



**HAL**  
open science

## Le cas de La Joconde : modélisation mécanique de l'action du châssis-cadre

Joseph Gril, Elisabeth Ravaud, Luca Uzielli, Jean-Christophe Dupré, Patrick Perre, David Dureisseix, Olivier Arnould, Paolo Dionisi Vici, Daniel Jaunard, Patrick Mandron

### ► To cite this version:

Joseph Gril, Elisabeth Ravaud, Luca Uzielli, Jean-Christophe Dupré, Patrick Perre, et al.. Le cas de La Joconde : modélisation mécanique de l'action du châssis-cadre. Journée d'étude Conserver aujourd'hui : les vieillissements du bois, Cité de la Musique, Feb 2007, Paris, France. pp.81-89. hal-00998133

**HAL Id: hal-00998133**

**<https://hal.science/hal-00998133>**

Submitted on 25 May 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## *Le cas de la Joconde : modélisation mécanique de l'action du châssis-cadre*

Joseph Gril<sup>1</sup>, Élisabeth Ravaud<sup>2</sup>, Luca Uzielli<sup>3</sup>, Jean-Christophe Dupré<sup>4</sup>, Patrick Perré<sup>5</sup>, David Dureisseix<sup>1</sup>, Olivier Arnould<sup>1</sup>, Paolo Dionisi Vici<sup>3</sup>, Daniel Jaunard<sup>6</sup>, Patrick Mandron<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université de Montpellier 2

<sup>2</sup>Centre de Recherche et Restauration des Musées de France, UMR 171, Paris

<sup>3</sup>Dipartimento di Scienze e Tecnologia Ambientali Forestali, Università di Firenze

<sup>4</sup>Laboratoire de Mécanique des Solides, Université de Poitiers

<sup>5</sup>Laboratoire d'Étude et de Recherche sur le Matériau Bois, ENGREF, Nancy

<sup>6</sup>Conservation-restauration de supports bois en peintures de chevalet, 12, rue d'Enghien, Paris

*Un modèle mécanique par éléments finis a été développé pour le support bois de la Joconde afin d'estimer le risque de propagation de la fissure existante du fait des restrictions imposées par le châssis cadre. Le modèle utilise en entrées des données sur la structure du bois, la géométrie du panneau, les efforts exercés par les traverses sur le panneau. Un bon accord a été obtenu avec des mesures du champ de déplacement observé par Moiré d'ombre. D'après les simulations, le châssis cadre induit une légère ouverture des lèvres de la fissure ; le taux de restitution d'énergie calculé, très inférieur aux valeurs critiques, indique un risque insignifiant de propagation de la fissure, même en tenant compte de l'effet des fluctuations hygrothermiques.*

Ceci est un preprint d'une communication parue dans les Actes de la journée d'étude *Conserver aujourd'hui : les « vieillissements » du bois* – Cité de la Musique – 2 février 2007.

### **I Introduction**

De nombreux objets du patrimoine, de grande valeur culturelle, consistent en panneaux de bois peints sur une seule face. Il peut s'agir de peintures proprement dites, pour lesquelles le bois sert de simple support, où d'objets tels que des instruments de musique ou des meubles, où le bois rempli une autre fonction, structurelle par exemple. À condition d'être mis en œuvre de manière à éviter les risques de dégradation biologique, le bois présente sur la durée d'excellentes performances et convient parfaitement comme élément structurel et/ou de support pour une peinture. Toutefois, dans le cas très fréquent de panneaux peints sur une seule face, l'asymétrie des transferts d'humidité a presque toujours été à l'origine de courbures, voire de rupture du support en bois lorsque les courbures étaient gênées [1, 2]. Dans tous les cas les déformations du support ont été à l'origine d'une dégradation plus ou moins prononcée de la couche picturale. Notamment, le réseau de craquelures visible dans de nombreuses peintures est pour une large part imputable aux fluctuations dimensionnelles du support. Les travaux qui vont être présentés ci-après s'intègrent dans un projet de recherche plus large visant d'une part à améliorer notre compréhension du comportement hygromécanique des panneaux peints du patrimoine, d'autre part à développer des outils expérimentaux et numériques utiles aux restaurateurs, conservateurs et historiens de l'art. Bien que les pratiques en matière de restauration soient bien maîtrisées par la profession, la prise de décision pour le traitement d'un objet donné peut se révéler difficile. La plupart des panneaux peints ont été construits avec cadre et traverses afin de les renforcer, assurer leur planéité et réduire les mouvements induits par les variations d'humidité. Souvent, et cela tout particulièrement au XIXe siècle, les systèmes d'encadrement et de renfort ont été modifiés, avec un bonheur inégal. En effet la généralisation du chauffage central dans la seconde moitié du XXe siècle, et plus récemment celle de la climatisation, ont considérablement accru le niveau de contrainte supporté par le bois, aboutissant dans quelques cas extrême à des ruptures catastrophiques du support. Modifier les traverses ou les laisser telles quelles, est ainsi l'un des dilemmes auquel un



