



**HAL**  
open science

## Un nouveau modèle élasto-plastique avec prise en compte de la rupture des grains

Wei Hu, Christophe Dano, Pierre-Yves Hicher

### ► To cite this version:

Wei Hu, Christophe Dano, Pierre-Yves Hicher. Un nouveau modèle élasto-plastique avec prise en compte de la rupture des grains. Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur, 2008, Nantes, France. hal-01009082

**HAL Id: hal-01009082**

**<https://hal.science/hal-01009082>**

Submitted on 17 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UN NOUVEAU MODELE ELASTO-PLASTIQUE AVEC PRISE EN COMPTE DE LA RUPTURE DES GRAINS

## AN ELASTO-PLASTIC MODEL ACCOUTING FOR GRAIN BREAKAGE

Wei HU, Christophe DANO, Pierre-Yves HICHER  
*Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, UMR CNRS 6183, Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, France*

**RÉSUMÉ** - Un nouveau modèle prenant en compte l'influence de la rupture des grains lors d'un cisaillement est développé dans le cadre des théories l'élasto-plasticité et de l'état critique. L'hypothèse principale de ce modèle est que, lors du chargement, l'indice des vides à l'état critique change sous l'effet de la contrainte moyenne et de la rupture des particules. La comparaison des résultats expérimentaux et des prévisions du modèle prouve que ce modèle peut reproduire le comportement des matériaux granulaires soumis à la rupture des grains.

**ABSTRACT** - A new model taking into account the influence of grain breakage is developed within the framework of elasto-plasticity and the critical state theory. The main assumption of this model is that, upon loading, the void ratio at critical state changes as the consequence of the changes in the properties of materials, due to grain breakage. The comparison of the experimental results and the model predictions shows that this model can simulate the behavior of granular materials subjected to grain breakage

## 1. Introduction

La rupture des particules d'un milieu granulaire est un phénomène qui a été mis en évidence expérimentalement par Marsal (1967), Vesic et Clough (1968), Hardin (1985) et Kim and Hicher (1995) par exemple. Ce phénomène qui apparaît lorsque le milieu granulaire est soumis à des compressions isotropes ou à des cisaillements, influe donc sur le comportement mécanique des matériaux. L'intensité de la rupture des grains conditionne l'évolution de la microstructure au travers de la granulométrie, voire de la forme des particules. Ainsi, Kim (1995) a effectué des essais triaxiaux et des essais œdométriques sur des matériaux granulaires aux grains plus ou moins fragiles et a comparé la granulométrie avant et après les chargements (Figure 1). La rupture progressive des grains se traduit par une augmentation du coefficient d'uniformité  $C_u = d_{60}/d_{10}$ . L'évolution de la microstructure est représentée macroscopiquement par une évolution de l'indice des vides critique (Biarez et Hicher, 1997) que l'on intègre dans un modèle de comportement développé dans le cadre de la théorie de l'élasto-plasticité.

On présente ci-dessous les équations constitutives du modèle puis ses prédictions en comparaison de résultats expérimentaux disponibles dans la littérature.

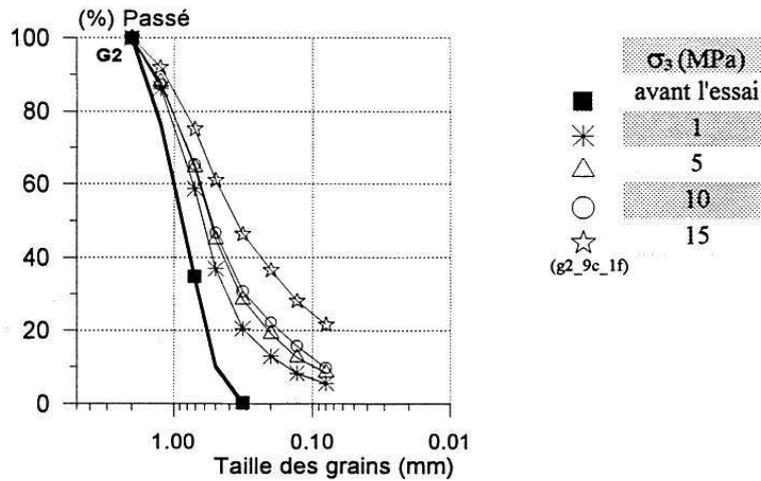


Figure 1 Comparaison des granulométries avant et après un chargement (d'après Kim, 1995).

