



**HAL**  
open science

## A propos de la modélisation numérique de la convection forcée de gaz dans des micro-conduites

Chahinez Tchekiken, Eric Chénier, Xavier Nicolas, Guy Lauriat

### ► To cite this version:

Chahinez Tchekiken, Eric Chénier, Xavier Nicolas, Guy Lauriat. A propos de la modélisation numérique de la convection forcée de gaz dans des micro-conduites. Congrès Français de Thermique, SFT2014, Jun 2014, Lyon, France. pp.08613. hal-01006206

**HAL Id: hal-01006206**

**<https://hal.science/hal-01006206>**

Submitted on 14 Jun 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# A propos de la modélisation numérique de la convection forcée de gaz dans des micro-conduites

Chahinez TCHEKIKEN, Eric CHENIER, Xavier NICOLAS\*, Guy LAURIAT

<sup>1</sup>Laboratoire MSME, UMR CNRS 8208, Université Paris-Est, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France  
\* (auteur correspondant : xavier.nicolas@u-pem.fr)

**Résumé** - Une étude paramétrique d'écoulements d'azote dans une micro-conduite 2D plane, de hauteur 3  $\mu\text{m}$  et de longueur 1,5 mm, chauffée à flux constant, est menée pour une large gamme de pressions d'entrée et de sortie ( $0,9 \text{ bar} < p_e < 5 \text{ bars}$  et  $0,08 \text{ bar} < p_s < 4,9 \text{ bars}$ ). Le modèle physique résolu numériquement tient compte des effets de compressibilité, de la dissipation visqueuse et des conditions aux limites de glissement, de saut de température et de travail des contraintes visqueuses à la paroi. L'étude permet d'identifier le domaine de validité des modèles simplifiés ne tenant pas compte de ces différents termes, ainsi que du pompage thermique.

## Nomenclature

$a$	vitesse du son, $m/s$	<i>Symboles grecs</i>	
$Br$	nombre de Brinkman, $\mu u_m^2 / k \Delta T$	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2/s$
$C_p$	chaleur spécifique, $J/kgK$	$\gamma$	coefficient polytropique, $C_p/C_v$
$D_h$	diamètre hydraulique, $m$	$\lambda$	libre parcours moyen, $m$
$H$	hauteur de la conduite, $m$	$\mu$	viscosité dynamique, $kg/m.s$
$k$	conductivité thermique, $W/mK$	$\rho$	masse volumique, $kg/m^3$
$Kn$	nombre de Knudsen, $\lambda/D_h$	$\sigma_v$	coefficient d'accommodation dynamique
$L$	longueur du canal, $m$	$\sigma_T$	coefficient d'accommodation thermique
$Ma$	nombre de Mach, $u/a$	$\bar{\tau}$	tenseur des contraintes de cisaillement
$p$	pression, $bar$	$\Delta p$	différence de pression entrée/sortie, $p_e - p_s$
$Pe$	nombre de Péclet, $u_m D_h / \alpha$	$\Omega$	volume du domaine de calcul, $L \times H \times l$
$Pr$	nombre de Prandtl, $\nu/\alpha$	<i>Indices et exposants</i>	
$P_{th}$	pompage thermique, $(3\mu r/4p)(\partial T/\partial x)_g$	$e$	entrée
$\dot{m}$	débit massique, $(\rho u)_m H$ , $kg/s/m$	$g$	glissement ou côté fluide à la paroi
$q_p$	densité de flux pariétale, $W/m^2/m$	$m$	moyen
$Re$	nombre de Reynolds, $\dot{m} D_h / \mu H$	$p$	paroi
$u, v$	vitesse axiale et transverse, $m/s$	$s$	sortie
$T$	température et $T$ moyenne débitante, $K$		

## 1. Introduction

L'étude des écoulements de gaz et des transferts thermiques dans des conduites, chauffées ou non, dont le diamètre hydraulique,  $D_h$ , est inférieur à quelques microns, a suscité un nombre considérable de travaux au cours des vingt dernières années (voir les revues bibliographiques [1, 2]). En effet, lorsque le nombre de Knudsen est tel que  $0.001 < Kn = \lambda/D_h < 0.1$ , où  $\lambda$  est le libre parcours moyen des molécules de gaz, des phénomènes de glissement dynamique et de saut de température à la paroi, décrits par exemple dans [3], doivent être pris en compte. Pour des écoulements de gaz dans des conduites avec un grand rapport de forme  $L/D_h$  ( $1 \mu\text{m} \leq D_h \leq 10 \mu\text{m}$  et  $100 \mu\text{m} \leq L \leq 2 \text{ mm}$ ), un chauffage modéré et des variations de pression de l'ordre du bar à quelques bars, la conversion du travail mécanique en énergie interne et sous forme de chaleur est importante, les nombres de Mach,  $Ma$ , et de Brinkman,  $Br$ , peuvent atteindre voire dépasser l'unité et les nombres de Reynolds,  $Re$ , et de Péclet,  $Pe$ , peuvent varier entre  $10^{-2}$  et  $10^2$ . En conséquence, la modélisation numérique de ce type

d'écoulement nécessite de prendre en compte les effets :

