



**HAL**  
open science

# Validación experimental de modelos y observadores no lineales para la localización de fugas en tuberías hidráulicas

Torres Lizeth

## ► To cite this version:

Torres Lizeth. Validación experimental de modelos y observadores no lineales para la localización de fugas en tuberías hidráulicas. 2014. hal-01010945

**HAL Id: hal-01010945**

**<https://hal.science/hal-01010945>**

Preprint submitted on 20 Jun 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Validación experimental de modelos y observadores no lineales para la localización de fugas en tuberías hidráulicas

Lizeth Torres<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, México

---

## Abstract

Este trabajo aborda la aplicación de observadores no lineales para la detección de fugas en tuberías bajo presión. Los observadores que aquí se presentan fueron concebidos a partir de una versión discretizada de las ecuaciones del *golpe de ariete*. Tal versión se logró utilizando el método de diferencias finitas. Los modelos discretos, así como los observadores, fueron validados mediante una serie de experimentos realizados en tuberías de ensayo.

*Este artículo abierto y con fines didácticos es una extensión y traducción al español del artículo: L. Torres, G. Besançon, O. Begovich, A. Navarro. 'Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real-data validation', The 8th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, Sousse, Tunisia, March 2011.*

**Keywords:** Observadores de estado, Estimación de parámetros, Detección de fallas, Tuberías Hidráulicas

---

## 1. Introducción

Es casi imposible evitar fallas en los sistemas hidráulicos aun si éstos han sido diseñados para mantener su integridad. Las fallas pueden ser el resultado de cambios repentinos de presión, de la corrosión, o simplemente de la falta de mantenimiento.

Dado que las fallas son inevitables, es esencial que todos los sistemas hidráulicos cuenten con un sistema de vigilancia automatizado, con el fin de evitar consecuencias indeseables como pérdidas económicas, daños al medio ambiente, daños a la población civil, etc.

En años recientes, la comunidad hidráulica ha concentrado su atención en el desarrollo de métodos eficaces para la detección de fallas en tuberías. Las fallas más comunes y estudiadas son: fugas, bloqueos, burbujas de aire, tomas clandestinas, etc.

En lo que concierne a la detección de fugas en una tubería a presión, existen algunos trabajos como los presentados en Billman and Isermann (1984) y Allidina and Benkherouf (1988), los cuales utilizan métodos estáticos para la detección de una fuga única.

Otro trabajo dedicado también a la detección de fugas únicas se detalla en Brunone and Ferrante (2001), donde se formuló un método que utiliza el comportamiento de la onda de presión, la cual al encontrar una fuga es reflejada hacia su punto de origen. A partir del tiempo de llegada de la onda, la posición de la fuga es determinada.

En Wang (2002) también se estudiaron las características de la onda de presión, en particular la atenuación que ésta sufre en presencia de una fuga. Se encontró que el valor de la atenuación es función de la posición.

En Mpesha et al. (2001), los autores desarrollaron un método basado en el diagrama de la respuesta frecuencial del sistema. Para obtener dicho diagrama, deben provocarse algunos transitorios mediante la apertura y cierre periódicos de una válvula. Si hay fugas en el sistema, el diagrama mostrará la amplitud de la presión con picos resonantes adicionales. A partir de la frecuencia de estos picos, la posición de la fuga es calculada.

En Covas et al. (2005) se presentó un método similar, pero basado en la generación de un caudal oscilante mediante el funcionamiento sinusoidal de una válvula, y el análisis del sistema para una cierta gama de frecuencias. Los autores mostraron que una fuga produce un efecto de resonancia en la señal de presión con una onda estacionaria secundaria sobrepuesta. La medida de presión, así como el análisis espectral de la amplitud máxima en el punto de excitación, permiten determinar la posición aproximada de la fuga.

En Ferrante and Brunone (2003), las ecuaciones del golpe de ariete se resolvieron directamente en el dominio de la frecuencia (bajo ciertas consideraciones), utilizando el método de la respuesta al impulso. Así pues, mediante un análisis armónico de la presión transitoria se identifica la posición y el tamaño de la fuga.

En cuanto a la detección de fugas múltiples, un enfoque *off-line* se presentó en Verde et al. (2007). Este método se basa en la combinación de condiciones transitorias y regulares sin requerir la perturbación del sistema. Sin embargo, el conocimiento del caudal entre las fugas es demandado.

Los métodos presentados en Mpesha et al. (2001), Covas et al. (2005) y Ferrante and Brunone (2003) permiten también la detección de fugas múltiples, sin embargo exigen la excitación del sistema a diferentes frecuencias, lo que no es muy recomendable desde el punto de vista práctico.

En este trabajo, el enfoque que proponemos hace uso de un

---

\*Autor en correspondencia.

Email address: ftorreso@iingen.unam.mx (Lizeth Torres)

observador no lineal diseñado a partir de un modelo no lineal de dimension finita. El vector de estados del modelo es extendido con la inclusión de los parámetros asociados a la fuga.