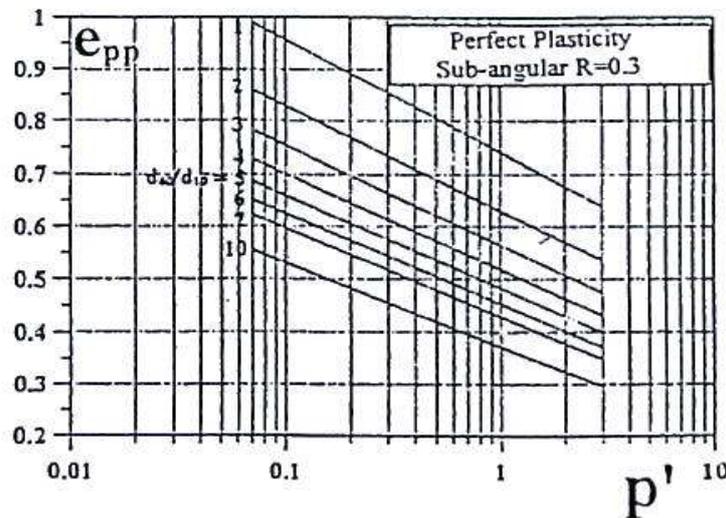


Figure 2 Evolution de la droite d'état critique avec la granulométrie (d'après Biarez et Hicher, 1994).

## 2. Equations constitutives

Le modèle combine deux mécanismes. Le comportement non linéaire d'un matériau granulaire est représenté par une loi d'écroutissage de type hyperbolique faisant évoluer la surface de charge, dans l'espace des contraintes, avec la déformation plastique déviatoire. Le critère de Mohr-Coulomb est employé comme surface de charge. L'effet de la rupture des grains est représenté par l'évolution de l'indice des vides critique.

### 2.1 Hypothèses générales

La déformation est décomposée en la somme de la contribution élastique et de la contribution plastique :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (1)$$

Le modèle est indépendant du temps. Dans ce modèle, les contraintes de compression sont positives. Le comportement élastique est décrit par la loi de Hooke, linéaire et isotrope :

$$\bar{\sigma} = 2\mu \cdot \bar{\varepsilon} + \lambda \cdot \text{Tr}(\bar{\varepsilon}) \cdot \bar{I} \quad (2)$$

où  $\mu$  et  $\lambda$  sont les paramètres de Lamé, l'opérateur Tr est le premier invariant du tenseur,  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\varepsilon}$  et  $\bar{I}$  respectivement le tenseur des contraintes, le tenseur des déformations et le tenseur identité.

## 2.2 Surface de charge

Le domaine élastique est supposé restreint par la surface de charge dont la position initiale dans l'espace des contraintes est définie par le paramètre  $r_{el}$ . La surface de charge, notée F, est représentée par un critère de Mohr-Coulomb (Dano, 2001) :

$$F(p, q, \theta, r_d) = \frac{q}{M_p} m(\theta) - p' r_d(\varepsilon_d^p) = 0 \quad (3)$$

où q est la contrainte déviatorique, p' la contrainte effective moyenne, m( $\theta$ ) une fonction de l'angle de Lode  $\theta$ ,  $M_p$  la pente de la surface de charge dans le plan (p, q), lorsque la résistance maximale est atteinte et  $r_d$  la loi d'écroûissage fonction de la déformation plastique déviatoire  $\varepsilon_d^p$ . La fonction de l'angle de Lode est tirée de Bardet (1980) :

$$m(\theta) = \frac{6}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \left[ \cos \theta - \frac{\sin \varphi}{\sqrt{3}} \sin \theta \right] \quad (4)$$

## 2.3 Fonction d'écroûissage

La fonction d'écroûissage de type hyperbolique s'écrit :

$$r_d(\varepsilon_d^p) = r_{el} + \frac{\varepsilon_d^p (1 - r_{el})}{a + \varepsilon_d^p} \quad (5)$$

$r_{el}$  définit la taille du domaine élastique initial et la distance par rapport à l'état de résistance maximale. Le second paramètre d'écroûissage, a, définit la vitesse d'évolution de la non linéarité. La fonction d'écroûissage varie donc entre  $r_{el}$  et 1 lorsque l'état de résistance maximale est atteint.

