



**HAL**  
open science

# Champs Gaussiens conditionnels pour la modélisation inter-échelle de textures : Application à la super-résolution en télédétection satellitaire de l'océan

Brahim Boussidi, Ronan Fablet, Bertrand Chapron, Emmanuelle Autret

## ► To cite this version:

Brahim Boussidi, Ronan Fablet, Bertrand Chapron, Emmanuelle Autret. Champs Gaussiens conditionnels pour la modélisation inter-échelle de textures : Application à la super-résolution en télédétection satellitaire de l'océan. *Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA)* 2014, Jun 2014, France. hal-00990979

**HAL Id: hal-00990979**

**<https://hal.science/hal-00990979>**

Submitted on 14 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Champs Gaussiens conditionnels pour la modélisation inter-échelle de textures : Application à la super-résolution en télédétection satellitaire de l'océan

B. Boussidi, R. Fablet<sup>1</sup>

B. Chapron, E. Autret<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Télécom Bretagne, UMR LabSTICC, Technopôle Brest Iroise, Brest, France

<sup>2</sup> Laboratoire d'océanographie spatiale, Ifremer, Plouzané, France

brahim.boussidi@telecom-bretagne.eu

## Résumé

*Cet article s'intéresse à la modélisation et la simulation inter-échelle de textures. Nous considérons ici des modèles de champs gaussiens conditionnels obtenus comme solutions d'équations aux dérivées partielles stochastiques. Ces modèles sont utilisés pour la synthèse de texture non-stationnaire tout en ayant un contrôle sur les propriétés spectrales, statistiques et géométriques des champs générés. Nous montrons que ces modèles peuvent s'obtenir à l'aide d'une convolution non-stationnaire d'un bruit blanc gaussien par un opérateur linéaire associée à la fonction de covariance, qui peut notamment prendre en considération des propriétés géométriques d'anisotropie. Les versions discrétisées de ces modèles correspondent à des modèles AR 2D, obtenus à l'aide de la représentation harmonisable de l'opérateur différentiel.*

*Ces différents opérateurs sont explicités de manière analytique dans le cas des champs dits Matérn. L'apport de ces méthodes par rapport à des versions non paramétriques stationnaires est discuté. Une application à la super-résolution basée texture d'images satellitaires associées à des dynamiques turbulentes à la surface de l'océan permet de valider le modèle proposé.*

## Mots Clef

EDPS, Synthèse de texture, Super-résolution basée texture.

## Abstract

*This article focuses on inter-scale texture modeling and simulation. We consider conditional Gaussian models obtained as solutions of stochastic partial differential equations. These models are used to synthesize non-stationary textures while controlling the spectral, geometric and statistical properties of generated fields. We show that these models can be obtained using a non-stationary convolution of a white Gaussian noise by a covariance-based kernel, which can account for geometric anisotropy properties. Discretised versions of these models can be regarded as 2D AR models, obtained using the spectral representation of the differential operator. These various operators are an-*

*alytically stated in the case of Matérn fields. The contribution of these methods compared to non-parametric stationary versions is discussed. An application to texture-based super-resolution for the satellite sensing of ocean surface dynamics allows us to validate the proposed model.*

## Keywords

SPDE, Texture synthesis, Super-resolution texture-based

## 1 Introduction et Etat de l'art

Ce papier présente une stratégie de modélisation et de synthèse multi-échelle de textures, mettant en oeuvre un modèle probabiliste basé sur des champs gaussiens conditionnels. Le modèle proposé permet de prendre en compte des propriétés de géométrie non-stationnaire ainsi que l'éventuelle caractère non-Gaussien des distributions marginales associées à un contenu texturé. L'approche multi-résolution adoptée représente un intérêt certain dans des applications comme la super-résolution basée sur la texture.