La figure 1 montre un schéma de l'ensemble de la structure. Le panneau de bois, support de la couche picturale, est constitué d'une pièce unique de bois de peuplier d'environ 13 mm d'épaisseur, de fil relativement droit. Le débit est assez proche de la moelle (5 à 10 cm), de sorte qu'il est sur dosse dans la partie centrale pour devenir sur quartier vers les bords gauche et droit. La cambrure naturelle (flèche de face) due à l'anisotropie du retrait et aux échanges hygrométriques asymétriques sur les deux faces, est contrecarrée par un châssis constitué d'un cadre rectangulaire en chêne, renforcé par quatre traverses en érable. Ce châssis cadre est recouvert par un cadre externe (visible), qui n'agit pas directement sur le panneau mais procure une rigidité supplémentaire au châssis cadre. Dans cette situation, du fait des fluctuations répétées de l'hygrométrie et des compressions permanentes qui en résultent à l'arrière du panneau, on s'attend à observer une double courbure avec la partie centrale du tableau se rapprochant de l'observateur [1]. L'apparition précoce d'une fissure longue d'environ 12 cm à partir de la partie gauche du bord supérieur (vu du côté peint), a modifié cette tendance. Il en a résulté une forme plus complexe avec une flèche maximale de 11 mm dans la partie droite du panneau. Des informations détaillées sur la structure du panneau, notamment une analyse de l'orientation des cernes et de la fissure à partir d'images par rayons X et optiques sont fournies dans [5]. En octobre 2004, lors d'une session durant laquelle l'œuvre a été sortie du coffre, la forme 3D du panneau a été mesurée par Moiré d'ombre [6], avec et sans châssis cadre. La précision de la mesure a été suffisante pour obtenir en tout point la variation de flèche correspondant au vissage des traverses, ainsi que, par double dérivation, les champs de courbure [7].

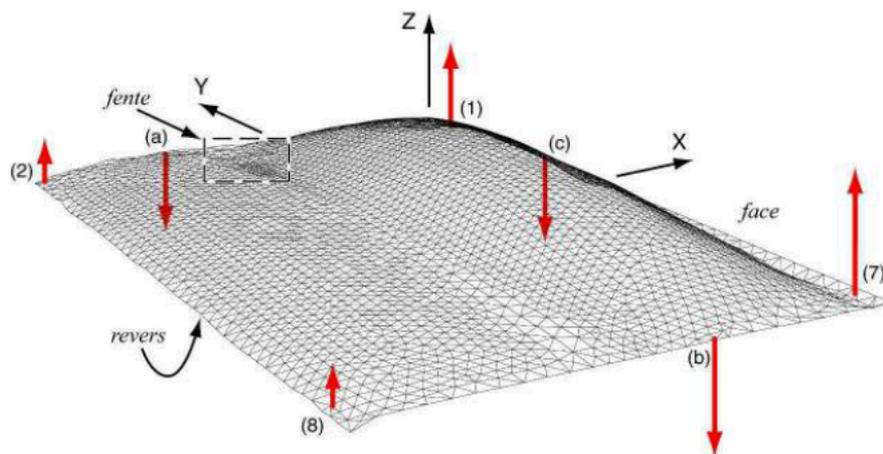


Figure 3. Maillage par éléments finis du panneau et conditions aux limites imposées

