



HAL
open science

Révision par r-ensembles de bases de connaissances en DL-LiteR

Salem Benferhat, Zied Bouraoui, Odile Papini, Eric Würbel

► **To cite this version:**

Salem Benferhat, Zied Bouraoui, Odile Papini, Eric Würbel. Révision par r-ensembles de bases de connaissances en DL-LiteR. Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA) 2014, Jun 2014, Rouen, France. hal-00989224

HAL Id: hal-00989224

<https://hal.science/hal-00989224>

Submitted on 9 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Révision par r-ensembles de bases de connaissances en *DL-Lite_R*

S. Benferhat¹

Z. Bouraoui¹

O. Papini²

E. Würbel³

¹ Université d'Artois - Nord de France, CRIL-CNRS UMR 8188.

² Université d'Aix Marseille, LSIS-CNRS UMR 7296.

³ Université de Toulon, LSIS-CNRS UMR 7296.

{benferhat,bouraoui}@cril.univ-artois.fr, odile.papini@univ-amu.fr, wurbel@univ-tln.fr

Résumé

Cet article étudie la révision par “r-ensembles” de bases de connaissances exprimées en DL-Lite en présence d’une nouvelle information plus fiable, appelée “entrée”. Cette stratégie de révision repose sur la minimisation de l’incohérence. Nous considérons différentes formes d’entrée : une assertion d’appartenance ou un axiome d’inclusion positif ou négatif. Nous donnons les propriétés logiques des opérateurs de révision proposés en termes de postulats. Nous montrons enfin comment utiliser la notion d’échantillon (“hitting sets”) pour calculer les r-ensembles. En particulier, nous montrons que pour certaines stratégies de révision et certains types d’entrées la révision par r-ensembles peut être réalisée en temps polynomial.

Mots Clef

Modèles de raisonnement, automatisation du raisonnement, web sémantique.

Abstract

This paper investigates the so-called “Removed Sets Revision” for revising DL-Lite knowledge bases. Such strategy of revision is based on inconsistency minimization. We consider different forms of the input : a membership assertion, a positive or negative inclusion axiom. We give logical properties of the proposed revision operators. Finally, we show how to use the notion of hitting set for computing the removed sets.

Keywords

reasoning models, automated reasoning, semantic web.

1 Introduction

Les Logiques de Description (DLs) ont été introduites pour représenter et raisonner sur des connaissances structurées [3]. Une attention particulière a porté sur *DL-Lite*, une famille de DLs traitables [7] qui fournit un cadre puissant de représentation flexible des connaissances assorti d’une complexité de calcul faible des processus de raisonnement. *DL-Lite* tient une place importante dans des domaines d’application variés tels que l’accès aux données basé sur

des ontologies et le Web sémantique où *DL-Lite* fournit le fondement logique du langage *OWL2-QL* ¹ dédié spécifiquement aux applications qui utilisent de très grands volumes de données. À l’origine les DLs ont été introduites pour représenter les connaissances d’un point de vue statique [3]. Cependant, dans certaines applications les connaissances peuvent évoluer. Ces aspects dynamiques ont été reconnus comme un problème important [28, 9, 23, 6, 24], en particulier lorsqu’une nouvelle information doit être prise en compte. Il s’agit d’un problème de révision de croyances qui a été caractérisé, par exemple, par les postulats AGM [1]. Ces postulats reposent sur trois idées principales : (i) le principe de primauté, (ii) le principe de cohérence, (iii) le principe de changement minimal. Ces postulats ont été formulés pour des ensembles déductivement clos de formules, éventuellement infinis. Une caractérisation de la révision de bases de croyances, c.-à-d. des ensembles finis de formules, a également été proposée dans [14, 20]. La révision de croyances a été largement étudiée pour des bases de croyances propositionnelles. Parmi ces approches, la révision par r-ensembles (RSR ²) ou approche lexicographique, a été proposée dans [26, 4] pour réviser un ensemble de formules propositionnelles. Elle repose sur le retrait d’un ensemble minimal, selon la cardinalité, de formules, appelé r-ensemble, afin de restaurer la cohérence. Cette approche comporte des propriétés intéressantes : elle n’a pas une forte complexité calculatoire, elle n’est pas trop prudente et elle satisfait tous les postulats AGM. Récemment, plusieurs travaux ont porté sur la révision de bases de connaissances représentées en DLs [11, 12, 17, 31], cependant, peu de travaux ont porté sur la révision des bases de connaissances représentées en *DL-Lite*. Dans [29, 27, 32], des approches basées sur les modèles ont été proposées. Dans [9, 23] une analyse de la complexité calculatoire a été donnée. Dans [9] deux opérateurs syntaxiques ont été proposés l’un pour la révision de TBox et l’autre pour la révision de ABox. Un autre opérateur de révision de ABox en *DL-Lite* reposant sur une structure de graphe a été introduit dans [15] où la nouvelle

1. <http://www.w3.org/TR/owl2-overview/>

2. En anglais : Removed Sets Revision.

information est restreinte une assertion d'appartenance. Cet article propose une extension de la révision par r-ensembles, initialement définie dans un cadre propositionnel, à des bases de connaissances décrites en *DL-Lite*. Une des motivations est de tirer parti, d'une part de la complexité raisonnable de *DL-Lite* et d'autre part des propriétés rationnelles de la révision par r-ensembles qui, jusqu'à présent, n'a pas été considérée dans le cadre des DLs. En particulier, nous considérons *DL-Lite_R* qui offre un bon compromis entre expressivité et complexité calculatoire.

2 Préliminaires

Pour des raisons de simplicité, nous considérons la logique *DL-Lite_{core}^H* (appelée *DL-Lite_R*), qui constitue le socle de *OWL2-QL*. Cela n'empêche pas de pouvoir étendre facilement les résultats de ce travail à d'autres logiques de la famille *DL-Lite* [2].