En la Sección 2, se presentan las ecuaciones del golpe de ariete que representan el regimen transitorio de una tubería. En la Sección 3, se detalla la obtención de modelos de dimension finita que en la Sección 4 se simulan. En la Sección 5 se muestra el procedimiento de diseño de observadores para la detección de fugas. En la Sección 6, se presentan algunos resultados experimentales con la finalidad de validar los observadores propuestos. Finalmente en la Sección 7, se dan algunas conclusiones y perspectivas a considerar.

## 2. Ecuaciones del golpe de ariete

Asumiendo que la distribución de la velocidad es uniforme, que el caudal en la tubería es unidimensional, y que la densidad del líquido así como el area transversal son constantes, las ecuaciones de movimiento y continuidad que gobiernan la dinámica de un fluido en una tubería se expresan como:

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA_r} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{A_r} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + g \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \frac{f|Q(z, t)|Q(z, t)}{2\phi A_r^2} = 0 \quad (2)$$

donde  $(z, t) \in (0, L) \times (0, \infty)$  son las coordenadas de tiempo ( $s$ ) y espacio ( $m$ ) respectivamente,  $L$  es la longitud de la tubería ( $m$ ),  $H(z, t)$  es la cabeza de presión ( $m$ ) y  $Q(z, t)$  es el caudal ( $m^3/s$ ). El resto de los parámetros que intervienen en la ecuaciones están dados en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros

Símbolo	Parámetro	Unidades
$g$	Gravedad	$(m/s^2)$
$b$	Velocidad de onda de presión	$(m/s)$
$\phi$	Diámetro	$(m)$
$f$	Fricción	$s/u$

No existiendo la solución analítica del sistema de ecuaciones (1)-(2), es necesario utilizar métodos numéricos para obtener una solución aproximada. Algunos de los métodos utilizados para resolver estas ecuaciones, son el método de las Características (ver Chaudry (1979)); el método de Diferencias Finitas usado en Wylie and Streeter (1978) y Verde et al. (2007); el método de Colocación Ortogonal empleado en Torres et al. (2008) y Torres et al. (2009), etc.

En el presente trabajo, se empleará el método de Diferencias Finitas por su simplicidad y porque la estructura de los modelos resultantes es triangular, característica deseada para la concepción de observadores.

## 3. Modelos finitos

Para resolver aproximadamente las ecuaciones del golpe de ariete y obtener modelos de dimension finita (modelos finitos), primeramente es necesario definir las condiciones iniciales y las condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera expresan los perfiles temporales de  $Q(z, t)$  y  $H(z, t)$  en los valores de borde de las coordenadas espaciales ( $z = 0$  y  $z = L$ ); y las condiciones iniciales expresan los perfiles espaciales de  $Q(z, t)$  y  $H(z, t)$  al instante inicial ( $t = 0$ ).

Las condiciones iniciales las expresaremos de la manera siguiente:

$$H(z, 0) = H^0, Q(z, 0) = Q^0$$

Como condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo, es decir, al principio ( $z = 0$ ) y al final de la tubería ( $z = L$ ), utilizaremos condiciones de primer tipo (o de Dirichlet) y las expresaremos de la siguiente manera:

★ Presión aguas arriba:  $H(0, t) = H_{in}$ ,

★ Presión aguas abajo:  $H(L, t) = H_{out}$ ,

★ Caudal aguas arriba:  $Q(0, t) = Q_{in}$ ,

★ Caudal aguas abajo:  $Q(L, t) = Q_{out}$ .

La configuración de un modelo finito dependerá de la aplicación de las condiciones de frontera. En este trabajo, consideraremos cuatro posibilidades de imponer dichas condiciones a las ecuaciones (1)-(2), de tal manera que tendremos cuatro modelos finitos diferentes que llamaremos cuadripolos hidráulicos, en analogía a los circuitos eléctricos Visairo (2004), Matko et al. (2001). Estos cuadripolos son:

★ **Modelo y.** Si las condiciones son:  $H_{in}, H_{out}$

★ **Modelo h.** Si las condiciones son:  $Q_{in}, H_{out}$

★ **Modelo g.** Si las condiciones son:  $H_{in}, Q_{out}$

★ **Modelo z.** Si las condiciones son:  $Q_{in}, Q_{out}$

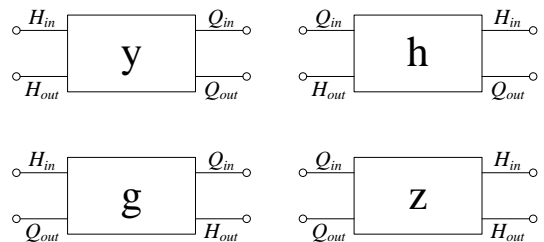


Figura 1: Cuadripolos hidráulicos. Modelo y: representación en admitancia. Modelo h: representación híbrida. Modelo g: representación híbrida. Modelo z: representación en impedancia.

