HAL
open science

Architecture de capteurs à fibre optique pour la mesure simultanée des déformations axiales et radiales

Dominique Leduc, Yann Lecieux, Pierre-Antoine Morvan, Cyril Lupi

To cite this version:

Dominique Leduc, Yann Lecieux, Pierre-Antoine Morvan, Cyril Lupi. Architecture de capteurs à fibre optique pour la mesure simultanée des déformations axiales et radiales. Instrumentation, Mesure, Métrologie, 2013, 13 (1-2), pp.9-30. hal-01005276

HAL Id: hal-01005276

https://hal.science/hal-01005276v1

Submitted on 18 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Architecture de capteurs à fibre optique pour la mesure simultanée des déformations axiales et radiales

Leduc Dominique, Lecieux Yann, Morvan Pierre-Antoine, Lupi Cyril

LUNAM Université, Université de Nantes
UFR Sciences et Techniques
Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique
GeM - UMR CNRS 6183
2 rue de la houssinière
44322 Nantes

dominique.leduc@univ-nantes.fr

RÉSUMÉ. *L'objectif de cet article est de montrer qu'il est possible de mesurer simultanément les déformations axiale et radiale d'une structure en utilisant un seul capteur à fibre optique. Dans un premier temps nous étudions analytiquement deux types de sollicitations exercées sur un cylindre : une traction pure et un chargement thermique. Nous montrons qu'il est indispensable de mesurer les déformations axiales* et *radiales, si l'on veut déterminer avec précision la déformation axiale d'un capteur enfoui. Dans un second temps, nous proposons plusieurs architectures de capteurs permettant de réaliser ces mesures simultanées et examinons leurs performances respectives. Nous en concluons que la structure la plus performante est constituée de la juxtaposition d'un réseau de Bragg classique et d'un réseau longue période.*

ABSTRACT. *The aim of this paper is to investigate the ability of measuring simultaneously the axial and radial strain with a single optical fiber sensor. We begin the discussion with the analytical study of a cylinder submitted to pure tensile strain and thermal heating. We emphasize the necessity of measuring the radial strain in order to determine the axial strain of an embedded sensor with accurracy. Then, we describe few sensors able to measure axial and radial strains and study their efficiency. We conclude that the best one is made of the juxtaposition of a short and a long period grating.*

MOTS-CLÉS : *Réseaux de Bragg. Capteur à fibre optique. Déformation*

KEYWORDS: *Fiber Bragg grating. Optical fiber sensor. Strain.*

1. Introduction

Les réseaux de Bragg fibrés (FBG) sont obtenus en photo-inscrivant une fibre optique. Il en résulte une modulation périodique de l'indice de réfraction de son cœur. Du fait de leur structure, ces réseaux se comportent comme des filtres interférentiels et réfléchissent une bande spectrale étroite de lumière centrée sur la longueur d'onde de Bragg :

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda_0 \tag{1}$$

où n_{eff} est l'indice effectif du mode qui se propage dans la fibre, et Λ_0, le pas de modulation d'indice.

Cette caractéristique est au cœur de nombreuses applications des FBG, et en particulier de leur utilisation en tant que capteurs. En effet, toute sollicitation externe modifiant l'indice effectif ou le pas du réseau provoque un décalage de la longueur d'onde de Bragg tel que :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}} + \frac{\Delta\Lambda_0}{\Lambda_0} \tag{2}$$

La mesure de ce décalage permet, après étalonnage ou à l'aide d'un modèle *ad hoc*, de remonter à la sollicitation exercée. L'intérêt de cette procédure réside dans le fait que l'information est codée en longueur d'onde, et donc insensible à toute fluctuation d'intensité, ce qui rend les mesures beaucoup plus robustes.

Les paramètres prépondérants influant sur le décalage de longueur d'onde de Bragg sont les déformations et les variations de température. Pour cette raison, les réseaux de Bragg sont très souvent utilisés comme capteurs de déformation ou de températures. Dans le cas général les deux effets se mélangent. Pour les décorréler une solution courante est l'emploi d'un second capteur, le plus souvent de température insensible aux déformations (?, ?). Dans le cadre de cet article, on restreint l'étude à la mesure des déformations en considérant connue la température.

La littérature est abondante sur les réseaux de Bragg en tant que capteurs de déformation et il serait illusoire de vouloir en donner ici une liste exhaustive. Il existe même désormais des capteurs de déformation à base de fibres optiques de type commercial. Cependant leur utilisation en tant que capteur enfoui peut s'avérer problématique. Ils s'appuient sur un modèle qui ne prend pas en compte le couplage entre la déformation radiale du milieu hôte et celle du capteur. Or même dans le cas simple du capteur enfoui soumis à un champ de déformation homogène axialement et isotrope transversalement, on peut commettre des erreurs substantielles dans la mesure de la déformation axiale d'un FBG lorsque l'on néglige ce couplage. C'est ce que nous montrons à travers l'étude de deux exemples présentés à la section 2. Le moyen le plus efficace de prendre en compte ce couplage est de mesurer la déformation radiale du FBG. L'objectif de ce papier est de déterminer une architecture de capteur permettant de réaliser cette mesure dans le cas d'un champ de déformation homogène axialement et isotrope transversalement.

Dans un réseau de Bragg classique, on dispose pour seule information exploitable du décalage de longueur d'onde de Bragg $\Delta\lambda_B$. Puisqu'il est indispensable de bien

discriminer les déformations radiales et axiales d'un FBG, cela impose de mesurer deux signaux optiques linéairement indépendants que l'on pourra ensuite relier aux déformations du capteur.

L'idée qui semble la plus simple du point de vue des techniques d'interrogation optiques est d'utiliser deux capteurs de pas différents positionnés à des endroits différents du milieu que l'on souhaite étudier. Toutefois cette solution n'est viable qu'à la seule condition que les deux capteurs positionnées à des endroits différents d'une structure soient soumis exactement au même champ de déformation. Cette solution n'est donc pas envisageable pratiquement puisque dans un cas de chargement réel sur une pièce de géométrie complexe, il existera très probablement un gradient de déformation entre les deux capteurs.

L'idéal pour obtenir une information fiable et exploitable pour le suivi des structures est de concevoir un capteur compact, qui tienne dans une seule fibre optique et qui permette de mesurer les déformations radiales et axiales au même endroit, en utilisant les méthodes d'interrogation classiques.

Pour concevoir ce capteur, on peut s'inspirer des nombreux travaux portant sur la mesure simultanée de température et de déformation. Quelques architectures se dégagent : réseau de Bragg couplé à une cavité Fabry-Pérot externe (Kang *et al.*, 2002 ; Leng, Asundi, 2002), réseau de Bragg inscrit dans une fibre très biréfringente, superposition de deux réseaux de Bragg de pas très différents (Xu *et al.*, 1994), juxtaposition d'un réseau longue période et un réseau classique (?, ? ; Chi *et al.*, 2001 ; Triollet *et al.*, 2011).

Dans notre étude, nous avons écarté les architectures à cavité externe par soucis de compacité du capteur. Nous nous sommes concentrés sur les trois dernières configurations qui sont présentées à la section 3. Leurs performances sont ensuite examinées et à la lumière de ces résultats, nous concluons cet article à la section 4 en préconisant d'utiliser un capteur obtenu par juxtaposition d'un réseau longue période et d'un réseau classique.

2. Pourquoi déterminer simultanément la déformation ε_z et ε_r d'un FBG pour l'analyse des sollicitations mécaniques ?

Les FBG sont employés depuis de nombreuses années pour mesurer des déformations dans des structures telles que les rosettes de déformations qui sont collées à la surface d'un objet d'étude. Dans ces conditions, l'analyse des données issues de ces capteurs est bien maitrisée (voir par exemple (Ferdinand, 1999)) et ces derniers fournissent de manière fiable la déformation de l'objet d'étude suivant la direction longitudinale du capteur.

Du fait de leur faible encombrement, les capteurs à fibre optique sont désormais noyés à l'intérieur de pièces notamment réalisées en résine (polyester ou époxy) pour le suivi de processus de fabrication, ou de santé des structures (Leng, Asundi, 2002 ; Vacher, 2004 ; Gebremichael *et al.*, 2005 ; Ferdinand, Magne, 2011). C'est à ce type

d'applications que nous nous intéressons. Lorsque un capteur est enfoui, la mesure d'un seul décalage de longueur d'onde n'est pas suffisante pour connaître précisément sa déformation axiale (voir (?, ?)).

Pour l'expliquer, il faut discuter les différentes hypothèses nécessaires à établir les relations, largement répandues dans la littérature reliant la variation relative de la longueur de Bragg $\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B}$ à la déformation axiale $\varepsilon_{33} = \varepsilon_z$ du FBG. C'est ce que nous faisons dans la partie 2.1. Dans les deux parties suivantes (2.2 et 2.3) nous évaluons l'erreur qui est commise sur la mesure de la déformation axiale d'un FBG lorsque l'on ne dispose pas d'une mesure permettant de connaître également sa déformation radiale.