L'analyse et la synthèse des textures visuelles sont des thèmes de recherche extrêmement actifs depuis plusieurs décennies. Les avancées réalisées depuis une dizaine d'années ont conduit à une amélioration significative des techniques de synthèse de texture. On peut notamment citer les méthodes qui se basent sur les champs de Markov généralisation des modèles auto-régressifs, dont le principe consiste à définir en chaque pixel des lois conditionnelles par simple connaissance de l'information au le voisinage. On peut également mentionner les approches dites basées "exemple" ou encore les méthodes par "patch", ou encore des avancées récentes basées sur des représentations aléatoires des phases de la transformée de Fourier de l'image. En dépit de leurs performances en termes de synthèse de textures visuelles, ces modèles se fondent sur la formulation de contraintes sur la distribution des niveaux de gris et n'appréhendent pas explicitement la composante géométrique des textures. Cela les rend peu adaptées au contexte applicatif considéré ici, pour lequel la prise en compte d'a priori géométriques est recherchée. Dans ce

contexte, les cascades multiplicatives fournissent un cadre conceptuel intéressant pour aborder la synthèse de textures en intégrant des contraintes géométriques, notamment à travers le spectre multifractal. Chainais et al. [6] ont proposé une première application à la super-résolution de texture pour des applications à l'imagerie de la surface du soleil. Le modèle utilisé repose sur l'exploitation de propriétés d'invariance d'échelle observées sur les images considérées et exploite un modèle stochastique multifractal.

Ce modèle n'exprime toutefois pas de conditionnement explicite des composantes inter-échelle. Il en résulte notamment que les détails simulés sont stationnaires et spatialement homogène, hypothèse généralement non vérifiée, comme l'illustre la Figure 2.

Dans un contexte d'analyse multi-échelle, ici pour des applications en super-résolution, nous souhaitons au contraire pouvoir appréhender le caractère non-stationnaire des structures mises en évidence à haute-résolution à travers le conditionnement par l'information observée à une résolution plus faible. Nous privilégions des approches paramétriques (noyau de Matérn [7]) pour contrôler un ensemble de caractéristiques des textures (e.g., caractéristiques spectrales, anisotropie locale, non-gaussianité,...).

Cet article est organisé comme suit : Nous présentons dans un premier temps le modèle Gaussien conditionnel de synthèse de textures ainsi que des analyses de simulations (Section 2). Enfin, une dernière partie de ce papier concerne la validation expérimentale des performances de nos modèles à travers une application à la super-résolution basée sur la textures de champs de température à la surface de l'océan. Une étude comparative est menée visant à confronter les modèles probabilistes proposés à ceux de l'état de l'art.

## 2 Champs gaussien conditionnels

### 2.1 Modèle stationnaire

Dans cet article, nous considérons des champs gaussiens 2D. Formellement, ils peuvent être formulés comme des solutions d'équations aux dérivées partielles stochastiques dirigées par un bruit blanc gaussien. De manière générale, ces équations peuvent s'écrire sous la forme suivante [7] :

$$\mathcal{L}X = \sigma d\mathcal{W} \quad (1)$$

où  $\mathcal{L}$  est un opérateur différentiel linéaire,  $\mathcal{W}$  est un processus de Wiener sur  $R^2$  (les accroissements  $\mathcal{W}(du)$  sont gaussiens, centrés, indépendants),  $\sigma$  un paramètre positif. Pour inverser cette équation, on peut utiliser la représentation de l'opérateur différentiel  $\mathcal{L}$  dans le domaine de Fourier, ce qui revient à calculer la fonction de Green qui lui est associée. Ceci est possible grâce notamment à la propriété d'échange produit/convolution de la transformée de Fourier. Dans ce cas, l'équation (1) peut se mettre sous

forme d'un processus de convolution comme suit :

$$X(s) = \int_{R^2} \mathcal{G}(s-u) d\mathcal{W}(du) \quad (2)$$

où  $\mathcal{G}$  représente la fonction de Green associée à  $\mathcal{L}$ . Ainsi, le champ aléatoire  $X(s)$ , formulé sous forme d'une intégrale stochastique, suit une loi gaussienne dont la structure de covariance est donnée par [1] :