- de raréfaction à la paroi (glissement dynamique, saut de température et pompage thermique : entraînement du fluide sous l'effet d'un gradient longitudinal de  $T$ ) [1, 3],
- de compressibilité des gaz (détente et refroidissement volumique liés au travail des forces de pression) [4-6],
- de la dissipation visqueuse (source de chaleur volumique) [5, 6],
- du travail des forces de viscosité à la paroi en présence de glissement dynamique [7, 8],
- de la variation des propriétés physiques avec la température [9],
- de la diffusion axiale dominante lorsque  $Re$  et  $Pe$  sont inférieurs à l'unité,
- de la conduction dans les parois (transferts thermiques conjugués) car elles sont en général plus épaisses et conductrices que le gaz circulant dans la conduite [10].

Une étude bibliographique des nombreux travaux sur le sujet a montré que l'ensemble de ces effets n'est jamais pris en compte simultanément dans les modèles numériques employés. Cela peut se justifier dans certains cas lorsque l'effet du ou des termes omis dans le modèle est négligeable sur le comportement dynamique et thermique de l'écoulement considéré. Cependant, la justification de l'utilisation d'hypothèses simplificatrices dans le modèle n'est souvent pas apportée. L'objet de cette communication est donc d'étudier la plupart des effets décrits plus haut dans le cas d'écoulements de gaz dans des micros canaux 2D plans, à parois minces chauffées à flux constant (la conduction dans les parois n'est pas prise en compte). L'étude porte plus particulièrement sur l'analyse de l'équation de l'énergie, du champ de température et du nombre de Nusselt. On sait que l'effet du glissement pariétal est de promouvoir l'échange de chaleur par convection en réduisant le cisaillement et, à l'inverse, que le saut de température agit comme une résistance thermique et réduit le transfert thermique à la paroi [2, 11]. En revanche, de nombreux auteurs omettent de prendre en compte le travail non nul des forces de viscosité à la paroi lorsque le glissement dynamique est important [2, 7, 8]. Nous montrerons que le bilan de flux pariétal peut être modifié de manière importante par ce travail visqueux.

Pour permettre des comparaisons et des validations, la configuration étudiée est exactement celle de l'article récent de Sun et Jaluria [6] : on considère des écoulements d'azote dans des conduites 2D planes soumises à une différence de pression,  $\Delta p = p_e - p_s$ , entre l'entrée et la sortie. Une série d'expériences numériques est réalisée sur une large gamme de valeurs de  $p_e$  et  $p_s$  avec  $p_e < 5$  bars, couvrant les gammes de paramètres suivantes, allant des écoulements incompressibles et non glissants aux écoulements compressibles et glissants :  $0,001 < Kn < 0,1$  ;  $0,1 < Re$ ,  $Pe < 30$  ;  $0,001 < Ma < 1$  ;  $0 < Br < 1$ . On résout numériquement un modèle physique complet, comprenant tous les effets décrits ci-dessus, excepté le pompage thermique dans certains cas, car son influence, déterminée a posteriori, se limite à des très petites valeurs de  $Re$  et  $Pe$ . Le modèle est résolu par deux codes volumes finis indépendants. Les solutions obtenues permettent d'évaluer l'influence relative de chacun des termes qui intervient dans l'équation de l'énergie en réalisant des bilans des flux sur les frontières et en calculant les termes de source. Les limites physiques du modèle employé sont également déterminées. L'article est organisé ainsi : le modèle mathématique et la méthode de résolution numérique sont présentés au §2 et les résultats au §3. Les grandeurs analysées sont définies au §3.1. Une validation et des comparaisons avec l'article de Sun et Jaluria [6] sont présentées au §3.2 et l'étude paramétrique au §3.3. Les conclusions sont exposées au §4.

## 2. Modélisation et méthodes numériques

La géométrie 2D et les conditions aux limites de la micro-conduite utilisée dans le cadre de cette étude sont présentées dans la figure 1. La conduite est de hauteur  $H = 3 \mu\text{m}$  et de longueur  $L = 1,5 \text{ mm}$ . La symétrie par rapport à l'axe permet de ne simuler qu'une demie

conduite. Le gaz utilisé est de l'azote. Il entre dans la conduite à la température  $T_e = 300$  K. Sur la paroi, en  $y=H/2$ , une densité de flux  $q_p=259$  W/m<sup>2</sup>/m est appliquée (sauf mention contraire). Une différence de pression  $\Delta p=p_e-p_s$  est imposée aux extrémités de la conduite de telle sorte de toujours vérifier que  $Kn = \lambda/(2H) \leq 0,1$ ,  $Ma < 1$  et  $p_e < 5$  bars. La température de sortie,  $T_s$ , est variable en fonction du débit et du rapport entre la dissipation visqueuse et le travail des forces de pression (détente).

