

Transferts de chaleur par conduction dans les milieux fibreux

Jean-Pierre Vassal, Laurent Orgéas, Steven Le Corre, Denis Favier,

Jean-Louis Auriault

► To cite this version:

Jean-Pierre Vassal, Laurent Orgéas, Steven Le Corre, Denis Favier, Jean-Louis Auriault. Transferts de chaleur par conduction dans les milieux fibreux. 7es Journées d'Étude sur les Milieux Poreux, Oct 2005, Pessac, France. hal-01009064

HAL Id: hal-01009064 https://hal.science/hal-01009064

Submitted on 11 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Transferts de chaleur par conduction dans les milieux fibreux J.-P. Vassal^{*}, L. Orgéas^{*}, S. Le Corre^{**}, D. Favier^{*}, J.-L. Auriault^{*}

^{*} Laboratoire Sols – Solides – Structures (3S) - CNRS – Universités de Grenoble (INPG - UJF), BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France email: <u>laurent.orgeas@hmg.inpg.fr</u>

GeM - Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, CNRS, Ecole Centrale de Nantes 1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes cedex 3, France.

1 Introduction

Qu'ils soient naturels ou industriels, les milieux fibreux présentent le même type de microstructure, généralement constituée d'une matrice dans laquelle baigne un renfort. Seule la nature des composants diffère. Notre objectif est de comprendre et modéliser les transferts thermiques par conduction dans ces systèmes fibreux enchevêtrés, afin de déterminer le lien qui existe entre microstructures et propriétés thermiques. Pour cela, nous avons utilisé l'homogénéisation des structures périodiques par développements asymptotiques [1], en suivant la méthode proposée par Auriault [2]. Un problème similaire a déjà été traité par Auriault [3] dans le cas de milieux composites à phases connectées présentant des contacts thermiques parfaits entre phases, puis repris par Auriault et Ene [4] dans le cas de résistances de contact entre phases. Nous retraitons ici ce dernier travail dans le cas de milieux constitués de particules solides quelconques entourées de vide, ou d'une matrice isolante. Puis nous particularisons ces résultats aux cas de microstructures fibreuses en tenant compte de leurs spécificités. Les résultats obtenus sont implémentés dans un code de calcul de type éléments discrets, afin de déterminer l'évolution des propriétés thermiques (capacité thermique massique et conductivité) en fonctions de paramètres microstructuraux, à savoir : le taux de fibre et l'orientation des fibres.

2 Passage micro - macro

A l'échelle locale, on considère des particules solides dont l'équilibre thermique est régi par l'équation de la chaleur sans source interne; le flux de chaleur dans chaque particule suit une loi de Fourier; les particules n'échangent pas de chaleur avec la matrice supposée isolante; le flux d'échange entre particules en contact est proportionnel à un coefficient de transfert thermique h supposé constant.

L'utilisation de la méthode des développements asymptotiques à échelles multiples permet de préciser les conditions physiques pour lesquelles le milieu macroscopique équivalent existe et est monophasique. Dans ce milieu, la diffusion de la chaleur est régie par l'équation de la chaleur (1a), dont la structure est identique à celle postulée à l'échelle des fibres. De plus, le flux de chaleur macroscopique suit une équation de Fourier (1b). Enfin, les calculs du tenseur de conductivité thermique effectif Λ^{mac} et de la capacité thermique massique effective C^{mac} sont complètement dissociés :

(a)
$$\rho^{mac}C^{mac}\dot{T}^{[0]} = \langle \rho C \rangle \dot{T}^{[0]} = -\operatorname{div}\langle q^{l\theta l} \rangle$$
 (b) $\langle q^{l\theta l} \rangle = -\Lambda^{mac}\operatorname{grad}T^{[0]}$ (1)

où <.> représente l'opérateur moyenne sur le Volume Elémentaire Représentatif (VER), .^{mac} représentent les propriétés effectives, et .^[0] représentent les grandeurs macroscopiques au premier ordre des développements asymptotiques. Pour déterminer Λ^{mac} , il est nécessaire de déterminer le flux $q^{[0]}$ en tout point du VER, par résolution d'un problème aux limites issu de l'homogénéisation (cf. par exemple [4]).

3 Approche discrète

Le calcul précédent pouvant s'avérer long pour une microstructure quelconque, nous avons dans un second temps tenu compte des spécificités des milieux fibreux. Les hypothèses que nous avons formulées (géométrie élancée, direction privilégiée des flux, uniformité des flux dans les sections droites des fibres...) permettent d'obtenir une formulation discrète du problème. Dans cette formulation, les seules inconnues à déterminer se situent aux intersections des fibres.