$$\mathcal{C}(r) = \int_{R^2} \mathcal{G}(u-r)\mathcal{G}(u)du \quad (3)$$

Il s'agit d'une auto-convolution du noyau  $\mathcal{G}$ . La version discrétisée de cette intégrale stochastique correspond donc à un modèle à moyenne mobile spatiale ç.à.d un filtrage d'un bruit blanc gaussien par un noyau de convolution  $\mathcal{G}$ . En reprenant la terminologie de [1], ce processus est connu sous le nom d'ADSN (pour Asymptotic Discrete Spot Noise) et intervient comme limite asymptotique aux modèles de "Shot Noise" qui résultent de la superposition des copies du  $\mathcal{G}$  (appelée également "Texton" [13]) dont les centres sont lancés suivant un processus ponctuel de Poisson. Il peut être remarqué que le modèle de Chainais et al. [6] peut être vu comme une extension multi-échelle du modèle "Shot Noise". Dans le cadre de la synthèse des textures gaussiennes stationnaires, ces méthodes non-paramétriques sont rapides et efficaces. Le noyau de convolution peut être estimé à partir de l'évaluation de la densité spectrale d'une image de référence [13] :

$$\tilde{\mathcal{G}}(r) = \mathcal{F}^{-1}(\sqrt{\tilde{\mathcal{S}}(w)}) \quad (4)$$

où  $\tilde{\mathcal{S}}(w)$  est un estimateur de la densité spectrale de l'image de référence et  $\mathcal{F}^{-1}$  est la transformée de Fourier inverse. L'équation (2) se ramène donc à une transformée de Fourier discrète rapide. Ces méthodes non-paramétriques ne permettent pas d'appréhender la variabilité spatiale de la dépendance inter-échelle des structures géométriques observées. Leur extension non-stationnaire reste à notre connaissance à envisager.

Dans cette optique, nous nous intéressons ici à des modèles gaussiens paramétriques, plus particulièrement à la classe des champs de Matérn. Ce choix couvre une large gamme de structure de covariance. Nous en considérons une version transformée pour appréhender les propriétés (locales) d'anisotropie géométrique recherchées. L'intérêt du modèle de Matérn réside également dans la possibilité de dériver une expression analytique du noyau de convolution utilisé dans l'équation (2). L'opérateur différentiel associé est un opérateur fractionnaire s'écrivant sous la forme suivante :

$$\mathcal{L} = (\kappa^2 - \Delta)^{\nu+1/2} \quad (5)$$

où  $\Delta$  est le Laplacien,  $\kappa$  et  $\nu$  sont des paramètres positifs. Dans ce cas, la structure de covariance isotrope associée à  $X$  est donnée par :

$$C_{(\nu,\kappa,\sigma)}(r) = \frac{2^{1-\nu}\sigma^2}{4\pi\Gamma(\nu+1)\kappa^{2\nu}}(\kappa r)^\nu K_\nu(\kappa r) \quad (6)$$

où  $\mathbf{r} = |r|$ ,  $K_\nu$  est la fonction de Bessel modifiée du deuxième espèce d'ordre  $\nu$  et  $\Gamma$  est la fonction gamma.

Le noyau de convolution associé s'exprime comme une fonction de covariance de Matérn avec les paramètres suivants :  $\nu_G = \nu/2 - 1/2$ ,  $\sigma_G = \sqrt{\sigma}$  et  $\kappa_G = \kappa$ . Il peut être noté que les modèles de covariance de type Matérn comprennent les cas particuliers classiques exponentiel et gaussien.

Pour prendre en compte des propriétés géométriques d'anisotropie, nous proposons de généraliser ce modèle à l'aide d'une transformation linéaire (dilatation et rotation) du système de coordonnées. Dans ce cas les courbes de niveaux de la fonction de covariance deviennent elliptiques. Cette démarche revient à appliquer la matrice de transformation suivante au système de coordonnées.

$$\begin{bmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_2 \end{bmatrix} = \kappa^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

où  $R$  caractérise le facteur d'anisotropie dans la direction  $\theta$  et  $\kappa^{-1}$  représente la longueur de corrélation dans cette direction principale.

