



HAL
open science

Estudio comparativo de los modelos matemáticos de chatter en fresado: monofrecuencia, multifrecuencia y simulación en el tiempo

Mikel Zatarain, Jokin Munoa, Cristobal Villasante, Angel Sedano

► **To cite this version:**

Mikel Zatarain, Jokin Munoa, Cristobal Villasante, Angel Sedano. Estudio comparativo de los modelos matemáticos de chatter en fresado: monofrecuencia, multifrecuencia y simulación en el tiempo. XV Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación, Oct 2004, Donostia - San Sebastian, España. pp.179-192. hal-01023603

HAL Id: hal-01023603

<https://hal.science/hal-01023603>

Submitted on 16 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DE CHATTER EN FRESADO: MONOFRECUENCIA, MULTIFRECUENCIA Y SIMULACIÓN EN EL TIEMPO.

Mikel Zatarain *, Jokin Munoa **, Cristóbal Villasante *, Angel Sedano *

* Fundación Tekniker, Eibar.

** Ideko, Elgoibar.

RESUMEN

Los modelos matemáticos de predicción de chatter en el dominio de la frecuencia están suficientemente contrastados para operaciones de corte continuo. Sin embargo, el carácter intrínsecamente discontinuo del proceso de fresado hace que los resultados de los modelos en el dominio de la frecuencia no sean exactos.

Recientemente se han desarrollado modelos en el dominio de la frecuencia basados en la aproximación de las no linealidades geométricas del fresado mediante el desarrollo en serie de Fourier. Estos modelos reproducen el efecto, encontrado en la práctica, de la aparición de múltiples armónicos en los casos en que se produce la inestabilidad de corte.

La comparación de los resultados de los modelos en el dominio de la frecuencia con la de los modelos en el dominio del tiempo se hace complicada debido a la dificultad de establecer un criterio en éstos últimos para definir la existencia o no de inestabilidad. Este problema se ha resuelto mediante la linealización del proceso consistente en permitir al modelo la existencia de fuerzas de corte negativas en el caso de la aparición de la separación entre pieza y herramienta. De este modo, la amplitud de la vibración aumenta indefinidamente en los casos de inestabilidad, y es sencillo distinguir entre casos estables e inestables.

El resultado de la comparación es que los modelos multifrecuencia son capaces de predecir con exactitud la inestabilidad del proceso, mientras que los modelos monofrecuencia lo predicen de forma precisa solamente en situaciones de inmersión radial de la fresa grande, que son los casos más desfavorables para la máquina.

Como consecuencia, se deduce que de cara al dimensionamiento de máquinas de fresado, como criterio para distinguir la idoneidad del diseño puede utilizarse el método monofrecuencia, muy sencillo y de resolución muy rápida.

0. INTRODUCCIÓN

Una de las principales condicionantes durante el diseño de una máquina-herramienta que trabaja por arranque de viruta es el de dimensionarla de modo que su capacidad de trabajo sin entrar en inestabilidad regenerativa o chatter sea la deseada. La utilización de esta condicionante en el dimensionamiento de las máquinas no está suficientemente generalizada, y especialmente en el caso de las máquinas que realizan trabajos de fresado, proceso en que el fenómeno de chatter es mucho menos conocido.

Durante los últimos años se han realizado nuevos desarrollos que permiten predecir con precisión el comportamiento de las máquinas en procesos de fresado, lo que abre nuevas perspectivas de cara a la verificación del dimensionamiento estructural. Este artículo pretende mostrar cómo pueden utilizarse las teorías modernas para la predicción de la aparición de vibración regenerativa en procesos de fresado, así como la utilización de las mencionadas teorías para la prevención del chatter en máquinas ya existentes.

1. REVISIÓN SOMERA DE LAS TÉCNICAS DE SIMULACIÓN DEL CHATTER EN FRESADO.

El continuo cambio de condiciones de trabajo que se da en los trabajos de fresado hace que el estudio de la estabilidad del proceso sea notablemente más complicado que en otros procesos, como en el torneado por ejemplo.

La utilización de modelos de estabilidad en el dominio de la frecuencia es, probablemente, la herramienta más utilizada para el estudio de procesos de torneado o de mandrinado. Sin embargo, la aplicación de estos modelos al proceso de fresado se ha venido realizando mediante una extrapolación más intuitiva que científica, por medio de la utilización de coeficientes direccionales equivalentes.

Por su parte, la integración de las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo no tiene gran interés en procesos de condiciones invariables. En cambio, para el proceso de fresado, en que las condiciones cambian constantemente, el interés es patente. Probablemente fueron Smith y Tlustý¹ quienes, en fecha bastante reciente, propusieron la utilización de esta técnica. El método matemático propuesto es válido solamente para el caso de modos de vibración en direcciones de los ejes X e Y, y no es correcto para los modos con direcciones inclinadas respecto a los ejes. Posteriormente ha habido más desarrollos de este método, entre los que cabe citar por proximidad a nuestro entorno el realizado por Uriarte y Zatarain^{2,3} dentro de un proyecto de cooperación entre los centros Tekniker, CEIT, Ideko y Fatronik.

La técnica de la integración en el dominio del tiempo permite prever con precisión el comportamiento de la máquina, pero dista de ser una técnica ágil para la obtención de diagramas de estabilidad^{1,4}. Por ello, más recientemente se ha trabajado en dos líneas diferentes para obtener estos diagramas: el desarrollo en serie de Fourier (dominio de la frecuencia) y la aproximación mediante polinomios de Hermite.