2.1. Théorie classique de la mesure de déformation à l'aide d'un FBG.

Lorsqu'un matériau est soumis à une sollicitation externe, il se déforme suivant plusieurs directions. Ces déformations induisent par effet photoélastique une variation d'indice :

$$\Delta\left(\frac{1}{n_{ij}^2}\right) = p_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad (i,j,k,l = 1,2,3) \tag{3}$$

où p_{ijkl} sont les composantes du tenseur de photoélasticité et ε_{kl} les composantes du tenseur de déformation. En pratique, pour une fibre optique classique, lorsque la déformation est isotrope dans le plan transverse, la variation d'indice effectif se résume à :

$$\frac{\Delta n_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}} = -\frac{n_{\text{eff}}^2}{2}\left[(p_{11}+p_{12})\varepsilon_r + p_{12}\varepsilon_z\right] \tag{4}$$

où $\varepsilon_r = \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ est la déformation radiale et $\varepsilon_z = \varepsilon_{33}$ la déformation axiale (Gafsi, El-Sherif, 2000). Cette variation provoque un décalage de la longueur d'onde de Bragg qui, selon (2), vaut :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = -\frac{n_{\text{eff}}^2}{2}(p_{11}+p_{12})\varepsilon_r + \left(1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2}p_{12}\right)\varepsilon_z \tag{5}$$

On le voit, la variation de la longueur d'onde de Bragg dépend en fait de deux grandeurs inconnues. Si la fibre est fixée en deux points sur la structure étudiée, de façon à suivre fidèlement la déformation suivant la direction définie par les deux points d'ancrage, tout en restant libre de se déformer radialement, alors la déformation radiale est liée à la déformation longitudinale par le coefficient de Poisson : $\varepsilon_r = -\nu\varepsilon_z$. Dans ce cas, il ne subsiste plus qu'une inconnue qui peut être déterminée à l'aide d'une unique mesure de décalage de longueur d'onde de Bragg :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2}\left[p_{12} - \nu(p_{11}+p_{12})\right]\right\}\varepsilon_z \tag{6}$$

La relation (6) est massivement utilisées dans la littérature, au point qu'elle tend à acquérir le statut de relation universelle. Or elle n'est valide que dans les strictes

conditions explicitées précédemment et notamment pas dans le cas d'un capteur enfoui. Utilisée à mauvais escient, elle peut conduire à des résultats erronés. Pour s'en convaincre, nous allons étudier l'exemple d'un cylindre soumis à un chargement mécanique puis thermique.

2.2. Étude d'un cylindre en traction simple.

Considérons l'étude d'un FBG placé au centre d'une éprouvette cylindrique de rayon R_e constitué d'un matériau homogène et isotrope (voir figure 1). Cette éprouvette est soumise à une sollicitation de traction uniforme $\varepsilon_z \approx \sigma_z^h / E^h$ et reste libre de se déformer radialement. On assimilera la fibre otique à un cylindre de rayon R_i homogène isotrope en silice dont les constantes d'élasticités sont E^f et ν^f tandis que le matériau hôte possède les constantes d'élasticités suivantes : E^h et ν^h.

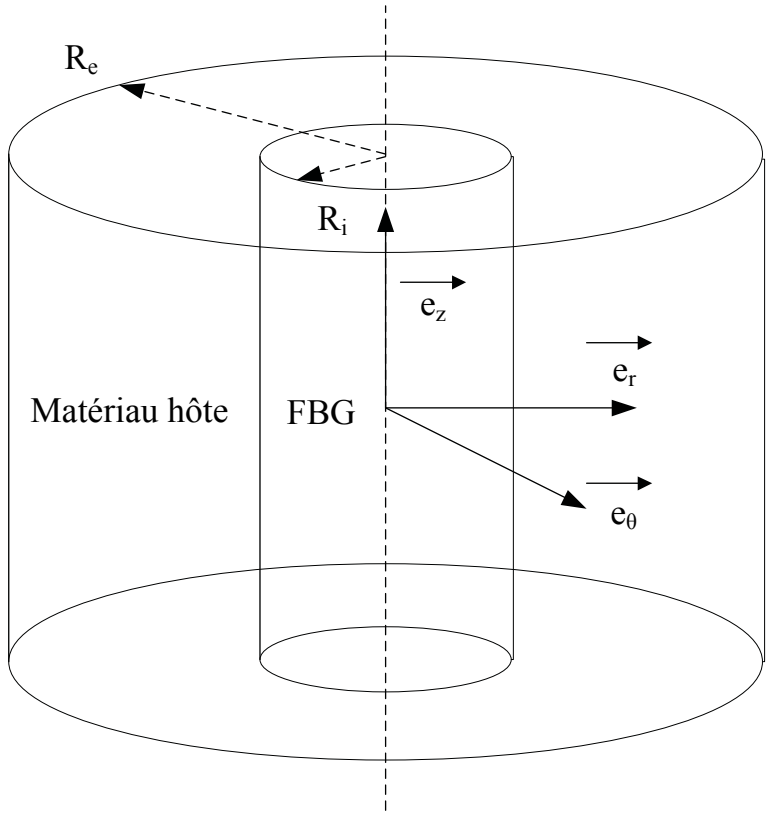

FIGURE *1. Éprouvette instrumentée d'un FBG : géométrie.*

L'étude d'un cylindre en traction simple est un problème académique classique (voir (Timoshenko, Goodier, 1969)). La symétrie axiale, du chargement et de la géométrie, permet d'obtenir le champ de déplacement $\overrightarrow{u}$ sous une forme simplifiée :

$$\overrightarrow{u} = \left\{ \begin{array}{l} u_r \, \overrightarrow{e_r} \\ u_z \, \overrightarrow{e_z} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{r} Cr + \frac{D}{r} \, \overrightarrow{e_r} \\ Kz \, \overrightarrow{e_z} \end{array} \right. \tag{7}$$

où C, D et K sont des constantes déterminées à l'aide des conditions aux limites du problème et r désigne la coordonnée radiale courante dans le cylindre. Cette expression est valable à la fois pour décrire le champ de déplacement dans la fibre optique (cylindre plein) et dans le matériau hôte (cylindre évidé). À partir de ce champs de déplacement, on obtient le tenseur de déformation $\overline{\overline{\varepsilon}}$ tel que : $\overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla\overrightarrow{u} + \nabla\overrightarrow{u}^T)$, soit :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & & \\ & \frac{u_r}{r} & \\ & & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C - \frac{D}{r^2} & & \\ & C + \frac{D}{r^2} & \\ & & K \end{bmatrix} \tag{8}$$

puis en utilisant la loi de Hooke, on obtient le tenseur des contraintes : $\overline{\overline{\sigma}} = \lambda tr(\overline{\overline{\varepsilon}})\overline{\overline{I}} + 2\mu\overline{\overline{\varepsilon}}$ avec $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ et $\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$. λ et μ sont les coefficients de Lamé. μ que l'on trouve également noté G est le module de torsion.

Dans la suite de ce document, les quantités indicées d'un f se rapportent au FBG, tandis que celles indicées d'un h sont liées au matériau hôte. On note ainsi respectivement $\overrightarrow{u}^f$, $\overline{\overline{\sigma^f}}$ et $\overline{\overline{\varepsilon^f}}$ le champ de déplacement, le tenseur de contraintes et de déformations dans la fibre alors que l'on utilisera les notations $\overrightarrow{u}^h$, $\overline{\overline{\sigma^h}}$ et $\overline{\overline{\varepsilon^h}}$ pour l'éprouvette. Ces tenseurs sont différents dans la fibre et dans l'éprouvette. Il y a alors six composantes à calculer i.e. $C^f,\ D^f,\ K^f,\ C^h,\ D^h,\ K^h$ pour résoudre ce problème. On les obtient grâce aux conditions aux limites suivantes :

– déplacement radial nul au centre de l'éprouvette (symétrie axiale)

$$u_r^f(0) = 0 \Rightarrow D^f = 0 \tag{9}$$

– équivalence des déplacements axiaux (absence de glissement à l'interface entre le matériau hôte et le FBG)

$$u_z^f = u_z^h \Rightarrow K^f = K^h = \varepsilon_z \approx \frac{\sigma_z^h}{E^h} \tag{10}$$

– continuité des déplacements radiaux à l'interface entre le FBG et le milieu (cohésion entre le matériau hôte et le FBG)

$$u_r^h(R_i) = u_r^f(R_i) \Rightarrow C^h R_i + \frac{D^h}{R_i} = C^f R_i \tag{11}$$

– équilibre des contraintes radiales à l'interface entre le FBG et le milieu (principe de l'action réaction)

$$\sigma_{rr}^f(R_i) = \sigma_{rr}^h(R_i) \Rightarrow$$
$$\lambda^f(2C^f + K) + 2\mu^f C^f = 2\mu^h(C^h - \frac{D^h}{R_i^2}) + \lambda^h(2C^h + K) \tag{12}$$

– contrainte radiale nulle sur le bord extérieur

$$\sigma_{rr}^h(R_e) = 0 \Rightarrow 2\mu^h(C^h - \frac{D^h}{R_e^2}) + \lambda^h(2C^h + K) = 0 \tag{13}$$

Il est possible de simplifier les expressions obtenues pour C^f, C^h et D^h en faisant l'hypothèse d'un milieu hôte infini par rapport à la fibre optique i.e. en posant $\frac{R_i^2}{R_e^2} \simeq 0$. Pour calculer la contrainte dans l'éprouvette on se place loin du FBG ce qui revient à négliger $\frac{R_i^2}{r^2}$ puisque $r \to R_e$. On obtient ainsi un résultat généralisable à n'importe quelle section d'éprouvette homogène isotrope soumise à de la traction pure :

$$\begin{aligned} D^f = 0 \quad D^h \approx 0 \\ \varepsilon_r^h = C^h \approx -\nu^h \varepsilon_z \\ \varepsilon_r^f = C^f \approx -\kappa \varepsilon_z \end{aligned} \tag{14}$$

avec :

$$\kappa = \frac{-\nu^f E^f - \nu^f E^f \nu^h - \nu^h E^h + \nu^h E^h \nu^f + 2\nu^h E^h (\nu^f)^2}{-E^f - E^f \nu^h - E^h + E^h \nu^f + 2E^h (\nu^f)^2}$$