## 2.2 Calibration du modèle

Le fait de considérer un modèle gaussien paramétrique permet d'estimer les paramètres du modèle à partir de données. La méthode d'estimation des paramètres de la structure de covariance se base sur l'évaluation empirique de moments du second-ordre à partir d'une image de référence. Nous considérons notamment les moments associés aux dérivées secondes de la fonction de covariance à l'origine. Ces moments sont associés aux dérivées partielles du champ considéré :

$$Q_{ij} = \langle \partial_i X(s) \partial_j X(s) \rangle = - \frac{\partial^2 \mathcal{C}(r)}{\partial r_i \partial r_j} \Big|_{r=(0,0)} \quad (8)$$

où  $\langle \rangle$  dénote la moyenne empirique. En écrivant la fonction de covariance dans le système de coordonnées principales, où elle est isotrope, notamment en terme de  $\tilde{r}_i = \kappa_i r_i$ , ( $i = 1, 2$ ), l'équation (8) devient :

$$Q_{ij}^* = - \delta_{ij} \kappa_i \kappa_j \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{C}}(\tilde{r})}{\partial \tilde{r}_i \partial \tilde{r}_j} \Big|_{\tilde{r}=(0,0)} \quad (9)$$

$$= - \frac{\delta_{ij} \kappa_i \kappa_j}{2} \Delta \tilde{\mathcal{C}}(0,0) \quad (10)$$

où  $\Delta \tilde{\mathcal{C}}(0)$  est le laplacien de la fonction de covariance évalué à l'origine et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker qui est égale à 1 si  $i = j$  et 0 sinon. Le laplacien se calcule explicitement pour la fonction de covariance de Matérn. On peut montrer que :

$$\frac{\partial}{\partial r_i} \mathcal{C}_{\kappa,\nu}(r) = - \frac{r_i}{2\nu} \mathcal{C}_{\kappa,\nu-1}(r) \quad (11)$$

La méthode d'estimation se base donc sur la diagonalisation de la matrice  $Q$ . Plus précisément, on a :  $R = \sqrt{\frac{Q_{11}^*}{Q_{22}^*}}$

et  $\kappa_i^2 = -2Q_{ii}^*/\Delta \tilde{\mathcal{C}}(0,0)$ . Enfin, la direction d'anisotropie  $\theta$  correspond à la direction principale associée à la plus grande valeur propre.

Cette approche peut être étendue pour l'estimation de l'exposant fractionnaire  $\nu$ . Dans l'application considérée, ce paramètre fournit un degré de liberté supplémentaire pour contraindre la densité spectrale du champ généré. Il est associé à la dimension fractale du champ [7].

## 2.3 Modèle non-stationnaire

Nous considérons ici des extensions non-stationnaires des modèles Gaussiens Matérn. Notre idée pour introduire la non stationnarité est de faire varier les paramètres de l'EDPS (1), de sorte à contrôler localement la régularité géométrique des champs générés conditionnellement à un champ  $Y$ . De manière équivalente, cela est possible notamment en considérant l'équation (2) avec des noyaux locaux :

$$X(s)|Y = \int_{R^2} \mathcal{G}_{(\kappa(s),\nu(s),\sigma(s))}^{(\theta(s),R(s))}(s,u) dW(du) \quad (12)$$

où  $\kappa$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $\theta$  et  $R$  sont maintenant des champs spatiaux fonction du champ  $Y$ . Cette formulation sera exploitée dans l'application considérée, pour conditionner le champ  $X$  par un champ extérieur.

## 2.4 Simulations

Pour illustrer les caractéristiques du modèle proposé, nous fournissons des exemples de champs simulés pour différents jeux de paramètres. En utilisant un schéma d'approximation discret dans le domaine spatial pour le processus de convolution non-stationnaire (Eq. 12).

## 3 Application à la super-résolution basée texture

Dans le contexte de la télédétection satellitaire de l'océan, différentes technologies de capteurs satellitaires sont opérationnels. Ces technologies diffèrent notamment dans l'échantillonnage spatio-temporel réalisé. A titre d'exemple, pour l'observation de la température à la surface de la mer, les capteurs micro-onde fournissent des images avec des résolutions spatiales de quelques dizaines de kilomètres, alors que des capteurs dans des longueurs visibles fournissent des images dites haute-résolution (de l'ordre de quelques kilomètres). Ces capteurs diffèrent également dans leur sensibilité à la couverture nuageuse, les capteurs haute-résolution pouvant présenter des taux de données manquantes extrêmement élevés. La modélisation inter-échelle est donc un enjeu opérationnel important.