Le langage de *DL-Lite_{core}* est un sous ensemble du langage de *DL-Lite_R* [8]. Les concepts et les rôles sont définis comme suit :

$$\begin{array}{l} B \longrightarrow A \mid \exists R \quad C \longrightarrow B \mid \neg B \\ R \longrightarrow P \mid P^- \quad E \longrightarrow R \mid \neg R \end{array}$$

où A est un concept atomique, P est un rôle atomique, et P^- est l'inverse d'un rôle atomique. Les concepts B et C sont appelés concepts de base, et les rôles R et E sont appelés rôles de base.

Une base de connaissances *DL-Lite* est un couple $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$, où \mathcal{T} est une TBox (*Terminological Box*), et \mathcal{A} est une ABox (*Assertional Box*). Une TBox *DL-Lite_{core}* est un ensemble fini d'axiomes d'inclusion de concepts de la forme $B \sqsubseteq C$. Une ABox *DL-Lite_{core}* est un ensemble fini d'assertions d'appartenance ou assertion de ABox à des concepts et à des rôles atomiques de la forme $A(a_i)$, $P(a_i, a_j)$, où a_i et a_j sont deux individus.

DL-Lite_R étend *DL-Lite_{core}* par sa possibilité de spécifier dans la TBox des *axiomes d'inclusion de rôles* de la forme $R \sqsubseteq E$.

Dans la suite de cet article, en l'absence d'ambiguïté, nous utiliserons la dénomination *DL-Lite* pour parler de *DL-Lite_R*.

La sémantique de *DL-Lite* est définie à partir de la notion d'interprétation $I = (\Delta, \cdot^I)$ qui consiste en un domaine non vide Δ et une fonction d'interprétation \cdot^I . La fonction \cdot^I associe à chaque individu a un élément $a^I \in \Delta$, à chaque concept C un sous-ensemble $C^I \subseteq \Delta$ et à chaque rôle R une relation binaire $R^I \subseteq \Delta^I \times \Delta^I$. La fonction d'interprétation \cdot^I est étendue à toutes les constructions de *DL-Lite_R* de la façon suivante : $(\neg B)^I = \Delta^I \setminus B^I$, $(\exists R)^I = \{x \in \Delta^I \mid \exists y \in \Delta^I \text{ t.q. } (x, y) \in R^I\}$. Nous considérons *DL-Lite* avec l'hypothèse de nom unique.

On dit que I satisfait un axiome d'inclusion de concept (*resp.* de rôle), noté $I \models B \sqsubseteq C$ (*resp.* $I \models R \sqsubseteq E$), ssi $B^I \subseteq C^I$ (*resp.* $R^I \subseteq E^I$). On dit que I satisfait une assertion d'appartenance à un concept (*resp.* à un rôle) noté $I \models A(a_i)$ (*resp.* $I \models P(a_i, a_j)$), ssi $a_i^I \in A^I$ (*resp.*

$(a_i^I, a_j^I) \in P^I$). Enfin, on dit qu'une interprétation satisfait une base de connaissances $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ ssi I satisfait chaque axiome de \mathcal{T} et chaque assertion de \mathcal{A} . Une telle interprétation est appelée un modèle de \mathcal{K} [8].

Une base de connaissances exprimée en DL peut présenter deux sortes d'incohérence [3, 10]. La première forme d'*incohérence* concerne la TBox. \mathcal{T} est dite *incohérente* ssi il existe un concept C telle que, pour toute interprétation I qui est un modèle de \mathcal{T} , on a $C^I = \emptyset$. La deuxième forme correspond à la notion classique d'incohérence de bases de connaissances que nous nommons par la suite *inconsistance*. Une base de connaissances est dite *inconsistante* ou *insatisfaisable* ssi elle n'admet pas de modèle.

En *DL-Lite*, une TBox est de la forme $\mathcal{T} = \mathcal{IP} \cup \mathcal{IN}$, où \mathcal{IP} est un ensemble d'*axiomes d'inclusion positive* (IP), de la forme $B_1 \sqsubseteq B_2$ ou $R_1 \sqsubseteq R_2$, et \mathcal{IN} est un ensemble d'*axiomes d'inclusion négative* (IN), de la forme $B_1 \sqsubseteq \neg B_2$ ou $R_1 \sqsubseteq \neg R_2$. La clôture négative de \mathcal{T} , notée $cln(\mathcal{T})$ représente la propagation des IN, en utilisant les IP et les IN de la TBox. Elle est obtenue par application d'un ensemble de règles de propagation applicable jusqu'à l'obtention d'un point fixe. Son calcul s'effectue en temps polynômial [8]. *DL-Lite* bénéficie de la propriété suivante : \mathcal{K} est consistante ssi $\langle cln(\mathcal{T}), \mathcal{A} \rangle$ est satisfaisable [8].

3 RSR pour DL-Lite

Dans cette section, nous présentons la révision des bases de connaissances exprimées en *DL-Lite* en utilisant une stratégie basée sur la minimisation de l'incohérence connue sous le nom de révision par « r-ensembles » [26].

Soit $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ une base de connaissances exprimée en *DL-Lite* (dans la suite de cet article, \mathcal{K} désigne toujours une telle base). Nous supposons que \mathcal{K} est consistante et que \mathcal{T} est cohérente. On note N la nouvelle information, appelée *entrée*. La présence de cette nouvelle information peut conduire à une inconsistance. Dans le cadre *DL-Lite_R*, l'entrée N peut être soit une assertion d'appartenance (AA), soit un axiome d'inclusion positive (IP), soit un axiome d'inclusion négative (IN).