La teoría básica de la estabilidad del proceso de arranque de viruta fue desarrollada casi simultáneamente por Tobias y Fishwick⁵ y por Tlustý y Poláček⁶. Posteriormente, Merrit⁷ dio al problema de la regeneración de la vibración la forma de un lazo de realimentación, que analizó en el dominio de la frecuencia. Esta teoría es la base de los análisis realizados posteriormente, que mayoritariamente han trabajado en el mencionado dominio.

En el proceso de fresado se produce un cambio constante de la dirección de la fuerza de corte, así como de la dirección del eje del espesor de viruta. Esto hace que las técnicas clásicas en el dominio de la frecuencia no puedan representar con precisión este proceso. Recientemente, Altintas y Budak⁸ desarrollaron la teoría de la estabilidad en el fresado realizando un desarrollo en serie de Fourier de la evolución de la deformación relativa entre pieza y herramienta, lo cual da lugar a un armónico fundamental de frecuencia próxima a una frecuencia natural de la máquina y a una serie infinita de armónicos de frecuencia igual a la fundamental más (y menos) un número entero de veces la frecuencia de corte. Aunque el desarrollo fue aplicado a un sistema con dos grados de libertad (desplazamientos en el plano con un modo en dirección X y otro en dirección Y), el método puede generalizarse, lo que da lugar a un sistema de $3 \cdot (2 \cdot H + 1)$ ecuaciones de coeficientes complejos, siendo H el número de armónicos que se toman en el desarrollo. Las soluciones límite se obtienen calculando los valores propios del sistema para cada frecuencia de vibración.

Más recientemente, Bergera y Giménez⁹ desarrollaron una teoría equivalente partiendo del contenido modal de la vibración relativa entre pieza y herramienta. El desarrollo da lugar a un sistema de $M \cdot (2 \cdot H + 1)$ ecuaciones de números complejos, cuyos valores propios hay que resolver. Este método es más ventajoso que el de Budak y Altintas para sistemas con menos de 3 modos de vibración (el más habitualmente considerado), y menos ventajoso para sistemas con más de 3 modos. Los autores resuelven el sistema, al igual que Budak y Altintas, partiendo de la frecuencia de vibración y calculando la frecuencia de corte correspondiente.

Una variante de este último método fue desarrollada por los autores de este trabajo, partiendo de la frecuencia de corte y calculando la frecuencia de vibración. Se trata de un pequeño cambio que, sin embargo, tiene su importancia por cuanto hace aparecer automáticamente el límite de estabilidad debido al fenómeno denominado *flip bifurcation*, que no aparece con el método tradicional. Este fenómeno se explicará más adelante.

La alternativa de la aproximación matemática del desplazamiento relativo mediante polinomios de Hermite ha sido publicada en varios trabajos de algunos autores estadounidenses y húngaros^{10,11,12,13}, método que denominan “análisis de elementos finitos temporales”. El método se basa en dividir el periodo de corte (inverso de la frecuencia de corte) en cierto número de intervalos, y en cada intervalo el vector desplazamiento relativo se aproxima por los mencionados polinomios de Hermite. Los autores utilizan polinomios de orden 3, de modo que el desarrollo da lugar a un sistema de $3 \cdot 2 \cdot (R + 1)$ ecuaciones de números reales cuyos valores propios hay que resolver. En las publicaciones encontradas el desarrollo solamente considera vibraciones en el plano XY, lo que limita la utilidad del desarrollo pero tiene la ventaja de dar lugar a solamente $2 \cdot 2 \cdot (R + 1)$ ecuaciones.

La simulación del proceso de fresado en el tiempo permite estimar la amplitud de la vibración tanto en procesos estables como inestables. También permite incluir comportamientos no lineales. Como contrapartida, la obtención de los diagramas de estabilidad o diagramas de lóbulos se hace prohibitiva, por lo que si se desea tener una visión global de las situaciones estables e inestables se hace casi imprescindible recurrir a las soluciones en el dominio de la frecuencia o los elementos finitos temporales.

De entre estos dos métodos, a priori da la impresión de que la resolución en el dominio de la frecuencia puede ser más favorable en casos de inmersión radial completa o con ángulos grandes (basta con utilizar el armónico cero y uno o dos armónicos añadidos)¹⁴, y el de los elementos finitos temporales puede ser más rápido para pequeñas inmersiones radiales, ya que la discretización podría ser realizada con pocos elementos, mientras que podrían ser necesarios bastantes armónicos en el desarrollo en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, la experiencia de los autores es que la utilización del desarrollo en serie de Fourier con un solo armónico, o como máximo dos armónicos, da resultados muy aproximados a los exactos incluso para inmersiones muy pequeñas.

En la bibliografía presentada se observa la clara tendencia a analizar máquinas con modos de vibración en el plano de trabajo, es decir, desplazamientos con direcciones en el Plano XY. Incluso la mayor parte trabajan con modos en las direcciones de los ejes X e Y. Estas aproximaciones pueden ser válidas para el análisis de chatter de alta frecuencia, como el que aparece en el mecanizado de aleaciones ligeras a alta velocidad, porque en estos casos la flexibilidad dominante es la del eje principal o la herramienta.

Sin embargo, en el chatter que aparece en los desbastes de acero a velocidades de trabajo convencionales la responsabilidad de la deformación suele ser de la estructura de la máquina y los modos no tienen por qué tener (y de hecho no suelen tener) su desplazamiento dentro del plano XY, mucho menos son paralelos a uno de los ejes¹⁵. Por ello, los autores de este artículo han desarrollado los modelos de estabilidad generalizados, que analizan modos de cualquier dirección, con fuerzas de trabajo con proyección en los tres ejes y con cualquier número de armónicos de la frecuencia de vibración fundamental.

