant le déterminant de la matrice  $\mathbf{\Omega}_b$ , et la notation  $\|\mathbf{B}\|_{\mathbf{\Omega}_b}^2 = \mathbf{B}^H \mathbf{\Omega}_b^{-1} \mathbf{B}$ .

La fonction de vraisemblance  $[\mathbf{P}(z_m)\mathbf{P}(z_c)]$  est une densité de probabilité qui dépend des erreurs liées au bruit de mesure. La densité de la fonction de vraisemblance suit donc une loi gaussienne. Sa moyenne est déduite du problème direct de l'équation 7 :

$$[\mathbf{P}(z_m)|\mathbf{P}(z_c), \beta^2] = \mathcal{N}(\mathbf{P}(z_c) \mathbf{H}(\Delta z); \beta^2 \mathbf{\Omega}_b). \quad (15)$$

#### 3.2 Densité de probabilité a priori

La distribution a priori permet de prendre en compte les connaissances que l'expérimentateur possède sur le problème étudié. L'hypothèse principale est que les sources rayonnent comme des bruits blancs d'une puissance acoustique  $\alpha^2$ . Intuitivement, le premier a priori que l'on pourrait intégrer est une fonction d'ouverture, c'est-à-dire un a priori que l'on aurait sur la localisation de la source. Des a priori sur la corrélation temporelle des sources, sur la cohérence des sources, ou sur le nombre des sources peuvent aussi être modélisés dans cette densité de probabilité. Aucun a priori sur la cohérence des sources ou sur une fonction d'ouverture n'a été retenu ici. Une densité suivant une loi gaussienne complexe a été retenue :

$$[\mathbf{P}(z_c)|\alpha^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2) = \frac{1}{\pi^N \alpha^{2N} |\mathbf{\Omega}_s|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{P}(z_c)\|_{\mathbf{\Omega}_s}^2}{\alpha^2}\right), \quad (16)$$

avec  $\mathbf{\Omega}_s$  une matrice de structure permettant de modéliser une potentielle corrélation temporelle des sources dans le domaine temps-nombre d'onde. Dans notre cas, une matrice identité est utilisée.

#### 3.3 Maximum a posteriori

Dans le but d'estimer le champ de pression  $\mathbf{P}(z_c)$  au niveau du plan de calcul, la technique employée est de maximiser la probabilité a posteriori donnée par la formule de Bayes en équation 13 :

$$J_1 = \text{Argmax}\{[\mathbf{P}(z_c), \alpha^2, \beta^2 | \mathbf{P}(z_m)]\} \quad (17)$$

$$= \text{Argmin}\{-\ln[\mathbf{P}(z_c), \alpha^2, \beta^2 | \mathbf{P}(z_m)]\}. \quad (18)$$

Dans le but de trouver une expression des sources à reconstruire, la dérivée de cette fonction coût par rapport à  $\mathbf{P}(z_c)$  est annulée :

$$\frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{P}(z_c)} = 0. \quad (19)$$

Il est alors intéressant de se rendre compte que la minimisation de cette fonction donne la même estimation de la solution qu'en équation 11, c'est à dire la forme régularisée de Tikhonov. De plus, le paramètre de régularisation  $\eta^2$  est donné par le rapport des deux hyperparamètres :

$$\eta^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2}. \quad (20)$$

## 4 Paramètre de régularisation

L'estimation du paramètre de régularisation est effectué par marginalisation de la densité de probabilité jointe

$[\alpha^2, \beta^2 | \mathbf{P}(z_m)]$  [11] :

$$[\eta^2 | \mathbf{P}(z_m)] \propto \left( \sum_{k=1}^N \frac{|\mathbf{U}_k^H \mathbf{P}(z_m)|^2}{s_k^2 + \eta^2} \right)^{N-2} \prod_{k=1}^N (s_k^2 + \eta^2)^N. \quad (21)$$

L'estimateur déterminé par le maximum a posteriori du paramètre de régularisation est alors celui de la minimisation de la fonction coût  $J_2$  :

$$\eta_{MAP}^2 = \text{Argmin}(J_2(\eta^2)) \quad (22)$$

avec

$$J_2 = \sum_{k=1}^N \ln(s_k^2 + \eta^2) + \left( M + \frac{2}{N} \right) \ln \alpha^2, \quad (23)$$

et

$$\alpha^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^I \frac{|\mathbf{U}_k^H \mathbf{P}(z_m)|^2}{s_k^2 + \eta^2}. \quad (24)$$

On peut aussi en déduire  $\beta^2 = \alpha^2 \times \eta^2$ .

La supériorité de l'approche bayésienne a été récemment démontré pour la résolution des problèmes inverses en acoustique dans le cas de la reconstruction de sources stationnaires [11]. Par le biais d'une étude expérimentale, il s'agira de comparer les différentes méthodes de calcul du paramètre de régularisation dans le cas de la reconstruction de sources instationnaires.