On le voit dans l'expression précédente, la déformation radiale $\varepsilon_r^f = C^f \approx -\kappa\varepsilon_z$ est effectivement constante dans le FBG, mais celle-ci n'est pas égale à $-\nu^f \varepsilon_z$. Il y a un couplage entre la déformation dans le milieu hôte et dans la fibre optique, de telle sorte que cette dernière est influencée par les propriétés du matériau dans lequel le FBG est inséré. Ainsi utiliser la relation 6 en considérant $\varepsilon_r^f = -\nu\varepsilon_z$ revient à commettre une erreur sur ε_z dépendante du couple de matériau constitutif du FBG et de la structure hôte. La figure 2 permet de la quantifier. Elle montre l'écart en pourcentage sur ε_z obtenue pour un $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ fixé (calculé avec $p_{11} = 0.113$, $p_{12} = 0.252$, $n_{\text{eff}} = 1.447467$ (Bertholds, Dandliker, 1988)) lorsque l'on remplace ε_r^f par $-\nu^f \varepsilon_z$ en lieu et place de $-\kappa\varepsilon_z$ dans 6. Pour tracer cette figure, nous avons imposé les coefficients d'élasticité de la fibre optique : $\nu^f = 0.17$ et $E^f = 70000$ MPa. Ces valeurs sont celles proposées dans (Ferdinand, 1999).

Lorsque le coefficient de Poisson ν^f de la fibre optique est égal à celui du matériau hôte ν^h, l'écart entre le modèle classique et le modèle prenant en compte la déformation transverse est nul. Comme le montre la formule 14, si $\nu^f = \nu^h$ alors $\kappa = \nu^f$. L'équivalence des coefficients ν^f et ν^h est matérialisé par la ligne de tirets. La figure 2 montre également que pour un coefficient de Poisson donné, plus le module d'élasticité du matériau hôte est élevée et plus la prise en compte de la déformation transverse est importante. En effet, plus la structure hôte est rigide et plus elle va influer sur la déformation radiale du capteur optique. Ainsi, on peut s'attendre à des erreurs liées à une mauvaise prise en compte des déformations transverses de l'ordre de quelques pour-cents si un FBG est noyé dans le sens des fibres d'un composite isotrope transverse (par exemple un composite époxy carbone haut module). A l'inverse, l'effet des déformations transverses sur la mesure de la déformation axiale d'un FBG, soumis à une sollicitation de traction, sera quasiment négligeable si ce dernier est noyé dans une résine polyester non chargée.

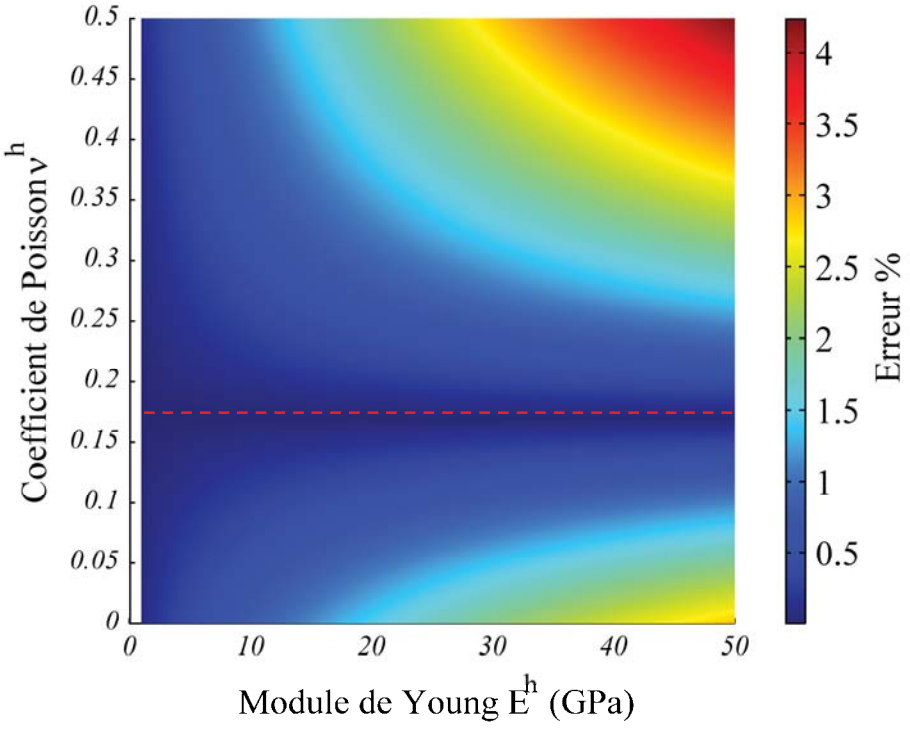

FIGURE *2. Écart entre le modèle réel (équations 5 et 14) et le modèle usuel (équation 6) selon les propriétés mécaniques du matériau hôte.*

Même dans ce cas pourtant simple, la connaissance de $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ne suffit pas à déterminer exactement la déformation axiale du FBG ε_z et donc de la structure hôte. Pour cela plusieurs pistes sont possibles :

– disposer de ε_r et utiliser la formule 5;

– procéder à un étalonnage expérimental du capteur (Khoun *et al.*, 2011);

– utiliser le modèle analytique précédent ce qui implique de connaître précisément E^h et ν^h.

2.3. Étude d'un cylindre soumis à un chargement thermique.

Supposons maintenant qu'une fibre soit incluse dans une résine thermodurcissable du type de celles qui sont employées dans les matériaux composites. La résine initialement liquide est chauffée et devient solide. En se refroidissant, elle exerce une contrainte mécanique sur la fibre aussi bien radialement qu'axialement. Cette configuration peut se retrouver lors du suivi de fabrication d'un matériau plastique. On imagine alors que des FBG ont été positionnés dans le moule avant l'injection d'une résine. À travers deux cas d'école, nous allons essayer d'appréhender l'interprétation des décalages de longueur d'onde de Bragg que nous serions alors amenés à observer.

Nous allons étudier le comportement d'un cylindre en résine époxy comprenant en son centre un FBG soumis à une baisse de température ΔT de -100 K. Les propriétés du milieu hôte et du capteur sont données dans le tableau 1.

Tableau 1. Géométrie et caractéristiques mécaniques d'un barreau de résine instrumenté avec un FBG

	FBG	Résine
E (MPa)	70000	3100
ν	0.17	$0,4$
$\alpha(K^{-1})$	5.10^{-7}	114.10^{-6}
ϕ	$125\ \mu m$	$20\ mm$

A l'instar de ce qui a été présenté dans l'étude précédente, le champs de déplacement et le champs de déformation obéissent respectivement aux relations 7 et 8. En revanche la loi de Hooke comporte pour cet exemple une partie relative au changement de température i.e.

$$\overline{\overline{\sigma}} \ = \ \lambda tr(\overline{\overline{\varepsilon}})\overline{\overline{I}} \ + \ 2\mu\overline{\overline{\varepsilon}} \ - \ (3\lambda \ + \ 2\mu)\alpha\Delta T\overline{\overline{I}} \tag{15}$$

Dans cette formule, α désigne le coefficient de dilatation thermique.

Deux types de conditions aux limites sont envisagées (cf. figure 3). Dans le premier cas, le cylindre est libre de se déformer à la fois radialement et axialement. Dans le second cas, la surface radiale est libre tandis que les deux extrémités sont bloquées.

2.3.1. Cas 1 : Le cylindre est libre de se déformer axialement et radialement.

Dans ce premier exemple de chargement thermique, la baisse de température entraîne une rétractation du cylindre hôte tant radiale que axiale. Pour une structure en résine telle que $R_e >> R_i$ on aura $\varepsilon_r^h \approx \varepsilon_z^h \ \approx -\alpha^h \Delta T$.

Pour calculer le champs de déformation dans le FBG avec ce type de conditions aux limites, on peut utiliser les équations 9 et 11 relatives aux déplacements radiaux. L'équilibre des contraintes radiales à l'interface entre le FBG et le milieu $\sigma_{rr}^f(Ri) \ = \ \sigma_{rr}^h(Ri)$, ainsi que la condition de contrainte radiale nulle sur le bord extérieur $\sigma_{rr}^h(Re) \ = \ 0$, où le tenseur $\overline{\overline{\sigma}}$ est obtenu avec la loi de comportement 15, fournissent deux équations supplémentaires. L'équivalence des déplacements axiaux $u_z^f \ = \ u_z^h$ permet d'écrire $K^f \ = \ K^h \ = \ K$, où K est ici une inconnue. Il nous manque une équation pour résoudre notre problème qui est fournie par l'équilibre des efforts sur une paroi transversale du cylindre :

$$\int_0^{R_i} r\sigma_z^f dr \ + \ \int_{R_i}^{R_e} r\sigma_z^h dr \ = \ 0 \tag{16}$$

En utilisant les caractéristiques mécaniques et géométriques exposées dans le tableau 1, nous obtenons $C^f \ = \ \varepsilon_r^f \ = \ 1562\ \mu\epsilon$, $D^h \approx 0$. Ainsi $C^h \ = \ -11400\ \mu\epsilon \approx \varepsilon_r^h$ et $K \ = \ \varepsilon_z \ = \ -11400\ \mu\epsilon$.

