



**HAL**  
open science

## Simulation numérique du comportement en traction de multicouches multi-matériaux dans un code explicite

Daniel Coutellier, Claire Gauthier, Patrick Rozycki, Yves Ravalard

### ► To cite this version:

Daniel Coutellier, Claire Gauthier, Patrick Rozycki, Yves Ravalard. Simulation numérique du comportement en traction de multicouches multi-matériaux dans un code explicite. *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*, 1998, 43 (2), pp.51-60. hal-01007294

**HAL Id: hal-01007294**

**<https://hal.science/hal-01007294>**

Submitted on 8 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Simulation numérique du comportement en traction de multicouches multi-matériaux dans un code explicite

D. Coutellier, C. Gauthier, P. Rozycki, Y. Ravalard

LAMIH - Groupe en Génie Mécanique, URA 1775  
Université de Valenciennes, BP 311,  
59304 Valenciennes Cedex

Email: Daniel.Coutellier@univ-valenciennes.fr

## Résumé

Dans les structures du domaine des transports, les matériaux employés sont de plus en plus complexes et il n'est par rare de trouver de nombreuses parties en composite. Il existe maintenant de bons codes de calcul pour représenter les différents comportements de matériaux homogènes en statique, dynamique, thermique, linéaire ou non-linéaire... Mais pour ce qui est des structures stratifiées, en particulier les multicouches multi-matériaux (alliance de métal (acier, aluminium...) et de composite (résine/fibre)), et qui plus est pour des problèmes en dynamique rapide, il n'existe pas de solution disponible. Nous avons développé un élément fini permettant de résoudre ce problème. Cet élément est intégré au sein d'un code de calcul explicite. Nous présentons ici sa validation pour des problèmes en traction.

## Abstract

The materials used within the structures in the field of transport are increasingly complex and it is usual to find numerous composite parts. Efficient computation software now exist permitting to represent the different behaviours of homogeneous materials in the fields of statics, dynamics, thermics, both linear and non-linear... But as regards stratified structures, more particularly the multilayered multi-materials (combining metals such as steel, aluminium... and composite materials such as resins, fibers...) and furthermore for the dynamic problems, there is no solution readily available. We have to develop a finite element permitting to solve this problem. The latter has been built in into an explicit computation software. We present herewith its validation applied to tensile problems.

## Samenvatting

De materialen die gebruikt worden in structurele elementen bij transporttoepassingen worden steeds complexer. Zeer dikwijls worden composietstructuren gebruikt. Hendaags bestaan er efficiënte rekencodes voor simulatie van het gedrag van homogene materialen bij statische, dynamische, thermische, lineaire en niet-lineaire toepassingen. Op gebied van gelaagde materialen, in het bijzonder bij gebruik van meerdere lagen en meerdere materialen (combinatie van metalen zoals staal en aluminium en composietmaterialen zoals hars en vezels) bestaan er vrijwel geen rekenmethodes voor analyse van snelle dynamische verschijnselen. In dit artikel wordt een eindigelementen-methode voorgesteld om dergelijke problemen te behandelen. Deze methode is ingebouwd in een expliciete rekencode. De validering van de methode wordt voorgesteld voor problemen in trek.

## 1. Introduction

Depuis de nombreuses années les matériaux composites sont apparus dans les structures du domaine des transports. Tout d'abord en aéronautique, puis en automobile et depuis quelques années en ferroviaires. Dans ces différents cas, l'alliance du composite avec des matériaux classiques métalliques est quelques fois envisagée et réalisée.

Les travaux réalisés dans notre équipe sont axés sur le développement d'outils de simulation numérique pour les matériaux combinant le métallique et le composite stratifié. Ces matériaux seront appelés par la suite multi-matériaux. Les moyens développés sont du type «éléments finis» intégrés dans un logiciel de calcul explicite permettant de traiter des problèmes de crash.

Dans cet article, nous présentons de manière précise la simulation numérique réalisée pour valider en traction les développements effectués, des problèmes de

chocs plus complexes sont présentés à titre indicatif pour démontrer les potentialités en crash [GAUT96]. Deux approches sont présentées pour la modélisation du matériau composite. La première approche est la caractérisation du composite par l'intégration d'un comportement distinct entre la fibre et la matrice [PICK89], HAUG91], HAUG93], la seconde est quant à elle, un modèle homogène à l'échelle du pli [LADE86], [LADE92].

## 2. Présentation de l'élément multicouches et multi-matériaux

L'élément présenté est une coque à 4 nœuds (6 degrés de liberté par nœud) du type Mindlin/Reissner. Les fonctions d'interpolations sont bilinéaires et l'élément n'a qu'un point d'intégration situé au centre du plan moyen (intégration réduite). Cet élément peut donc être utilisé pour la modélisation des stratifiés, il sera alors constitué d'un certain nombre

de plis, chacun ayant des caractéristiques mécaniques distinctes et possédant un point d'intégration situé au milieu de la couche. Les développements sont réalisés au sein du logiciel de calcul industriel PAM-CRASH™.

### 2.1. Modélisation du pli métallique

Pour les couches de type métallique, le matériau est isotrope, la loi de comportement est de type élasto-plastique (incluant les effets de cisaillement transversal) avec une loi d'endommagement.