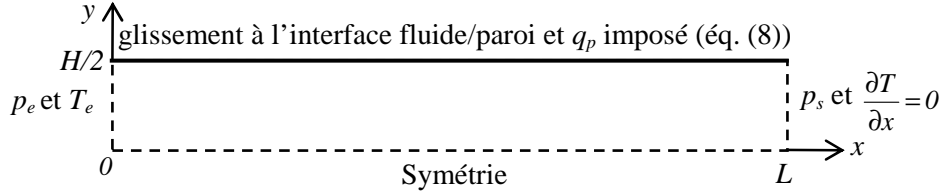


Figure 1 : Géométrie et conditions aux limites

Les équations résolues sont les équations stationnaires de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un écoulement de gaz parfait compressible sous l'hypothèse de Newton-Stokes :

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\text{div}(\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = \vec{f} - \overline{\text{grad}} p + \overline{\text{div}} \vec{\tau} \quad \text{où} \quad \vec{\tau} = \mu [\overline{\text{grad}} \vec{v} + (\overline{\text{grad}} \vec{v})^t] - (2/3) \mu \text{div} \vec{v} \vec{I} \quad (2)$$

$$C_p \text{div}(\rho \vec{v} T) - \text{div}(k \overline{\text{grad}} T) = \vec{v} \cdot \overline{\text{grad}} p + \vec{\tau} : \overline{\text{grad}} \vec{v} \quad (3)$$

Les propriétés physiques de l'azote varient avec la température selon les lois suivantes [6] :

$$\rho = \rho_e(T_e/T)(P/P_e) ; k = k_e(T/T_e)^{0,77} ; \mu = \mu_e(T/T_e)^{0,68} ; C_p = C_{p,e}(T/T_e)^{0,078} \quad (4)$$

où les propriétés physiques à la température d'entrée  $T_e = 300$  K sont données dans le tableau 1. Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\text{en } x=0, \forall y \in [0 ; H/2], p=p_e, \partial u/\partial x = 0, v=0 \text{ et } T=T_e \quad (5)$$

$$\text{en } x=L, \forall y \in [0 ; H/2], p=p_s, \partial u/\partial x = 0, v=0 \text{ et } \partial T/\partial x = 0 \quad (6)$$

$$\text{en } y=0, \forall x \in [0 ; L], \partial \vec{v}/\partial y = \vec{0} \text{ et } \partial T/\partial y = 0 \quad (7)$$

$$\text{en } y=H/2, \forall x \in [0 ; L], u = u_g = \left( \frac{\sigma_v - 2}{\sigma_v} \right) \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_g, v=0 \text{ et } k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_g = q_p - \mu u_g \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_g \quad (8)$$

où  $\lambda = \mu \sqrt{\pi r T} / \sqrt{2} p$  est le libre parcours moyen,  $\mu$  la viscosité dynamique,  $r$  est la constante de l'azote assimilé à un gaz parfait et  $\sigma_v$  est le coefficient d'accommodation dynamique (cf. tableau 1). Comme dans [6], la paroi étant considérée totalement diffuse, on prend  $\sigma_v=1$ .

Les conditions (8) traduisent le glissement dynamique et la densité de flux de chaleur imposée près de la paroi. L'effet du pompage thermique ( $P_{th}$ ), c'est-à-dire l'effet du gradient longitudinal de température sur la vitesse de glissement,  $u_g$ , n'est pas pris en compte dans le modèle. Cela se traduirait par l'ajout d'un terme égal à  $P_{th} = (3\mu r/4p)(\partial T/\partial x)_g$  dans la définition de  $u_g$  [1-3]. Cependant ce terme n'est sensible qu'en présence de forts gradients de température et de faibles pressions. Or, ces conditions correspondent à des très petits  $Re$  et  $Pe$  (cf. §3.3). Par conséquent, la modélisation réaliste du pompage thermique nécessite de prendre en compte les effets de diffusion en amont et en aval de la conduite. Ces effets n'étant pas considérés dans le cadre de cette étude, le pompage thermique n'est pas introduit dans le

code de laboratoire utilisé. En revanche, le rapport  $P_{th}/u_g$  sera post-traité pour évaluer la gamme des paramètres où le pompage thermique est susceptible de ne plus être négligeable sur la vitesse de glissement.

La dernière relation de (8) traduit la conservation du flux de chaleur total à la paroi [7, 8] :  $(-k\nabla T - \vec{\tau} \cdot \vec{v})_g = \vec{q}_p$ , où  $\vec{q}_p = q_p \cdot \vec{n}_p$  est le vecteur densité de flux de chaleur à la paroi et  $\vec{n}_p$  la normale à la paroi. Cette relation fait intervenir la puissance des contraintes visqueuses qui est non nulle en présence de glissement :  $(\vec{\tau} \cdot \vec{v})_g \cdot \vec{n}_p \neq \vec{0}$ . Le système d'équations (1-8) permet de calculer les champs de vitesse et de température dans le fluide, en particulier la température de glissement,  $T_g$ , des particules fluides au contact de la paroi. Lorsque  $0,01 < Kn < 0,1$ , la température de la paroi,  $T_p$ , est différente de  $T_g$  à cause du saut de température à la paroi. Ainsi,  $T_p$  est donnée par l'équation (9) ci-dessous, où  $\sigma_T$  est le coefficient d'accommodation thermique ( $\sigma_T=1$  pour une paroi totalement diffuse) :

$$T_p = T_g + \left( \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_g \quad (9)$$