Nous présentons dans cette section l'application du modèle Gaussien conditionnel, présenté dans la section précédente, à la simulation d'observations haute-résolution de champs géophysiques [17], étant donné une observation basse-résolution. A travers le modèle stochastique proposé, l'objectif est de contrôler les caractéristiques

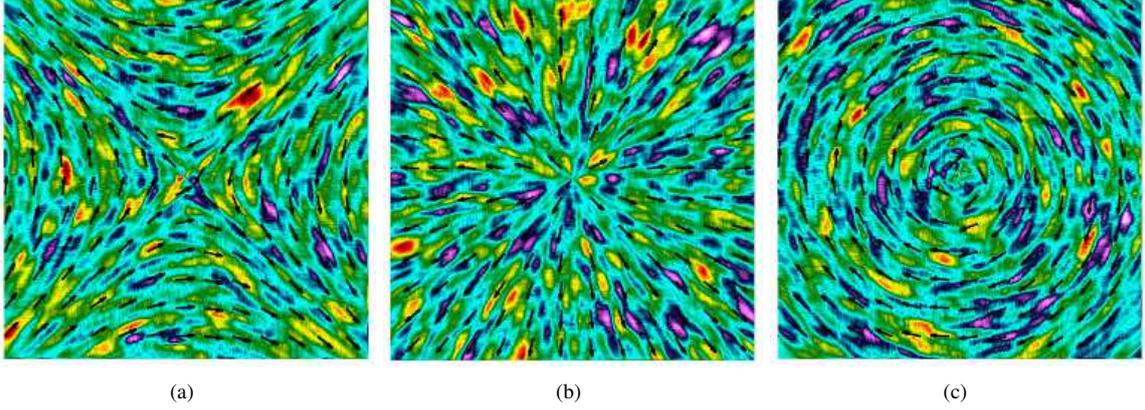


FIGURE 1 – Simulations de champs Gaussiens non-stationnaires en utilisant un champ d’orientation (a) hyperbolique, (b) divergent, (c) circulaire. Pour les trois simulations le jeu de paramètres utilisé est :  $R = 0.3$ ,  $\kappa = 5$ ,  $\sigma = 0.2$  et  $\nu = 3.8$

géométriques, spectrales et statistiques des images haute-résolution simulées. Nous introduisons tout d’abord les notations mathématiques nécessaires pour aborder cette problématique de super-résolution. Nous présentons ensuite la mise en oeuvre pratique de la méthode proposée. La pertinence de notre approche est évaluée à travers une étude qualitative et quantitative réalisée sur des images satellitaires de la température de surface.

### 3.1 Super-résolution par champs Gaussiens conditionnels :

Etant donné une image haute-résolution  $I_{HR}$  et une version basse-résolution obtenue par un filtrage spatial passe-bas, le problème de la super-résolution peut être formulé comme suit :

$$\text{Trouver } I|I_{LR} \quad \text{s.c } \mathcal{P}[I] = I_{LR} \quad (13)$$

où  $\mathcal{P}$  est un opérateur de projection associé à des décompositions en ondelettes discrètes qui vérifient des propriétés d’orthogonalité [11].

Compte tenu de la linéarité de  $\mathcal{P}$ , le problème de la super-résolution peut être posé en terme de l’écart résiduel  $\delta I = I - I_{LR}$ . Dans cette application, nous modélisons  $\delta I$  en utilisant l’équation EDPS (1) avec un noyau de Matérn :

$$(\kappa(s)^2 - \Delta)^{\nu(s)+1/2} \delta I = \sigma(s) d\mathcal{W} \quad (14)$$

On peut remarquer que la variabilité de ce champ autour de la basse-résolution n’est pas en général stationnaire. En particulier, dans l’application considérée, l’analyse qualitative des observations réelles haute-résolution des champs géophysiques à la surface de l’océan, suggère un conditionnement de la régularité géométrique de  $\delta I$  vis-à-vis de la norme du gradient local de la manière suivante :

– dans les zones de gradients forts, il est attendu un fort degré d’anisotropie, avec des longueurs de corrélation importantes, dans la direction basse-résolution  $\theta_{LR}$  (direction perpendiculaire à la direction du gradient local).

– a contrario, cette anisotropie devient faible dans les zones de faibles gradients.