Por otro lado, existen diferentes enfoques de diferencias finitas, ver por ejemplo Morton and Mayers (2005). En el enfoque implícito en el tiempo (que aquí tratamos), consideraremos que las derivadas parciales pueden aproximarse por las siguientes diferencias finitas de primer orden:

- ★  $\frac{\partial H}{\partial z} \approx \frac{\Delta H_i}{\Delta z_i} = \frac{H_i - H_{i-1}}{\Delta z_i}$
- ★  $\frac{\partial Q}{\partial z} \approx \frac{\Delta Q_i}{\Delta z_i} = \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta z_i}$
- ★  $\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} \cong \frac{\partial H_i(t)}{\partial t} := \dot{H}_i$  variación temporal de la presión en  $i$ .
- ★  $\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} \cong \frac{\partial Q_i(t)}{\partial t} := \dot{Q}_i$  variación temporal del caudal en  $i$ .
- ★  $H(z, t) \cong H_i(t) := H_i$  presión en  $i$ .
- ★  $Q(z, t) \cong Q_i(t) := Q_i$  caudal en  $i$ .

donde  $i$  es el índice que representa cada sección de discretización. Así pues, en cada punto  $i$ , las ecuaciones (1)-(2) se transforman en dos ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales:

$$\dot{H}_i = a_2 \frac{\Delta Q_i}{\Delta z_i}$$

$$\dot{Q}_i = a_1 \frac{\Delta H_i}{\Delta z_i} - \mu Q_i |Q_i|$$

$$\text{Con: } a_1 = gA_r, a_2 = \frac{b^2}{gA_r} \text{ y } \mu = \frac{f}{2\phi A_r}$$

En el Apéndice A, se detallan las ecuaciones para obtener los cuatro cuadrípolos de la Fig. 1. Estos cuadrípolos además, incluyen la presencia de fugas.

### 3.1. Representación de una fuga

La presencia de una fuga provoca una discontinuidad en (1). Si se presenta en  $z = z_f$  con una pérdida de caudal,  $Q_f(z, t)$ , la ecuación (1) sigue siendo válida para  $z \in [0, z_f[ \cup ]z_f, L]$  ( $z \neq z_f$ ). Sin embargo, ésta no lo es más en la vecindad de  $z_f$ . La conservación de la masa en  $z \in [z_f^-, z_f^+]$  requiere que:

$$Q(z_f^-, t) - Q(z_f^+, t) = Q_f(z_f, t) \quad (3)$$

con  $Q(z_f^-, t)$ : caudal antes de  $z_f$ ,  $Q(z_f^+, t)$ : caudal después  $z_f$ .

Si suponemos que la fuga introduce un momento despreciable, la ecuación (2) no se ve afectada en  $z = z_f$  (Allidina and Benkherouf (1988)).

El caudal de la fuga en  $z_f$  está dado por la relación caudal-presión siguiente:

$$Q_f(z_f, t) = \mathbb{H}_f(t) \sigma_f \sqrt{2gH(z_f, t)} \quad (4)$$

donde  $\sigma_f = A_f C_f \geq 0$ ,  $A_f$  es el area de la fuga,  $C_f$  es el coeficiente de descarga,  $\mathbb{H}_f(t)$  es la función Heaviside (5) que representa la ocurrencia de una fuga al instante  $t_f$ .

$$\mathbb{H}_f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_f \\ 1 & \text{si } t \geq t_f \end{cases} \quad (5)$$

Para el caso de varias fugas, definimos  $Q_{f_k}(z_{f_k}, t)$  como sus caudales correspondientes donde  $k$  es el índice de la fuga. Las ocurrencias de fuga son representadas por  $\mathbb{H}_{f_k}(t)$  asociadas a los caudales  $Q_{f_k}(z_{f_k}, t)$ , en los instantes de fuga  $t_{f_k}$ , coeficientes  $\sigma_{f_k}$ , y posiciones  $z_{f_k}$ .

Si aplicamos el método de diferencias finitas cuando una fuga se presenta entre las secciones  $z_i$  y  $z_{i+1}$ , la ecuación (3) se expresa como:

$$Q_i - Q_{i+1} - Q_f = 0 \quad (6)$$

Así pues, a cada ocurrencia de fuga, la relación de los caudales entre las dos secciones

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta z_i} = \frac{Q_i - Q_{i+1}}{\Delta z_i}$$

debe reemplazarse por

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta z_i} = \frac{Q_i - Q_{i+1} - Q_{f_k}}{\Delta z_i}$$

Con  $Q_{f_k}$  expresado por (4) y  $k$  como el índice de fuga.

## 4. Simulación de modelos

A continuación presentamos algunos resultados de simulaciones realizadas con los modelos finitos. Tales resultados ilustran el comportamiento de una tubería bajo ciertas condiciones representativas.

### 4.1. Ejemplo 1. Comportamiento en régimen oscilatorio

Se utilizó un modelo obtenido por diferencias finitas con 51 secciones y con presiones en los extremos como condiciones de frontera. Consideramos a estas condiciones como las entradas del sistema con los valores:  $H_{in} = 12 + \sin(t)$  (m) y  $H_{out} = 5$  (m). Los parámetros de la tubería utilizados para este ejemplo están listados en la Tabla 2. El tiempo de la simulación fue de  $t = 30$  (s).

Los resultados de la simulación se ilustran en las Figuras 2-3, donde se ve claramente el comportamiento oscilatorio del caudal y de las presiones provocado por las entradas aplicadas.