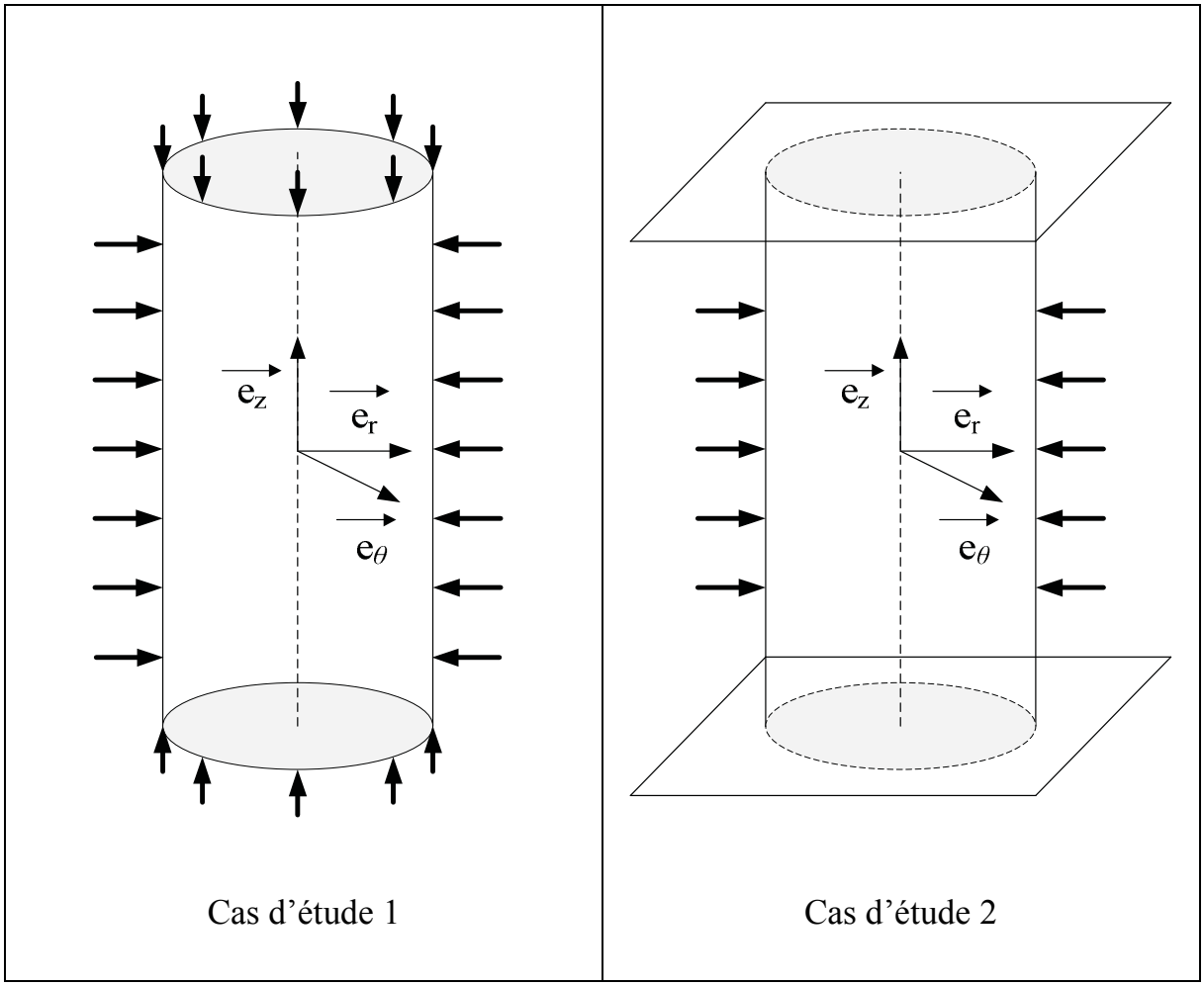

FIGURE 3. *Conditions aux limites considérées pour l'étude d'un cylindre soumis à un chargement thermique.*

La rétractation du cylindre en résine due à la dilatation thermique aura pour principal effet de mettre le FBG en compression axiale. Cela entraîne par effet Poisson une augmentation du rayon du FBG alors même que la structure hôte se contracte radialement.

D'après la formule 5 augmentée d'un terme prenant en compte les fluctuations de température (voir 17), la baisse de température de $100\ K$, dans un réseau de longueur d'onde de Bragg initiale de 1550 nm, se traduira par l'observation d'un décalage de longueur d'onde de Bragg de -15.14 nm.

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = -\frac{n_{\text{eff}}^2}{2}(p_{11}+p_{12})\varepsilon_r + \left(1 - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2}p_{12}\right)\varepsilon_z \ + \ a\Delta T \tag{17}$$

Dans cette formule, $a \ \approx 7.810^{-6}K^{-1}$(Ferdinand, 1999).

L'interprétation du décalage de longueur d'onde de Bragg à l'aide de la relation 6, augmenté du terme $a\Delta T$, donne une déformation longitudinale ε_z de $-11220\ \mu\epsilon$ soit un écart de 1.58% avec la réalité.

2.3.2. Cas 2 : Le cylindre est libre de se déformer radialement mais est bloqué axialement.

Dans ce second exemple relatif au chargement thermique, nous avons choisi de bloquer la déformation axiale i.e. $\varepsilon_z = 0$. Ainsi, le cylindre en époxy se rétractera seulement radialement. Ce problème obéit aux mêmes équations que dans notre premier exemple. Toutefois, dans ce cas, nous n'utilisons pas la relation 15 puisque nous avons directement $\varepsilon_z^f = \varepsilon_z^h = K$.

La baisse de température de $100\ K$ provoque une déformation radiale $\varepsilon_r^h = -15960\ \mu\epsilon$ dans la résine et de $\varepsilon_r^f = -438\ \mu\epsilon$ dans le FBG. Cela se traduit par un décalage de longueur d'onde de Bragg de -0.95 nm. Le dépouillement de cette donnée avec la formule 6 conduirait à penser que le FBG a subit un allongement de $209\ \mu\epsilon$ alors qu'en réalité il n'a subi qu'une déformation purement radiale.

Bien sûr, les deux exemples que nous venons de traiter sont purement académiques. Le vrai problème de l'interprétation des signaux optiques lors du suivi d'un procédé de fabrication réside dans le fait que les conditions aux limites sont rarement bien connues. Nous ne serons alors probablement dans aucun des deux cas de figure évoqués précédemment. Ainsi il sera difficile d'interpréter correctement le décalage de Bragg si l'on emploie la formule usuelle.

2.4. Bilan concernant l'analyse de la variation de longueur d'onde d'un FBG en réponse à une sollicitation mécanique.

Ces quelques exemples montrent qu'il est nécessaire d'établir un modèle du couplage entre un matériau hôte et le capteur à fibre optique plus élaboré que le modèle classique si l'on veut mesurer la déformation axiale d'un capteur enfoui sans que sa valeur ne soit altérée par l'effet de la déformation radiale.

On est alors confronté d'après (5), au fait que, même pour un matériau isotrope, le problème est à deux inconnues. Il est donc indispensable de réaliser deux mesures au sein du même capteur, ce qui n'est pas possible avec les capteurs à réseaux de Bragg classiques et leur système d'interrogation associé.

Cela veut-il dire l'on doit se contenter de positionner des capteurs à réseaux de Bragg dans des zones pour lesquelles on sait à priori que l'effet des déformations radiales affecte peu ou pas la réponse du capteur (c'est le cas notamment des jauges collées à la surface d'une pièce, puisqu'elles se trouvent dans zone pour laquelle les modèles d'analyse des réseaux de Bragg sont en parfaite adéquation avec leur mise en œuvre expérimentale) ?

Nous ne le pensons pas. L'objectif de ce papier est, au contraire, de montrer qu'il est possible de concevoir des architectures de capteurs n'utilisant qu'une seule fibre,

et basées uniquement sur des mesures de décalage de longueur d'onde, afin de conserver toute la simplicité des méthodes d'interrogation des capteurs classiques et garder ainsi la possibilité de réaliser des mesures de terrain fiables prenant en compte l'effet des déformations transverses sur la fibre. Nous examinerons les limites de ces architectures et démontrerons qu'elles constituent des solutions performantes au problème de la mesure de déformation au sein de structures.

3. Comment déterminer simultanément les déformations ε_z et ε_r d'un capteur à fibre optique ?

Pour bien discriminer les déformations radiales et axiales, il faut mesurer deux quantités linéairement indépendantes. Plusieurs solutions sont possibles pour atteindre cet objectif : inscrire simultanément deux réseaux de Bragg de pas très différents, utiliser un réseau de Bragg inscrit dans une fibre très biréfringente, ou encore juxtaposer un réseau longue période et un réseau classique.

Les deux premières solutions sont formellement identiques car elle correspondent toutes deux à la propagation de deux modes de cœur. Nous allons cependant les étudier séparément par soucis de clarté. Nous décrirons dans un premier temps le capteur à deux réseaux de pas différents et procéderons à l'analyse de sa sensibilité et de sa résolution, de façon à dégager les paramètres d'influence. Nous appliquerons ensuite cette analyse au cas du capteur biréfringent.