2. COMPARACIÓN DE MODELOS DE CHATTER EN EL DOMINIO DEL TIEMPO Y DE LA FRECUENCIA.

Como se ha indicado, el análisis de proceso de fresado en el dominio del tiempo puede tener en cuenta comportamientos no lineales. De hecho, este análisis daría resultados exactos siempre que se cumplieran las siguientes condiciones:

- Se conoce el modelo exacto de fuerza de corte, que no tiene que ser necesariamente lineal.
- Se conoce el amortiguamiento del proceso, amortiguamiento que habitualmente no se tiene en cuenta.

- La máquina se modeliza exactamente mediante sus modos de vibración y frecuencias y amortiguamientos naturales.

Por su parte, el análisis en el dominio de la frecuencia realiza la simplificación añadida de considerar que la relación de la fuerza de corte con la sección de viruta es lineal. Además, no se considera el amortiguamiento del proceso.

El análisis en el dominio de la frecuencia permite utilizar tanto los parámetros modales (los mismos utilizados en el dominio del tiempo) como las funciones de transferencia entre pieza y herramienta. Esto quiere decir que se puede trabajar con resultados experimentales (funciones de transferencia) sin necesidad de realizar el ajuste de parámetros modales. Es bien sabido que este ajuste suele ser dificultoso y no siempre se obtienen parámetros fiables, por lo que desde este punto de vista, el análisis en el dominio de la frecuencia puede proporcionar resultados más fiables que el análisis en el dominio del tiempo siempre que la máquina se haya caracterizado mediante análisis modal experimental.

El análisis en el dominio de la frecuencia se caracteriza por requerir de muy pequeño esfuerzo computacional. Sin embargo, en el fresado con inmersión no completa, la obtención de resultados precisos requiere utilizar el ajuste multifrecuencia, con lo que el esfuerzo matemático es notablemente superior. Aún así, el tiempo para obtener el diagrama de estabilidad es muy inferior al que sería necesario de realizarse a partir de resultados en el dominio del tiempo.

Para comparar los resultados de ambos tipos de análisis, es decir, para comprobar si las condiciones de trabajo que dan lugar a resultados estables o inestables según el análisis en frecuencias se corresponde con resultados igualmente estables o inestables en el dominio del tiempo, se da la dificultad añadida de cómo deducir si en un análisis temporal el resultado es estable o inestable.

La dificultad estriba en que en un análisis temporal siempre existirá un cierto nivel vibratorio, especialmente si la inmersión no es completa, y se hace difícil saber si existe o no una vibración autoexcitada superpuesta a la vibración forzada. En teoría, en un proceso inestable la vibración crecería hasta el infinito, pero en la práctica esto no es así debido a que cuando la vibración toma cierta amplitud se produce la separación entre pieza y herramienta, lo que tiene un efecto estabilizador.

Este problema ha dado lugar a que en la bibliografía se realicen comparaciones entre ambos métodos con resultados bastante dispares¹⁶. El problema que hace que los resultados de los análisis en el tiempo y en frecuencia no coincidan no es otro que el del criterio para concluir si en el análisis en el tiempo con condiciones concretas existe o no inestabilidad.

Sin embargo, la solución a este problema es sencilla. Basta que, cuando se produce separación entre pieza y herramienta, se calcule la fuerza de corte como un valor negativo, proporcional a la “sección de viruta” negativa que se calcula por el producto de la longitud de la viruta por la separación entre pieza y herramienta.

Utilizando este criterio se han realizado una serie de comparaciones que han demostrado que los resultados del análisis en frecuencia (análisis multifrecuencia) son exactamente iguales a los resultados del análisis en el dominio del tiempo.

La Figura 1 muestra un diagrama de lóbulos multifrecuencia obtenido para una máquina y un proceso con los siguientes parámetros:

Modo 1: 64.2N/μm, 39.0Hz, 2.9%, (0.395,0.896,-0.203)

Modo 2: 96.0N/μm, 48.8Hz, 4.5%, (0.995,0.077,-0.059)

Proceso: fresa de plato de 8 plaquitas, ángulo de posición 90°, presión específica de corte 2100N/mm², factor de componente radial 0.3, inmersión radial desde 90° hasta 180° (inmersión de la mitad de la fresa), avance en la dirección del eje X.

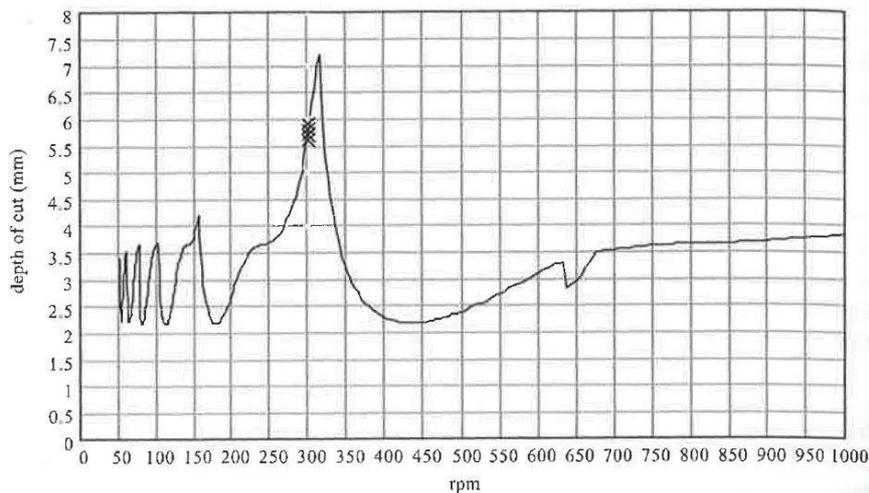


Figura 1. Diagrama de estabilidad y profundidades simuladas en el dominio del tiempo.