Tabla 2: Parámetros de la tubería simulada

$g$	$L$	$b$	$D$	$f$
9.81	300	600	0.25	0.01
(m/s <sup>2</sup> )	(m)	(m/s)	(m)	s/u

### 4.2. Ejemplo 2. Comportamiento con tres fugas

Se utilizó el mismo modelo del ejemplo precedente, con  $H_{in} = 12$  (m) y  $H_{out} = 5$  (m). Tres fugas fueron simuladas en las posiciones:  $z_{f_1} = 58,82$  (m),  $z_{f_2} = 147,058$  (m) y  $z_{f_3} = 235,29$  (m); en los instantes:  $t_{f_1} = 10$  (s),  $t_{f_2} = 30$  (s) y  $t_{f_3} = 50$  (s) respectivamente. Los coeficientes utilizados correspondientes a cada fuga fueron:  $\sigma_{f_1} = 2,5489 \times 10^{-4}$  (m<sup>2</sup>),  $\sigma_{f_2} = 2,5489 \times 10^{-4}$  (m<sup>2</sup>) y  $\sigma_{f_3} = 2,5489 \times 10^{-4}$  (m<sup>2</sup>).

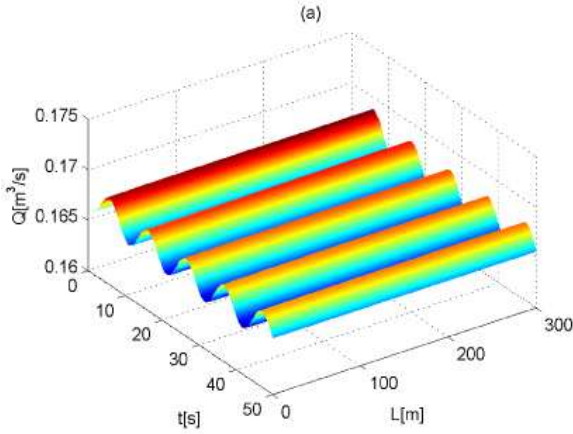


Figura 2: Caudal a lo largo de la tubería. Ejemplo 1

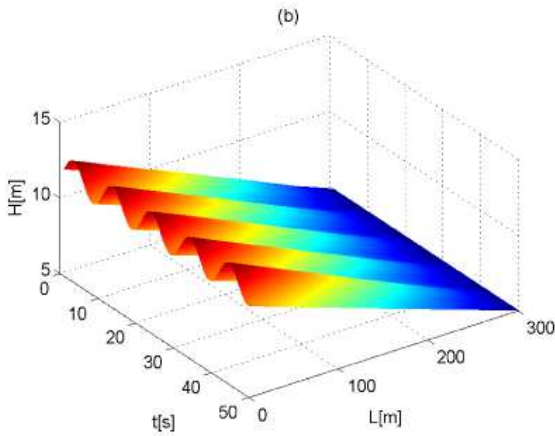


Figura 3: Presiones a lo largo de la tubería. Ejemplo 1

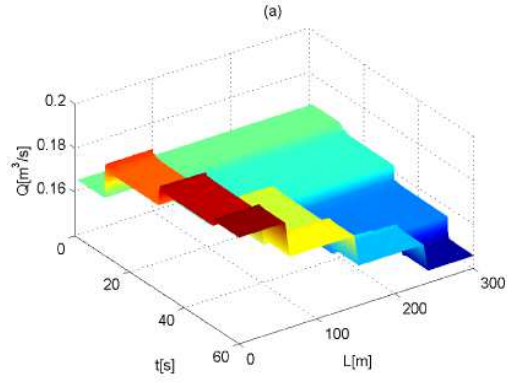


Figura 4: Caudal a lo largo de la tubería. Ejemplo 2

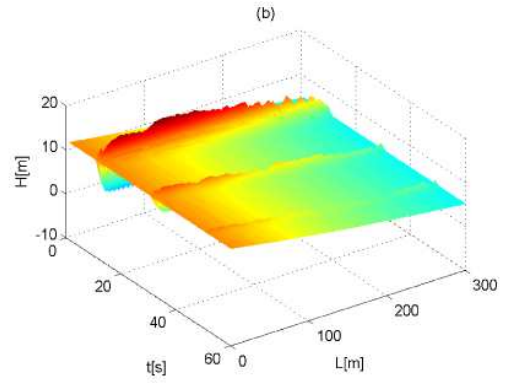


Figura 5: Presiones a lo largo de la tubería. Ejemplo 2

Las Figuras 4 y 5 muestran el comportamiento de los caudales y las presiones a lo largo de la tubería. En estas figuras pueden notarse los cambios de caudal consecuentes a cada fuga. También pueden verse las presiones afectadas en los diferentes puntos de fuga, donde los cambios de presión son notorios.

Es necesario precisar que el comportamiento de la tubería mostrada en las Figuras 2-5 corresponden únicamente al caso en que las condiciones de frontera son las presiones al extremo. El comportamiento de la tubería será simplemente diferente si las condiciones de frontera utilizadas son otras.