Dans une seconde partie, nous examinerons la configuration formée de la juxtaposition de réseaux courte et longue période. L'analyse est très différente dans ce cas car un mode se propage dans le cœur, tandis que l'autre se propage dans la gaine, et nous verrons que cela a d'importantes conséquences sur la sensibilité.

3.1. Architecture à deux réseaux de Bragg classiques de pas différents.

Dans cette configuration, deux réseaux de Bragg de pas très différents sont photoinscrits simultanément, comme cela se fait pour les réseaux de Moiré, de telle façon qu'ils soient résonnants pour deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2. Ce système nécessite d'utiliser une source lumineuse large spectre, contenant respectivement λ_1 et λ_2. Le spectre en réflexion comporte alors 2 pics biens distincts.

Du fait de la dispersion, l'indice effectif du mode fondamental se propageant dans la fibre varie avec la longueur d'onde. L'indice effectif du premier réseau vaut $n_1 = n_{\text{eff}}(\lambda_1)$ et celui du second réseau vaut $n_2 = n_{\text{eff}}(\lambda_2) = n_1 + B$. Pour que B soit le plus grand possible, il faut que λ_1 et λ_2 soient les plus éloignées possibles. À titre indicatif, pour deux réseaux inscrits dans une fibre SMF28, de longueurs d'onde de Bragg $\lambda_1 = 1300$ nm et $\lambda_2 = 1550$ nm, la différence d'indice B est de l'ordre de 1.10^{-3}.

Dans ces deux configurations, lorsque le capteur est au repos, il possède deux longueurs d'onde de Bragg, λ_{10} et λ_{20} données par la relation (1). Lorsque le réseau

est contraint, les longueurs d'onde de Bragg se décalent. D'après la relation (4), les décalages sont donnés par le système :

$$\left\{ \begin{array}{lllllll} \delta\lambda_1 & = & \lambda_1 - \lambda_{10} & = & a_{1z}\varepsilon_z & + & a_{1r}\varepsilon_r \\ \delta\lambda_2 & = & \lambda_2 - \lambda_{20} & = & a_{2z}\varepsilon_z & + & a_{2r}\varepsilon_r \end{array} \right. \tag{18}$$

où

$$\left\{ \begin{array}{lll} a_{iz} & = & \left(1 - \dfrac{n_i^2}{2} p_{12}\right) \lambda_i \\ a_{ir} & = & -\dfrac{n_i^2}{2}(p_{11} + p_{12})\lambda_i \end{array} \right. \tag{19}$$

Ce système a une solution unique à condition que les deux équations soient linéairement indépendantes, soit si :

$$D = a_{1z}a_{2r} - a_{1r}a_{2z} \neq 0 \tag{20}$$

Dans le cas présent, comme B est petit :

$$\left\{ \begin{array}{lll} a_{2z} & \simeq & a_{1r}\left(1 + \dfrac{3B}{\Lambda_1^2}\right)\dfrac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \\ a_{2r} & \simeq & a_{1z}\left(1 + \dfrac{B}{n_1}\dfrac{1 - \dfrac{3}{2}n_1^2 p_{12}}{1 - \dfrac{1}{2}n_1^2 p_{12}}\right)\dfrac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \end{array} \right. \tag{21}$$

où Λ_1 et Λ_2 sont les pas des réseaux ($\Lambda_1 = \Lambda_2$ pour le réseau biréfringent). Cela implique que $a_{2r} - a_{1r}$ est de l'ordre de B et que $a_{2z} - a_{1z}$ est de l'ordre d'un dixième de B. Finalement D est lui même de l'ordre de B. Il est donc faible, mais pas nul, ce qui veut dire que le système (18) est inversible :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \varepsilon_z & = & \dfrac{a_{2r}\,\delta\lambda_1 - a_{1r}\,\delta\lambda_2}{D} \\ \varepsilon_r & = & \dfrac{a_{1z}\,\delta\lambda_2 - a_{2z}\,\delta\lambda_1}{D} \end{array} \right. \tag{22}$$

La précision de la mesure s'obtient, par un calcul d'incertitude à partir de (22) :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \Delta\varepsilon_z & = & \dfrac{|a_{1r}| + |a_{2r}|}{|D|}\,\delta\lambda_{\min} \\ \Delta\varepsilon_r & = & \dfrac{|a_{1z}| + |a_{2z}|}{|D|}\,\delta\lambda_{\min} \end{array} \right. \tag{23}$$

où $\delta\lambda_{\min}$ est le plus petit décalage de longueur d'onde de Bragg détectable, sachant que les meilleurs systèmes d'interrogation peuvent descendre à 1 pm. On obtient $\Delta\varepsilon_z$ =1000 $\mu\varepsilon$ et $\Delta\varepsilon_r$ =1700 $\mu\varepsilon$ pour $B = 1.10^{-3}$ et $\delta\lambda_{\min} = 1$ pm, ce qui n'est bien évidemment pas acceptable.

En fait, $\Delta\varepsilon$ est inversement proportionnel à D, et donc à B. Pour que la résolution devienne raisonnable il faut que B augmente. Cela paraît difficile à obtenir avec des réseaux fonctionnant à des longueurs d'onde différentes, mais envisageable avec des fibres biréfringentes.

3.2. Utilisation d'un réseau de Bragg inscrit dans une fibre biréfringente.

Quand on inscrit un réseau de Bragg dans une fibre biréfringente d'axes propres orientés suivant $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$, tout se passe comme s'il existait deux réseaux différents : les ondes polarisées suivant $\vec{e}_x$ voient un réseau d'indice effectif $n_1 = n_{\mathrm{eff}x}$ et les ondes polarisées suivant $\vec{e}_y$ un réseau d'indice effectif $n_2 = n_{\mathrm{eff}y} = n_{\mathrm{eff}x} + B$. À chaque réseau correspond une longueur d'onde de Bragg donnée par (1). Si l'onde incidente n'est pas rigoureusement polarisée suivant l'un des axes propres de la fibre, le spectre en réflexion contient deux pics centrés sur les deux longueurs d'onde de Bragg. On le voit, ce système est très ressemblant au précédent. Cependant, dans ce cas, les deux réseaux ont le même pas, les deux pics sont donc très rapprochés. En pratique, il faut que B soit typiquement supérieur à 1.10^{-4} pour que les deux pics soient distincts.

Les fibres les plus biréfringentes disponibles commercialement possèdent une biréfringence B de l'ordre de 3.10^{-4}. Des valeurs plus élevées peuvent être atteintes avec des fibres spéciales. Par exemple, des biréfringences de $1{,}5.10^{-2}$ à 4.10^{-2} ont été expérimentalement obtenues avec des microfibres de silice (Xuan *et al.*, 2010 ; Kou *et al.*, 2011). Les fibres microstructurées pourraient aussi être d'excellentes candidates : des simulations (Yue *et al.*, 2007 ; Chau *et al.*, 2010) ont en effet montré qu'avec des trous elliptiques, elles pourraient présenter une biréfringence de 1.10^{-2}, voire 5.10^{-2}.

Dans les conditions optimales ($B = 5.10^{-2}$ et $\delta\lambda_{\min} = 1$ pm), la précision vaut $\Delta\varepsilon_z$ =20 $\mu\varepsilon$. Pour que la mesure puisse être analysée il faut que $\delta\lambda_1$ ou $\delta\lambda_2$ soient supérieurs à $\delta\lambda_{\min}$. Dans l'espace des déformations $(\varepsilon_z, \varepsilon_r)$ cette condition est vérifiée en dehors d'un fuseau incliné qui s'étire dans un rectangle de dimensions $\varepsilon_{z\min} \times \varepsilon_{r\min}$ (cf figure 4). Pour $B = 5.10^{-2}$ et un minimum détectable de 1 pm, ε_z=40 $\mu\varepsilon$ et ε_r=60 $\mu\varepsilon$. On peut donc estimer que la plus petite déformation détectable est de l'ordre de la précision, soit 30 $\mu\varepsilon$.

En conlusion, cette architecture présente des performances médiocres alors qu'elle requiert des fibres de hautes technologie. Elle paraît donc peu pertinente.

3.3. Architecture à réseaux courte et longue période juxtaposés

3.3.1. Description du dispositif

Cette configuration consiste en la juxtaposition d'un réseau de Bragg courte période et d'un réseau longue période. Les deux peuvent être inscrits simultanément et former ainsi une superstructure (Chi *et al.*, 2001), ou séparément (Triollet *et al.*, 2011). Les travaux menés sur cette congifuration jusqu'à présent ont montré leur efficacité pour réaliser des mesures simultanées de température de déformation dans la

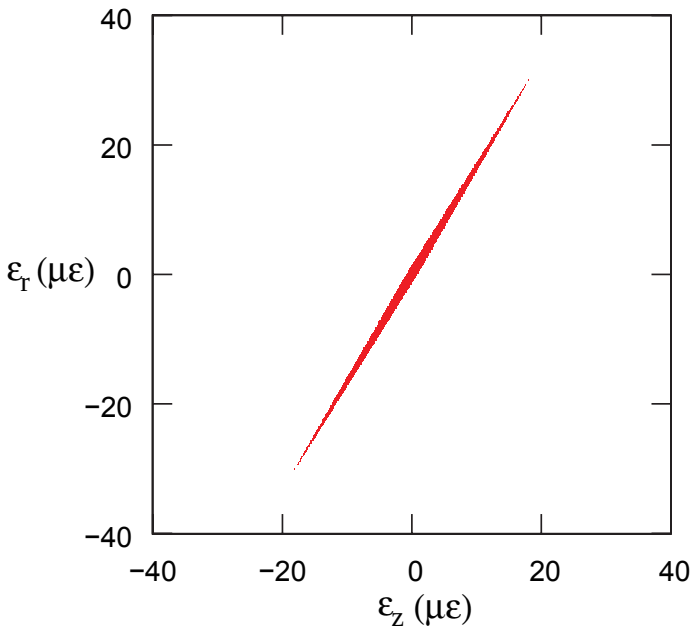

FIGURE *4. Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2 réseaux sont inférieurs à 1 pm.*

limite où la relation (6) s'applique. Il reste à prouver qu'elle peut aussi discriminer les déformations axiales et radiales.