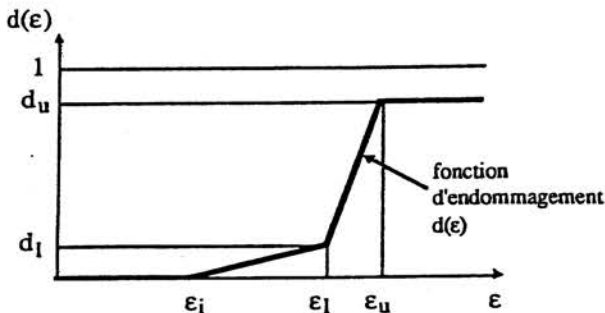
Le comportement élastique est défini par le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , le module de cisaillement  $G$  et l'épaisseur du pli  $t$ .

Le comportement plastique avec écrouissage isotrope est défini en entrant une courbe contrainte/déformation. Cette courbe peut être entrée sous 4 formes au choix de l'utilisateur:

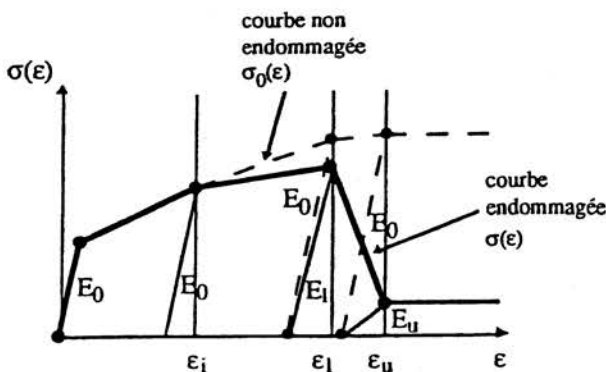
- courbe simple contrainte/déformation par couples de points  $(E_i, \sigma_i)$ , avec  $E_i$  module tangent et  $\sigma_i$  contrainte plastique
- loi contrainte/déformation en utilisant des fonctions  $\sigma(\varepsilon_p, \dot{\varepsilon})$  avec  $\varepsilon_p$  déformation plastique et  $\dot{\varepsilon}$  vitesse de déformation
- loi contrainte/déformation en puissance  $\sigma = a + b\varepsilon^n$  avec  $a$  contrainte d'écoulement initiale,  $b$  multiplicateur et  $n$  exposant
- loi contrainte/déformation de type Krupkowsky:  $\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n$  avec  $K$  coefficient,  $\varepsilon_0$  déformation offset et  $n$  exposant.

Trois types de méthodes peuvent être utilisés pour évaluer la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation:

- Cowper-Symonds:  $\sigma_n = \sigma_y [1 + (\dot{\varepsilon}/D)^{1/p}]$ ,
- Johnson-Cook:  $\sigma_n = \sigma_y [1 + (1/p) \ln(\max(\dot{\varepsilon}/D, 1))]$
- Jones:  $\sigma_n = \sigma_y \left\{ 1 + \left[ (\varepsilon_u - \varepsilon_y) \dot{\varepsilon} / (D_u(\varepsilon - \varepsilon_y) + D_y(\varepsilon_u - \varepsilon)) \right]^{1/(Ae+B)} \right\}$



(a) endommagement isotrope en fonction de la déformation uniaxiale



(b) courbe contrainte/déformation uniaxiale élasto-plastique endommagée

Fig. 1. Loi d'endommagement du pli métallique.

avec  $\sigma_y$  contrainte d'écoulement,  $\dot{\varepsilon}$  vitesse de déformation,  $D$ ,  $p$ ,  $\varepsilon_u$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $D_u$ ,  $D_y$ ,  $A$  et  $B$  paramètres.

Une loi d'endommagement isotrope peut être définie, elle intervient sur toutes les contraintes de la couche de la manière suivante:  $\sigma = (1 - d(\varepsilon_p)) \sigma_0$  avec  $\sigma$  tenseur des contraintes endommagé,  $d(\varepsilon_p)$  fonction scalaire d'endommagement isotrope,  $\varepsilon_p$  déformation plastique et  $\sigma_0$  tenseur des contraintes calculé à partir de la loi élasto-plastique sans endommagement. La fonction d'endommagement est linéaire entre les valeurs seuils de déformations  $\varepsilon_{pi}$  (déformation plastique équivalente initiale),  $\varepsilon_{p1}$  (déformation plastique équivalente intermédiaire) et  $\varepsilon_{pu}$  (déformation plastique équivalente ultime) (Voir la figure 1a.),  $d$  est nul pour  $0 \leq \varepsilon_p \leq \varepsilon_{pi}$ , augmente linéairement de 0 à  $d_1$  pour  $\varepsilon_{pi} \leq \varepsilon_p \leq \varepsilon_{p1}$ , et de  $d_1$  à  $d_u$  pour  $\varepsilon_{p1} \leq \varepsilon_p \leq \varepsilon_{pu}$ . Pour  $\varepsilon_p > \varepsilon_{pu}$ , l'endommagement est constant, égal à  $d_u$ . L'effet de la loi élasto-plastique avec endommagement isotrope est illustré sur la figure 1b. Enfin, si la déformation plastique maximale dans le pli atteint la valeur maxi spécifiée, l'élément entier est éliminé.