## 2.4 Potentiel plastique

La description de l'évolution des déformations plastiques se fait par le biais du potentiel plastique  $G$ , du type Cam-Clay ;

$$G(p, q) = \frac{q}{M_c(\theta)P} + \ln(p') \quad (6)$$

où  $M_c$  est la pente de l'état caractéristique dans le plan des contraintes  $(p, q)$ . La surface d'état caractéristique est supposée être homothétique à la surface de charge. Ainsi :

$$M_c(\theta) = M_c \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{6 \left( \cos \theta - \frac{\sin \varphi_c}{\sqrt{3}} \sin \theta \right)} \quad (7)$$

$\varphi_c$  est l'angle caractéristique qui correspond à la transition du domaine contractant au domaine dilatant :

$$\varphi_c = \text{Arc sin} \left( \frac{3M_c}{6 + M_c} \right) \quad (8)$$

## 2.5 Etat critique

Un des concepts les plus importants en mécanique des sols est la théorie de l'état critique. A l'état critique, le cisaillement d'un matériau granulaire s'effectue à volume constant. L'indice des vides dans cet état, noté  $e_c$  est une fonction de la contrainte effective moyenne  $p'$  (Figure 2) :

$$e_c = e_{ref} - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p_{ref}} \right) \quad (9)$$

Le couple des paramètres  $(e_{ref}, p_{ref})$  correspond à un point de référence sur la droite d'état critique,  $\lambda$  est la pente de cette droite dans le plan  $(e, p')$ . On relie également l'angle de frottement mobilisé à un angle de frottement intrinsèque au matériau  $\phi_u$ , qui sera considéré par la suite comme étant égal à l'angle caractéristique :

$$\tan \phi_p = \left( \frac{e_c}{e} \right)^m \tan \phi_u \quad (10)$$

où  $e$  est l'indice des vides du matériau. Le paramètre  $m$  est un autre paramètre du modèle (Biarez et Hicher, 1994).

## 2.6 Rupture des grains

Comme indiqué sur la figure 3, la droite d'état critique est translatée vers les indices des vides plus faibles dès lors que la rupture des grains se produit, la pente restant constante par hypothèse. Mathématiquement, on fait dépendre l'indice des vides de référence  $e_{ref}$  avec le taux de rupture des particules (Kim, 1995) par l'intermédiaire du calcul du travail plastique (Daouadji et al., 2001) :

$$w^{*p} = \int \sigma_{ij} |d\varepsilon_{ij}^p| \quad (11)$$

Afin de décrire l'évolution de l'état critique, on propose l'expression suivante dans laquelle deux nouveaux paramètres constitutifs, notés respectivement A et B, sont introduits :

$$1 - \frac{e'_{ref}}{e_{ref}} = \frac{Aw^p}{B + w^p} \quad (12)$$

Le paramètre A commande la limite d'évolution de l'état critique, quand le travail plastique tend vers l'infini :

$$1 - \frac{e'_{ref}}{e_{ref}} = A \text{ quand } e'_{ref} = e_{ref} (Cu = 10) \quad (13)$$

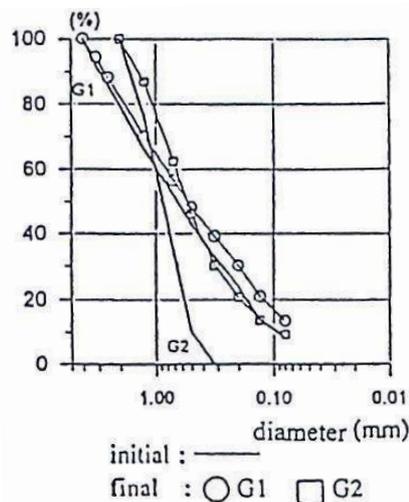


Figure 3 Comparaisons des granulométries avant et après un chargement sur des matériaux granulaires de différentes granulométries (Kim 1995)

Biarez et Hicher (1994) ont proposé des corrélations empiriques entre l'indice des vides maximal  $e_{max}$ , l'indice des vides minimal  $e_{min}$ , et le coefficient d'uniformité  $C_u$ . Les indices des vides  $e_{min}$  et  $e_{max}$  n'évoluent plus dès que la granulométrie devient relativement étalée ( $C_u > 10$ ), ce qui devient le cas si l'intensité de la rupture des grains est importante. Or ces deux paramètres positionnent également la droite d'état critique dans le plan  $(e, \log p')$  (Figure 2). Le paramètre B représente l'intensité

de la rupture des particules, ou autrement dit, la vitesse d'évolution de l'état critique pendant un chargement donné, selon leurs propriétés initiales (forme, taille, distribution). On peut voir sur la figure 4 (d'après Kim, 1995) que les matériaux à granulométrie serrée sont plus sensibles à la rupture des grains que les matériaux à granulométrie étalée. Plus la valeur de B est faible, plus l'évolution sera rapide.