On choisi de considérer une fibre proche d'une SMF 28, mais à double gaine, comme dans (Allsop *et al.*, 2003). La gaine externe sert de tampon avec le mileu extérieur. Elle est constituée de silice, de façon à avoir les même propriétés mécaniques que le reste de la fibre optique. Son indice de réfraction est légèrement inférieur à celui de la première gaine et son rayon est suffisamment grand pour qu'on puisse la considérer comme semi-infinie.

Dans cette configuration le réseau de Bragg courte période se comporte de façon classique et réfléchit une bande de lumière étroite centrée sur la longueur d'onde de Bragg : $\lambda_{\mathrm{FBG}} = n_{\mathrm{FBG}}\Lambda_{\mathrm{FBG}}$, où n_{FBG} est l'indice effectif du mode qui se propage dans le cœur de la fibre et Λ_{FBG} le pas du réseau. Cette portion de lumière est soustraite à l'intensité transmise et apparaît donc comme un creux dans le spectre en transmission. Le réseau longue période couple, quant à lui, le mode fondamental se propageant dans le cœur à des modes de gaine. Une partie de la lumière incidente se transfère ainsi dans la gaine où elle se propage en s'atténuant à cause des pertes de courbures notamment. Elle est donc, elle aussi, absente du spectre en transmission qui se compose finalement de plusieurs creux correspondant aux longueurs d'onde des modes résonnants. Pour le réseau longue période, la condition de résonnance est :

$$\lambda_{\mathrm{LPG}} = (n_{\mathrm{eff}} - n_{\mathrm{LPG}})\Lambda_{\mathrm{LPG}} \tag{24}$$

où n_{LPG} est l'indice effectif du mode qui se propage dans la gaine et Λ_{LPG} le pas du réseau. L'indice effectif d'un mode de gaine est donné par l'équation de dispersion (Erdogan, 1997) :

$$\zeta_0(\lambda, a_1, a_2, n_1, n_2, n_3, n_{\mathrm{LPG}}) = \zeta_0'(\lambda, a_1, a_2, n_1, n_2, n_3, n_{\mathrm{LPG}}) \tag{25}$$

où a_1 est le rayon du cœur, a_2 le rayon de la gaine, n_1 l'indice du cœur, n_2 l'indice de la gaine et n_3, l'indice de la gaine extérieur. Les fonctions ζ_0 et ζ_0' sont détaillées dans l'annexe Annexe A. De façon générale, les fonctions ζ_0 et ζ_0' oscillent rapidement si bien que, pour une longueur d'onde λ_{LPG} donnée, il existe un grand nombre de modes dont l'indice n^j_{LPG}, compris entre n_3 et n_2, est solution de (25). Le mode fondamental est celui dont l'indice effectif est le plus proche de n_2. Lorsque j augmente, n^j_{LPG} diminue. Cependant, ce n'est pas forcément le mode fondamental qui se propage car, pour qu'un mode soit excité par le réseau, il faut qu'il satisfasse la relation (24). Pour effectuer notre étude, nous avons commencé par définir les caractéristiques opto-géométriques de la fibre et fixé la longueur d'onde de résonance à 1540 nm. Nous avons alors calculé les indices effectifs des différents modes susceptibles de se propager en résolvant l'équation 25. Nous avons déterminé pour chaque mode le pas du réseau Λ^j_{LPG} permettant d'avoir la bonne longueur d'onde de résonance, et identifié le mode m correspondant au pas le plus proche de 50 μm. Nous avons alors fixé la valeur du pas du réseau longue période et, par la suite, c'est l'évolution du mode m que nous avons étudié.

Lorsque la fibre est déformée, n_1, n_2 et n_3 varient selon (4) et les rayons du cœur et de la gaine comme :

$$a_i = (1 + \varepsilon_r) a_{i0} \tag{26}$$

où a_{i0} est le rayon au repos. Cependant, contrairement à ce qui passe pour l'indice effectif du mode dans le cœur, l'indice effectif d'un mode de gaine ne suit pas une évolution décrite par la relation (4). Il n'est donc pas possible dans ce cas d'écrire de façon analytique le système d'équations auxquelles obéissent les décalages de longueurs d'ondes de Bragg en fonction des coefficients du tenseur de photoélasticité, comme on l'a fait dans la section précédente. Pour étudier la réponse du système aux déformations, il est nécessaire d'avoir recours à une résolution numérique de (25).

3.3.2. Analyse de la sensibilité du dispositif

Les caractéristiques utilisées pour les calculs sont les suivantes : $a_{10} = 4,2$ μm et $a_{20} = 65,5$ μm. Le pas du réseau courte période est pris égal à 535,7 nm et celui du réseau longue période à 48,16 μm de façon à ce que les longueurs d'ondes de Bragg des réseaux au repos soient respectivement égales à 1550 nm et 1540 nm. De plus, comme l'équation modale dépend de la longueur d'onde, il est nécessaire de tenir compte de la variation des indices de réfraction en fonction de ce paramètre. Dans les zones de transparence, ces variations sont bien décrites par une loi de Sellmeier :

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}$$

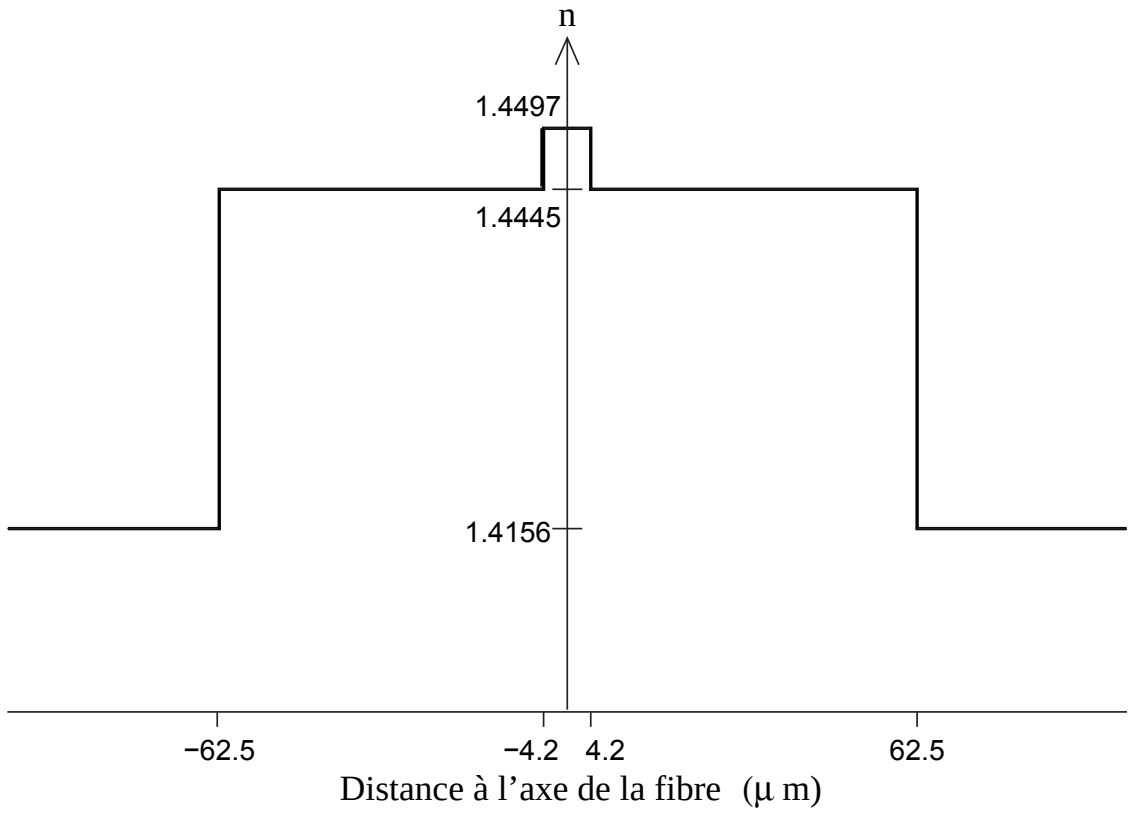

FIGURE 5. *Variation radiale de l'indice de la fibre à 3 couches pour la longueur d'onde λ =1540 nm.*

où A_j, λ_j et N sont des caractéristiques du matériaux. On utilisera pour la gaine les coefficients de Sellmeier relatifs au verre trempé donnés par Bhatia dans sa thèse (Bhatia, 1996) : $A_1 = 0,696750$, $A_2 = 0,408218$, $A_3 = 0,890815$, $\lambda_1 = 0,069066$ μm, $\lambda_2 = 0,115662$ μm et $\lambda_3 = 9,900559$ μm. Pour les indices du cœur et de la gaine externe, nous suivons la démarche de Lundin (Lundin, 1993 ; 1994) et posons : $n_{1,3}(\lambda) = N_{1,3}\, n_2(\lambda)$ où les paramètres $N_1 = 1,0036$ et $N_2 = 0,98$ ont été supposés en première approximation indépendants de la longueur d'onde.