Nous calculons ainsi analytiquement la conductivité thermique équivalente d'un milieu modèle simple constitué d'une période de deux barres en contact. En comparant ce résultat avec celui obtenu par résolution par éléments finis 3D du problème aux limites non simplifié, nous avons déterminé l'erreur induite par les hypothèses liées à l'approche discrète. L'erreur commise diminue lorsque l'élancement et/ou le coefficient de

transfert thermique décroît. Les résultats montrent que même pour un élancement de fibres entre deux contacts de l'ordre de 4, l'erreur reste acceptable (inférieure à 20%).

Enfin, nous avons appliqué nos résultats sur des microstructures plus réalistes. Pour cela, nous nous sommes inspirés de la microstructure des composites à renforts courts [5]. Nous avons généré des VER périodiques dans lesquelles les renforts sont des cylindres principalement orientés dans le plan (e_1, e_2) et présentant une section droite elliptique. Les paramètres que nous avons fixés sont les dimensions du VER (25*25*3 mm³) et des renforts (grand axe $d_{max} = 0.62$ mm, petit axe $d_{min} = 0.06$ mm, longueur des fibres de 25mm) ainsi que la conductivité des renforts ($\lambda = 1 \text{ W.m}^{-1}$.K⁻¹). Ceux que nous avons fait varier sont : la fraction volumique de fibres (0.01 < f < 0.15), l'orientation des fibres (valeur principale du tenseur d'orientation 2D du second ordre, a_1 comprise entre 0.5 et 1) ainsi que le coefficient de transfert thermique ($1e^{-6} \text{ W.m}^{-2}$.K⁻¹ < $h < \infty$). Le code de calcul utilisé [6] et modifié au cas des transferts de chaleur permet de générer de tels VER et de déterminer leurs conductivités effectives.

Les résultats obtenus sont présentés figure 1.



Figure 1 : (a) influence de la fraction volumique de fibres f sur la valeur principale λ_1 du tenseur de conductivité effective pour une structure isotrope ; (b) influence du facteur d'échange h sur λ_1 pour une structure isotrope et f = 0.1; (c) influence de la valeur principale a_1 du tenseur d'orientation sur l'anisotropie du tenseur de conductivité effective λ_1/λ_n pour f=0.1

La figure 1(a) permet de constater que pour une structure isotrope, lorsque la fraction volumique de fibres f est supérieure à environ 0.04 et que celle-ci croît, la valeur principale du tenseur de conductivité effective λ_I a une évolution différente selon la nature des contacts. Lorsque les contacts sont très conducteurs, $h \rightarrow \infty$, l'évolution semble tendre vers une évolution linéaire alors que lorsque les contacts sont très mauvais, $b = 1e^{-6}$ W.m⁻².K⁻¹, on tend vers une évolution quadratique de λ_I . De plus, la figure 1(b) montre que lorsque b croît, la conductivité effective croît dans un premier temps rapidement, puis atteint un seuil vers b = 1 W.m⁻².K⁻¹. Enfin, la figure 1(c) représente l'évolution de l'anisotropie du tenseur de conductivité effective λ_I/λ_{II} en fonction du tenseur d'orientation. On constate que pour des valeurs réalistes d'orientation (0.5 < $a_I < 0.8$), l'anisotropie croît de 1 (structure isotrope) à environ 4 quel que soit la qualité des contacts. Au-delà de $a_I = 0.8$, l'anisotropie augmente très rapidement et l'influence de la qualité des contacts semble plus marquée.

Références

[1] E. Sanchez-Palencia, Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics (Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1980).

[2] J.-L. Auriault, Heterogeneous Medium. Is an Equivalent Macroscopic Description Possible? Int. J. Eng. Sci. 29, 785 (1991).

[3] J.-L. Auriault, Effective Macroscopic Description for Heat Conduction in Periodic Composites Int. J. Heat Mass Transfer 26, 861 (1983).

[4] J.-L. Auriault and H. I. Ene, *Macroscopic Modelling of Heat Transfer in Composites with Interfacial Thermal Barrier* Int. J. Heat Mass Transfer 37, 2885 (1994).

[5] F. Danès, B. Garnier, T. Dupuis, P. Lerendu, T.-P. Nguyen, Non-uniformity of the filler concentration and of the transverse thermal and electrical conductivities of filled polymer plates, Comp. Sci. and Tech. 65, 945 (2005).

[6] S. Le Corre, P. Dumont, L. Orgéas, D. Favier, Rheology of highly concentrated planar fiber suspension, J. Rheol. 49 (2005), in press.