## 5 Configuration expérimentale

### 5.1 Présentation du cas d'étude

La configuration expérimentale est celle de la figure 1. Elle est présentée en photographie en figure 2.



FIGURE 2 – Configuration expérimentale

La première étape est de mesurer un champ de référence en  $z = z_r = 0.01m$  généré par une source ponctuelle instationnaire dans le plan  $z = z_s = 0m$ . La deuxième étape est de reculer l'antenne dans le plan  $z = z_m$ , de mesurer le champ de pression généré par cette même source, et de le reconstruire au niveau du plan de référence.

Une source monopolaire est positionnée en  $(0.2, 0.4, 0)$  générant un signal dont l'amplitude est modulée par une gaussienne. La fréquence moyenne du signal est  $f_m = 1000$  Hz. Une impulsion à  $t = t_0$  a été ajoutée permettant le déclenchement par front montant de l'acquisition.

L'antenne utilisée est composée de 7 par 7 microphones dont le pas est  $a = 0.1m$  ce qui constitue une antenne de  $0.6m$  par  $0.6m$ . La fréquence d'échantillonnage utilisée est de 12800Hz.

## 5.2 Présentation des indicateurs utilisés

Afin de pouvoir évaluer de manière objective les résultats obtenus avec la formulation de l'holographie acoustique temps réel dans le cadre de la propagation du champ de pression, deux indicateurs sont introduits. Ces indicateurs notés  $T_1$  et  $T_2$  définis respectivement équations 25 et 26, où  $\langle \rangle$  désigne la valeur moyenne sur le temps, permettent de comparer l'évolution temporelle du champ de pression de référence  $p_{ref}$  et du champ de pression propagé  $p$  pour chaque position  $(x_i, y_j)$  de l'antenne au niveau du plan de propagation [12] :

$$T_1 = \frac{\langle p_{ref}(x_i, y_j, z_p, t) p(x_i, y_j, z_p, t) \rangle}{\sqrt{\langle p_{ref}^2(x_i, y_j, z_p, t) \rangle \langle p^2(x_i, y_j, z_p, t) \rangle}}. \quad (25)$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{\langle p^2(x_i, y_j, z_p, t) \rangle}{\langle p_{ref}^2(x_i, y_j, z_p, t) \rangle}}. \quad (26)$$

$T_1$  est un coefficient de corrélation, ce qui signifie que cet indicateur est représentatif de la similarité entre la forme des deux signaux soit leur déphasage. Une valeur de 1 indique que les deux signaux sont en phase.  $T_2$  est le rapport entre les valeurs efficaces des signaux. Cet indicateur représente donc la similarité des amplitudes des deux signaux.

## 6 Résultats et discussion

### 6.1 Reconstruction du champ de pression

La reconstruction des sources a été effectuée à une distance de rétropropagation de  $\Delta z = 10cm$ . Le champ de pression de référence a été par ailleurs mesuré. Les résultats de reconstruction utilisant les trois méthodes de régularisation ont été comparés avec la référence mesurée. La figure 3 montre les résultats de reconstruction au niveau du point source (le point  $P_3$  sur la figure 1).

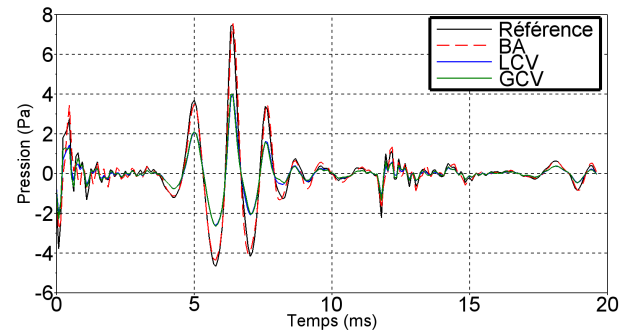


FIGURE 3 – Reconstruction du signal source à  $\Delta z = 10cm$

Ce résultat nous montre que la régularisation bayésienne permet de reconstruire le champ source avec une meilleure

fidélité à la réalité comparée aux autres méthodes de régularisation.

La figure 4 montre les résultats de reconstruction spatiale en utilisant le paramètre de régularisation bayésien, comparé à la référence mesurée. La localisation spatiale de la source est en accord avec la référence.