Dans certains cas, l'interaction de N avec \mathcal{K} peut ne pas poser de problème. Il a été établi dans [8] que toute base de connaissances exprimée en *DL-Lite* et dont la TBox n'est constituée que d'axiomes d'inclusion positive est toujours consistante. Dans ce cas, si N est un axiome d'inclusion positive ou une assertion d'appartenance, il ne peut pas y avoir d'inconsistance. En revanche, si la TBox \mathcal{T} contient des axiomes d'inclusion négative, alors l'interaction de N avec \mathcal{K} peut conduire à une inconsistance. La révision de \mathcal{K} nécessite alors de déterminer les axiomes ou assertions devant être supprimés de la TBox ou de la ABox. Avant d'exposer la stratégie de révision, notons que le problème de l'inconsistance dans le cadre *DL-Lite* est toujours défini par rapport à une ABox donnée, puisque une TBox peut être incohérente mais jamais inconsistante. Nous rappelons le résultat :

Lemme 1 [9] Soit \mathcal{K} . Si $\mathcal{A} = \emptyset$ alors \mathcal{K} est consistante. Si \mathcal{K} est inconsistante, alors il existe un sous-ensemble $\mathcal{A}_0 \subseteq \mathcal{A}$ d'au plus deux éléments tel que $\mathcal{T} \cup \mathcal{A}_0$ est inconsistante.

Dans ce papier, la révision nous conduit à supprimer des assertions de ABox, c.-à-d. que nous donnons la priorité à la TBox plutôt qu'à la ABox. En outre, nous nous focalisons uniquement sur l'inconsistance et nous supposons que \mathcal{T} est cohérente. Ceci n'est pas une restriction. Ce cas particulier peut être traité séparément du problème de révision considéré dans ce papier. Ce choix est motivé par le fait qu'une telle situation apparaît souvent dans des applications web récentes comme l'accès aux données basé sur des ontologies où la TBox est considérée comme une base terminologique cohérente et bien formée tandis que l'ABox représente des données qui ne sont pas nécessairement consistantes avec la terminologie (par exemple, des données issues de différentes sources d'information).

Soit \mathcal{K} une base inconsistante, nous définissons la notion de conflit, qui est un ensemble minimal inconsistant de \mathcal{A} . Plus formellement,

Définition 1 Soit \mathcal{K} une base inconsistante. Un conflit C est un ensemble d'assertions de ABox tel que : i) $C \subseteq \mathcal{A}$, ii) $\langle \mathcal{T}, C \rangle$ est inconsistante, iii) $\forall C', C' \subset C, \mathcal{T} \cup C'$ est consistant.

On note $\mathcal{C}(\mathcal{K})$ la collection des conflits de \mathcal{K} . Comme nous supposons que \mathcal{K} est finie, même si elle est inconsistante ($\mathcal{C}(\mathcal{K}) \neq \emptyset$), $\mathcal{C}(\mathcal{K})$ est aussi fini.

Dans le cadre *DL-Lite*, afin de restaurer la consistance tout en intégrant la nouvelle information, la stratégie de révision par r-ensembles supprime exactement une seule assertion de ABox dans chaque conflit, en minimisant ainsi selon le critère de cardinalité l'ensemble des assertions d'appartenance qui doivent être supprimées de la base. L'utilisation du critère de minimalité au sens de la cardinalité et non au sens de l'inclusion va réduire l'ensemble des conflits potentiels. Ce critère n'a pas été considéré auparavant dans les problèmes de révision ou de réparation des bases de connaissances en *DL-Lite* (par ex. [25, 23, 5, 9, 6]).

3.1 Révision par une assertion de ABox

Nous considérons d'abord le cas où l'entrée N est une assertion d'appartenance (AA), ce qui correspond à la révision par un fait ou par une observation. Dans ce qui suit, la notation $\mathcal{K} \cup \{N\}$ représente $\langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \cup \{N\} \rangle$. La définition suivante introduit le concept de r-ensemble.

Définition 2 Soit \mathcal{K} une base consistante et N une assertion d'appartenance. Un r-ensemble, noté X , est un ensemble d'assertions de ABox tel que i) $X \subseteq \mathcal{A}$, ii) $\langle \mathcal{T}, (\mathcal{A} \setminus X) \cup \{N\} \rangle$ est consistante, iii) $\forall X' \subseteq \mathcal{A}$, si $\langle \mathcal{T}, (\mathcal{A} \setminus X') \cup \{N\} \rangle$ est consistante alors $|X| \leq |X'|$.

On note $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ l'ensemble des r-ensembles de $\mathcal{K} \cup \{N\}$. Si $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est consistante alors $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \emptyset$.

Proposition 1 Soit \mathcal{K} une base consistante et N une assertion d'appartenance. Si $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est inconsistante, alors $|\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})| = 1$.

Preuve 1 Supposons qu'il existe deux r-ensembles X and X' tels que $X \neq X'$. Par la définition 2, $X \subseteq \mathcal{A}$, $X' \subseteq \mathcal{A}$, $|X| = |X'|$ et $\forall C \in \mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$, $C \cap X \neq \emptyset$ et $C \cap X' \neq \emptyset$. De plus, comme N est assertion d'appartenance $C \cap N \neq \emptyset$, on a donc $|C \cap \mathcal{A}| = 3$ ce qui contredit la Définition 1 d'un conflit qui est un ensemble minimal inconsistant d'au plus de deux éléments d'après Lemme 1.

Définition 3 Soit \mathcal{K} une base consistante et N une assertion d'appartenance. La base de connaissances révisée $\mathcal{K} \circ_{RSR} N$ est telle que $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$, où $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = (\mathcal{A} \setminus X) \cup \{N\}$ avec $X \in \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$.

Exemple 1 Soit \mathcal{K} une base consistante telle que $\mathcal{T} = \{B_1 \sqsubseteq B_2, B_2 \sqsubseteq \neg B_3, B_3 \sqsubseteq \neg B_4\}$ et $\mathcal{A} = \{B_1(a), B_4(a), B_3(b)\}$. Soit $N = B_3(a)$, alors $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est inconsistante. On a $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \{\{B_1(a), B_3(a)\}, \{B_3(a), B_4(a)\}\}$. Donc $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \{\{B_1(a), B_4(a)\}\}$. Par conséquent $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = \{B_3(b), B_3(a)\}$.

On montre dans la section suivante que le calcul de l'ensemble des conflits est polynomial. De plus, quand l'entrée est une assertion d'appartenance, il n'y a qu'un seul r-ensemble ce qui est montré par la proposition 1 et illustré dans l'exemple précédent.