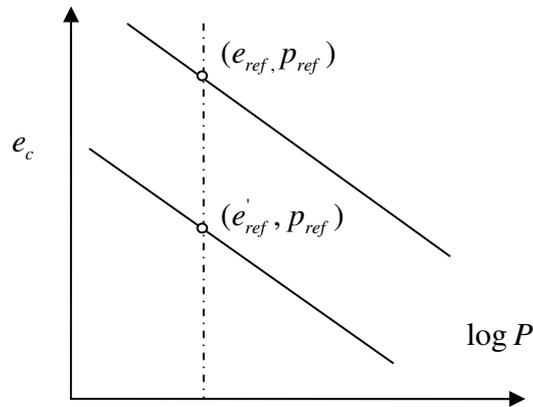


Figure 4 Evolution de l'indice des vides critique avec la rupture

### 3. Validation du modèle

Afin de valider notre modèle, nous avons simulé les comportements d'échantillons de granite désigné par G2 dans (Kim, 1995). Les diamètres moyens des particules de ce matériau sont compris entre 60mm et 120mm. Les particules sont sensibles à la rupture sous fortes contraintes. L'expérience qu'on choisit de simuler est un essai triaxial drainé sous un fort confinement, 1 MPa. On propose aussi une étude de sensibilité au paramètre B pour montrer l'importance de l'évolution de rupture. Les valeurs des paramètres constitutifs de ce matériau sont indiquées dans le Tableau 1.

Tableau I Valeurs des paramètres du modèle pour le matériau G2.

Paramètres élastiques	Module d'Young E = 216 MPa
	Coefficient de Poisson $\nu = 0,2$
Indices de vide initial	$e = 0,80$
Paramètre d'état caractéristique	$M_c = 1,7$
Paramètres d'écrouissage	$r_{el} = 0,001$
	$a = 0,003$
Paramètre d'état critique	$e_{ref} = 1,24$
	$p_{ref} = 100 \text{ kPa}$
	$\lambda = 0,21$
	$m = 0,9$
Paramètres de rupture des grains	$A = 0,31$
	$B = 500$

Les résultats des expériences et les prédictions du modèle sont comparés sur la figure 6.