## 5. Observador para la localización de fugas

A continuación presentamos el diseño de un observador para la detección y localización de fugas.

El observador es de tipo *gran ganancia*, y es concebido para localizar la posición de una fuga y estimar el coeficiente de ésta. Antes de presentar el diseño del observador, detallamos el análisis de observabilidad del sistema utilizado para su concepción, mostrando que es un sistema *uniformemente observable*, (Gauthier and Bornard (1981)).

### 5.1. Localización de una fuga

El objetivo es diseñar un observador para estimar la posición y coeficiente de una fuga, utilizando sólo las medidas de presión y caudal en los extremos de la tubería. La Fig. 6 muestra la problemática planteada e ilustra que debido a la fuga la tubería se ve dividida en dos secciones. Por esta razón, para la síntesis de un observador, se necesita de un modelo de dimensión finita que represente al menos ambas secciones resultantes.

Consideremos el siguiente sistema obtenido a partir de las ecuaciones (A.1)-(A.2):

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_1 &= -\mu Q_1 |Q_1| + \frac{a_1}{\Delta z_1} (H_{in} - H_2) \\
 \dot{H}_2 &= \frac{a_2}{\Delta z_1} (Q_1 - Q_2 - Q_f) \\
 \dot{Q}_2 &= -\mu Q_2 |Q_2| + \frac{a_1}{L - \Delta z_1} (H_2 - H_{out}) \\
 \dot{\Delta z_1} &= 0 \\
 \dot{\sigma}_{f_1} &= 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

En este sistema con  $H_{in}$  y  $H_{out}$  como condiciones de frontera la posición de la fuga,  $z_{f_1}$ , está dada por el tamaño de la sección  $\Delta z_1 \in ]0, L[$  mientras que  $\Delta z_2 = L - \Delta z_1$ .

Con el objetivo de estimar los parámetros  $\Delta z_1$  y  $\sigma_{f_1}$ , notamos que el sistema (7) ha sido extendido con las dinámicas

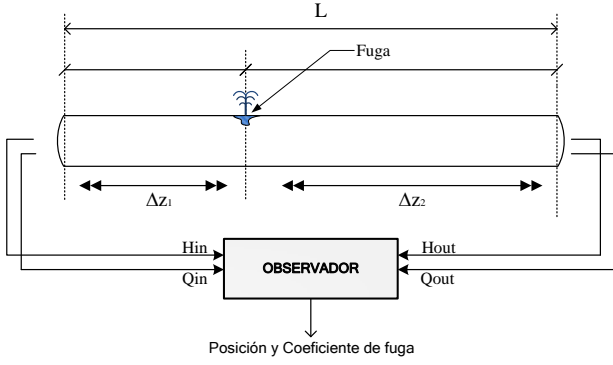


Figura 6: Problemática: 1 fuga en la tubería

constantes de estos parámetros. Un observador de gran ganancia puede ser diseñado a partir de este sistema cuyo vector de estados es

$$x(t) = [ Q_1 \quad H_2 \quad Q_2 \quad \Delta z_1 \quad Q_f ]^T \quad (8)$$

donde  $x$  se compone de los elementos  $x_i$  con  $i = 1, \dots, 5$ .

Consideremos que los caudales en los extremos son las salidas del Modelo (7) y que sus condiciones de frontera son sus entradas,

$$y(t) = [Q_1 \quad Q_2]^T = [Q_{in}, Q_{out}]^T$$

$$u(t) = [H_{in}, H_{out}]^T,$$

donde  $u$  así como  $y$  se componen de los elementos  $u_i$  y  $y_i$  respectivamente con  $i = 1, 2$ .

El modelo completo puede expresarse mediante la siguiente representación en espacio de estados no lineal:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \quad (9)$$

$$y(t) = [h_1(x), h_2(x)]^T = h(x(t))$$

En el caso de operar con presiones constantes  $u(t) = u_0$ , la ecuación de estado puede re-escribirse como:

$$\dot{x}(t) = F_{u_0}(x(t))$$

Para este sistema, la observabilidad puede verificarse como a continuación se detalla.

Consideremos la siguiente transformación:

$$\Phi : \mathfrak{X}^5 \rightarrow \mathfrak{X}^5$$

$$x \mapsto \xi = \Phi(x) \quad (10)$$

con

$$\Phi(x) = [ h_1(x) \quad L_{F_{u_0}} h_1(x) \quad h_2(x) \quad L_{F_{u_0}} h_2(x) \quad L_{F_{u_0}}^2 h_2(x) ]^T$$

La matriz jacobiana de  $\Phi$  tiene un determinante dado por:

$$\Delta_\Phi = \frac{a_1^3 a_2 \sqrt{H_2} (\Delta z_1 u_2 + u_1 L - u_1 \Delta z_1 - H_2 L)}{\Delta z_1^4 (L - \Delta z_1)^2} \quad (11)$$

el cual se vuelve cero siempre que:

$$\Delta z_1 (H_{in} - H_{out}) = L (H_{in} - H_2).$$

Sin embargo en presencia de una fuga, esta condición no se cumple, por lo tanto el sistema es observable.