3.2 Révision par un axiome de TBox

Nous étudions maintenant le cas où l'entrée N est un axiome d'inclusion positive (IP) ou un axiome d'inclusion négative (IN). Dans ce cas, $\mathcal{K} \cup \{N\}$ représente $\langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \rangle$.

Définition 4 Soit \mathcal{K} une base consistante et N un axiome d'inclusion positive ou négative. Un r-ensemble, noté X , est un ensemble d'assertions de ABox tel que i) $X \subseteq \mathcal{A}$ ii) $\langle \mathcal{T} \cup \{N\}, (\mathcal{A} \setminus X) \rangle$ est consistante et iii) $\forall X' \subseteq \mathcal{A}$, si $\langle \mathcal{T} \cup \{N\}, (\mathcal{A} \setminus X') \rangle$ est consistante alors $|X| \leq |X'|$.

La définition 4 est similaire à la définition 2, à ceci près que la nouvelle information n'est pas ajoutée à la ABox mais à la TBox. L'opération de révision considère encore la TBox comme stable, et par conséquent la restauration de consistance se fait par élimination d'assertions de ABox. On note $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ l'ensemble de r-ensembles de $\mathcal{K} \cup \{N\}$.

Exemple 2 Soit \mathcal{K} une base consistante telle que $\mathcal{T} = \{B_1 \sqsubseteq B_2, B_3 \sqsubseteq \neg B_4\}$ et $\mathcal{A} = \{B_1(a), B_3(a), B_2(b), B_3(b)\}$. Soit $N = B_2 \sqsubseteq \neg B_3$ alors $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est inconsistante. On a, $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \{\{B_1(a), B_3(a)\}, \{B_2(b), B_3(b)\}\}$, et donc $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \{\{B_1(a), B_2(b)\}, \{B_1(a), B_3(b)\}, \{B_3(a), B_2(b)\}, \{B_3(a), B_3(b)\}\}$.

Lorsque l'entrée est une assertion d'appartenance, il existe un seul r-ensemble. La situation est différente lorsque l'entrée est un axiome d'inclusion positive ou négative. En effet, dans ce cas il peut y avoir plusieurs r-ensembles, et chacun conduit à une révision possible de la base de connaissances : $\mathcal{K}_i = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, (\mathcal{A} \setminus X_i) \rangle$ avec $X_i \in \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Avec le langage *DL-Lite*, il est impossible de trouver une base de connaissances qui représente $\mathcal{K}_1 \vee \dots \vee \mathcal{K}_m$ où $m = |\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})|$ est le nombre de r-ensembles. Pour conserver le résultat de la révision dans le langage *DL-Lite*, plusieurs options sont possibles. La première consiste à prendre l'intersection de toutes les bases de connaissances révisées. Cependant, cette option peut être trop prudente car elle peut retirer trop d'assertions de la ABox et contredire en quelque sorte le principe de changement minimal. Une autre option consiste à définir une fonction de sélection, où la base de connaissances révisée est définie comme suit.

Définition 5 Soit \mathcal{K} une base consistante et N un axiome d'inclusion positive ou négative. Soit f une fonction de sélection. La base de connaissances révisée $\mathcal{K} \circ_{RSR} N$ est telle que $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$ où $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = (\mathcal{A} \setminus f(\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})))$.

3.3 Propriétés logiques de RSR

Les postulats AGM ne sont pas appropriés à la révision de bases de connaissances en *DL-Lite* [11, 12, 13]. Qi et al. [28] ont étudié la révision sémantique en *DL* en s'appuyant sur les postulats de Katsuno et Mendelzon [22]. Cependant, comme souligné dans [9], les approches de révision basées sur les modèles ne sont pas exprimables en *DL-Lite*.

Nous reformulons dans le cadre *DL-Lite* les postulats de Hansson [14, 20] proposés pour la révision de bases de croyances propositionnelles.

Soient $\mathcal{K}, \mathcal{K}'$ deux bases de connaissances *DL-Lite* et N, M des assertions d'appartenance ou des axiomes d'inclusion positive ou négative, \circ un opérateur de révision. $\mathcal{K} + N$ désigne l'expansion non close, c.-à-d.. $\mathcal{K} + N = \mathcal{K} \cup \{N\}$: **P1 (Succès)** $N \in \mathcal{K} \circ N$. **P2 (Inclusion)** $\mathcal{K} \circ N \subseteq \mathcal{K} + N$. **P3 (Consistance)** $\mathcal{K} \circ N$ est consistante. **P4 (Vacuité)** Si $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est consistante alors $\mathcal{K} \circ N = \mathcal{K} + N$. **P5 (Pré-expansion)** $(\mathcal{K} + N) \circ N = \mathcal{K} \circ N$. **P6 (Echange interne)** si $N, M \in \mathcal{K}$ alors $\mathcal{K} \circ N = \mathcal{K} \circ M$. **P7 (Conservation essentielle)**³ Si $M \in \mathcal{K}$ et $M \notin \mathcal{K} \circ N$ alors il existe \mathcal{K}' tel que $\mathcal{K}' \subseteq \mathcal{K} + N$ et \mathcal{K}' est consistante mais $\mathcal{K}' \cup \{M\}$ est inconsistante. **P8 (Pertinence)** Si $M \in \mathcal{K}$ et $M \notin \mathcal{K} \circ N$ alors il existe \mathcal{K}' tel que $\mathcal{K} \circ N \subseteq \mathcal{K}' \subseteq \mathcal{K} + N$ et \mathcal{K}' est consistante mais $\mathcal{K}' \cup \{M\}$ est inconsistante

Proposition 2 Soit \mathcal{K} une base consistante. Lorsque N est une assertion d'appartenance, l'opérateur de révision \circ_{RSR} tel que $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$ satisfait les postulats **P1-P8**. Lorsque N est un axiome d'inclusion positive ou négative. L'opérateur de révision \circ_{RSR} tel que

$\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$ satisfait les postulats **P1-P7**.