La variation des indices en fonction de la longueur d'onde implique que la relation (24) n'est pas algébrique. En fait, elle ne possède pas de solution analytique et doit donc être résolue de façon numérique. En pratique, pour évaluer l'influence de la déformation sur la réponse du réseau longue période, on fait varier n_1, n_2 et n_3 conformément à (4) et a_1, a_2 suivant (26), et ensuite on résoud (24) par dichotomie pour déterminer λ_{LPG}. On réitère cette procédure pour chaque couple $(\varepsilon_r, \varepsilon_z)$.

La figure 6 présente la longueur d'onde du mode de gaine considéré en fonction de la déformation subie par la fibre, dans la gamme ± 2000 $\mu\varepsilon$. Elle évolue linéairement en fonction de ε_z et ε_r. Le facteur de proportionalité avec la déformation suivant une direction dépend légèrement de la déformation suivant l'autre direction. Cela apparaît clairement sur la figure 7, qui montre que ces coefficients subissent une variation de

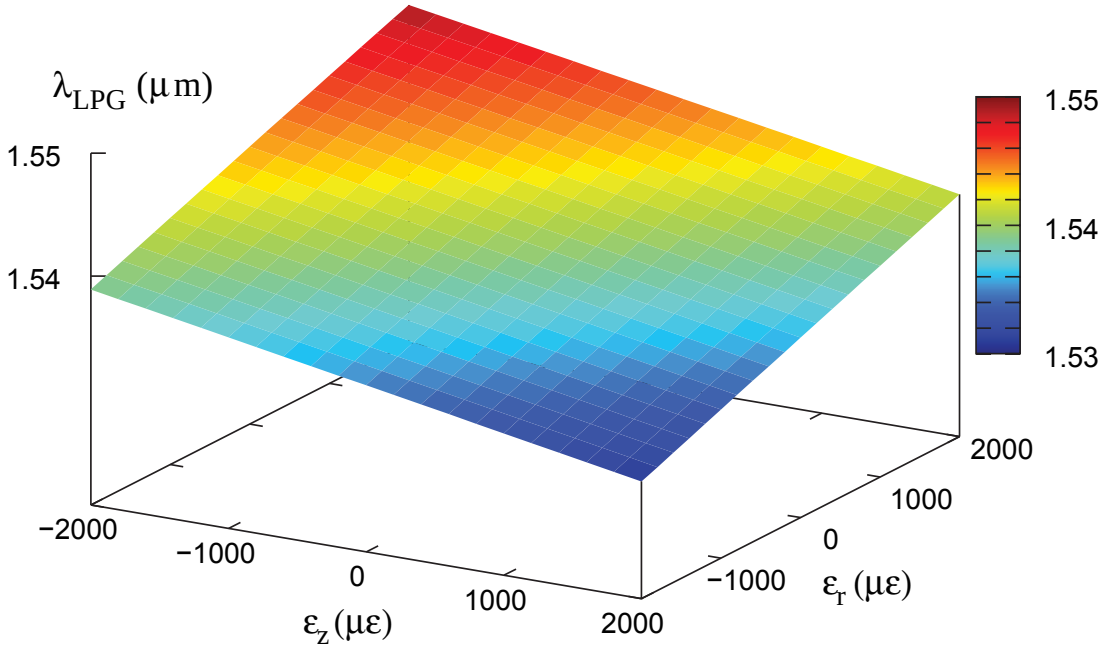

FIGURE 6. *Évolution de* λ_{LPG} *en fonction de* $(\varepsilon_z, \varepsilon_r)$.

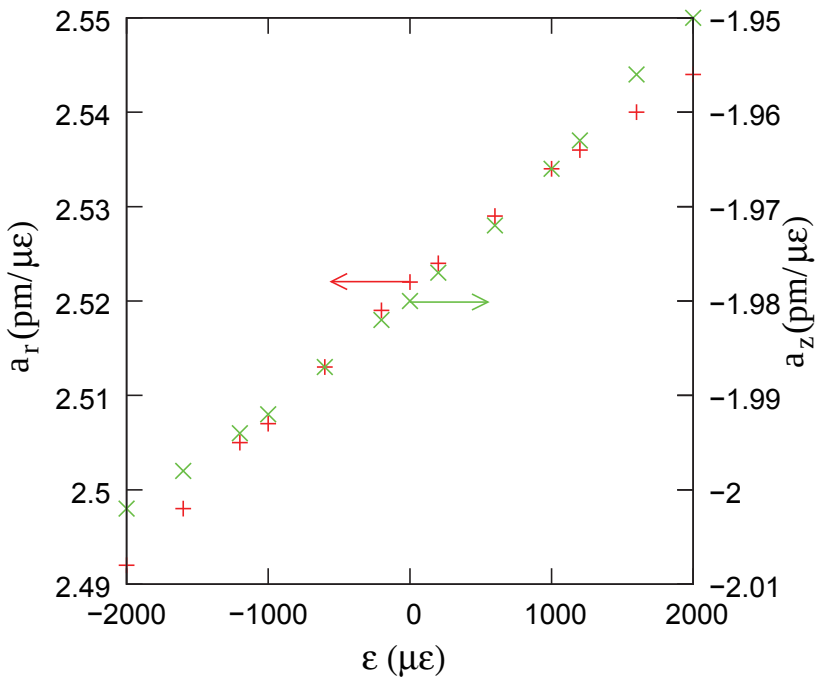

FIGURE 7. *Évolution du coefficient de proportionalité entre* λ_{LPG} *et* ε_z *(resp.* ε_r*) en fonction de* ε_r *(resp.* ε_z*).*

1% dans la gamme de déformations étudiées. Cela constitue la limite de l'approximation linéaire utilisée par la suite.

Un ajustement linéaire : $\lambda_{\mathrm{LPG}} = a_{2z}\ \varepsilon_z + a_{2r}\ \varepsilon_r$ donne les coefficients : $a_{2z} = -1,98$ pm$/\mu\varepsilon$ et $a_{2r} = 2,52$ pm$/\mu\varepsilon$. Les paramètres du réseau courte période n'ont eux pas changé : $a_{2z} = 1,12$ pm$/\mu\varepsilon$ et $a_{2r} = -0,57$ pm$/\mu\varepsilon$. On peut donc écrire à l'aide de ces coefficients un système d'équations similaire à 18 donnant les décalages des longueurs d'onde de Bragg des deux réseaux. Dans ce cas, $|D| = 1,49$. Cette valeur est très nettement supérieures à celles des configurations précédentes. On s'attend donc à une bien meilleure efficacité. En effet, si on trace dans la plan $(\varepsilon_z, \varepsilon_z)$ le domaine où le décalage est détectable, en supposant que $\delta\lambda_{\mathrm{min}}$=1 pm, on obtient un parallèlogramme compris dans une zone de $3\ \mu\varepsilon \times 3\ \mu\varepsilon$ (cf figure 8).

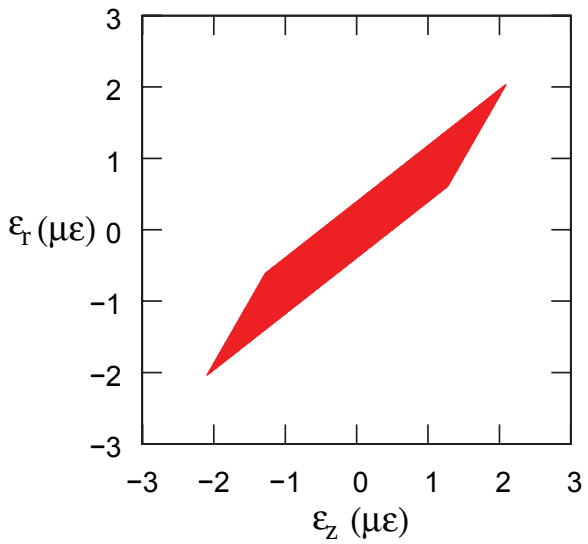

FIGURE *8. Dans la zone colorée, les décalages des longueurs d'onde de Bragg des 2 réseaux sont inférieurs à 1 pm.*

Conformément à (23), la précision de la mesure est dans ce cas donnée par : $\Delta\varepsilon_z \approx \Delta\varepsilon_r \approx 2\ \mu\varepsilon$ si $\delta\lambda_{\mathrm{min}}$=1 pm. Cela veut dire qu'avec ce dispositif, on est capable de conserver la précision habituellement attendue d'un réseau de Bragg, en mesurant à la fois ε_z et ε_r.

4. Conclusion

Dans la quasi-totalité des cas, lorsqu'un réseau de Bragg est employé comme capteur de déformation, il est implicitement supposé que sa déformation radiale est liée à sa déformation axiale suivant une loi linéaire faisant intervenir le coefficient de poisson : $\varepsilon_r = -\nu\varepsilon_z$. Le problème est alors à une inconnue et le décalage de la longueur d'onde de Bragg s'analyse sans ambiguïté. Cela convient parfaitement lorsque le réseau est collée en deux points sur la surface de la structure observée.