En esta figura se han representado cuatro puntos que representan cuatro profundidades de corte para la velocidad de la fresa de 300 rpm, concretamente 5.6, 5.7, 5.8 y 5.9 mm. Estas cuatro condiciones han sido simuladas mediante la integración en el tiempo. Por tratarse de puntos muy próximos al límite de estabilidad, que está en 5.75mm, la simulación en el tiempo convencional no es capaz de discernir cuáles de ellos con estables y cuáles inestables. Sin embargo, utilizando la técnica mencionada de generar fuerzas de corte negativas se observa que la profundidad de 5.7 mm da lugar a corte estable y la de 5.8 mm da lugar a corte inestable, como se observa en la Figura 2.

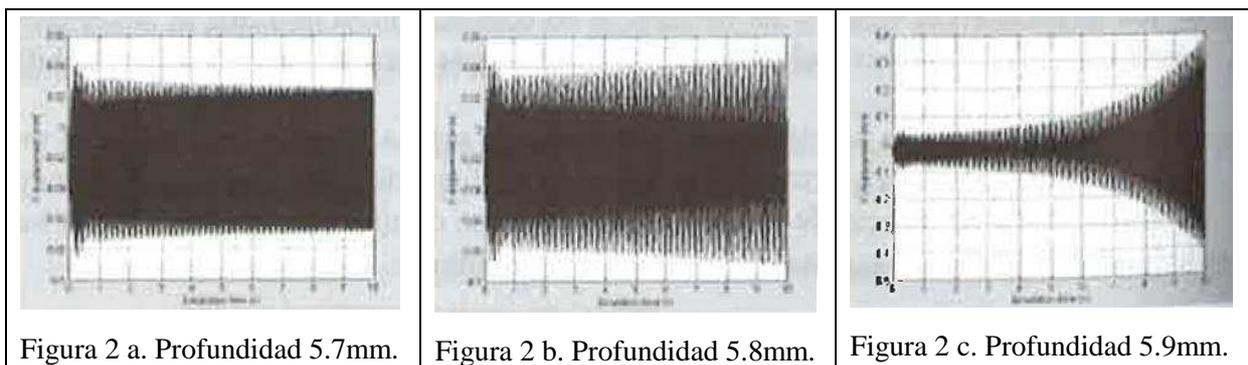


Figura 2 a. Profundidad 5.7mm.

Figura 2 b. Profundidad 5.8mm.

Figura 2 c. Profundidad 5.9mm.

Figura 2. Simulaciones en el tiempo de condiciones próximas al límite de estabilidad

En la mencionada figura, el fresado con profundidad 5.7 mm es estable, y da lugar a una amplitud de vibración que se estabiliza, vibración de origen forzado. En cambio con profundidad de 5.8 mm la vibración crece, aunque muy lentamente. La lentitud del crecimiento es debida a que se trata de una profundidad prácticamente igual a la profundidad límite estable. Con la profundidad de 5.9 mm se observa un claro crecimiento de la vibración. En una simulación convencional las amplitudes de vibración de las tres profundidades mostradas son prácticamente iguales, con lo que habría sido imposible distinguir la situación de estabilidad de cada una de ellas.

Utilizando esta técnica se comprueba que los resultados obtenidos con el modelo en el tiempo corresponden exactamente con los resultados obtenidos con el modelo en frecuencia, siempre que se utilice un número de armónicos suficiente. Dada la precisión con que se suelen conocer tanto los parámetros del proceso como de la máquina no es razonable esforzarse en obtener precisiones muy elevadas en la simulación en frecuencia. Puesto que la simulación multifrecuencia con muchos armónicos da lugar a tiempos de cálculo del orden de las decenas de minutos, puede considerarse que uno o dos armónicos de la frecuencia fundamental dan resultados aceptables en todos los casos.

Por ejemplo, para las condiciones de trabajo de la Figura 1 no se aprecia ninguna diferencia entre utilizar un armónico del desarrollo o utilizar cinco. Aún en los procesos en que la inmersión es menor la diferencia entre la utilización de uno o más armónicos es pequeña, como puede apreciarse en la Figura 3, que representa el diagrama de estabilidad de la misma máquina correspondiente a la Figura 1 con la única diferencia de proceso de tener una inmersión de 170° a 180° . En esta figura se han representado las soluciones de cero, de uno y de cinco armónicos. Puede verse que hay una gran diferencia entre el resultado de cero y el de uno o cinco armónicos en la zona alrededor de 650 Hz, y menor en el resto. Sin embargo, a pesar de tratarse de un ángulo de inmersión pequeño, no hay diferencia apreciable entre los diagramas obtenidos considerando uno y cinco armónicos.

Otra tendencia que se observa en la Figura 3 es la de que el límite de estabilidad a frecuencias bajas es menor que el estimado mediante la teoría básica.

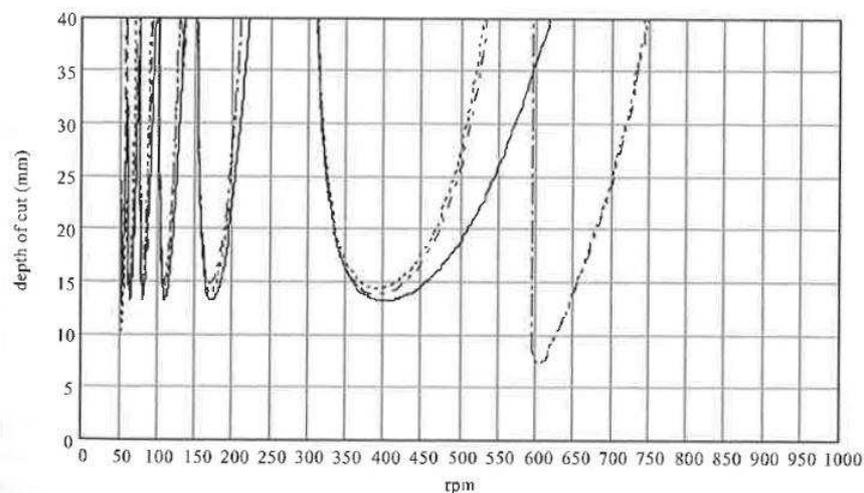


Figura 3. Límites de estabilidad calculados sin armónicos (continua) y con 1(puntos) y 5 armónicos (punto y raya).

3. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD EN INMERSIONES PEQUEÑAS.

El diagrama de estabilidad clásico de los procesos de arranque consta de una serie de lóbulos que delimitan las condiciones de trabajo estable e inestable. Desde un punto de vista matemático estos lóbulos responden al fenómeno de la *bifurcación de Hopf*. Se trata de chatter en que existe un desfase entre la vibración relativa entre pieza y herramienta y la huella dejada en la pieza por el filo de corte precedente. Este desfase es de unos 270° en las condiciones de mínima profundidad límite y viene producido por una diferencia entre la frecuencia de la vibración y la frecuencia de corte.

Como se ha visto en la Figura 3, y también se aprecia en la Figura 1, en el proceso de fresado con inmersión radial parcial de la fresa, existe un lóbulo añadido frecuencias más altas que las correspondientes a los lóbulos de la bifurcación de Hopf. En este límite de estabilidad la frecuencia de la vibración es casi exactamente la mitad de la frecuencia de corte. Matemáticamente, este lóbulo responde al fenómeno denominado en inglés *flip bifurcation*. Este fenómeno no puede explicarse con la teoría del chatter clásica o teoría monofrecuencial, y es necesario utilizar la teoría multifrecuencial.

En la teoría multifrecuencial la vibración a la frecuencia fundamental viene acompañada por los armónicos de la frecuencia de corte, con lo que si la frecuencia fundamental de la vibración tiene un valor mitad de la frecuencia de corte el primer armónico de la frecuencia de trabajo excita fuerzas de corte tanto en tres veces la frecuencia fundamental como en la propia frecuencia fundamental con valor negativo. Sin entrar en consideraciones sobre el significado de una vibración de frecuencia negativa, la fuerza excitada en la frecuencia fundamental negativa tiene un desfase respecto al desplazamiento a esta frecuencia, lo que produce una generación de energía vibratoria que puede dar lugar a la inestabilidad del proceso.

La Figura 4 representa en líneas continuas los diagramas de estabilidad del proceso de corte ya definido con dos inmersiones radiales: De 160° a 180° y de 170° a 180° . La curva más elevada se corresponde con la inmersión de 10° , y la más baja con la de 20° . En esa misma figura, la línea discontinua representa el límite de estabilidad para inmersión total de la fresa.

Puede destacarse que el nivel límite de estabilidad de los lóbulos de la bifurcación de Hopf son muy sensibles a la inmersión, como era conocido por las teorías clásicas, y sus profundidades límite son casi proporcionales a la inmersión para ángulos de inmersión pequeños. Contrariamente, el límite de estabilidad del lóbulo de bifurcación *flip* es menos sensible a la inmersión radial, de manera que para inmersiones pequeñas el fenómeno de *flip bifurcation* da lugar al límite de estabilidad más bajo.

En la bibliografía encontrada solamente se han encontrado referencias al fenómeno de la *flip bifurcation* para una frecuencia de vibración mitad de la frecuencia de corte. Sin embargo, este fenómeno también se produce para otras frecuencias de corte, siempre que la frecuencia de vibración sea un número entero impar de veces la mitad de la frecuencia de corte. Por ejemplo, si la frecuencia de vibración es $3/2$ veces la frecuencia de corte el tercer armónico del factor direccional hace que se produzca fuerzas en menos (-) la frecuencia de

vibración fundamental, dando lugar también a la regeneración de vibración. Puesto que el tercer armónico suele ser de menor amplitud que el primero, la regeneración es menos fuerte y el límite de profundidad límite de estabilidad más alto. Ello, unido a que el rango de frecuencias en que se da este límite coincide con los límites más bajos debidos a la bifurcación de Hopf, hace que este efecto no sea observable frecuentemente.

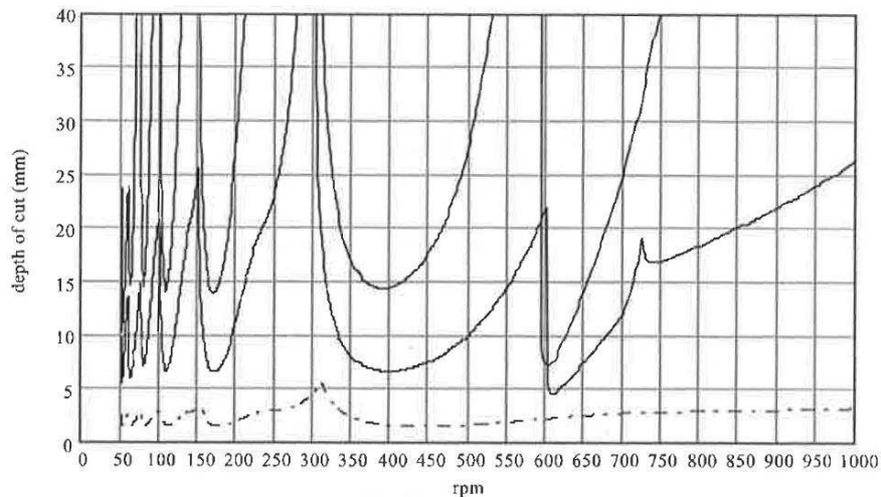


Figura 4. Límite de estabilidad para inmersión completa (a trazos) y 10° (línea continua más alta) y 20° (curva intermedia, en línea continua)