Pour prendre en contact des observations expérimentales, nous proposons de définir les champs  $R$ ,  $\theta$ ,  $\kappa$ ,  $\nu$  et  $\sigma$  comme des fonctions du gradient de l’observation basse-résolution, à savoir en un point  $p$  donné :

- La direction d’anisotropie locale  $\theta_p$  est donnée par la direction basse-résolution  $\theta_{LR}$ , perpendiculaire à la direction du gradient à basse-résolution ;
- La variance locale  $\sigma^2$ , le facteur d’anisotropie  $R$  et le paramètre de corrélation  $\kappa$  sont définis comme des fonctions de la norme du gradient à basse-résolution.

Concernant la calibration des paramètres du modèles. Elles reposent, pour les paramètres  $\sigma^2$ ,  $R$  et  $\kappa$ , sur l’application de la méthode de moments décrites dans la section (2) pour des classes de norme de gradient basse-résolution. Concernant l’exposant fractionnaire  $\nu$ , nous l’exploitons comme un degré de liberté supplémentaire du modèle conditionnel proposé pour contrôler les caractéristiques spectrales globales des champs 2D simulés. Ces caractéristiques spectrales peuvent s’exprimer ici comme des mélanges des caractéristiques de champs Matérn stationnaires avec une variable latente qui correspond à la norme du gradient basse-résolution. La calibration du champ  $\nu$  est alors formulée comme la minimisation d’un critère d’erreur quadratique entre d’une part, les densités spectrales radiales observées et prédites, et d’autre part, les distributions marginales observées et prédites.

### 3.2 Résultats

Nous fournissons en Fig.2 une illustration des résultats obtenus par le modèle proposé pour la simulation haute-résolution de champs de température à la surface de l’océan à partir d’une observation satellitaire basse-résolution. L’intérêt du modèle proposé est de pouvoir simuler des images de température réalistes, avec une variabilité plus importante par rapport à l’image basse résolution, tout en retrouvant des caractéristiques attendues (densité spectrale, non-Gaussianité, anisotropie

locale). L'image simulée permet également de distinguer des structures orientées aux petites échelles associées à des gradients plus marqués. En particulier, cet exemple pointe l'importance d'une modélisation conditionnée par l'observation à basse résolution pour bien appréhender les différences de variabilité inter-échelle entre des zones de fort et faible gradient. Le modèle proposé permet également de reproduire une autre caractéristique importante des images haute-résolution : le caractère non-gaussien de l'incrément haute-résolution. Comme illustré en Figure 2, cet incrément présente une queue de distribution plus lourde qu'une distribution gaussienne. Cette propriété résulte du fait que la loi marginale du champ de détails peut être vue comme un mélange de lois gaussiennes avec des poids relatifs et des variances données par la distribution de la norme du gradient basse-résolution. Les Fig.2c et Fig.2d comparent le modèle proposé à des modèles de simulation de champs gaussiens avec une covariance spatiale fourni par la covariance empirique de l'image haute-résolution et d'autre part un modèle basé uniquement sur la loi marginale des coefficients d'ondelettes dans chaque sous-bande, en supposant l'indépendance statistique intra-bande. Les résultats fournis montrent que ces deux modèles ne permettent évidemment pas de capturer la variabilité spatiale de la dépendance inter-échelle des structures géométriques observées dans les images observées. En outre, alors que le modèle ADSN permet de reproduire les caractéristiques spectrales, il ne peut simuler des marginales non-gaussiennes. Le deuxième modèle présente un comportement inverse.

## 4 Conclusion et Perspective

Nous avons dans cet article présenté des modèles de champs Gaussiens conditionnels obtenus comme solutions d'équations aux dérivés partielles stochastiques. Ces modèles sont exploités pour la super-résolution basée texture d'images satellitaires de la température de surface de l'océan. Cette procédure se base sur l'exploitation du conditionnement des détails haute-résolution vis-à-vis de l'observation basse-résolution. Le paramétrage de ce modèle d'EDPS conditionnels dépend directement de l'observation basse-résolution, à travers la norme de son gradient. Cela nous permet de contrôler des caractéristiques géométriques et spectrales de l'image simulée.

Nos travaux futurs porteront sur l'application du modèle proposé à l'interpolation multi-résolution de données manquantes. Ce problème d'interpolation pourra être formulé comme un problème de super-résolution similaire à celui formulé dans ce papier, en intégrant le fait que l'image à haute-résolution est partiellement connue.