Preuve 2 Nous montrons la proposition lorsque N est une assertion d'appartenance. Dans ce cas, $\mathcal{K} \cup \{N\} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \cup \{N\} \rangle$.

– Par la définition de l'opérateur \circ_{RSR} , $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$ et $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = (\mathcal{A} \setminus X) \cup \{N\}$. Les postulats **P1, P2, P3** sont satisfaits.

– **P4** : Si $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est consistante, $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \emptyset$ et $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = \mathcal{A} \cup \{N\}$.

– **P5** : $(\mathcal{A} \cup \{N\}) \circ_{RSR} N = ((\mathcal{A} \cup \{N\}) \setminus X) \cup \{N\} = (\mathcal{A} \setminus X) \cup \{N\}$.

– **P6** : Si $N, M \in \mathcal{A}$, $\mathcal{A} \cup \{M\} = \mathcal{A} \cup \{N\} = \mathcal{A}$ et $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{M\}) = \emptyset$.

– **P7** : Si $M \in \mathcal{K}$ et $M \notin \mathcal{K} \circ N$ alors $M \in \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Soit $\mathcal{K}' = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \setminus M \rangle$, on a $\mathcal{K}' \subseteq \mathcal{K} \cup \{N\}$ et \mathcal{K}' est consistant mais $\mathcal{K}' \cup \{N\}$ est inconsistant.

– **P8** : Comme le postulat **P7** est satisfait, et par la proposition 1 on a $|\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})| = 1$ donc $\mathcal{K} \circ_{RSR} N \subseteq \mathcal{K}'$.

Nous montrons la proposition lorsque N est un axiome d'inclusion positive ou négative. Dans ce cas, $\mathcal{K} \cup \{N\} = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \rangle$.

– Par la définition de l'opérateur \circ_{RSR} , $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$ et $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = (\mathcal{A} \setminus f(\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})))$. Les postulats **P1, P2, P3** sont satisfaits.

– **P4** : Si $\mathcal{K} \cup \{N\}$ est consistante, $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \emptyset$ et $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = \mathcal{A}$.

– **P5** : $(\mathcal{K} \cup \{N\}) \circ_{RSR} N, ((\mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A})) \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \circ_{RSR} N \rangle$.

– **P6** : Si $N, M \in \mathcal{T}$, $\mathcal{T} \cup \{M\} = \mathcal{T} \cup \{N\} = \mathcal{T}$ et $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{M\}) = \emptyset$

– **P7** : Si $M \in \mathcal{K}$ et $M \notin \mathcal{K} \circ N$ alors $M \in \mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Soit $\mathcal{K}' = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \setminus M \rangle$, on a $\mathcal{K}' \subseteq \mathcal{K} \cup \{N\}$ et \mathcal{K}' est consistant mais $\mathcal{K}' \cup \{N\}$ est inconsistant.

– **P8** : Comme le postulat **P7** est satisfait, il existe $\mathcal{K}' = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \setminus M \rangle$ consistant. Comme il peut exister plusieurs r-ensembles soit $M' = f(\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}))$ avec $M' \neq M$, on a $\mathcal{K} \circ_{RSR} N = \langle \mathcal{T} \cup \{N\}, \mathcal{A} \setminus M' \rangle$ et $\mathcal{K} \circ_{RSR} N \not\subseteq \mathcal{K}'$. Illustrons par un contre-exemple, à partir de l'exemple 2. $M = \{B_1(a), B_2(b)\}$ et $M' = \{B_3(a), B_3(b)\}$ on a $\mathcal{A} \circ_{RSR} N = \{B_3(a), B_3(b)\}$ et $\mathcal{A} \setminus M' = \{B_1(a), B_2(b)\}$, donc le postulat **P8** n'est pas vérifié.

4 Calcul du résultat de la révision

Comme indiqué précédemment, quand on révisé une base de connaissances en *DL-Lite* par une assertion d'appartenance, un axiome d'inclusion positive ou négative, on ne veut retirer que des assertions de la ABox pour rétablir la consistance, c.-à-d. que les r-ensembles ne contiendront que des éléments de la ABox.

D'un point de vue calculatoire, il nous faut distinguer différents cas, suivant la nature de l'entrée N et le contenu de la base de connaissances.

3. Core retinement en anglais

En premier lieu, si la TBox \mathcal{T} ne contient que des axiomes d'inclusion positive, et que l'entrée N est un axiome d'inclusion positive, alors il ne peut y avoir d'inconsistance, et le résultat de l'opération de révision est une simple union. Parmi les cas restants, nous distinguons les deux situations suivantes : (i) N est une assertion d'appartenance : le calcul des conflits et l'algorithme de révision en général deviennent extrêmement simples en vertu de la proposition 1 et sont détaillés plus bas. (ii) N est un axiome d'inclusion positive ou négative : c'est le cas le plus complexe, puisque plusieurs r-ensembles peuvent exister.

Quelque soit le cas de figure, il est nécessaire en premier lieu de calculer les conflits de $\mathcal{K} \cup \{N\}$. Cette étape est dérivée de l'algorithme de vérification de la consistance d'une base de connaissances en *DL-Lite* décrit dans [8]. La principale différence est que, dans [8], l'objectif est de vérifier la consistance d'une base de connaissances. Dans le cas présent nous allons un peu plus loin puisque nous avons besoin de calculer toutes les paires d'assertions de ABox responsables des conflits. Nous proposons donc une modification de l'algorithme original.

4.1 Calcul des conflits

Par la suite, nous utilisons les notations suivantes : $\mathcal{K}' = \langle \mathcal{T}', \mathcal{A}' \rangle = \mathcal{K} \cup \{N\}$. Ainsi, si N est un axiome d'inclusion positive ou négative alors nous avons $\mathcal{T}' = \mathcal{T} \cup \{N\}$ et $\mathcal{A}' = \mathcal{A}$, et si N est une assertion d'appartenance, alors $\mathcal{T}' = \mathcal{T}$ et $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{N\}$.