Durant la même session, les efforts appliqués par les traverses supérieure et inférieure ont été enregistrés (voir figure 2), et un enregistrement automatique de la flèche centrale a été mis en place. La température et l'humidité relative au voisinage immédiat du panneau ont été systématiquement enregistrées, tant en dehors qu'à l'intérieur du coffre. Le panneau a par ailleurs été pesé à plusieurs reprises. La précision de la mesure s'est révélée insuffisante pour en déduire une information sur la cinétique de sorption, mais a néanmoins fourni une estimation de la densité du bois d'environ  $0,45 \text{ kg/cm}^3$ , une valeur raisonnable pour le peuplier [8]. Les fluctuations hygrothermiques ont été utilisées comme données d'entrée dans une simulation hygromécanique utilisant une version 1D ou 2D du logiciel TransPore [9], fournissant des prédictions de la réaction d'une portion du panneau aux deux situations extrêmes de courbure libre ou bloquée [10].

## II.2 Formulation mécanique

Un modèle numérique utilisant une partie de cette information disponible a été mis au point [11]. Le panneau est représenté par un parallélépipède de 787 mm de hauteur, 531 mm de largeur et 13 mm

d'épaisseur. La fissure est placée à 211 mm de l'arête gauche (tableau vu de face), fait 117 mm de long, et est perpendiculaire au plan du panneau. La figure 3 montre un maillage d'éléments finis du panneau considéré comme une plaque fine. Une déformée initiale a été imposée à partir de la forme mesurée par Moiré d'ombre à l'arrière du panneau. Le fil du bois est supposé parfaitement rectiligne et parallèle à la hauteur du tableau. L'orientation des cernes est calculée en supposant que la moelle est positionnée à 50mm de la partie médiane du tableau, côté revers. L'amincissement au niveau des papillons insérés au revers pour éviter l'ouverture de la fissure n'a pas été pris en compte. Le bois est supposé être un solide élastique orthotrope avec les valeurs suivantes de constantes élastiques : modules d'Young  $E_L = 10,06$  GPa,  $E_R = 1,19$  GPa,  $E_T = 0,58$  GPa; coefficients de Poisson  $\nu_{LT} = 47,0$  %,  $\nu_{LR} = 35,6$  %,  $\nu_{RT} = 70,3$  %; modules de cisaillement  $G_{TL} = 0,64$  GPa,  $G_{RL} = 0,86$  GPa,  $G_{RT} = 0,20$  GPa. Ces valeurs ont été estimées au moyen des relations empiriques proposées par Guitard [12], à partir de la valeur de 0,45 mesurée pour la densité moyenne du panneau. Dans ce modèle numérique, l'anisotropie transverse a été prise en compte de manière approchée en introduisant un comportement isotrope transverse dépendant de la position  $x$  (voir figure 3), calculé pour le plan tangent. Au revers, le panneau est soumis à des forces imposées par les traverses supérieure et inférieure dans les quatre zones (1)–(2)–(7)–(8) de la Fig. 2 et représentées dans la Fig. 3 par les flèches montantes. Les réactions (a) et (b) exercées par le châssis cadre sont dirigées vers la face avant, au niveau d'une étroite zone non peinte longeant les arêtes supérieure et inférieure. En l'absence d'observation directe, la localisation précise de (a) et (b) est quelque peu problématique, et s'est révélée un paramètre très sensible pour le calcul. Nous avons provisoirement choisi de les positionner à 365 mm et 185 mm du bord gauche, respectivement. Un point de contact additionnel (c) a pu être localisé plus précisément sur l'arête gauche à 235 mm du haut. L'écriture des conditions d'équilibre nous permet de calculer les réactions en ces trois points de contact.

### III Résultats et discussion

#### III.1 Déformation du panneau induit par le vissage des traverses sur le châssis cadre

La figure 4c montre le déplacement de chaque point du plan du panneau sous l'action des efforts indiqués sur la figure 3. Cette simulation est comparée à l'une des observations par Moiré d'ombre. Afin de rendre la comparaison possible, tous les déplacements sont calculés à partir du plan moyen passant par les arêtes supérieure et inférieure. Un assez bon accord est obtenu, non seulement qualitativement mais aussi quantitativement. Cela est d'autant plus remarquable qu'aucun ajustement n'a été fait sur la valeur des constantes élastiques. Les différences observées peuvent être en partie attribuées à l'hétérogénéité et la variabilité du matériau, mais aussi par la sensibilité aux conditions de mesure.