### 2.2. Modélisation du pli composite

#### 2.2.1. Comportement distinct entre la fibre et la matrice (Modèle bi-phase)

La particularité du modèle composite bi-phase réside essentiellement dans le fait qu'il s'agit d'un modèle hétérogène, avec la participation de la matrice d'une part et la participation des fibres d'autre part (figure 2). Ce modèle est donc particulièrement adapté aux composites à fibres continues unidirectionnelles.

La rigidité de l'élément est calculée en superposant les effets d'une phase orthotrope (la matrice sans les fibres) et d'une phase unidimensionnelle (les fibres). Chaque phase a ses propres lois rhéologiques: la matrice a un comportement orthotrope élastique fragile, ou un comportement élastique endommageable, les fibres ont un comportement unidirectionnel élastique fragile avec endommagement. Les contraintes sont calculées séparément pour chaque phase et l'endommagement (fissuration de la matrice, rupture des fibres) peut se propager indépendamment, selon le critère choisi pour chaque phase. Les quantités  $E_{11}^{UD}$ ,  $E_{22}^{UD}$ ,  $E_{33}^{UD}$ ,  $\nu_{12}^{UD}$ ,  $\nu_{23}^{UD}$ ,  $\nu_{13}^{UD}$ ,  $G_{12}^{UD}$ ,  $G_{23}^{UD}$ ,  $G_{13}^{UD}$  sont les caractéristiques élastiques de la matrice. Pour un pli unidirectionnel, chaque paramètre peut être déduit des propriétés du composite unidirectionnel mesurées en traction et en compression. Dans le cas particulier d'un composite isotrope transverse, on a les relations suivantes:

- Propriétés connues ou mesurées du pli unidirectionnel (pli UD):

$E_{11}^{UD}$ ,  $E_{22}^{UD}$ ,  $G_{12}^{UD}$ ,  $\nu_{12}^{UD}$  sont des constantes matérielles dans le plan de l'UD

$E_f^{vraie}$  est le module vrai de la fibre

$\alpha_f$  est la fraction volumique de fibres

- Quantités calculées à partir de fibres

$$\nu_{12}^{UD} = \nu_{12}^{UD} E_{22}^{UD} / E_{11}^{UD} \quad (1)$$

UD-COMPOSITE (UD) = FIBRES (f) + MATRICE (m)

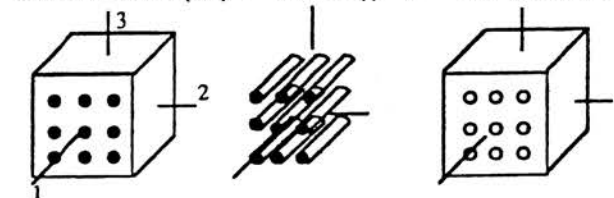


Fig. 2. Modèle composite bi-phase.

$$N^{UD} = 1 - v_{12}^{UD} v_{21}^{UD} \quad (2)$$

$$E_{11}^f = \alpha_f E_{vraie}^f \quad (3)$$

– Les caractéristiques de la matrice sont alors calculées de la manière suivante:

$$E_{11} = E_{11}^m = E_{11}^{UD} - E_{11}^f \quad (4)$$

$$E_{22} = E_{22}^m \quad (5)$$

$$E_{22}^m = E_{22}^{UD} / (1 + (v_{12}^{UD})^2 (E_{22}^{UD} / E_{11}^{UD}) (E_{11}^f / (E_{11}^{UD} - E_{11}^f))) \quad (6)$$

$$v_{12} = v_{12}^m = v_{12}^{UD} \quad (7)$$

$$v_{21} = v_{21}^m = v_{21}^{UD} (1 - E_{11}^f N^{UD} / E_{11}^{UD}) \neq v_{21}^{UD} \quad (8)$$

$$G_{12} = G_{12}^m = G_{12}^{UD} \quad (9)$$

– Les dernières caractéristiques de la matrice peuvent être données approximativement de la manière suivante:

$$E_{33} = E_{22} \quad (10)$$

$$G_{13} = G_{23} = G_{12} \quad (11)$$

$$v_{13} = v_{23} = v_{12} \quad (12)$$

Après une phase initiale élastique, la matrice et les fibres peuvent subir un endommagement suivant la loi:

$$E(d) = E_0(1-d) \quad (13)$$

où  $E$  est la matrice au temps courant des modules dans la relation matricielle contrainte/déformation,  $E_0$  est la matrice initiale non endommagée des modules et  $d$  est le paramètre scalaire d'endommagement qui dépend de la déformation. Ce paramètre d'endommagement s'écrit:

$$d(\varepsilon) = d_v(\varepsilon_v) + d_s(\varepsilon_s) \quad (14)$$

$d_v$  est l'endommagement volumique, résultant de la déformation équivalente volumique  $\varepsilon_v$ ,  $d_s$  est l'endommagement de cisaillement, résultant de la déformation équivalente de cisaillement  $\varepsilon_s$ .

– Pour la matrice:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{kk} \\ \varepsilon_s = [(1/2)e_{ij}e_{ij}]^{1/2}, \text{ avec } e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (15)$$

où  $\varepsilon_{kk}$  est la trace du tenseur des déformations totales et les  $e_{ij}$  sont les composantes du tenseur déviatorique des déformations.

– Pour la fibre:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_f \\ \varepsilon_s = 0 \quad (16)$$

où  $\varepsilon_f$  est la déformation unidimensionnelle des fibres,  $\varepsilon_v$  est le premier invariant du tenseur des déformations totales,  $\varepsilon_s$  est le second invariant du tenseur des déformations déviatoriques.