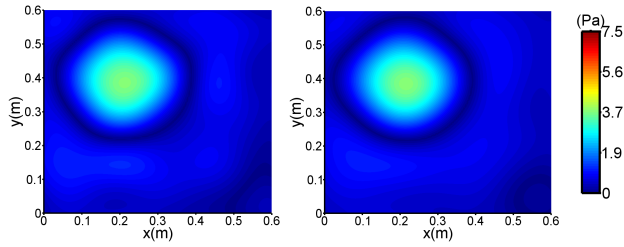


FIGURE 4 – Référence (à gauche) et reconstruction du champ de pression par holographie (à droite) en utilisant le paramètre de régularisation bayésien, à un instant  $t = 6.4ms$

### 6.2 Effet de la distance

L'effet de la distance de reconstruction a été étudié et les indicateurs  $T_1$  et  $T_2$  ont été calculés pour différentes positions de l'antenne à  $z_m = [0.05 : 0.05 : 0.25m]$ , moyenné sur l'ensemble du point de calcul. Le signal utilisé est un chirp de fréquence centrale de  $1000Hz$ . Les figures 5 et 6 montrent l'évolution de ces indicateurs en fonction de la distance de propagation. Les indicateurs décroissent avec la distance de reconstruction, puisque plus l'antenne est proche de la source, plus l'information concernant les ondes évanescentes est bien collectée.

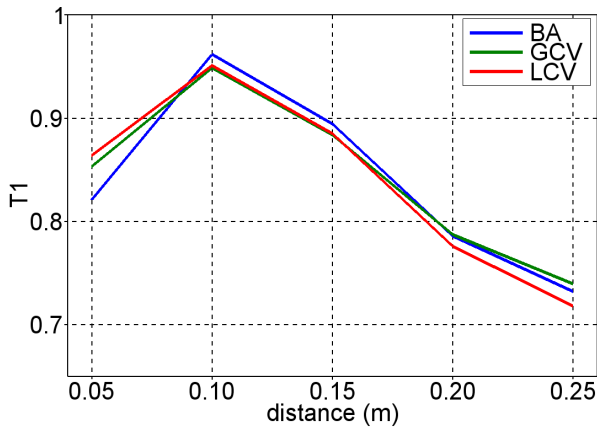


FIGURE 5 – Evolution de l'indicateur  $T_1$  en fonction de la distance de rétro-propagation pour une reconstruction d'un signal ayant pour fréquence centrale  $1000Hz$

L'indicateur  $T_2$  montre que le paramètre de régularisation bayésien permet d'avoir une meilleure estimation de l'amplitude de la source, par rapport aux méthodes LCV ou GCV. L'indicateur  $T_1$ , qui reflète la qualité de la reconstruction en terme de phase est équivalent, quel que soit le paramètre utilisé. Par ailleurs, il est intéressant d'observer que la distance optimale de reconstruction est de  $10cm$ , ce qui correspond au pas inter-microphonique.

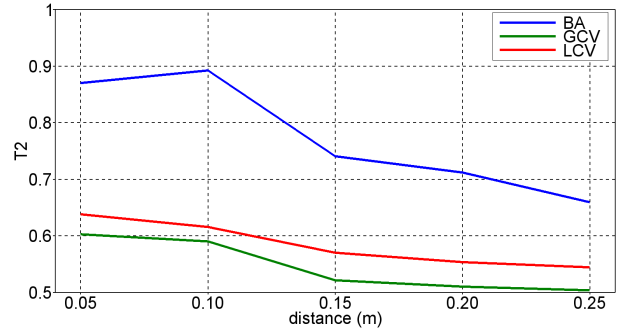


FIGURE 6 – Evolution de l'indicateur  $T_2$  en fonction de la distance de rétro-propagation pour une reconstruction d'un signal ayant pour fréquence centrale  $1000Hz$

### 6.3 Effet du contenu fréquentiel

Le contenu fréquentiel de la source a été modifié pour étudier l'effet de ce paramètre fréquentiel sur la reconstruction des sources instationnaires. Les figures 7 et 8 montrent l'évolution des indicateurs en fonction de la fréquence centrale du chirp modulé, pour une distance de rétropropagation de  $10cm$ .

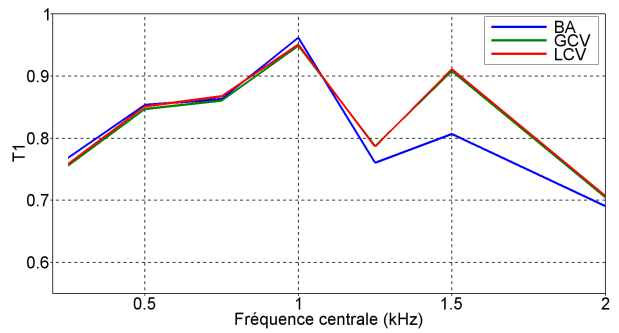


FIGURE 7 – Evolution de l'indicateur  $T_1$  en fonction de la fréquence centrale du signal pour une distance de reconstruction de  $10cm$