Le calcul de $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ requiert la détermination de la clôture négative $cln(\mathcal{T}')$. On suppose ce calcul disponible via l'utilisation d'une fonction `CLÔTURENEG`. Le calcul des conflits consiste alors en l'évaluation sur \mathcal{A}' de chaque IN présent dans $cln(\mathcal{T}')$ de façon à exhiber les paires d'assertions de \mathcal{A}' qui contredisent les IN. Intuitivement, pour chaque $X \sqsubseteq \neg Y$ appartenant à $cln(\mathcal{T}')$, l'évaluation de $X \sqsubseteq \neg Y$ sur \mathcal{A}' revient à simplement renvoyer tous les $(X(x), Y(x))$ appartenant à $\mathcal{A}' \times \mathcal{A}'$. $X(x)$ (resp. $Y(x)$) est une assertion de ABox, ou bien est de la forme $R(x, y)$ si $X = \exists R$ (resp. $Y = \exists R$), ou encore de la forme $R(y, x)$ si $X = \exists R^-$ (resp. $Y = \exists R^-$). Le résultat de l'évaluation d'un axiome d'inclusion négative est une collection d'ensembles de deux éléments, ou de singletons si N est une assertion d'appartenance.

L'algorithme calculant $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ est l'algorithme `CALCULCONFLITS`.

Algorithme 1 `COMPUTECONFLICTS`(\mathcal{K})

```

1: fonction CALCULCONFLITS( $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle, N$ )
2:    $\mathcal{K}' = \langle \mathcal{T}', \mathcal{A}' \rangle \leftarrow \mathcal{K} \cup \{N\}$ 
3:    $\mathcal{C}(\mathcal{K}') \leftarrow \emptyset$ 
4:    $cln(\mathcal{T}') \leftarrow \text{CLÔTURENEG}(\mathcal{T}')$ 
5:   pour tout  $X \sqsubseteq \neg Y \in cln(\mathcal{T}')$  faire
6:     pour tout  $\{\alpha_t, \alpha_j\} \in \mathcal{A}'$  faire
7:       si  $\langle X \sqsubseteq \neg Y, \{\alpha_t, \alpha_j\} \rangle$  inconsistante alors
8:          $\mathcal{C}(\mathcal{K}') \leftarrow \mathcal{C}(\mathcal{K}') \cup \{\{\alpha_t, \alpha_j\}\}$ 
9:   renvoyer  $\mathcal{C}(\mathcal{K}')$ 

```

L'ensemble $\mathcal{C}(\mathcal{K}')$ contient les ensembles de conflits. La première étape de l'algorithme calcule la clôture négative de \mathcal{T}' . Puis, pour chaque axiome d'inclusion négative $X \sqsubseteq \neg Y$ de $cln(\mathcal{T}')$, l'algorithme cherche l'existence d'une contradiction dans la ABox. Pour cela, il vérifie si $\langle X \sqsubseteq \neg Y, \{\alpha_t, \alpha_j\} \rangle$ est consistante ou non.

Cette étape peut être réalisée par une requête booléenne exprimée à partir de $X \sqsubseteq \neg Y$ et recherchant si $\{\alpha_t, \alpha_j\}$ contredit ou pas la requête. Si la ABox est consistante avec $X \sqsubseteq \neg Y$, alors le résultat de la requête est l'ensemble vide. Une remarque importante est que si N est une assertion d'appartenance, alors dans chaque conflit $\{\alpha_t, \alpha_j\}$, soit α_t , soit α_j appartient à \mathcal{A} (mais pas les deux). Ce cas particulier sera détaillé dans la sous-section suivante.

4.2 Calcul des r-ensembles

Dans le cas où N est une assertion d'appartenance, alors nous savons qu'il n'existe qu'un seul r-ensemble, en vertu de la proposition 1. Le calcul de cet unique r-ensemble consiste alors à choisir dans chaque conflit l'assertion de la ABox qui est différente de N . Il est aisé de vérifier que chaque conflit $\{\alpha_t, \alpha_j\}$ qui contredit un axiome d'inclusion négative est de la forme $\{x, N\}$, avec $x \in \mathcal{A}$. Cela signifie qu'il existe exactement un r-ensemble, et son calcul peut être effectué en un temps polynomial : au retour de l'appel `CALCULCONFLITS`, l'unique r-ensemble est $\bigcup_{c_i \in \mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})} (c_i \setminus \{N\})$.

Examinons maintenant le cas où N est un axiome d'inclusion négative. Nous suivons l'idée développée dans [34], où le calcul des r-ensembles s'appuie sur la notion d'échantillon [30].

Un échantillon est un ensemble qui intersecte chaque ensemble d'une collection. Un échantillon minimal (au sens de l'inclusion) est appelé un noyau. De plus, les noyaux minimaux au sens de la cardinalité correspondent à la définition d'un r-ensemble. Plus formellement, la proposition suivante est vérifiée :

Proposition 3 *$R \subseteq \mathcal{A}$ est un r-ensemble de $\mathcal{K} \cup \{N\}$ si et seulement si R est un noyau minimal au sens de la cardinalité de $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$.*

Preuve 3 (sens \Rightarrow) *Soit $R \subseteq \mathcal{A}$ un r-ensemble. Par définition d'un r-ensemble, $\mathcal{T} \cup (\mathcal{A} \setminus R)$ est un sous-ensemble maximal de \mathcal{K} consistant avec N . Cela signifie que tout les ensembles de conflits de $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ contiennent un élément de R , et donc R est un échantillon de la collection $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Montrons maintenant que R est un échantillon minimal (noyau) de $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Supposons que R ne soit pas un noyau minimal. Cela signifie qu'il existe un conflit $C \in \mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$ tel que $C \cap R = \emptyset$. Donc $(\mathcal{K} \cup \{N\}) \setminus R$ est inconsistant, et R ne peut pas être un r-ensemble. Contradiction. Prouvons maintenant que R est un noyau minimal au sens de cardinalité. Supposant que R n'est pas minimal au sens de la cardinalité. Cela signifie qu'il existe R' tel que R' est un noyau et R' est minimal au*

sens de la cardinalité, autrement dit $|R'| < |R|$. Mais alors R n'est pas un r -ensemble. Contradiction.