La valeur de l'endommagement dépend de la valeur de la déformation équivalente  $\varepsilon$  à un instant donné (voir figure 3a):

$$\text{– pour } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_i, \quad d(\varepsilon) = 0 \quad (17)$$

$$\text{– pour } \varepsilon_i \leq \varepsilon \leq \varepsilon_l, \quad d(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_l - \varepsilon_i} * d_l \quad (18)$$

$$\text{– pour } \varepsilon_l \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u, \quad d(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - \varepsilon_l}{\varepsilon_u - \varepsilon_l} * (d_u - d_l) + d_l \quad (19)$$

$$\text{– pour } \varepsilon > \varepsilon_u, \quad d(\varepsilon) = 1 - (1 - d_u) * \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon} \quad (20)$$

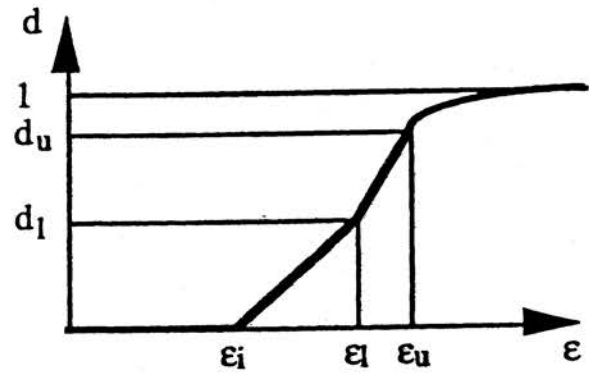
avec:

$\varepsilon$  déformation équivalente,  $\varepsilon_i$  déformation seuil initiale,  $\varepsilon_l$  déformation intermédiaire,  $d_l$  endommagement intermédiaire,  $\varepsilon_u$  déformation ultime et  $d_u$  endommagement ultime.

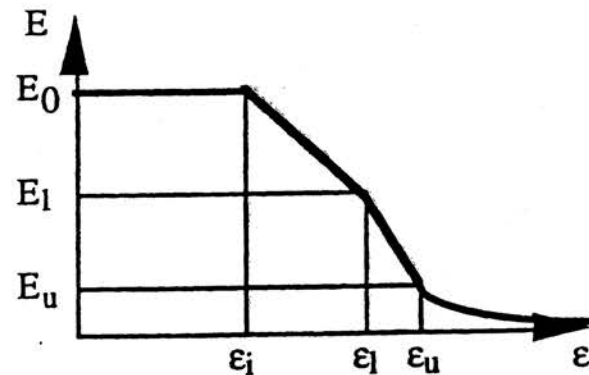
Pour la matrice, les déformations équivalentes  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_u$ , et les endommagements  $d_l$  et  $d_u$  doivent être donnés en cisaillement et en volumique (traction et compression). Pour les fibres, il n'y pas d'endommagement en cisaillement, les déformations directes  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_u$ , et les endommagements  $d_l$  et  $d_u$  doivent être donnés en traction et en compression, dans la direction de la fibre.

Les fonctions, d'endommagement ainsi définies correspondent à des courbes d'endommagement du module ou encore à des lois contrainte/déformation comme le montrent les figures 3a, 3b et 3c.

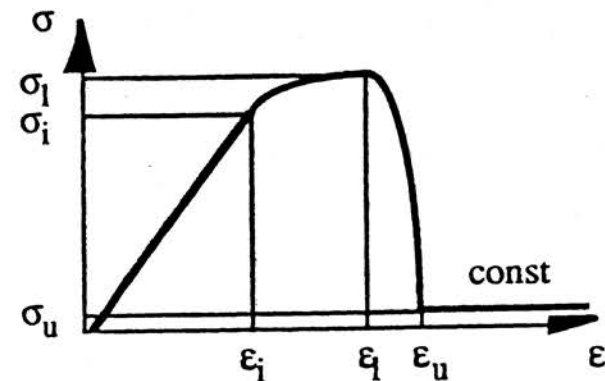
Le modèle composite peut être utilisé différemment en «dégénérant» le modèle bi-phase:



(a) fonction d'endommagement



(b) endommagement du module



(c) loi contrainte/déformation

Fig. 3. Loi de comportement du composite.

- Si la phase des fibres est négligée, on utilise les propriétés de la matrice pour modéliser un matériau orthotrope quasiment homogène qui peut avoir un comportement élastique fragile ou élastique endommageable.

- Si la phase de la matrice est négligée, le modèle correspond à un matériau unidimensionnel avec des propriétés dans la direction des fibres uniquement.

Par une habile utilisation des différents paramètres matériels de nombreux types de matériaux composites peuvent être modélisés, qu'ils soient plus ou moins fragiles, ductiles en traction ou en compression, hétérogènes ou quasiment homogènes... C'est un atout de ce modèle très généraliste.

La démarche utilisée pour obtenir les caractéristiques des matériaux composites de manière fiable est la suivante:

- Réalisation d'essais expérimentaux permettant d'obtenir des caractéristiques matérielles descriptives du comportement du matériau,
- Modélisation des essais réalisés et calibration des caractéristiques pour corréliser les résultats expérimentaux et les résultats numériques,
- Modélisation de la structure avec le jeu de caractéristiques calibrées.