$k_e$ (W/m.K)	$C_{p,e}$ (J/kg.K)	$\rho_e$ pour $p_e=2$ bars (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu_e \cdot 10^5$ (Pa.s)	$a_e$ (m/s)	$r$ (J/kg.K)	$\gamma=C_p/C_v$	$\sigma_v=\sigma_T$
0,0259	1041	2,2466	1,782	353,07	296,8	1,4	1

Tableau 1 : Propriétés physiques de l'azote à  $T_e=300$  K

Un code de laboratoire et le code commercial Ansys/Fluent sont utilisés pour résoudre le système d'équations (1-8). Avec le code de laboratoire, les équations de transport (1-3) sont discrétisées sur un maillage cartésien par la méthode des volumes finis, avec un schéma centré pour toutes les quantités car  $Re_{max} < 30$  et  $Re(\text{maille}) < 1$ . Les équations stationnaires, non linéaires et discrétisées sont résolues de manière couplée par l'algorithme de Newton. Avec le code commercial, les équations de transport sont également discrétisées sur un maillage cartésien par la méthode des volumes finis mais avec un schéma décentré amont du second ordre pour les termes convectifs et un schéma centré pour les termes diffusifs. Les écoulements étant subsoniques, les équations sont résolues de manière séquentielle et le couplage vitesse/pression est traité par l'algorithme SIMPLE. Un sous-programme (UDF) a dû être écrit pour traiter de manière convenable la condition de flux imposé dans (8) et pour imposer le pompage thermique, si besoin (cf. §3.2). Le maillage uniforme utilisé avec le code Ansys/Fluent est le même que celui utilisé par Sun et Jaluria [6], i.e.  $N_x \times N_y = 2300 \times 29$  cellules. Celui utilisé avec le code de laboratoire contient  $N_x \times N_y = 9200 \times 30$  cellules et est raffiné près de la paroi avec un rapport de taille de deux mailles successives égal à 0,95 selon  $y$ . Une analyse de la sensibilité aux maillages des solutions calculées a montré que les solutions sont bien convergées dans tous les cas simulés. Pour cette étude, le code commercial a été utilisé pour valider le code de laboratoire. Ce dernier étant de l'ordre de 10 fois plus rapide, il a été utilisé pour mener l'étude paramétrique du §3.3.

### 3. Analyse des résultats

#### 3.1. Définition des grandeurs analysées

Pour caractériser les écoulements, les paramètres sans dimension suivants seront calculés (cf. nomenclature) : le nombre de Knudsen local le long de l'axe de la conduite,  $Kn(x)$ , le nombre de Knudsen maximum en sortie,  $Kn_s$ , le nombre de Reynolds moyen à la sortie,  $Re_s$ , et le nombre de Mach maximum en sortie,  $Ma_s$ . Pour caractériser les transferts thermiques, on définit les nombres de Nusselt local et moyen à partir du flux total échangé à la paroi :

$$Nu(x) = \frac{q_p H}{k_g (T_p - T_m)} = \frac{H}{(T_p - T_m)} \left( \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_g + \frac{\mu_g}{k_g} u_g \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_g \right) \text{ et } Nu_m = \frac{q_p H L}{\int_{x=0}^{x=L} k_g (T_p - T_m) dx} \quad (10)$$

Cependant, de nombreux auteurs ne tiennent pas compte de la puissance des contraintes visqueuses à la paroi, à la fois dans la condition à la limite thermique (8) et dans la définition du nombre de Nusselt (10). Pour caractériser l'influence de ce terme, nous calculerons le rapport entre la puissance moyenne des contraintes visqueuses ( $PV_m$ ) et le flux de chaleur imposé à la paroi ( $q_p L$ ) par unité de largeur du canal :

$$\frac{PV_m}{q_p L} = \left[ - \int_{x=0}^L \mu_g u_g \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=H} dx \right] / q_p L \quad (11)$$

De même, de nombreux travaux ont négligé l'influence du travail des forces de pression ( $PW$ ) et/ou de la dissipation visqueuse ( $VD$ ) dans l'équation de l'énergie (3). Sun et Jaluria [6] ont montré que les transferts thermiques pariétaux sont directement corrélés à la somme  $PW+VD$  et à l'importance relative de  $PW$  et  $VD$ . On s'intéressera donc aux rapports locaux et moyen entre ces deux termes définis par :

$$\frac{PW}{VD}(x) = \left[ \int_{y=0}^{H/2} \bar{v} \cdot \nabla p \, dy \right] / \left[ \int_{y=0}^{H/2} \bar{\tau} : \nabla \bar{v} \, dy \right] \text{ et } \frac{PW_m}{VD_m} = \left[ \iint_{\Omega} \bar{v} \cdot \nabla p \, d\Omega \right] / \left[ \iint_{\Omega} \bar{\tau} : \nabla \bar{v} \, d\Omega \right] \quad (12)$$