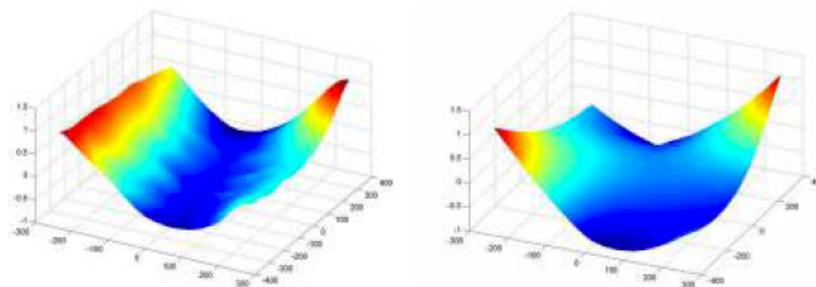


Figure 4. Variation de flèche induite par le vissage des traverses sur le châssis cadre, d'après la mesure par Moiré d'ombre (à gauche) et la simulation (à droite). Les coordonnées sont en mm, avec l'origine au centre du panneau observé de l'avant (soit avec la fissure en haut à gauche). Les déplacements en mm sont comptés positivement vers un observateur de la peinture.

Pour améliorer ces résultats, il serait possible d'affiner l'estimation de la rigidité locale du panneau, en prenant mieux en compte les variations d'épaisseur ou d'orientation du grain, et en ajustant les constantes élastiques. Toutefois le paramètre le plus sensible dans cette simulation est probablement la localisation des contacts sur la face avant des arêtes. On considère ici que la couche picturale joue un rôle négligeable vis-à-vis de la rigidité du panneau, et de ce fait réagit passivement aux mouvements imposés par le support. La déformation engendrée par l'action du châssis cadre, évaluée au niveau de la couche picturale [11], a montré une correspondance intéressante avec le réseau de craquelures dans la couche picturale [13].

### III.2 Évaluation du risque de propagation de la fissure

Ce problème va être abordé dans le cadre de la théorie de Griffith, développée à l'origine pour les matériaux fragiles [14]. Même si non applicable au bois du fait de sa nature composite et viscoélastique, cette théorie va nous fournir un ordre de grandeur indicatif. Un hypothétique allongement de la fissure, les conditions de chargement en déplacement étant maintenues constantes, induirait une restitution partielle de l'énergie élastique stockée dans la structure. D'après Griffith, la fissure ne peut se propager si ce taux de restitution d'énergie  $G$ , l'opposé du rapport entre la variation d'énergie élastique et l'incrément de surface rompue, est inférieur à une certaine valeur critique  $G_c$ . La restitution d'énergie critique  $G_c$  est en principe une propriété intrinsèque du matériau mais dépend du mode de fissuration (mode I = ouverture ; mode II = cisaillement dans le plan ; mode III = cisaillement hors plan ou « déchirement »). De plus, dans le cas d'un matériau anisotrope comme le bois, il est essentiel de prendre en compte le plan d'orthotropie concerné et la direction de propagation. Dans le cas présent, la fissure est localisée dans un plan radial, et il est raisonnable de supposer qu'une éventuelle propagation se produirait dans le sens du fil. D'autre part le mode de fissuration est inconnu, même si dans le cas d'un panneau mince le mode III est le plus attendu.