(sens \Leftrightarrow) Soit R , un noyau minimal au sens de la cardinalité de $\mathcal{C}(\mathcal{K} \cup \{N\})$. Supposons que R ne soit pas un r -ensemble. Deux cas peuvent se produire :

1. $(\mathcal{K} \cup \{N\}) \setminus R$ est inconsistant. Mais dans ce cas R ne peut pas être un noyau, contradiction.
2. $(\mathcal{K} \cup \{N\}) \setminus R$ est consistant, mais R n'est pas minimal au sens de la cardinalité. Autrement dit il existe R' tel que $|R'| < |R|$ et $(\mathcal{K} \cup \{N\}) \setminus R'$ est consistant. Mais dans ce cas R ne peut pas être un noyau minimal au sens de la cardinalité.

Le calcul des noyaux s'effectue en utilisant l'algorithme de Reiter [30], modifié dans [33]. De plus, comme nous cherchons les noyaux de cardinalité minimale, nous pouvons utiliser la version optimisée qui se trouve dans [34]. Le calcul s'appuie sur la construction d'un graphe orienté acyclique en largeur, dont les nœuds sont étiquetés par des conflits.

Exemple 3 Soit $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$, avec $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \neg B, A \sqsubseteq C\}$ et $\mathcal{A} = \{A(a), D(a), C(a), C(b), D(b)\}$. Nous voulons réviser cette base avec $N = C \sqsubseteq \neg D$. Nous obtenons alors $\text{cln}(\mathcal{T} \cup \{C \sqsubseteq \neg D\}) = \{A \sqsubseteq \neg B, C \sqsubseteq \neg D, A \sqsubseteq \neg D\}$. L'axiome $A \sqsubseteq \neg B$ ne donne lieu à aucun conflit. Les conflits obtenus à partir de $C \sqsubseteq \neg D$ sont $\{D(a), C(a)\}$ et $\{D(b), C(b)\}$, et le seul conflit obtenu à partir de $A \sqsubseteq \neg D$ est $\{A(a), D(a)\}$. Les noyaux sont $\{A(a), C(a), C(b)\}$, $\{A(a), C(a), D(b)\}$, $\{D(a), C(b)\}$, $\{D(a), D(b)\}$. Parmi eux, les noyaux de cardinalité minimale, donc les r -ensembles, sont : $\mathcal{R}(\mathcal{K} \cup \{N\}) = \{\{D(a), C(b)\}, \{D(a), D(b)\}\}$.

5 Travaux proches

Calvanese et al. [9] ont proposé des opérateurs syntaxiques de révision de bases de connaissances en *DL-Lite* qui diffèrent de RSR car l'entrée est un ensemble de formules, la stratégie de révision repose sur le choix non-déterministe d'un sous-ensemble maximal consistant de la clôture de la base de connaissances.

La "kernel revision" [18] et la "semi-révision" [19] ont été étendues aux DLs [17, 31], cependant le cadre logique est *SHOIN* ou *SHIF*.

Notre approche de la révision est également liée au problème de la réparation de bases de connaissances en *DL-Lite* étudié dans [16, 25, 5, 6], cependant la réparation de ABox y est définie en terme de sous-ensemble maximal consistant selon l'inclusion ensembliste alors que notre approche repose sur la minimalité de l'inconsistance selon la cardinalité.

6 Conclusion

Cet article propose une extension de la révision par r -ensembles aux bases de connaissances exprimées en *DL-Lite*. Cette extension considère la nouvelle information

sous 3 formes : un axiome positif ou négatif de la TBox ou une assertion de la ABox. Dans chacun des cas, un opérateur de révision par r -ensembles est défini et un algorithme est proposé pour détecter les conflits et pour calculer les r -ensembles. Les postulats de Hansson pour la révision sont reformulés dans la cadre *DL-Lite* et les propriétés logiques des opérateurs de révision proposés sont étudiées.

Ces travaux pourront se poursuivre par une extension de la révision prioritaire par r -ensembles au cas des bases de connaissances en *DL-Lite* stratifiées. Par ailleurs, la fusion par r -ensembles [21], définie dans le cadre propositionnel, pourra être étendue à la fusion de bases de connaissances en *DL-Lite*.

Remerciements

Ce travail a bénéficié de l'aide de l'Agence Nationale de la Recherche, projet ASPIQ portant la référence ANR-12-BS02-0003.

Références

- [1] C. E. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson. On the logic of theory change : Partial meet contraction and revision functions. *J. Symb. Log.*, 50(2) :510–530, 1985.
- [2] A. Artale, D. Calvanese, R. Kontchakov, and M. Zakharyashev. The dl-lite family and relations. *J. Artif. Intell. Res. (JAIR)*, 36 :1–69, 2009.
- [3] F. Baader, D. L. McGuinness, D. Nardi, and P. F. Patel-Schneider. The description logic handbook : Theory, implementation, and applications. *Cambridge University Press*, 2003.
- [4] S. Benferhat, C. Cayrol, D. Dubois, J. Lang, and H. Prade. Inconsistency management and prioritized syntax-based entailment. In *IJCAI*, pages 640–647, 1993.
- [5] M. Bienvenu. Inconsistency-tolerant conjunctive query answering for simple ontologies. In Y. Kazakov, D. Lembo, and F. Wolter, editors, *DL*, volume 846 of *CEUR Workshop Proceedings*, Rome, Italy, Juin 2012. CEUR-WS.org.
- [6] M. Bienvenu and R. Rosati. New inconsistency-tolerant semantics for robust ontology-based data access. In T. Eiter, B. Glimm, Y. Kazakov, and M. Krötzsch, editors, *DL*, volume 1014 of *CEUR Workshop Proceedings*, pages 53–64, Ulm, Germany, Juil. 2013. CEUR-WS.org.
- [7] D. Calvanese, G. De Giacomo, D. Lembo, M. Lenzerini, and R. Rosati. DL-lite : Tractable description logics for ontologies. In *AAAI*, AAAI'05, pages 602–607. AAAI Press / The MIT Press, 2005.
- [8] D. Calvanese, G. De Giacomo, D. Lembo, M. Lenzerini, and R. Rosati. Tractable reasoning and efficient query answering in description logics : The *dl-lite* family. *J. Autom. Reasoning*, 39(3) :385–429, 2007.