### 3.2. Comparaison avec les résultats de Sun et Jaluria [6]

La figure 2 compare les profils  $Kn(x)$ ,  $PW/VD(x)$  et  $Nu(x)$  obtenus par Sun et Jaluria [6], avec Ansys/Fluent et avec le code de laboratoire, pour  $p_s=1$  atm,  $1,5 \leq p/p_s \leq 2,5$  et  $q_p=259$  et  $647,5$  W/m<sup>2</sup>/m. On observe que  $Kn$  croît avec  $x$  et avec  $q_p$ , et décroît avec  $p/p_s$ . Cela s'explique aisément car le libre parcours moyen s'écrit  $\lambda(x) = \mu \sqrt{\pi r T_g(x)} / \sqrt{2} p(x)$  et car, pour tous les cas de la figure 2, on observe une augmentation de la température moyenne débitante,  $T_m$ , et donc de la viscosité,  $\mu$ , avec  $x$  et  $q_p$  et une diminution de  $p$  quand  $x$  augmente et  $p/p_s$  diminue. Il est bien connu que le rapport  $PW/VD = -1$  dans le cas d'écoulements de gaz parfait sans glissement et que  $PW/VD \leq -1$  s'il y a glissement ( $|PW| \geq |VD|$ ) [6]. De plus, on observe que la valeur absolue de  $PW/VD$  varie comme  $Kn$  car lorsque la raréfaction augmente, le glissement à la paroi et la vitesse au centre du canal augmentent pour un gradient axial de pression peu modifié, alors que la contrainte de cisaillement à la paroi et la dissipation visqueuse diminuent. Ainsi, l'augmentation de  $Kn$  a deux effets opposés sur le comportement du nombre de Nusselt : d'une part le saut de température à la paroi (éq. (9)) génère une résistance thermique supplémentaire qui diminue le transfert thermique [2] ; d'autre part, la diminution de  $PW+VD$  ( $<0$ ) génère un refroidissement au cœur de la conduite, une augmentation du flux de chaleur transféré à la paroi et donc une augmentation de  $Nu$ . Ces deux effets contraires sur  $Nu$  en fonction de  $Kn$  sont mis en évidence dans la figure 2 : dans les graphes du haut,  $Nu$  décroît avec  $x$  et croît avec  $q_p$ , alors que  $Kn$  croît avec  $x$  et avec  $q_p$  ; dans les graphes du bas,  $Nu$  décroît avec  $x$  et avec  $p/p_s$ , alors que  $Kn$  croît avec  $x$  et décroît avec  $p/p_s$ .

Tous les comportements de  $Kn(x)$ ,  $PW/VD(x)$  et  $Nu(x)$  décrits ci-dessus sont vérifiés par les trois types de modélisation. En revanche, alors que les solutions obtenues avec le code Ansys/Fluent et le code de laboratoire s'accordent très bien, les solutions de [6] diffèrent légèrement. Les erreurs relatives moyennes en norme  $L^2$  entre les profils de  $Kn(x)$ ,  $PW/VD(x)$  et  $Nu(x)$  présentés dans la figure 2 sont respectivement égales à 0,5%, 3% et 6% au maximum. La raison de ces écarts ne peut pas être imputée aux maillages utilisés. Elle est très

vraisemblablement due au fait que, dans [6], la puissance des contraintes visqueuses n'est pas prise en compte dans la condition de flux imposée à la paroi (éq. (8)). On peut aussi noter que le pompage thermique n'a aucune influence sur les solutions présentées dans la figure 2. Cela a été vérifié en intégrant ce terme par le biais d'un sous-programme (UDF) dans le modèle résolu avec le code Ansys/Fluent.