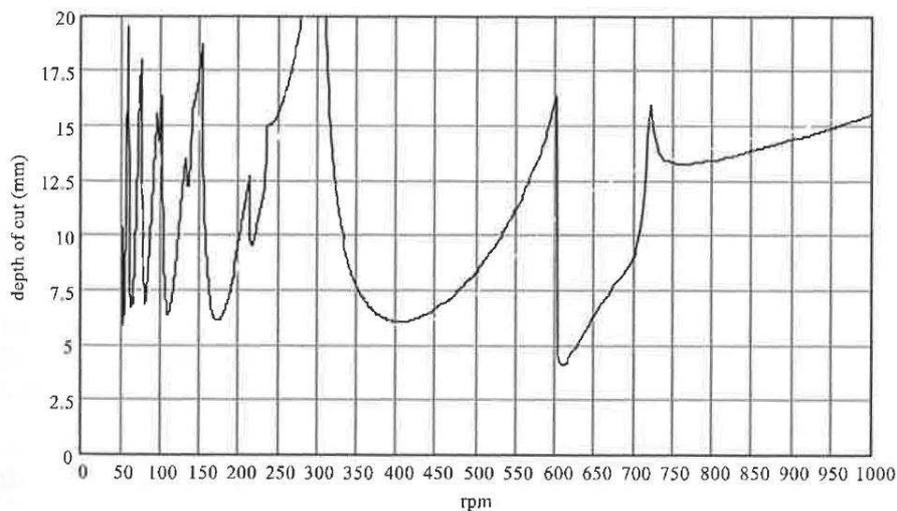


Figura 5. Límite de estabilidad con fenómeno de flip bifurcation de orden superior

La Figura 5 representa el límite de estabilidad en una máquina y proceso diferentes a los utilizados hasta ahora. En la máquina se han cambiado los parámetros de la dirección de los modos, que ahora son $(0.72, -0.69, 0)$ y $(0.27, 0.96, 0)$ para las frecuencias 39 y 44,8 Hz respectivamente, y la inmersión de la fresa es desde 80° hasta 100°. Es claro el lóbulo tipo *flip* en el rango de 600 a 720 Hz, pero también aparecen lóbulos entre 210 y 240 Hz (1/3 del anterior), entre 130 y 140 Hz (1/5 del fundamental), y a 100 Hz (1/7 del fundamental). La existencia de estos lóbulos se ha contrastado con el método de integración en el dominio del tiempo, observándose una concordancia perfecta en los límites obtenidos.

Los lóbulos de bifurcación de flip añadidos al fundamental tienen una importancia muy relativa, debido a que no son tan fuertes y parece poco probable que den lugar a situaciones de proceso inestable.

4. ESTIMACIÓN SIMPLIFICADA DEL LÍMITE DE ESTABILIDAD DURANTE EL DISEÑO DE MÁQUINA.

En la etapas iniciales de diseño, en que todavía no se dispone de un modelo preciso de elementos finitos de la máquina, probablemente el método más cómodo y más empleado para estimar la capacidad de arranque estable es el de utilizar los factores direccionales de cada modo. El factor direccional se obtiene calculando el producto de los cosenos de los ángulos formados por la dirección de la fuerza de corte con la dirección del modo y de la dirección de éste con la del espesor de viruta. Conocido el factor direccional, el límite de estabilidad de corte estable puede estimarse mediante la ecuación (1):

$$b_{\text{lim}} = \frac{2 \cdot K \cdot \zeta \cdot (1 + \zeta)}{k_s \cdot \psi \cdot z} \quad (1)$$

donde b_{lim} es la anchura de viruta límite, K es la rigidez del modo reflejada entre pieza y herramienta, ζ es la relación de amortiguamiento del modo, k_s es la presión específica del material a arrancar, ψ es el factor direccional para el modo que se está analizando, y z es el número de filos de la fresa.

En el fresado el factor direccional varía constantemente, por lo que se debe utilizar un factor direccional equivalente.

La forma más razonable de calcular un factor direccional equivalente en el proceso de fresado es la de utilizar el armónico cero de su desarrollo en serie de Fourier. Este factor direccional aproxima con precisión el resultado para inmersión completa de la fresa, mientras que cuanto más pequeña es la inmersión el resultado es menos preciso. Sin embargo, como se ha visto en el apartado precedente, salvo en un rango de frecuencias determinado, no se comente grandes errores al utilizar el modelo de una sola frecuencia de vibración.

Por otra parte, al dimensionar una máquina para realizar unos trabajos determinados, lo normal es que los trabajos exigidos sean de ángulos grandes de inmersión radial de la fresa, puesto que son los que más capacidad exigen de la máquina. Así pues, la simplificación de utilizar solamente el armónico cero del desarrollo de Fourier parece más que suficiente para el proceso de predimensionamiento.

El factor direccional cambia con la dirección del avance, y también tiene influencia sobre él el ángulo de posición de la herramienta y las relaciones entre las fuerzas pasivas radial y axial y la fuerza tangencial. La Figura 6 representa los valores del factor direccional en un proceso de fresado con inmersión completa para diferentes direcciones de avance respecto al eje X y diferentes coeficientes de fuerza pasiva. El modo tiene una dirección de componentes (0.707,-0.678,-0.203), y se ha supuesto una fresa con ángulo de posición de 45°. También se ha asumido que la fuerza axial y la fuerza radial toman valores iguales, y la

composición de ambas fuerzas da un coeficiente de fuerza pasiva respecto a la tangencial que varía entre 0.2 y 0.7.