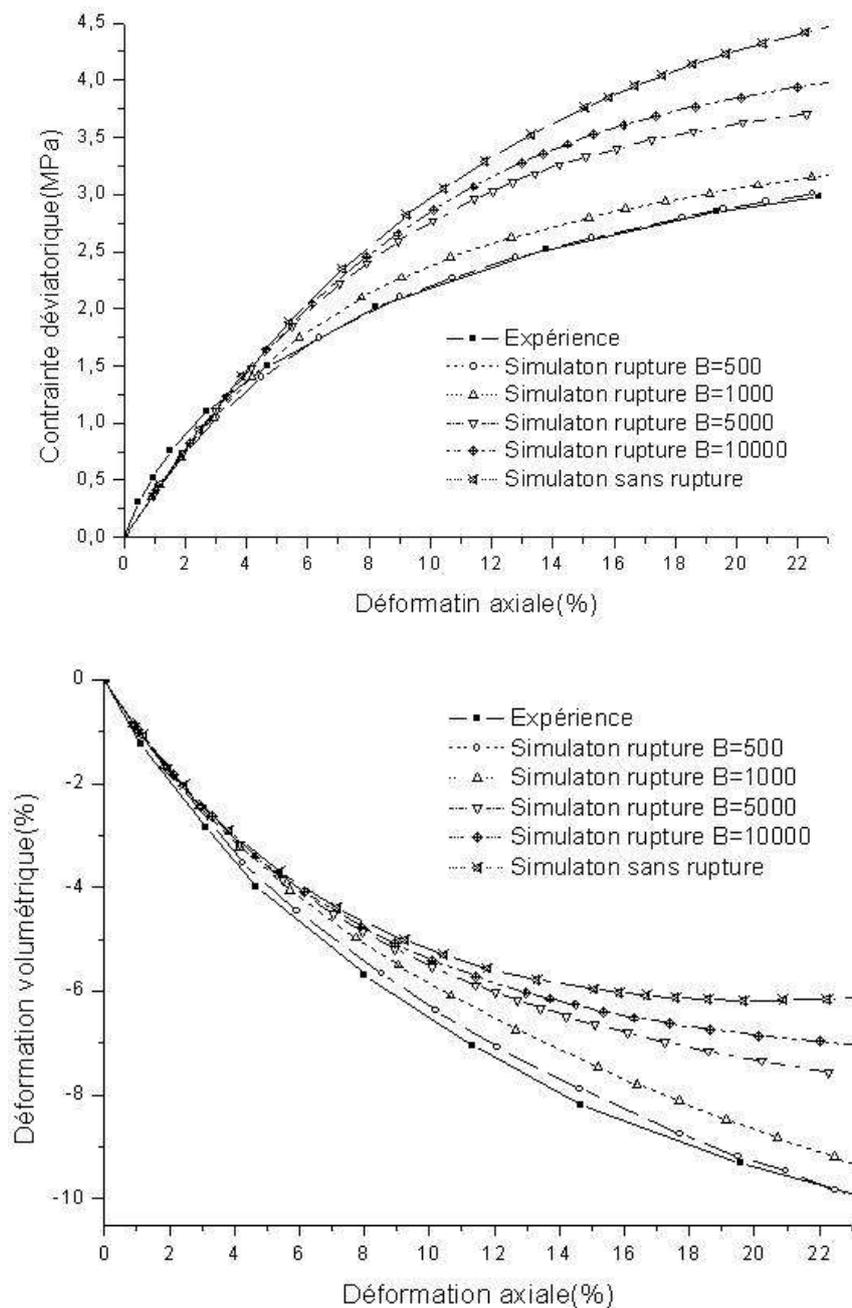


Figure 6 Simulation numérique et résultats expérimentaux sur le granite G2 pour un confinement de 1 MPa.

La rupture des grains pendant le cisaillement génère d'une part une contractance plus forte que dans le cas d'un matériau sans rupture, par évolution de l'indice des vides critique et, d'autre part, une diminution, liée à la contractance accrue, de l'angle de frottement maximal (Figure 6). L'effet de la rupture des grains devrait être évalué lors, par exemple, de la conception ou de la vérification du dimensionnement d'un barrage en remblai de grande hauteur. Des accidents récents se sont produits sur ce type d'ouvrages en raison d'une mauvaise estimation du potentiel de rupture des granulats.

## 4. Conclusion

On présente dans ce papier un modèle prenant en compte la rupture des particules sur des chemins de contraintes en cisaillement. La rupture des grains est décrite par l'évolution du coefficient d'uniformité, influant lui-même sur la position de la droite d'état critique dans le plan  $(e, \log p')$ . La distance entre l'indice des vides et l'indice des vides critique en cours de chargement, plus ou moins importante en fonction de l'intensité de la rupture des particules, permet de représenter des comportements dilatants (peu de rupture) ou contractants (rupture importante) observés expérimentalement.

## 5. Références bibliographiques

- Daouadji A., Hicher.P.Y., Rahma.A. (2000) An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Volume 20, Issue 1, pp. 113-137
- Dano C. (2001) Comportement mécanique des sols injectés. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- Hardin B.O. (1985) Crushing of soil particles, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 111(10):1177-1192
- Kim Me. Sun. (1995) Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris
- Biarez J., Hicher P.Y. (1994) *Elementary Mechanics of Soil Behaviour*, Balkema, pp .208
- Biarez J., Hicher P.Y. (1997) Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires, *Revue Française de Génie Civil*, vol. 1, no4, pp. 607-631
- Bardet J.P. (1990.) Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.57, pp. 1131-1146
- Marsal R.J. (1967). Large scale testing of rockfill materials, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 93(SM2): pp. 27-43.
- Vesic A.S., Clough G.W. (1968) Behaviors of granular materials under high stresses, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 94 (SM3) : pp. 661-668