Ahora, definamos un cambio de coordenadas  $\Phi$  para cada entrada constante utilizando las siguientes notaciones:

$$\Phi : x \mapsto \begin{cases} \xi^1 = [h_1, L_{F_{u_0}} h_1]^T \\ \xi^2 = [h_2, L_{F_{u_0}} h_2, L_{F_{u_0}}^2 h_2]^T \end{cases} \quad (12)$$

donde  $\xi^1$  y  $\xi^2$  se componen de los elementos  $\xi_{1i}$  y  $\xi_{2j}$  respectivamente, con  $i = 1, 2$  y  $j = 1, 2, 3$

El sistema en coordenadas  $\xi$  resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{11} &= \xi_{12} \\ \dot{\xi}_{12} &= \varphi_{12}(\xi, u_0) \\ y_1 &= \xi_{11} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{21} &= \xi_{21} \\ \dot{\xi}_{22} &= \xi_{23} \\ \dot{\xi}_{23} &= \varphi_{23}(\xi, u_0) \\ y_2 &= \xi_{21} \end{aligned} \quad (14)$$

Este sistema está bajo la forma de un sistema *uniformemente observable*, por tanto puede diseñarse un observador de gran ganancia.

A partir de las ecuaciones (13)-(14) se pueden obtener dos subsistemas de la forma:

$$\dot{\xi}^i = A_i \xi^i + \varphi_i(\xi, u_0), \quad y_i = C_i \xi^i,$$

con  $i = 1, 2$  y  $A_i, C_i, \varphi_i$  apropiadas, de tal manera que el observador puede concebirse de la siguiente manera en base a dos subsistemas:

$$\dot{\hat{\xi}}^i = A_i \hat{\xi}^i + \varphi_i(\hat{\xi}, u_0) - S_i^{-1} C_i^T (C_i \hat{\xi}^i - y_i), \quad i = 1, 2$$

con  $S_i$  clásicamente dada por (ver Besançon (2007)):

$$S_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & -\frac{1}{\lambda_1^2} \\ -\frac{1}{\lambda_1} & \frac{2}{\lambda_1^3} \end{bmatrix}; \quad S_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_2} & -\frac{1}{\lambda_2^2} & \frac{1}{\lambda_2^3} \\ -\frac{1}{\lambda_2} & \frac{2}{\lambda_2^3} & -\frac{3}{\lambda_2^4} \\ \frac{1}{\lambda_2} & -\frac{3}{\lambda_2^2} & \frac{6}{\lambda_2^3} \end{bmatrix};$$

para toda  $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ .

Nótese que el observador puede implementarse en coordenadas originales tal como sigue:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u - \left( \frac{\partial \Phi(\hat{x})}{\partial x} \right)^{-1} \begin{bmatrix} S_1^{-1} C_1^T \\ S_2^{-1} C_2^T \end{bmatrix} (h(\hat{x}) - y) \quad (15)$$

Cabe decir, que el mismo enfoque puede utilizarse cuando se utilizan presiones variantes en el tiempo.

## 6. Resultados experimentales

Los resultados que a continuación se presentan se obtuvieron de experimentos realizados en una tubería piloto localizado en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados en la Cd. de Guadalajara, México.

Tabla 3: Parámetros de la tubería del CINVESTAV

$g$	$L$	$b$	$D$	$f$
9.81	85	407.75	0.0635	0.0226
( $m/s^2$ )	( $m$ )	( $m/s$ )	( $m$ )	s/u

La Figura 7 muestra el diagrama de la tubería cuyos parámetros físicos están listados en la Tabla 3.

La tubería del CINVESTAV que se encuentra en circuito cerrado, se compone de un tanque de 750 (L) (E-1) que alimenta de agua toda la tubería, utilizando una bomba centrífuga (E-2) aguas arriba. La tubería cuenta también con tres válvulas (V1, V2, V3) que son utilizadas para emular fugas. Estas válvulas se encuentran a 20 (m), 41,5 (m) y 63 (m) respectivamente a partir del punto de alimentación.

La longitud real de la tubería es de  $L = 68,4$  (m), sin embargo una longitud equivalente fue estimada considerando la fricción y los accesorios que la componen (codos, conectores, etc). Si la fricción varía demasiado, la estimación de la longitud equivalente, así como las posiciones equivalentes de las válvulas, pueden estimarse utilizando el observador presentado en Navarro et al. (2011).

Aguas abajo, hay una válvula (V4) que es utilizada para generar transitorios en el sistema, esta válvula es manipulada a través de señales electrónicas enviadas desde un ordenador utilizando SIMULINK®.

La instalación está equipada de medidores de presión y de caudal aguas arriba (P1, F1) y aguas abajo (P2, F2). Una descripción mas detallada de la tubería se puede encontrar en Begovich et al. (2011).