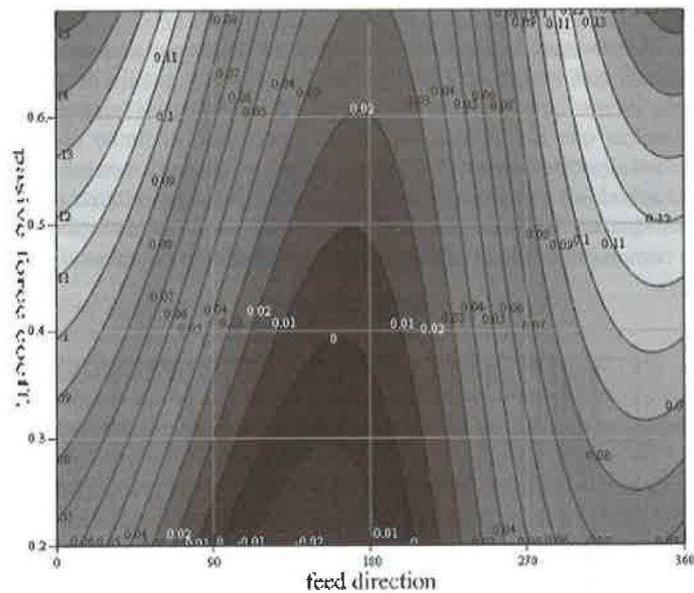


Figura 6. Variación del factor direccional con la dirección de avance y con el factor de fuerza pasiva.

Para analizar la variación del factor direccional al variar la dirección del avance puede tomarse como referencia el valor del coeficiente de fuerza pasiva de 0.3, que puede ser considerado como típico. Se observa que al variar la dirección el factor direccional evoluciona desde un valor máximo de 0.087 hasta un valor mínimo de -0.01. El valor negativo se entiende considerando que la fuerza de corte da lugar a una tendencia a separar pieza y herramienta, mientras que la fuerza de corte tangencial puede tener tendencia tanto a separar como a producir interferencia.

Los valores negativos del factor direccional hacen variar la forma del diagrama de lóbulos, de modo que éstos se acercan a la asíntota vertical correspondiente a la frecuencia natural por la izquierda en lugar de por la derecha. Por lo demás, el límite absoluto de estabilidad puede ser estimado mediante la ecuación (1) sin más que cambiar el signo del espesor calculado.

Por otra parte, si se observa la influencia del factor de fuerza pasiva, se aprecia que para factores pequeños el factor direccional máximo es notablemente menor que para factores de fuerza pasiva elevados. Si se tiene en cuenta que el factor de fuerza pasiva es un parámetro mucho menos conocido que la presión específica de corte, puede concluirse que de cara a obtener un dimensionamiento de máquina adecuado ésta es una grave limitación.

Por otra parte, el dimensionamiento de la máquina mediante un análisis modo a modo podría ser insuficiente si al combinar todos los modos importantes los límites de estabilidad se vieran rebajados.

Para analizar esto, la Figura 7 representa los diagramas de estabilidad de la máquina ya mencionada con inmersión radial plena de la fresa y ángulo de posición de 90°. Los lóbulos

más altos se corresponden con el modo de 48,8 Hz, los intermedios con el modo de 39 Hz, mientras que los lóbulos más bajos representan el límite obtenido al considerar ambos modos simultáneamente. Es alarmante que el límite obtenido cuando se consideran todos los modos desciende a la mitad el valor mínimo para cada modo. Esto quiere decir que no basta con el modelo de un solo modo, al dimensionar una máquina es necesario comprobar desde el principio el comportamiento obtenido al combinar los modos importantes.

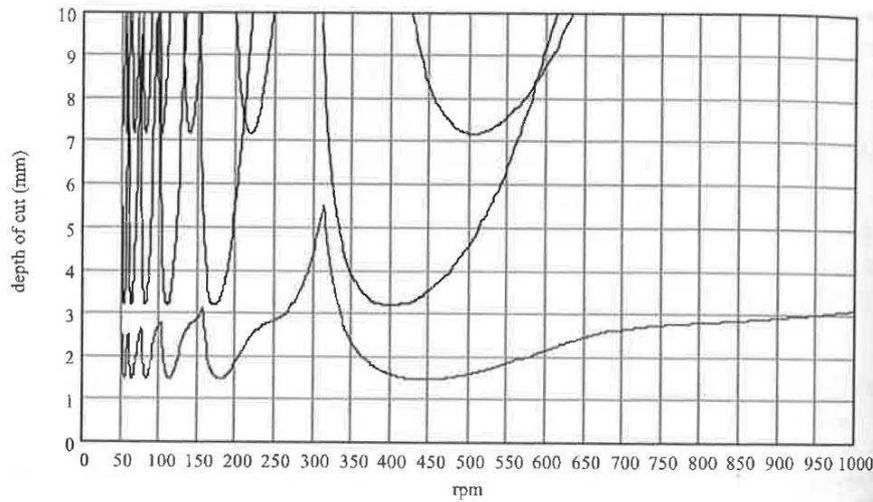


Figura 7. Diagramas de estabilidad correspondientes al modo de 39 Hz, al de 48,8 Hz, y a los dos simultáneamente.

5. FRESADO DE ALEACIONES LIGERAS.

En el fresado de aleaciones ligeras se utilizan elevadas velocidades de giro de la fresa. A estas velocidades los modos estructurales más importantes de las máquinas pierden importancia, puesto que las frecuencias de corte están muy a la derecha de los lóbulos correspondientes del diagrama de estabilidad, incluyendo el lóbulo debido a la bifurcación flip. Por ello, en el comportamiento dinámico en estas condiciones domina casi siempre la flexibilidad de la herramienta y algunas veces la del husillo principal.