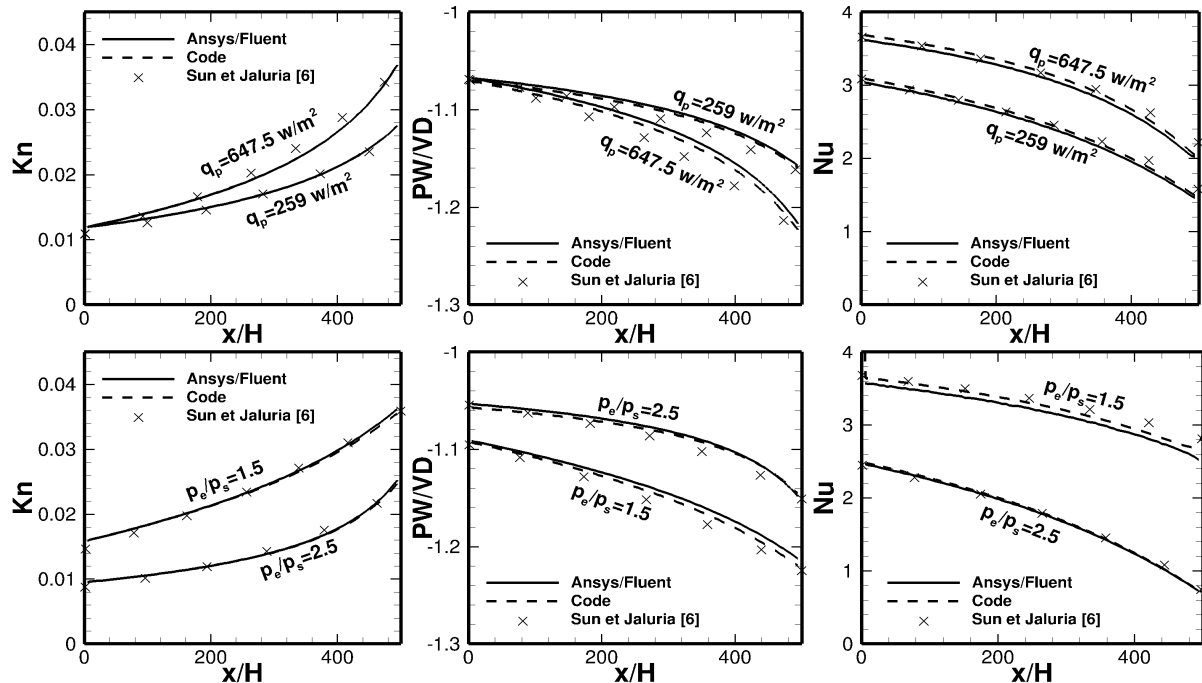


Figure 2 : Comparaison des profils de  $Kn$  (gauche),  $PWVD$  (centre) et  $Nu$  (droite) le long de la conduite obtenus par Sun et Jaluria [6], avec Ansys/Fluent et avec le code de laboratoire pour  $p_s = 1 \text{ atm}$ . En haut :  $p_e/p_s = 2,0$  et  $q_p = 259$  et  $647,5 \text{ W/m}^2/m$ . En bas :  $q_p = 259 \text{ W/m}^2/m$  et  $p_e/p_s = 1,5$  et  $2,5$ .

### 3.3. Etude paramétrique en fonction des pressions d'entrée et de sortie

Une étude paramétrique de l'influence des pressions d'entrée et de sortie sur les écoulements d'azote et les transferts thermiques a été réalisée. Les écoulements pour plus de 1000 couples  $(p_e, p_s)$  ont été calculés afin de couvrir les gammes de pressions :  $0,9 \text{ bar} < p_e < 5 \text{ bars}$  et  $0,08 \text{ bar} < p_s < 4,9 \text{ bars}$ . Les valeurs de la température maximale,  $T_s$ , proche de la sortie de la conduite, du débit massique,  $\dot{m}$ , et de toutes les grandeurs décrites au §3.1 ont été post-traitées pour chaque solution obtenue et des cartes de ces grandeurs ont été tracées en fonction de  $p_e$  et  $p_s$ , où les pressions sont exprimées en bars (cf. figure 3).

Les pressions maximales du domaine d'étude sont limitées à 5 bars afin que l'hypothèse de gaz parfait ait un sens. Le modèle physique employé (éqs. (1-8)) n'est pas valable sur la totalité du domaine de pression balayé. La première étape de l'analyse a donc été d'identifier les gammes de pression pour lesquelles  $Kn_s < 0,1$  (validité du modèle continu avec glissement),  $Ma_s < 1$  (pas d'onde de choc),  $Re_s > 1$  (diffusion axiale négligeable) et  $Re_s < 2000$  (validité du modèle laminaire). Les graphes de gauche de la figure 3 représentent les isovaleurs de ces paramètres et les limites qui en découlent. On constate que la limite liée à la validité du modèle laminaire n'intervient pas et que, lorsque  $p_e < 5 \text{ bars}$ ,  $Ma_s < 1$  presque partout.

Les isovaleurs du rapport  $P_{th}/u_g$  (cf. §2) sont représentées dans la figure 3(c). La limite de validité du modèle sans pompage thermique a été choisie de telle sorte que la contribution du pompage thermique à la vitesse de glissement soit au maximum de 10% ( $P_{th}/u_g = 0,1$ ). On peut voir que cette limite se situe pour des valeurs de  $Re_s$  comprises entre 0,1 et 1 (cf. figure 3(d)). Autrement dit, pour la présente configuration, le pompage thermique n'apparaît qu'à très

petits  $Re$  et  $Pe$ . Il est donc nécessaire de prendre en compte la diffusion de la quantité de mouvement et de la chaleur en amont et en aval de la conduite pour réaliser des simulations réalistes du pompage thermique. Il faudrait donc, par exemple, introduire des extensions à l'entrée et à la sortie de la conduite pour tenir compte de cette diffusion.