LISTA DE COMPONENTES			
Identificación	Componente	Identificación	Componente
E-1	Tanque	V-5	Válvula eléctrica
E-2	Bomba	P-1	Sensor de presión
V-1	Válvula eléctrica	P-2	Sensor de presión
V-2	Válvula eléctrica	F-1	Sensor de flujo
V-3	Válvula manual	F-2	Sensor de flujo
V-4	Válvula eléctrica		

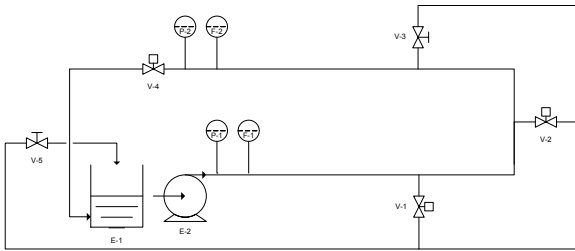


Figura 7: Diagrama de la tubería piloto del CINVESTAV

Una fuga fue provocada a  $z_{f1} = 20$  (m) utilizando la válvula V1. El coeficiente de fricción es estimado en estado estable antes de la generación de la fuga.

Las Figuras 8-9 ilustran las mediciones de presión y caudal en los extremos, utilizadas como entradas y salidas del observador (15).

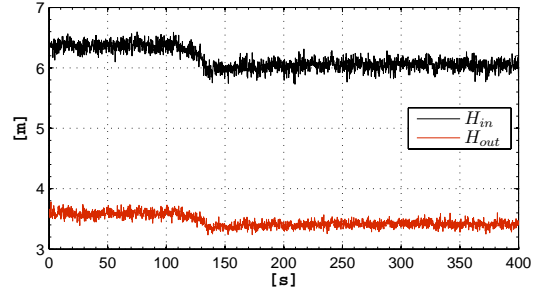


Figura 8: Mediciones de presión en los extremos

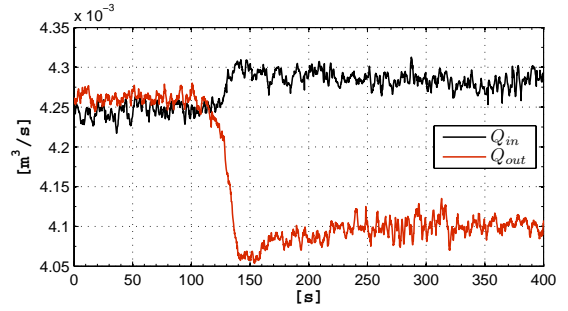


Figura 9: Mediciones de flujo en los extremos

Puede notarse en las Figuras 8-9, que las fugas se presentan entre 130 y 150 (s), por esta razón, la estimación de la posición y el coeficiente se inicializa a  $t = 150$  (s) (hay que recordar que el observador (15) puede trabajar sólo cuando una fuga existe).

Para la estimación, el observador fue sintonizado con  $\lambda = 2$  e inicializado con  $\hat{x}(0) = [0,004256, 50, 0,004256, 5,4607, 0]$ .

La Figura 10 muestra los resultados de estimación correspondientes. Puede notarse que la estimación de la posición es correcta, y por ende se deduce que el valor del coeficiente de fuga también es correcto.

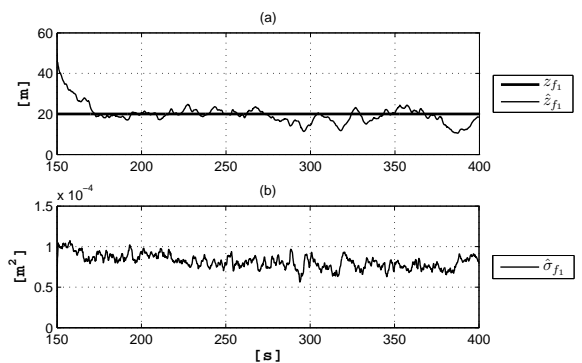


Figura 10: (a) Estimación de la posición de la fuga, (b) Estimación del coeficiente de la fuga

## 7. Conclusión

En este trabajo se presentaron modelos de dimensión finita para la representación de una tubería con presencia de fu-

gas. Los modelos se obtuvieron discretizando las ecuaciones del golpe de ariete mediante el método de diferencias finitas.

Los modelos fueron utilizados para diseñar un observador no lineal con el objetivo de detectar y localizar fugas.

## English Summary

### Experimental validation of nonlinear models and observers to isolate leaks in hydraulic pipelines

#### Abstract

This work covers the application of nonlinear observers for detection of leaks (singles and simultaneous) in pipes under pressure. The proposed observers were conceived from a spatially discretized version of the water hammer equations. This version was obtained using the finite difference method. The discrete models, as well as the observers, were validated by a set of experiments realized in test pipes.