Le nombre important de caractéristiques nécessaires pour décrire le comportement du matériau composite nécessite une démarche assez longue et un nombre important d'essais.

Les principaux essais à réaliser sont les suivants:

- Essais de traction et de compression sur composite unidirectionnel orienté à 0°,
- Essais de traction et de compression sur composite unidirectionnel orienté à 45°,
- Essais de traction et de compression sur composite unidirectionnel orienté à 90°,
- Essai de traction sur stratifié [0<sub>2</sub>,90<sub>6</sub>]<sub>s</sub>,
- Essais de traction sur unidirectionnels et stratifiés entaillés,
- Essai «Short Beam Shear».

### 2.2.2. Comportement homogène du pli

Dans cette seconde approche, la modélisation retenue pour l'endommagement a été développée par LADEVEZE. Il propose une approche à l'échelle du pli, considéré homogène. La méthode utilise deux variables d'endommagement  $d$  et  $d'$  agissant sur le module de cisaillement  $G_{12}$  et sur le module transverse  $E_2$ .

$$G_{12} = G_{12}^0(1 - d) \quad (21)$$

$$E_2 = E_2^0(1 - d') \quad (22)$$

Les évolutions des grandeurs  $d$  et  $d'$  sont linéaires par rapport à la variable associée à l'endommagement. Les endommagements  $d$  et  $d'$  traduisent les dommages de type décohésion fibre-matrice et fissuration de la matrice, le délaminage n'étant pas traité. La couche élémentaire ne subit pas d'endommagement progressif dans la direction des fibres, cette hypothèse est liée aux observations expérimentales sur les composites (rupture fragile des fibres).

Ce modèle est destiné à être appliqué à des composites unidirectionnels c'est-à-dire isotropes transverses ( $G_{13} = G_{12}$ ). L'endommagement  $d$  s'appliquant à  $G_{12}$  s'applique aussi à  $G_{13}$ . La contrainte de cisaillement transversal  $\sigma_{23}$  est considérée comme faible par rapport aux autres contraintes, on considère donc qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte son endommagement.

Le comportement plastique de la matrice n'est pour le moment pas intégré, ce phénomène est considéré relativement faible pour les résines utilisées dans nos applications et nettement moins important que la plastification des couches métalliques.

L'énergie de déformation du matériau endommagé s'écrit alors:

$$E_D = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{11}^2}{E_1^0} - 2 \frac{\nu_{12}^0}{E_1^0} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2^0(1-d')} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2^0} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0(1-d)} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{12}^0(1-d)} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} \right] \quad (23)$$

avec

$$\begin{cases} \langle a \rangle_+ = a \text{ si } a \geq 0; \text{ sinon } \langle a \rangle_+ = 0 \\ \langle a \rangle_- = a \text{ si } a \leq 0; \text{ sinon } \langle a \rangle_- = 0 \end{cases}$$

et  $d$  et  $d'$  variables scalaires d'endommagement du pli.

La différence de comportement des fibres en traction et en compression est prise en compte avec un comportement de type élastique linéaire fragile en traction et un comportement élastique non-linéaire fragile en compression. Le module d'Young dans la direction des fibres a alors pour expression en compression:

$$E_1 = E_1^0 [1 + \gamma \langle \sigma_{11} \rangle_-] \quad (24)$$

Le modèle élastique complet s'écrit:

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1^0(1+\gamma\langle\sigma_{11}\rangle_-)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{22}}{E_1^0} \\ \epsilon_{22} = -\frac{\nu_{12}\sigma_{11}}{E_1^0} + \frac{\langle\sigma_{22}\rangle_+}{E_2^0(1-d')} + \frac{\langle\sigma_{22}\rangle_-}{E_2^0} \\ \epsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}^0(1-d)} \\ \epsilon_{13} = \frac{\sigma_{13}}{2G_{12}^0(1-d)} \\ \epsilon_{23} = \frac{\sigma_{23}}{2G_{23}^0} \end{cases} \quad (25)$$

Les contraintes effectives associées sont alors définies par:

$$\{\bar{\sigma}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \frac{\langle\sigma_{22}\rangle_+}{1-d'} + \langle\sigma_{22}\rangle_- \\ \sigma_{12} \\ \frac{\sigma_{13}}{1-d} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Les variables  $Y_d$  et  $Y_{d'}$  associées aux endommagements  $d$  et  $d'$  sont définies par:

$$\begin{aligned} Y_d &= \frac{\partial E_D}{\partial d} \Big|_{\bar{\sigma}, d'} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{G_{12}^0(1-d)^2} \\ Y_{d'} &= \frac{\partial E_D}{\partial d'} \Big|_{\bar{\sigma}, d} = \frac{1}{2} \frac{\langle\sigma_{22}\rangle_+^2}{E_2^0(1-d')^2} \end{aligned} \quad (27)$$

Le seuil de non-endommagement du pli est alors donné par les variables:

$$\begin{aligned} \underline{Y}(t) &= \sup_{\tau \leq t} (\sqrt{Y_d(\tau)} + b Y_{d'}(\tau)) \\ \overline{Y}(t) &= \sup_{\tau \leq t} (\sqrt{Y_{d'}(\tau)}) \end{aligned} \quad (28)$$

les lois d'évolution de l'endommagement s'écrivent alors:

$$d = \frac{(Y - Y_0)_+}{Y_c} \text{ si } d < 1 \text{ et } Y' < Y_s' \text{ et } Y < Y_R \text{ sinon } d = 1 \quad (29)$$

$$d' = \frac{(Y - Y_0')_+}{Y_c'} \text{ si } d' < 1 \text{ et } Y' < Y_s' \text{ et } Y < Y_R \text{ sinon } d' = 1$$