- [9] D. Calvanese, E. Kharlamov, W. Nutt, and D. Zheleznyakov. Evolution of dl-lite knowledge bases. In P. F. Patel-Schneider, Y. Pan, P. Hitzler, P. Mika, L. Zhang, J. Z. Pan, I. Horrocks, and B. Glimm, editors, *ISWC*, volume 6496 of *LNCS*, pages 112–128, Shanghai, China, Nov. 2010. Springer.
- [10] G. Flouris, Z. Huang, J. Z. Pan, D. Plexousakis, and H. Wache. Inconsistencies, negations and changes in ontologies. In *AAAI*, pages 1295–1300, Boston Massachusetts, USA, Jul. 2006. AAAI Press.
- [11] G. Flouris, D. Plexousakis, and G. Antoniou. Generalizing the agm postulates : preliminary results and applications. In *NMR*, pages 171–179, Whistler, Canada, 2004.
- [12] G. Flouris, D. Plexousakis, and G. Antoniou. On applying the agm theory to dls and owl. In Y. Gil, E. Motta, V. Richard Benjamins, and M. A. Musen, editors, *ISWC*, volume 3729 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 216–231, Galway, Ireland, Nov. 2005. Springer.
- [13] G. Flouris, D. Plexousakis, and G. Antoniou. On generalizing the agm postulates. In *STAIRS*, pages 132–143, 2006.
- [14] A. Fuhrmann. *An essay on contraction*. CSLI Publications, Stanford. California, 1997.
- [15] S. Gao, G. Qi, and H. Wang. A new operator for abox revision in dl-lite. In J. Hoffmann and B. Selman, editors, *AAAI'2012*, Toronto, Ontario, Canada, 2012. AAAI Press.
- [16] G. De Giacomo, M. Lenzerini, A. Poggi, and R. Rosati. On the approximation of instance level update and erasure in description logics. In *AAAI*, pages 403–408, Vancouver, British Columbia, Canada, Jul. 2007. AAAI Press.
- [17] C. Halaschek-wiener, Y. Katz, and B. Parsia. Belief base revision for expressive description logics. In *W. on OWL Exp. and Dir.*, 2006.
- [18] S. O. Hansson. Kernel contraction. *J. of Symb. Log.*, 59 :845–859, 1994.
- [19] S. O. Hansson. Semi-revision. *J. of App. Non-class. Log.*, 7 :151–175, 1997.
- [20] S. O. Hansson. Revision of belief sets and belief bases. *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management systems*, 3 :17–75, 1998.
- [21] J. Hué, E. Würbel, and O. Papini. Removed sets fusion : Performing off the shelf. In *ECAI*, pages 94–98, 2008.
- [22] H. Katsuno and A. Mendelzon. Propositional knowledge base revision and minimal change. *Artif. Intell.*, 52 :263–294, 1991.
- [23] E. Kharlamov and D. Zheleznyakov. Understanding inexpressibility of model-based abox evolution in dl-lite. In P. Barceló and V. Tannen, editors, *AMW*, volume 749, Santiago, Chili, Mai 2011. CEUR-WS.org.
- [24] E. Kharlamov, D. Zheleznyakov, and D. Calvanese. Capturing model-based ontology evolution at the instance level : The case of dl-lite. *J. Comput. Syst. Sci.*, 79(6) :835–872, 2013.
- [25] D. Lembo, M. Lenzerini, R. Rosati, M. Ruzzi, and D. Fabio Savo. Inconsistency-tolerant semantics for description logics. In *RR*, volume 6333 of *LNCS*, pages 103–117. Springer, 2010.
- [26] O. Papini. A complete revision function in propositional calculus. In *ECAI*, pages 339–343, 1992.
- [27] G. Qi and J. Du. Model-based revision operators for terminologies in description logics. In C. Boutilier, editor, *IJCAI*, pages 891–897, Pasadena, California, USA, Jul. 2009.
- [28] G. Qi, W. Liu, and D. A. Bell. Knowledge base revision in description logics. In M. Fisher, W. van der Hoek, B. Konev, and A. Lisitsa, editors, *JELIA*, volume 4160 of *LNCS*, pages 386–398, Liverpool, UK, Sept. 2006. Springer.
- [29] G. Qi and F. Yang. A survey of revision approaches in description logics. In F. Baader, C. Lutz, and B. Motik, editors, *DL*, volume 353 of *CEUR Workshop Proceedings*, Dresden, Germany, Mai 2008. CEUR-WS.org.
- [30] R. Reiter. A theory of diagnosis from first principles. *Artif. Intell.*, 32(1) :57–95, 1987.
- [31] M. Ribeiro and R. Wassermann. Base revision in description logics — preliminary results. In *IWOD*, Innsbruck, Austria, 2007.
- [32] Z. Wang, K. Wang, and R. W. Topor. A new approach to knowledge base revision in dl-lite. In M. Fox and D. Poole, editors, *AAAI*, Atlanta, Georgia, USA, Jul. 2010. AAAI Press.
- [33] R. W. Wilkerson, R. Greiner, and B. A. Smith. A correction to the algorithm in reiter’s theory of diagnosis. *Artif. Intell.*, 41 :79–88, 1989.
- [34] E. Würbel, R. Jeansoulin, and O. Papini. Revision : an application in the framework of GIS. In A. G. Cohn, F. Giunchiglia, and B. Selman, editors, *KR*, pages 505–515, Breckenridge, Colorado, USA, Avr. 2000. Morgan Kaufmann.