*Keywords:*

Observers, Parameter estimation, Physical models, Fault location

## Referencias

- Allidina, A. Y., Benkherouf, A., 1988. Leak detection and location in gas pipelines. *Control Theory and Applications*, IEE Proceedings D 135 (2), 142–148.
- Begovich, O., Pizano, A., Besançon, G., 2011. Online implementation of a leak isolation algorithm in a plastic pipeline prototype. *Latin American Applied Research*.
- Besançon, G., 2007. *Nonlinear Observers and applications*. Springer.
- Besançon, G., Georges, D., Begovich, O., Verde, C., Aldana, C., 2007. Direct observer design for leak detection and estimation in pipelines. In: *Proceedings of the European Control Conference*.
- Billman, L., Isermann, R., 1984. Leak detection methods for pipelines. In: *Proceeding of the 8th IFAC Congress*. Budapest, Hungary, pp. 1813–1818.
- Bornard, G., Couenne, N., Celle, F., 1988. Regularly persistent observer for bilinear systems. In: *Proc. of Colloque international en automatique non linéaire*.
- Brunone, B., Ferrante, M., 2001. Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients. *Journal of Hydraulic Research* 39 (5), 539–547.
- Chaudry, M. H., 1979. *Applied Hydraulic Transients*. Van.
- Covas, D., Ramos, H., de Almeida, A. B., 2005. Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems. *Journal of Hydraulic Engineering* 131 (12), 1106–1116.
- Dulhoste, J. F., Besançon, G., Torres, L., Begovich, O., Navarro, A., 2011. About friction modeling for observer-based leak estimation in pipelines. In: *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*.
- Ferrante, M., Brunone, B., 2003. Pipe system diagnosis and leak detection by usteady-state test-1: Harmonic analysis. *Advanced Water Resources* 26 (1), 95–105.
- Gauthier, J., Bornard, G., 1981. Observability for any  $u(t)$  of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 26 (5), 922–926.
- Kalman, R., Bucy, R. S., 1960. New results in linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering* 82 (D), 35–40.
- Matko, D., Geiger, G., Werner, T., 2001. Modelling of the pipeline as a lumped parameter system. *AUTOMATIKA* 42 (3-4), 177.
- Morton, K. W., Mayers, D. F., 2005. *Numerical Solution of Partial Differential Equations, An Introduction*. Cambridge University Press.
- Mpesha, W., Chaudry, M. N., Gassman, S., 2001. Leak detection in pipes by frequency response method. *Journal of Hydraulic Engineering* 127, 137–147.
- Navarro, A., Begovich, O., Besançon, G., 2011. Calibration of fitting loss coefficients for modelling purpose of a plastic pipeline. In: *16th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*.
- Olivera, R., Rodríguez, A., 2005. Estudio del riesgo en ductos de transporte de gasolinas y diesel en México. *Científica* 9 (4), 159–165.
- Simon, D., 2010. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms. *IET Control Theory and Applications*.

- Torres, L., Besançon, G., Georges, D., 2008. A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico.
- Torres, L., Besançon, G., Georges, D., 2009. Multi-leak estimator for pipelines based on an orthogonal collocation model. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*. Shanghai, China.
- Verde, C., Bornard, G., Gentil, S., 2003. Isolability of multileaks in a pipeline. In: *Proceedings 4th MATHMOD*. Vienna, Austria.
- Verde, C., Visairo, N., 2004. Identifiability of multi-leaks in a pipeline. In: *Proceedings of the American Control Conference*. Vol. 5. Boston, USA, pp. 4378–4383.
- Verde, C., Visairo, N., Gentil, S., 2007. Two leaks isolation in a pipeline by transient response. *Advances in Water Resources* 30 (8), 1711–1721.
- Visairo, N., 2004. *Detección y localización de fugas en un ducto*. Ph.D. thesis, CENIDET.
- Wang, X. J., 2002. Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients. *Journal of Hydraulic Engineering* 128 (7), 697–711.
- Wylie, E. B., Streeter, V. L., 1978. *Fluid Transient*. McGr.

## Apéndice A. Cuadripolos

Consideremos que  $n$  es el número de secciones e  $i$  es el índice de una sección.

### Apéndice A.1. Modelo y

$$\dot{Q}_i = \frac{a_1}{\Delta z_i} (H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i|; \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{H}_{i+1} = \frac{a_2}{\Delta z_i} (Q_i - Q_{i+1}); \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.2})$$

con  $H_1 = H_{in}$  y  $H_{n+1} = H_{out}$ .

### Apéndice A.2. Modelo h

$$\dot{Q}_{i+1} = \frac{a_1}{\Delta z_i} (H_i - H_{i+1}) - \mu Q_{i+1} |Q_{i+1}|; \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{H}_i = \frac{a_2}{\Delta z_{i-1}} (Q_i - Q_{i+1}); \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{A.4})$$

con  $Q_1 = Q_{in}$ ,  $H_n = H_{out}$  y  $\Delta z_0 = 1$ .

### Apéndice A.3. Modelo g

$$\dot{Q}_i = \frac{a_1}{\Delta z_i} (H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i|; \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{H}_{i+1} = \frac{a_2}{\Delta z_i} (Q_i - Q_{i+1}); \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.6})$$

con  $H_1 = H_{in}$  y  $Q_n = Q_{out}$ .

### Apéndice A.4. Modelo z

$$\dot{Q}_{i+1} = \frac{a_1}{\Delta z_i} (H_i - H_{i+1}) - \mu Q_{i+1} |Q_{i+1}|; \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.7})$$

$$\dot{H}_i = \frac{a_2}{\Delta z_i} (Q_i - Q_{i+1}); \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (\text{A.8})$$

con  $Q_1 = Q_{in}$  y  $Q_{n+1} = Q_{out}$ .