Il n'en va pas de même lorsque le capteur est enfoui. Dans cet article, nous nous sommes penché sur cette configuration et nous avons étudié différents cas de chargement mécaniques et thermiques, avec différentes conditions aux limites. Nous avons alors montré que la détermination simultanée de ε_r et ε_z s'avérait dans certains cas absolument indispensable pour éviter de faire une analyse erronée sur la valeur de ε_z.

Forts de ce constat, nous avons proposé différentes architectures de capteurs permettant de déterminer à la fois ε_r et ε_z. Nous avons essentiellement considéré deux types de configurations. Les premières s'appuyaient sur deux modes de cœur, tandis que les secondes mettaient en jeu un mode de cœur et un mode de gaine. Nous avons analysé la sensibilité de chaque architecture. Il en ressort que les dispositifs à deux modes de cœur peinent à découpler les effets des déformations radiales et axiales. Cela est dû au fait que les deux modes étant confinés dans le cœur, ils subissent des effets proches, et finalement fournissent deux fois la même information. En pratique, il nous apparait que ces architectures pourraient être envisageables mais sous la condition que la différence entre les indices effectifs des modes soient supérieurs à 5.10^{-2}, voire 1.10^{-1}. Cela paraît difficilement réalisable avec des fibres classiques, mais pourrait être possible avec des fibres photoniques.

A l'heure actuelle, une architecture de capteur incluant à la fois un réseau courte période et un réseau longue période, présentant de ce fait un mode de coeur et un mode de gaine, nous semble la plus prometteuse. Nous avons en effet montré qu'il était possible de réaliser un capteur de ce type possédant une sensibilité et une précision de l'ordre de 2 $\mu\varepsilon$. C'est à dire un capteur aussi performant qu'un réseau de Bragg classique, mais pouvant être en toute confiance enfoui dans une structure tant que les déformations restent homogènes le long du réseau et transversalement isotropes.

Bibliographie

Allsop T., Webb D., Bennion I. (2003). A comparison of the sensing characteristics of long period gratings written in three different types of fiber. *Optical Fiber Technology*, vol. 9, n° 4, p. 210–223.

Bertholds A., Dandliker R. (1988). Determination of the individual strain-optic coefficients in single-mode optical fibers. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, p. 17.

Bhatia V. (1996). *Properties and sensing applications of long-period gratings*. Thèse de doctorat non publiée, Virginia Tech. Blackburg.

Chau Y., Liu C., Yeh H., Tsai D. (2010). A comparative study of high birefringence and low confinement loss photonic crystal fiber employing elliptical air holes in fiber cladding with tetragonal lattice. *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 22, p. 39–52.

Chi H., Tao X.-M., Yang D.-X., Chen K.-S. (2001, décembre). Simultaneous measurement of axial strain, temperature, and transverse load by a superstructure fiber grating. *Optics Letters*, vol. 26, p. 1949-1951.

Erdogan T. (1997). Cladding-mode resonances in short-and long-period fiber grating filters. *JOSA A*, vol. 14, n° 8, p. 1760–1773.

Ferdinand P. (1999). Capteurs à fibres optiques à réseaux de bragg. *Techniques de l'ingénieur*, vol. TI673.

Ferdinand P., Magne S. (2011). De l'intérêt des capteurs à fibres optiques pour le renforcement de la sûreté des centrales nucléaires. In *CMOI 2011*.

Gafsi R., El-Sherif M. (2000). Analysis of induced-birefringence effects on fiber bragg gratings. *Optical Fiber Technology*, vol. 6, n° 3, p. 299–323.

Gebremichael Y., Li W., Boyle W., Meggitt B., Grattan K., McKinley B. *et al. (2005). Integration and assessment of fibre bragg grating sensors in an all-fibre reinforced polymer composite road bridge.* Sensors and Actuators A: Physical, *vol. 118, n° 1, p. 78 - 85. Consulté sur http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424704005461*

Kang H., Kang D., Bang H., Hong C., Kim C. (2002). Cure monitoring of composite laminates using fiber optic sensors. Smart materials and structures, *vol. 11, p. 279.*

Khoun L., Oliveira R., Michaud V., Hubert P. (2011). Investigation of process-induced strains development by fibre bragg grating sensors in resin transfer moulded composites. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, *vol. 42, n° 3, p. 274–282.*

Kou J., Xu F., Lu Y. (2011). Highly birefringent slot-microfiber. Photonics Technology Letters, IEEE, *vol. 23, n° 15, p. 1034–1036.*

Leng J. S., Asundi A. (2002, avril). Real-time cure monitoring of smart composite materials using extrinsic Fabry-Perot interferometer and fiber Bragg grating sensors. Smart Material Structures, *vol. 11, p. 249-255.*

Lundin R. (1993, juin). Minimization of the chromatic dispersion over a broad wavelength range in a single-mode optical fiber. Applied Optics, *vol. 32, p. 3241-3245.*

Lundin R. (1994, février). Dispersion flattening in a W fiber. Applied Optics, *vol. 33, p. 1011-1014.*

Timoshenko S., Goodier J. N. (1969). Theory of elasticity. *McGraw-Hill.*

Triollet S., Robert L., Marin E., Ouerdane Y. (2011). Discriminated measures of strain and temperature in metallic specimen with embedded superimposed long and short fibre bragg gratings. Measurement Science and Technology, *vol. 22, p. 015202.*

Vacher S. (2004). Capteurs à fibres optiques pour le contrôle de l'ĺaboration et la caractérisation mécanique des matériaux composites. *Thèse de doctorat non publiée, Université Jean Monnet, Saint Étienne.*

Xu M., Archambault J., Reekie L., Dakin J. (1994). Discrimination between strain and temperature effects using dual-wavelength fibre grating sensors. Electronics letters, *vol. 30, n° 13, p. 1085–1087.*

Xuan H., Ju J., Jin W. (2010, Feb). Highly birefringent optical microfibers. Opt. Express, *vol. 18, n° 4, p. 3828–3839. Consulté sur http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-18-4-3828*

Yue Y., Kai G., Wang Z., Sun T., Jin L., Lu Y. et al. (2007, Mar). Highly birefringent elliptical-hole photonic crystal fiber with squeezed hexagonal lattice. *Opt. Lett.*, vol. 32, n° 5, p. 469–471. Consulté sur http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-32-5-469

Annexe A. Equation de dispersion des modes de gaines

$$\zeta_0 = \frac{1}{\sigma_2} \frac{u_2 \left(JK + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_2^2 a_1 a_2} \right) p_1(a_2) - K q_1(a_2) + J r_1(a_2) - \frac{1}{u2} s_1(a_2)}{-u_2 \left(\frac{u_{32}}{n_2^2 a_2} J - \frac{u_{21}}{n_1^2 a_1} K \right) + \frac{u_{32}}{n_1^2 a_2} q_1(a_2) + \frac{u_{21}}{n_1^1 a_1} r_1(a_2)} \tag{27}$$

et

$$\zeta_0' = \sigma_1 \frac{u_2 \left(\frac{u_{32}}{a_2} J - \frac{n_3^2 u_{21}}{n_2^2 a_1} K \right) p_1(a_2) - \frac{u_{32}}{a_2} q_1(a_2) - \frac{u_{21}}{a_1} r_1(a_2)}{u_2 \left(\frac{n_3^2}{n_2^2} JK + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_1^2 a_1 a_2} \right) p_1(a_2) - \frac{n_3^2}{n_1^2} K q_1(a_2) + J r_1(a_2) - \frac{n_2^2}{n_1^2 u_2} s_1(a_2)} \tag{28}$$

avec

$$\sigma_1 = i n_{\mathrm{LPG}} / Z_0 \tag{29}$$

$$\sigma_2 = i n_{\mathrm{LPG}} Z_0 \tag{30}$$

où $Z_0 = 377\Omega$ est l'impédance du vide, et

$$u_{21} = \frac{1}{u_2^2} - \frac{1}{u_1^2} \tag{31}$$

$$u_{32} = \frac{1}{w_3^2} + \frac{1}{u_2^2} \tag{32}$$

sachant que

$$u_j^2 = (2\pi/\lambda)^2 (n_j^2 - n_{\mathrm{LPG}}^2) \tag{33}$$

$$w_3^2 = (2\pi/\lambda)^2 (n_{\mathrm{LPG}}^2 - n_3^2) \tag{34}$$

et

$$J = \frac{J_1'(u_1 a_1)}{u_1 J_1(u_1 a_1)} \tag{35}$$

$$K = \frac{K_1'(w_3 a_2)}{w_3 K_1(w_3 a_2)} \tag{36}$$

$$p1(r) = J1(u_2 r) N_1(u_2 a_1) - J_1(u_2 a_1) N_1(u_2 r) \tag{37}$$

$$q1(r) = J1(u_2 r) N_1'(u_2 a_1) - J_1'(u_2 a_1) N_1(u_2 r) \tag{38}$$

$$r1(r) = J'1(u_2 r) N_1(u_2 a_1) - J_1(u_2 a_1) N_1'(u_2 r) \tag{39}$$

$$s1(r) = J'1(u_2 r) N_1'(u_2 a_1) - J_1'(u_2 a_1) N_1'(u_2 r) \tag{40}$$

J est une fonction de Bessel du premier ordre, K une fonction de Bessel modifiée du second ordre et N une fonction de Bessel du second ordre.

Le signe prime en exposant désigne une dérivation par rapport à l'argument.