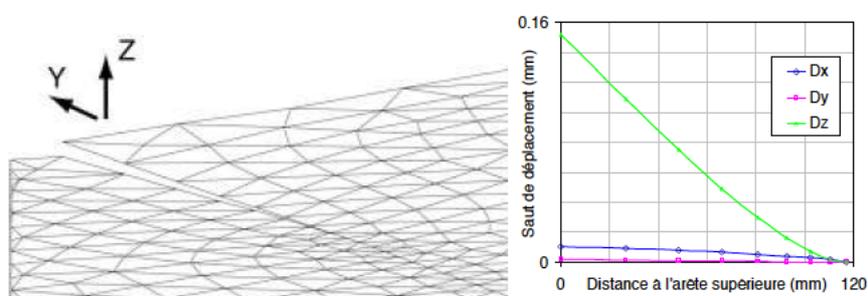


Figure 5. Effet du visage des traverses sur le panneau au voisinage des lèvres de la fissure. (a) zoom du maillage déformé autour de la fissure ; (b) Discontinuité du déplacement le long de la fissure

Le zoom de la Fig. 5a suggère que la fissure se produit effectivement en mode III sous l'effet du chargement extérieur, ce que confirment les courbes de discontinuité de déplacement dans la Fig. 5b. Au niveau de l'arête supérieure, le calcul prédit un soulèvement d'environ 0.15 mm du côté gauche de la fissure par rapport au côté droit. Une petite composante de mode I en ouverture est aussi obtenue, de l'ordre de 0.01 mm au niveau de l'arête supérieure, du fait de la forme initialement non plane du panneau. À partir de là nous pouvons estimer le taux de restitution d'énergie  $G$  en calculant l'effet d'un petit incrément de longueur de la fissure. Une valeur de 8,7 J/m<sup>2</sup> est obtenue. Elle est inférieure, de presque deux ordres de grandeur aux valeurs critiques habituellement trouvées dans le bois. En d'autres termes, cette simulation suggère qu'en conditions normales d'utilisation la fissure ne se propagera pas.

### III.3 L'effet additionnel des variations hygrothermiques

Les fluctuations de température et d'humidité induisent des variations de la courbure du panneau par superposition de plusieurs phénomènes. Les transferts de masse et chaleur, de même que le comportement viscoélastique et mécanosorptif doivent être pris en compte dans le modèle afin d'évaluer correctement la réponse du panneau. A ce stade, nous nous contentons d'une analyse simplifiée pour évaluer l'ordre de grandeur des fluctuations des forces appliquées. D'après les simulations données dans [10], le couple par unité de longueur ( $m$ ) généré par le blocage de la courbure du panneau varie, au plus, dans une fourchette de  $\pm 20$  Nm/m. Considérant qu'en deçà d'une certaine hauteur  $h$  comptée à partir de l'arête inférieure ou supérieure le panneau est entièrement bloqué par la traverse correspondante sur toute sa largeur  $L$ , la fluctuation de la force  $\Delta F$  appliquée aux extrémités de chaque traverse peut être obtenue comme suit. Considérons une poutre débitée transversalement aux fibres et qui correspondrait à la zone "bloquée" par la traverse, de largeur  $h$ , et de longueur  $L$  égale à la largeur du panneau. Sous l'effet du couple  $m \times h$  agissant sur toute la poutre, elle devrait prendre une flèche  $f_1 = (m h L^2)/(8 E I)$ , où  $E$  est le module élastique du bois dans la direction axiale de la poutre et  $I$  son moment d'inertie en flexion. Par ailleurs, une force  $\Delta F$  appliquée aux deux extrémités de la poutre, avec une réaction au centre, produirait par flexion 3 points une flèche :  $f_2 = (\Delta F L^3)/(12 E I)$ . Supposant  $f_1 = f_2$ , nous obtenons la force nécessaire au blocage de l'action du couple généré dans la poutre :  $\Delta F = 3 m h/(2 L)$ . En prenant  $L = 0,5$  m et  $h = 0,05 \sim 0,25$  m, nous obtenons  $\Delta F = 3 \sim 15$  N, valeurs comparables aux valeurs de  $7 \sim 23$  N mesurées en octobre 2004. Bien que très insuffisante car ne prenant pas en compte les efforts longitudinaux, cette approximation suggère néanmoins que des variations d'humidité sont susceptibles de causer des fluctuations significatives des forces appliquées par les traverses, sans toutefois modifier leur ordre de grandeur. En termes de risques additionnels de propagation de fissure, il n'y a probablement pas lieu de s'inquiéter, surtout si les nouvelles conditions de conservation de l'œuvre garantissent un niveau des fluctuations réduit. Il convient néanmoins de demeurer extrêmement prudent, étant donné les hypothèses simplificatrices du calcul effectué. En particulier, l'analyse ne prend pas en compte des effets locaux au voisinage de la pointe de fissure. Le rôle des papillons a été également laissé de côté : ils s'opposent à une éventuelle ouverture de la fissure, mais en même temps l'amincissement peut avoir affaibli le panneau. La contribution à la rigidité du panneau de la couche picturale devrait aussi être considérée. Quoi qu'il en soit, l'analyse mérite d'être poursuivie et affinée de manière à tirer parti de l'ensemble de l'information disponible, et la plus grande précaution est de mise pour en tirer des conclusions pratiques.