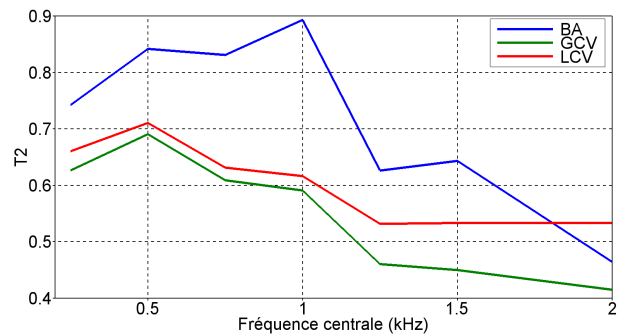


FIGURE 8 – Evolution de l'indicateur  $T_2$  en fonction de la fréquence centrale du signal pour une distance de reconstruction de  $10cm$

Comme précédemment, l'indicateur  $T_2$  révèle que le paramètre bayésien est généralement supérieur aux deux autres paramètres.

## 7 Conclusion

La méthode d'holographie acoustique temps-réel a été adaptée en utilisant un formalisme bayésien. Ce cadre probabiliste a permis d'introduire un nouveau paramètre de régularisation, qui a été comparé expérimentalement aux paramètres L-Curve et GCV. Vis-à-vis des indicateurs utilisés, les résultats de reconstruction du signal temporel sont de manière générale améliorés en utilisant le paramètre de régularisation bayésien, quelle que soit la distance de rétro-propagation ou le contenu fréquentiel du signal temporel.

L'approche bayésienne offre un formalisme mathématique assez vaste pour prendre en compte des connaissances a priori qui pourraient améliorer les résultats de reconstruction. Dans le futur, il serait donc intéressant d'utiliser des a priori spatio-temporels. Par exemple, sur le cas d'étude proposé dans cette communication, il aurait été possible d'utiliser des a priori concernant la couleur du signal, ou la position spatiale de la source.

## Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

## Références

- [1] B. D Van Veen and K. M Buckley. Beamforming : A versatile approach to spatial filtering. *IEEE assp magazine*, 5(2) :4–24, 1988.
- [2] D.-H Johnson and D.-E Dudgeon. *Array signal processing : concepts and techniques*. Simon & Schuster, 1992.
- [3] R.-P Dougherty and G.-G Podboy. Improved phased array imaging of a model jet. *AIAA paper*, 3186 :11–13, 2009.
- [4] E. Bavu and A. Berry. High-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(4) :595–606, 2009.
- [5] M.R. Bai and J.H. Lin. Source identification system based on the time-domain nearfield equivalence source imaging : Fundamental theory and implementation. *Journal of Sound and Vibration*, 307(1) :202–225, 2007.
- [6] M.-R. Bai and C.-C. Chen. Kalman filter-based microphone array signal processing using the equivalent source model. *Journal of Sound and Vibration*, 331(22) :4940 – 4955, 2012.
- [7] F. Deblauwe, J. Leuridan, JL Chauray, and B. Béguet. Acoustic holography in transient conditions. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 1999, pages 1603–1612. Institute of Noise Control Engineering, 1999.
- [8] J. Hald. Time domain acoustical holography and its applications. *Sound and Vibration*, 35(2) :16–25, February 2001.
- [9] S.F. Wu, H. Lu, and M.S. Bajwa. Reconstruction of transient acoustic radiation from a sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117 :2065, 2005.
- [10] J.H. Thomas, V. Grulier, S. Paillasseur, J.C. Pascal, and J.C. Le Roux. Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128 :3554, 2010.
- [11] A. Pereira. *Acoustic imaging in enclosed spaces*. PhD thesis, Insa Lyon, 2013.
- [12] S. Paillasseur. *Développement des techniques d'holographie acoustique de champ proche temps réel pour l'analyse de sources de bruit fluctuantes*. PhD thesis, Université du Maine, 2009.
- [13] S. Hashemi and J.-K. Hammond. The interpretation of singular values in the inversion of minimum and non-minimum phase systems. *Mechanical systems and signal processing*, 10(3) :225–240, 1996.
- [14] S. Paillasseur, J.H. Thomas, and J.C. Pascal. Regularization for improving the deconvolution in real-time near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129 :3777, 2011.
- [15] J. Idier. *Approche bayésienne pour les problèmes inverses, Traité IC2, Série traitement du signal et de l'image*. 2001.
- [16] A. Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. In *Soviet Math. Dokl.*, volume 5, page 1035, 1963.
- [17] M. Nashed. *Generalized Inverses and Applications : proceedings of an advanced seminar*, volume 1973. Academic Pr, 1976.
- [18] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21(2) :215–223, 1979.
- [19] P. C. Hansen. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve. *SIAM review*, 34(4) :561–580, 1992.
- [20] J. Antoni. A bayesian approach to sound source reconstruction : Optimal basis, regularization, and focusing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :2873–2890, 2012.
- [21] H. Cramér. *Mathematical Methods of Statistics (PMS-9)*, volume 9. Princeton university press, 1999.