Il apparaît trois groupes de graphes ayant la même allure des isolignes dans la figure 3 : il s'agit des graphes (a, b), (c, d, e, f) et (g, h, i). Ces groupes sont donc relatifs à des grandeurs qui sont corrélées entre elles. Ainsi, comme nous l'avons vu au §3.2, les graphes (a, b) montrent que l'amplitude du rapport  $PW_m/VD_m$  est directement corrélée au taux de raréfaction, c'est-à-dire ici au nombre de Knudsen en sortie.  $PW_m/VD_m \approx -1$  lorsque  $Kn_s < 0,01$  mais peut atteindre  $-1,5$  pour  $Kn_s = 0,1$ . Ainsi,  $PW$  et  $VD$  ne peuvent pas être négligés pour les grandes valeurs de  $Kn_s$ . Le groupe (c, d, e, f) montre que le débit massique,  $\dot{m}$ , l'écart  $T_s - T_e$  entre la température maximale atteinte en sortie de conduite et la température d'entrée et, dans une moindre mesure,  $P_{th}/u_g$  sont corrélés au nombre de Reynolds. Plus précisément, on montre que  $\dot{m}$  est proportionnel à  $Re_s$  alors que  $T_s - T_e$  et  $P_{th}/u_g$  sont corrélés par les relations :  $T_s - T_e = 1/(0,00172 + 0,0122Re_s^{1,006})$  et  $P_{th}/u_g = 1/(0,86 + 96,56Re_s^{1,469})$ . La température  $T_s$  est maximale à petit débit et peut atteindre près de 600 K dans le domaine de paramètres étudiés. Le groupe (g, h, i) indique que le rapport,  $PV_m/q_p L$  (éq.(11)) et, dans une moindre mesure, le nombre  $Nu_m$  (éq.(10)), sont corrélés au nombre de Mach,  $Ma_s$ . On montre que  $Nu_m \approx 1/(0,218 + 12,9Ma_s^{1,01})$  et que  $PV_m/q_p L = -0,0653 + 10,79Ma_s - 3,582Ma_s^3$ . La comparaison des figures 3(h) et 3(i) indique aussi que  $Nu_m$  décroît lorsque  $PV_m/q_p L$  croît. En effet, ce dernier est un terme de production de chaleur au niveau de la paroi. Par conséquent, quand il augmente,  $T_p - T_m$  augmente dans l'équation (10) et donc  $Nu_m$  diminue. Ceci se vérifie mathématiquement par les équations (8-11) :  $q_p$  est constant et  $PV_m > 0$  (éq. (11)) ; donc, d'après la condition thermique de l'équation (8), plus la puissance des contraintes visqueuses  $-\mu_g(\partial u/\partial y)_g$  augmente, plus  $(\partial T/\partial y)_g$  et le saut de température à la paroi (éq. (9)) augmentent. Par conséquent,  $T_p - T_m$  augmente car  $T_g \approx T_m$  et donc  $Nu_m$  diminue (éq. (10)). Dans l'exemple traité, la figure 3(h) indique que  $PV_m$  est supérieur au flux de chaleur imposé à la paroi,  $q_p L$ , sur près de la moitié du domaine d'étude et qu'il peut même être jusqu'à 7 fois plus grand :  $PV_m$  ne peut donc pas être négligé dans les bilans de flux de chaleur.

## 4. Conclusion

Les simulations numériques réalisées ont permis de montrer que la puissance des contraintes visqueuses à la paroi, le travail des forces de pression et la dissipation visqueuse ne peuvent pas être négligés sur une grande partie du domaine de paramètres correspondant à des écoulements laminaires, compressibles (sans onde de choc), de gaz parfait en micro-conduite. Nous avons également montré que le pompage thermique ne peut être influent qu'à de très petits nombres de Reynolds et de Péclet et, donc, que sa simulation nécessite, pour être réaliste, de tenir compte des effets diffusifs de quantité de mouvement et de chaleur en amont et en aval de la conduite. Enfin, nous avons pu établir graphiquement des corrélations entre les différentes grandeurs caractéristiques de ces écoulements et les paramètres  $Kn$ ,  $Re$ ,  $Ma$ .

## Références

- [1] S. Colin, *Rarefaction and compressibility effects on steady and transient gas flows in microchannels*, *Microfluid Nanofluid*, 1 (2005) 268-279.
- [2] S. Colin, *Gas microflows in the slip flow regime: a critical review on convective heat transfer*, *J. Heat Transf.*, 134 (2012) 020908.
- [3] G. Karniadakis, A. Beskok, N. Aluru, *Microflows and nanoflows: Fundamentals and simulation*. Springer, New York (2005).
- [4] H. P. Kavehpour, M. Faghri, Y. Asako, *Effect of compressibility and rarefaction on gaseous flows in microchannels*, *Numerical Heat Transf. A*, 32 (1997) 677-696.