Les paramètres  $Y_0$ ,  $Y_c$ ,  $Y_0'$ ,  $Y_c'$ ,  $b$  et  $Y_s'$  sont des caractéristiques matérielles, déterminées expérimentalement.  $Y_s'$  traduit le seuil d'endommagement fragile correspondant à la rupture de l'interface fibre-matrice pour une traction transverse.  $Y_R$  est un seuil de rupture supplémentaire qui correspond à la valeur  $Y$  de rupture du pli élémentaire, cette rupture pouvant être atteinte avant que  $d$  et  $d'$  soient à 1.

Toutes les caractéristiques nécessaires pour définir le modèle ci-dessus s'obtiennent facilement à l'aide de quelques essais que nous présentons rapidement maintenant:

- Test de traction sur un stratifié  $[0]_8$ : identification de  $E_1^0$ , de  $\nu_{12}$  et de la déformation maximale en traction des fibres avant rupture  $\epsilon_{11}^T$
- Test de traction sur un stratifié  $[+/-45]_{25}$  avec plusieurs cycles de charge/décharge: identification de  $G_{12}^0$  et de la loi d'évolution de l'endommagement  $d$ .
- Test de traction sur un stratifié  $[45]_8$ : identification de  $G_{12}^0$  et de  $E_2^0$ .
- Test de traction sur un stratifié  $[+/-67,5]_{25}$  avec plusieurs cycles de charge/décharge: identification de la loi d'évolution de l'endommagement  $d'$  et du terme de couplage  $b$  entre les endommagements.
- Test de compression sur un stratifié  $[0,90]_{45}$  ou test de flexion 4 points sur un stratifié  $[0,90]_{65}$ : identification de la déformation maximale en compression des fibres avant rupture  $\epsilon_{11}^C$  et de la caractéristique de perte de rigidité en compression  $\gamma$ .

### 3. Validation et traction des modèles développés

#### 3.1. Présentation de l'étude

Les résultats qui sont présentés ci-dessous font référence à des travaux réalisés par HUREZ dans le cadre de sa thèse [HUREZ93]. Elle a réalisé un élément multicouches et multi-matériaux pour des applications de mise en forme, ses développements ont été intégrés dans un code implicite. L'élément développé dans ses travaux utilise le modèle de LADEVEZE pour le comportement du pli composite. Ses résultats ont été validés par comparaison aux résultats expérimentaux. Nous allons à partir d'un chargement progressif, comparer ses résultats avec nos développements pour les deux modèles de composite intégrés dans le logiciel. Ces travaux sont effectués dans le but de montrer la cohérence des développements.

L'étude est réalisée sur un GLARE 2 qui est composé de deux matériaux de base: l'aluminium 2024T3 et un composite verre-époxy (résine 925G et fibres de verre-R). C'est une configuration 3/2, c'est-à-dire que le GLARE 2 est constitué de la façon suivante (figure 4):

- trois couches d'aluminium d'épaisseur 0.30 mm.
- deux couches de composite verre-époxy d'épaisseur 0.25 mm.

Les essais sont des essais de traction conventionnels, réalisés sur des éprouvettes usinées de telle sorte que l'orientation des fibres fasse un angle  $\theta$  avec la direction de sollicitation (figure 5). Les angles choisis sont:  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ .

L'éprouvette, lors d'un essai de traction, est placée entre deux mors; l'un est fixe, l'éprouvette à cet

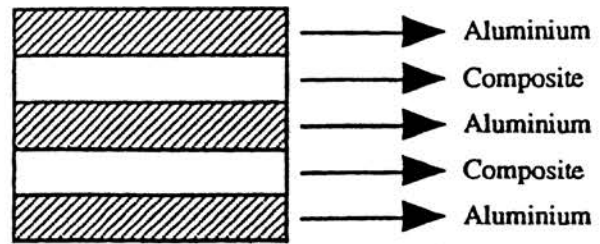


Fig. 4. Empilement des couches du GLARE 2.

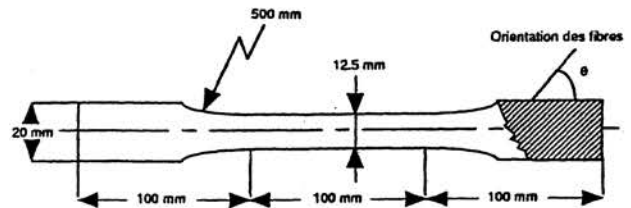


Fig. 5. Schéma de l'éprouvette de traction.

endroit est encastrée, l'autre est mobile, on exerce alors à cette extrémité un effort ou on lui impose une vitesse de déformation. On optera pour un pilotage en vitesse de cette partie.

La déformation est constante dans la partie utile de l'éprouvette lors de l'essai de traction, on se limitera pour la modélisation à un seul élément composé de quatre noeuds représentant la partie utile de l'éprouvette.

Pour la simulation effectuée, la vitesse choisie est de 1 m/s. Le temps final du calcul est lui de 0.015 s.