Debido a la simetría de revolución del sistema husillo / herramienta, normalmente puede considerarse que existen dos modos dominantes con frecuencias casi coincidentes, uno de ellos en dirección X y el otro en dirección Y. También suele considerarse que no existe flexibilidad en dirección Z. De este modo, las simplificaciones utilizadas en la mayor parte de la bibliografía pueden ser consideradas adecuadas, lo que no es el caso cuando se trata de estudiar el comportamiento estructural.

Debido a la flexibilidad de la herramienta cuando ha de trabajar con voladizos largos, el sistema puede hacerse muy sensible a la vibración autoexcitada. Esta vibración puede aparecer incluso con inmersiones radiales pequeñas, por lo que no debe olvidarse el lóbulo debido al efecto de la bifurcación *flip*.

Así pues, para el análisis de la estabilidad en el fresado de aleaciones ligeras pueden utilizarse técnicas o herramientas software que consideran solamente modos en direcciones X e Y, pero ha de tenerse en cuenta también la existencia de lóbulos añadidos que no suelen estar incorporados en estas herramientas.

6. CONCLUSIONES.

Los modelos de estabilidad en el dominio de la frecuencia considerando los armónicos de la frecuencia de corte dan lugar a la obtención precisa de los límites de estabilidad. La integración en el tiempo estima la amplitud de la vibración con elevada precisión, pero para deducir la existencia o no de chatter es necesario realizar una pequeña modificación en el sistema de cálculo que impide limitar la amplitud de la vibración.

De cara al dimensionamiento de las máquinas fresadoras es suficiente utilizar la verificación mediante el método monofrecuencia, aunque ha de calcularse el efecto de todos los modos importantes simultáneamente. Sin embargo, no puede realizarse la simplificación de considerar que los modos están en el plano XY, y mucho menos que los modos tienen direcciones puras X o Y.

En el fresado de aleaciones ligeras pueden considerarse asumibles las simplificaciones de que los modos tienen direcciones en el plano XY, e incluso que son de direcciones puras de los ejes X e Y, pero conviene utilizar modelos multifrecuencia o comprobar que la frecuencia de corte no está en el rango de frecuencias en que pueden aparecer lóbulos debidos a la *flip bifurcation*.

REFERENCIAS.

1. Smith, S., Tlustý, J., "Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling", Annals of CIRP, Vol. 42/1, pp. 463-466, 1993.
2. Uriarte, L., Zatarain, M., "Caracterización del comportamiento dinámico de máquinas-herramienta", X Congreso de Investigación, Diseño y Utilización de Máquinas-Herramienta, 1994.
3. Uriarte, L., Zatarain, M., "Caracterización del comportamiento dinámico de fresadoras. Ensayo simplificado", XI Congreso de investigación, Diseño y Utilización de Máquinas-Herramienta, 1996.
4. Bediaga, I., Hernández, J., Munoa, J., Uribe-Etxeberria, R., "Comparative Analysis of Spindle Speed Variation Techniques in Milling", The 15th International DAAAM Symposium – Intelligent Manufacturing & Automation: Focus on reconstruction and Development, Vienna, Austria, 2004.
5. Tobias, S.A., Fishwick, W., "Theory of Regenerative Machine Tool Chatter", Engineering, London, Vol. 258, 1958.
6. Tlustý, J., Poláček, M., "Beispiele der behandlung der selbsterregten Schwingung der Werkzeugmaschinen", FoKoMa, Hanser Verlag, Munchen, 1957.

7. Merrit, H.E., "Theory of Self Excited Machine Tool Chatter", Trans. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 87, pp. 447-454, 1965.
8. Altintas, Y., Budak, E., "Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling", Annals of CIRP, Vol. 44/1, pp. 357-362, 1995.
9. Bergera, M., Giménez, J.G., "Análisis de Chatter en Fresado Frontal de Alta Velocidad", XIV Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación, pp. 717-728, 2002.
10. Davies, M.A., Pratt, J.R., Dutterer, B., Burns, T.J., "The Stability of Low Radial Immersion Machining", Annals of CIRP, Vol. 49, pp. 37-40, 2000.
11. Davies, M.A., Pratt, J.R., Dutterer, B., Burns, T.J., "Interrupted Machining: A Doubling in the Number of Stability Lobes", ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 124, pp. 217-225, 2001.
12. Bayly, P., Halley, J.E., Davies, M.A., Pratt, J.R., "Stability Analysis of Interrupted Cutting with Finite Time in the Cut", ASME Publication MED-Vol 11, Proceedings of the ASME Manufacturing Engineering Division, pp. 989-996, 2000.
13. Bayly, P.V., Halley, J.E., Mann, B.P., Davies, M.A., "Stability of Interrupted Cutting by Temporal Finite Element Analysis", Transactions of the ASME, Vol. 125, pp. 220-225, 2003.
14. Munoa, J., Zubiaurre, A., Iglesias, A., Lizarralde, R., Abete, J.M., "Simulación y contrastación experimental de la estabilidad dinámica en procesos de fresado mediante un modelo tridimensional", XV Congreso de Máquinas-Herramienta y tecnologías de Fabricación, pp. 1087-1104, 2004.
15. Sabalza, X., Munoa, J., Múgica, I., Uribe-Etxeberria, R., Lizarralde, R., "Incremento de la capacidad productiva de las fresadoras mediante la reducción del efecto del chatter utilizando actuadores inerciales", XV Congreso de Máquinas-Herramienta y tecnologías de Fabricación, pp. 817-827, 2004.
16. Altintas, Y., Weck, M., "Stability of Dynamic Cutting and Grinding", State of the Art Revision, Annals of CIRP, 2004.