- [5] C. Hong, Y. Asako, J.-H. Lee, *Heat transfer characteristics of gaseous flows in micro-channel with constant heat flux*, Int. J. Thermal Sc., 46 (2007) 1153-1162.
- [6] Z. Sun, Y. Jaluria, *Convective heat transfer in pressure-driven  $N_2$  slip flows in long microchannels: effects of pressure work and viscous dissipation*, Int. J. Heat Mass Transf., 55 (2012) 3488-3497.
- [7] E. M. Sparrow, S. H. Lin, *Laminar heat transfer in tubes under slip-flow conditions*, J. Heat Transfer, 84 (1962) 363-369.
- [8] C. Hong, Y. Asako, *Some considerations on thermal boundary condition of slip flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, 53 (2010) 3075-3079.
- [9] A. Qazi Zade, M. Renksizbulut, J. Friedman, *Heat transfer characteristics of developing gaseous slip-flow in microchannels with variable physical properties*, Int. J. Heat Fluid Flow, 32 (2011) 117-127.
- [10] Z. Sun, Y. Jaluria, *Conjugate thermal transport in gas flow in long rectangular microchannel*, J. Elect. Packaging, 133 (2011) 021008.
- [11] S. Yu, T. A. Ameel, *Slip-flow heat transfer in rectangular microchannels*, Int. J. Heat Mass Transf., 44 (2001) 4225-4234.

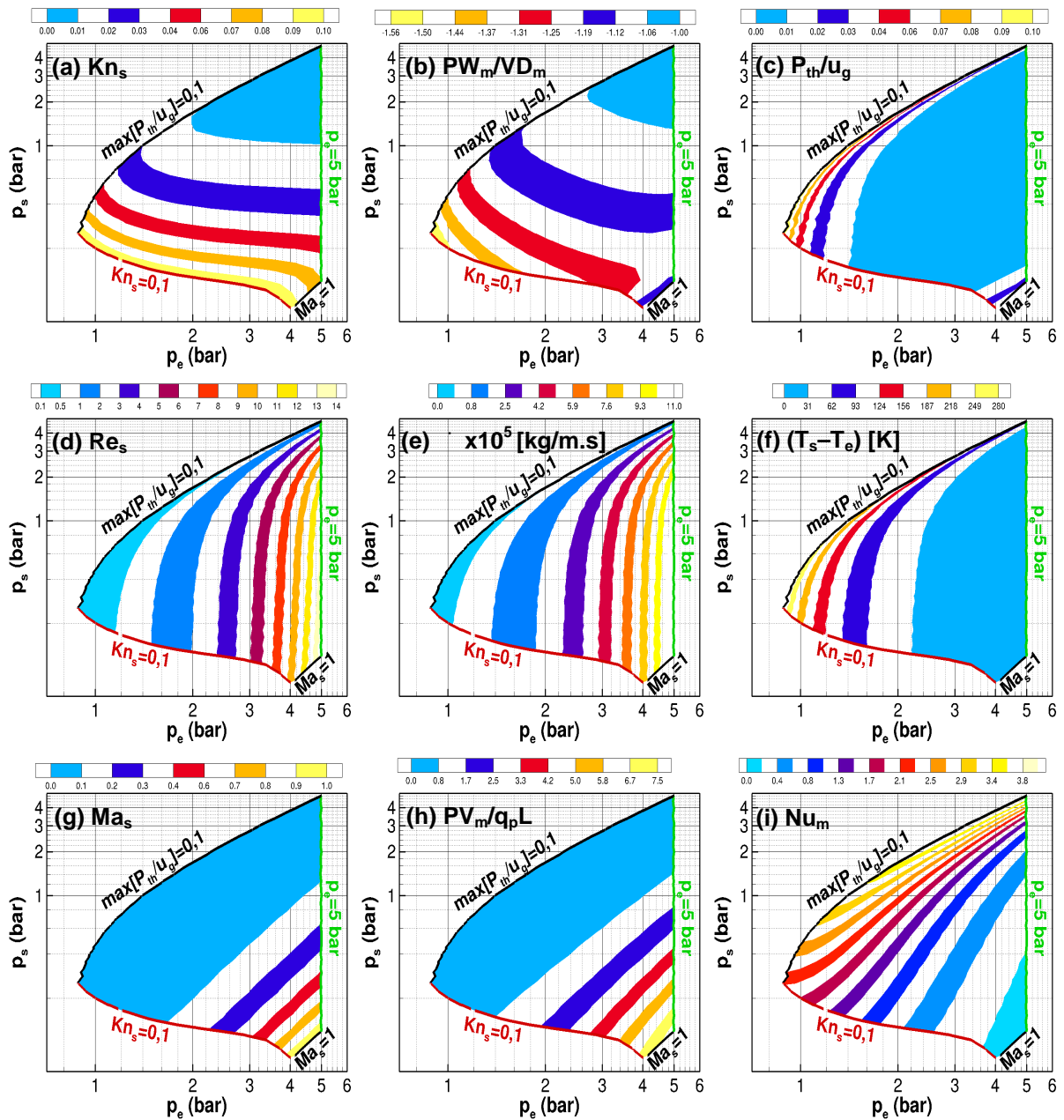


Figure 3 : Isolignes de différentes grandeurs, notées en haut à gauche de chaque graphe, dans le plan  $p_e$  (en abscisse) -  $p_s$  (en ordonnée) et limites de validité des modèles employés.