## IV Conclusion et perspectives

La campagne d'observations et d'expérimentations initiée en octobre 2004 a comblé des lacunes importantes dans notre connaissance du support en bois de la Joconde. Les informations rassemblées nous ont permis d'obtenir des données essentielles sur la structure et la forme du panneau, son chargement et ses déformations en réponse aux variations de température et d'humidité. De plus, une instrumentation permettant l'enregistrement continu de forces et de courbures a été mise en place, permettant un meilleur suivi de l'œuvre. L'information rassemblée permettra d'avancer vers la mise en place de modèles mécaniques tant pour accompagner le suivi du tableau que notre compréhension de l'histoire du panneau. Même si la fissure ne semble pas risquer de progresser d'après l'analyse 2D présentée, cela demande à être confirmé par une analyse 3D, qui devrait inclure le comportement viscoélastique et hygrothermique du matériau. L'étude prospective, conduite après validation du modèle, pourrait nous conduire à formuler des propositions de modifications du châssis cadre.

## Remerciements

Nous remercions tout particulièrement Jean-Pierre Mohen, Michel Menu et Bruno Mottin du C2RMF, (UMR CNRS 171), de même que Cécille Scallièrez et Vincent Pomarède, conservateurs au musée du Louvre, pour leur soutien dans ce travail de recherche.

## Références

- [1] Buck R.D. (1972), Some applications of rheology to the treatment of panel paintings. *Studies in Conservation* 17, 1:11
- [2] Mecklenburg M., Tumosa C., Erhardt (1998), Structural response of painted wood surfaces to changes in ambient relative humidity. In *Painted wood: History and Conservation*, ed. V. Dorge et C. Howlett, Getty Institute of Conservation.
- [3] Brewer A. (1999), Effect of batten reinforcements on paintings on wood panel. Dans : *Proc of the 12th Triennial Meeting of ICOM-CC*, Lyon, France, 29.8-3.9.99, 276-281.
- [4] Mohen J.P., Menu M., Mottin B. (2006), Au cœur de La Joconde, Gallimard, Paris (*traductions américaine et allemande*)
- [5] Ravaud E. (2006), Un panneau de peuplier, le support de bois de La Joconde. In [4] pp 36-42
- [6] Mauvoisin G., Brémand F., Lagarde A. (1994), 3D shape reconstruction by phase shifting shadow moiré. *Applied Optics* Vol. 33, n°11, pp 2163-2169, 1994.
- [7] Brémand F., Doumalin P., Dupré J.-C., Hesser F., Valle V. (2006), Un panneau de peuplier, des mesures du relief sans contact. In [4], pp 47-50
- [8] Uzielli L., Dionisi Vici P., Gril J. (2006), Un panneau de peuplier, caractérisation physico-mécanique du panneau. In [4], pp. 52-53
- [9] Perré P., Passard J. (2004), A physical and mechanical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions, *Drying Technology Journal* 22:27-44.
- [10] Perré P., Rémond R., Gril J. (2006), Un panneau de peuplier. Une simulation de l'effet des variations de l'ambiance. In [4], pp. 53-55
- [11] Dureisseix D., Gril J., Arnould O. (2006), Un panneau de peuplier. Une modélisation de l'action du châssis-cadre. In [4], pp. 55-57
- [12] Guitard D. (1987), Mécanique du bois et composites. Coll. Nabla, Cépadues Editions
- [13] Ravaud E. (2006), Un panneau de peuplier, Un complexe réseau de craquelures. In [4] pp.42-47
- [14] Griffith A.A. (1921), The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Series A, 221:163-198