## Références

[1] B. Galerne, Y. Gousseau, and J.M. Morel, "Random phase textures : Theory and synthesis," *IEEE Trans. on Image Processing*, 257–267, 2011.

[2] W.T Freeman, C. Liu, "Markov random fields for super-resolution and texture synthesis," *Advances in Markov Random Fields for Vision and Image Processing, Chapter 10. MIT Press*, 2011.

[3] F. Wentz, C. Gentemann, and D. Smith, "Satellite measurements of sea surface temperature through clouds," *Science*, 847–850, 2002.

[4] D. Glasner, S. Bagon, and M. Irani, "Super-resolution from a single image," in *Proc. ICCV*, 349–356, 2009.

[5] W.T. Freeman, T.R. Jones, and E.C. Pasztor, "Example-based super-resolution," *IEEE Comp. Graph. App*, 56–65, 2002.

[6] P. Chainais, E. Koenig, V. Delouille, and J.P. Hochedez, "Virtual super resolution of scale invariant textured images using multifractal stochastic processes," *J. Math. Imaging Vis*, 28–44, 2011.

[7] D. Bolin, "Spatial matern fields driven by non-gaussian noise," *Scand. J. Stat*, 2013.

[8] R. Fablet, B. Boussidi, E. Autret, and B. Chapron, "Random walk models for geometry-driven image super-resolution," in *Proc. ICASSP*, 2207–2211, 2013.

[9] D.J. Heeger and J.R. Bergen, "Pyramid-based texture analysis" *Proc. ACM SIGGRAPH*, 229–238, 1995.

[10] H.L. Bryden and L.M. Beal, "Role of the Agulhas current in Indian ocean circulation and associated heat and freshwater fluxes," *Deep Sea Res Part 1 : Ocean Res*, 1821–1845, 2001.

[11] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing (2. ed)*, Academic Press, 1999.

[12] A. Chaigneau, M. Le Texier, G. Eldin, C. Grados, and O. Pizarro, "Vertical structure of mesoscale eddies in the eastern south pacific ocean : A composite analysis from altimetry and argo profiling floats," *J. Geophys. Res.*, 116, 2011.

[13] A. Desolneux, L. Moisan, S. Ronsin, "Vers un texton pour les micro-textures," *actes du GRETSI*, 2011.

[14] J. Barral, B. Mandelbrot, "Multiplicative products of cylindrical pulses," *Probab. Theory Relat. Fields.*, 409–430, 2002.

[15] P. Chainais, "Infinitely divisible cascades to model the statistics of natural images," *IEEE TPAMI*, 2105–2119, 2007.

[16] A. Efros, W. Freeman, "Image quilting for texture synthesis and transfer," *Proc. ACM SIGGRAPH*, 341–346, 2001.

[17] C. Lantuéjoul, "Geostatistical Simulation : Models and Algorithms," *Springer*, 2002.