#### 3.2. Caractéristiques pour le pli métallique

Les caractéristiques de l'aluminium ont été déterminées expérimentalement par HUREZ. Les paramètres élasto-plastiques de cet alliage sont établis à partir d'un essai de traction sur une éprouvette instrumentée d'une jauge bidirectionnelle, les valeurs qui ont été obtenues sont:

$$E = 69.500 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.33$$

$$\alpha = 0.066$$

$$C = 512 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 310 \text{ MPa}$$

$$p_0 = 0.05\%$$

Les quatre derniers coefficients sont les coefficients de la loi de Krupkowsky ( $\sigma = C(p + p_0)^\alpha$ ) utilisée pour modéliser le comportement de la partie plastique de l'aluminium.

#### 3.3. Caractéristique pour le pli composite homogène

Ces caractéristiques ont été entièrement déterminées par HUREZ. Quatre essais de traction ont été nécessaires suivant la procédure définie précédemment: sur des stratifiés  $[0]_8$ ,  $[+/-45]_{25}$ ,  $[+45]_8$  et  $[+/-67.5]_{25}$ . Les valeurs expérimentales obtenues sont:

$$E_{11} = 61900 \text{ MPa}$$

$$E_{22} = 8500 \text{ MPa}$$

$$\nu_{12} = 0.28$$

$$G_{12} = 3250 \text{ MPa}$$

$$Y_c = 2.0 \text{ (MPa)}^{1/2}$$

$$Y_0 = 0.12 \text{ (MPa)}^{1/2}$$

$$Y_c' = 2.3 \text{ (MPa)}^{1/2}$$

$$Y_0' = 0.00 \text{ (MPa)}^{1/2}$$

$$\begin{aligned}
b &= 3.4 \\
\varepsilon_{1R} &= 3.5\% \\
Y_S &= 1.1 \text{ (MPa)}^{1/2} \\
Y_R &= 2 \text{ (MPa)}^{1/2}
\end{aligned}$$

**3.4. Caractéristiques pour le pli composite bi-phase**  
Pour déterminer les caractéristiques du modèle bi-phase, il nous faut connaître les modules d'Young longitudinal  $E_{11}^{UD}$  et transverse  $E_{22}^{UD}$ , le module de cisaillement  $G_{12}^{UD}$ , le coefficient de Poisson  $\nu_{12}^{UD}$ , le module d'Young réel de la fibre  $E_{vraie}^f$  et le pourcentage en volume des fibres  $\alpha^f$ . Ces différents paramètres peuvent être déterminés grâce à un essai de traction, nous utilisons ceux que du pli composite homogène:

$$\begin{aligned}
E_{11}^{UD} &= 61900 \text{ MPa} \\
E_{22}^{UD} &= 8500 \text{ MPa} \\
G_{12}^{UD} &= 3250 \text{ MPa} \\
\nu_{12}^{UD} &= 0.28
\end{aligned}$$

Le module d'Young des fibres de verre-R utilisées est le suivant:

$$E_{vraie}^f = 86000 \text{ MPa}$$

Nous avons déterminé par une loi des mélanges (éq. 30) la teneur en volume de fibres dans le composite utilisé avec  $E_{11}^{UD} = 61900 \text{ MPa}$ ,  $E_f = 86000 \text{ MPa}$  et  $E_m = 4500 \text{ MPa}$  d'où  $\alpha^f = 70\%$

$$E_{11}^{UD} = E_f * \alpha^f + E_m * (1 - \alpha^f) \quad (30)$$

Pour déterminer les autres caractéristiques nous avons appliqué les formules (1) à (9) données dans le manuel d'utilisation de PAM-CRASH™[PAMS94].

D'où les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned}
E_{11} &= 1700 \text{ MPA} \\
E_{22} &= 6150 \text{ MPA} \\
\nu_{12} &= 0.28 \\
\nu_{21} &= 0.28 \\
G_{12} &= 3250 \text{ MPA}
\end{aligned}$$

Pour déterminer tous les paramètres d'endommagement pour la fibre et la matrice, trois formules nous sont aussi données dans le manuel:

$$\varepsilon_v^m = (1 - \nu_{21} - \nu_{31})\varepsilon_{11} \quad (31)$$

$$\varepsilon_s^m = \varepsilon_{11} \left( (1 + \nu_{21} + \nu_{31} - \nu_{21}\nu_{31} + \nu_{21}^2 + \nu_{31}^2) / 3 \right)^{1/2} \quad (32)$$

$$\varepsilon_v^f = \varepsilon_{11} \quad (33)$$

$$\nu_{ji} = \nu_{ij} E_{jj} / E_{ii} \quad (34)$$

La valeur de  $\varepsilon_{11}$  est la valeur de la déformation axiale dans un essai de traction sur le composite unidirectionnel. Il nous faut déterminer trois valeurs de  $\varepsilon_{11}$ : une à un état dit initial, une à un état intermédiaire et une à la rupture. D'après les caractéristiques du pli composite homogène, nous avons  $\varepsilon_{1R} = 3.5\%$ . Donc pour la matrice ainsi que pour la fibre, nous utiliserons  $\varepsilon_u = \varepsilon_{1R}$ . Sachant que les fibres peuvent être considérées comme fragiles, nous pouvons donc admettre que la rupture est rapide et donc nous pouvons prendre:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_u - 0.1\% \quad (35)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_u - 0.05\% \quad (36)$$