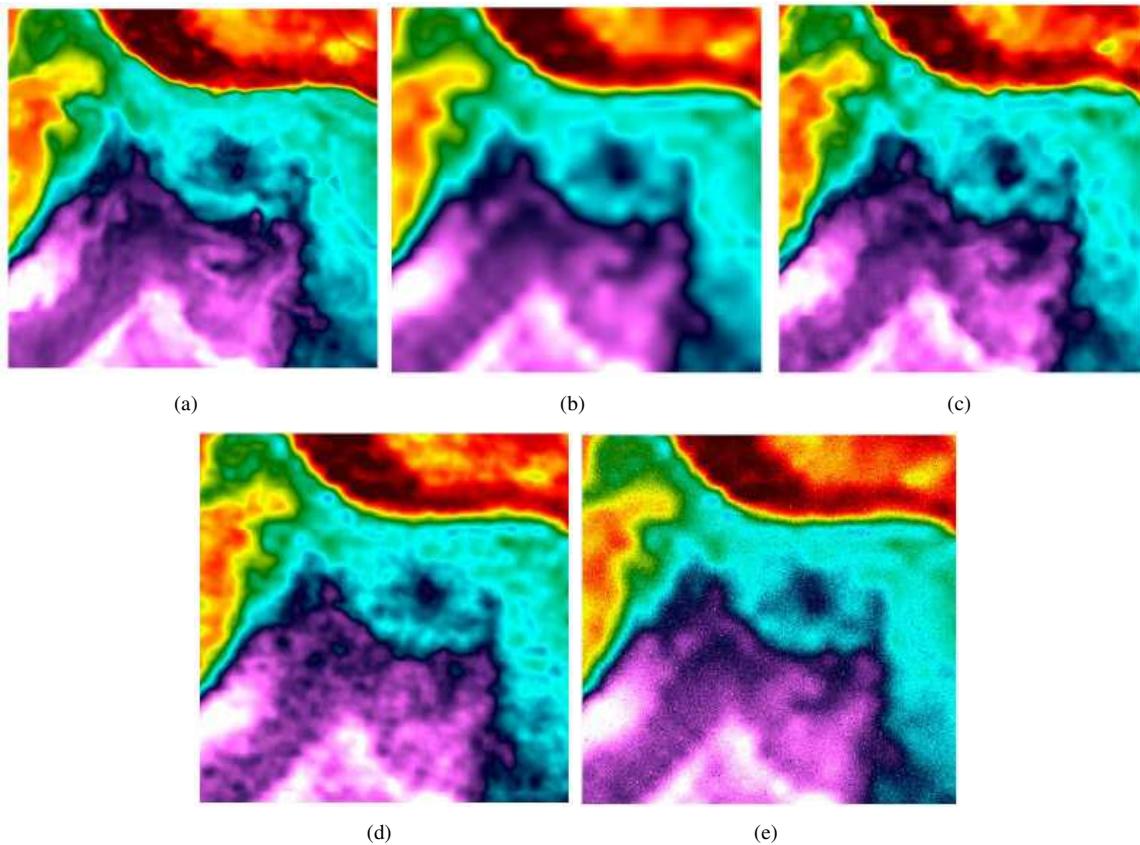


FIGURE 2 – Simulation haute-résolution d'un champ de température à partir d'une observation basse résolution (a) Image réelle haute-résolution, (b) Image basse-résolution (sous échantillonnage d'un facteur 16), (c) Image haute-résolution simulée, (d) Une simulation par un modèle de champ gaussien dont la covariance est la covariance empirique de l'image haute-résolution [1], (e) Simulation dont le modèle sous-jacent est donné par la distribution empirique des coefficients d'ondelettes dans chaque sous-bande [9]

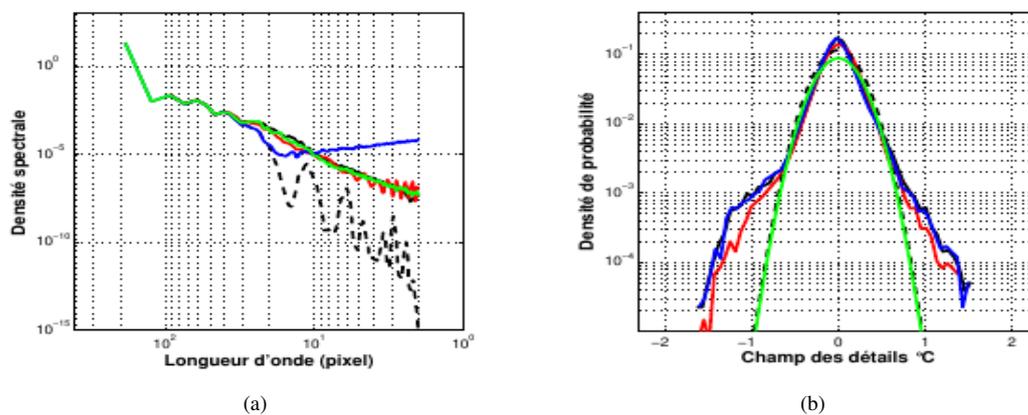


FIGURE 3 – Comparaison (a) des densités spectrales radiales et (b) des distributions des détails haute-résolution pour chaque image de la figure 2 (a : noir -, b : noir --, c : rouge -, d : vert-, e : bleu -). Pour illustrer le caractère non-Gaussien du champ des détails, une distribution normale de même variance est également visualisée.