De plus les fibres à l'état intermédiaire sont très peu endommagées, donc  $d_f = 0.001$  et on a naturellement à l'état final  $d_u = 0.999$ . Nous obtenons donc les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_i^{ft} &= 3,5 e^{-2} \\
\varepsilon_1^{ft} &= 3,45 e^{-2} \\
\varepsilon_u^{ft} &= 3,4 e^{-2} \\
d_1^{ft} &= 0.001 \\
d_u^{ft} &= 0.999
\end{aligned}$$

Pour la résine époxy, nous avons considéré aussi que la rupture se faisait assez rapidement; les valeurs ont été calculées avec les mêmes  $\varepsilon_u$ ,  $\varepsilon_i$  et  $\varepsilon_1$  que précédemment et nous avons utilisé les formules données ci-dessus:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{si}^{mt} &= 2,04 e^{-2} \\
\varepsilon_{sl}^{mt} &= 2,07 e^{-2} \\
\varepsilon_{su}^{mt} &= 2,10 e^{-2} \\
d_{sl}^{mt} &= 0.001 \\
d_{su}^{mt} &= 0.333 \quad (\text{valeur donnée par le modèle homogène: maximum de } d')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{vi}^{mt} &= 3,13 e^{-2} \\
\varepsilon_{vl}^{mt} &= 3,18 e^{-2} \\
\varepsilon_{vu}^{mt} &= 3,23 e^{-2} \\
d_{vl}^{mt} &= 0.001 \\
d_{vu}^{mt} &= 0.010
\end{aligned}$$

Le fait d'avoir choisi les mêmes valeurs de  $\varepsilon_{11}$  pour la matrice et les fibres peut s'expliquer par le comportement global du composite en traction. Lors d'un essai de traction la matrice va se fissurer, s'endommager plus rapidement que les fibres et finira donc par se rompre. A ce moment les fibres vont devoir supporter l'effort et vont pratiquement aussi immédiatement casser du fait de leur fragilité. Il apparaît donc globalement que l'ensemble fibres et matrice casse en même temps; c'est pour cela qu'il n'est pas fantaisiste d'avoir les mêmes valeurs de  $\varepsilon_{11}$  pour la matrice et les fibres, ceci permet de rendre compte du comportement global du composite. Nous avons aussi considéré des valeurs très faibles pour l'endommagement volumique. On peut même dire qu'il n'existe pas d'endommagement volumique, ceci se vérifie au travers des simulations car les résultats ne sont pas affectés par une modification des valeurs de  $d_{vi}^{mt}$  et de  $d_{vu}^{mt}$ .

### 3.5. Présentation des résultats

Les courbes résultantes sont présentées sur les figures 6 à 9 respectivement pour des angles d'orientation de 0, 30, 45 et 90°. Globalement les résultats sont très satisfaisants. Pour la modélisation avec le pli composite homogène les courbes sont très proches de celles données par HUREZ. Pour la modélisation avec le pli bi-phase, nous avons là aussi des résultats corrects, excepté le petit décrochage pour le GLARE 2 à 90°; il serait dû en fait à une rupture plus rapide de la matri-

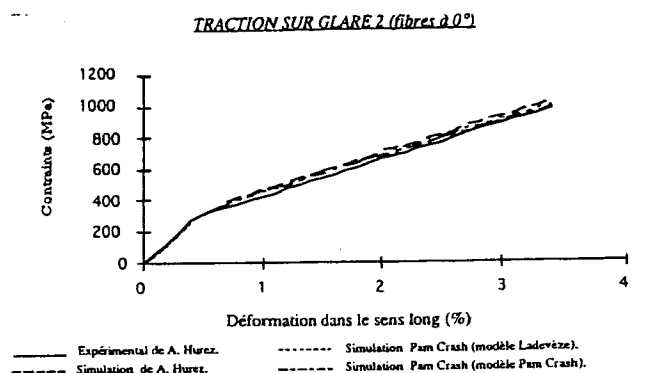


Fig. 6. Courbes pour les fibres orientées à 0°.

[HAUG91] E. Haug, O. Fort, A. Trameçon, M. Watanabe, I. Nakada, «Numerical crashworthiness simulation of automotive structures and components made of continuous fiber reinforced composite and sandwich assemblies», S.A.E. International Congress & Exhibition Detroit 1991

[HAUG96] E. Haug, A. De Rouvray, «Crash Response of Composite Structures», Chap 7, pp. 237-294, Structural Crashworthiness and Failure Ed. Elsevier applied science. 1992

[HURE93] A. Hurez, «Modélisation du comportement de stratifiés avec prise en compte de l'évolution de l'endommagement à l'aide d'un élément de plaque incluant les effets du cisaillement transversal», thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, 1993.

[LADE86] P. Ladeveze, «Sur la mécanique de l'endommagement des composites», J.N.C.5. Paris 1986, Ed. Pluralis, pp. 667-683

[LADE92] P. Ladeveze, E. Le Dantec, «Damage modelling of the elementary ply for laminated composites», Composites Science and Technology 43, 1992, pp. 257-267

[PAMS94] Pam System International, «User's manual PAM-CRASH™», Level 12.1., Version 1994

[PICK89] A.K. Pickett, J. Rückert, D. Ulrich, E. Haug «Material damage law suitable for crashworthiness investigation of random and directional fibre composite materials», 18th International Finite Element Congress, Baden-Baden, 1989, pp. 275-294